ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO CON R

C. Vladimir Rodríguez Caballero

https://github.com/Vlasmetrics7/BID-HACIENDA-2023

Parte II. Análisis de series temporales

Temario:

Parte II. Análisis de series de tiempo
Modelos básico de series de tiempo.
Estimación.
Metodología Box & Jenkins.
Estimación y pronóstico.

Análisis de series de tiempo estacionarias

La importancia de las series de tiempo

La importancia de las series de tiempo econométricas está constituida por el desarrollo de modelos sutilmente sencillos, capaces de proveer pronósticos, de interpretar datos económicos y de probar hipótesis sobre éstos.

- Los nombres rimbombantes del estilo: AR, MA, ARIMA, ARCH, GARCH, FIGARCH... son modelos estrictamente estadísticos aunque es posible encontrarles una interpretación económica.
- Existen otros modelos (algunos no los cubriremos en este curso) VAR, VECM, ARDL, etc.. que aunque siguen siendo modelos estadísticos, guardan una intrínseca relación con teoría económica.

La importancia del Proceso Generador de Datos

#	Nombre	Modelo
1	$MA(q)$	$y_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \ldots + \theta_q \epsilon_{t-q}$
2	$AR(p)$	$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \epsilon_t$
3	$I(0)$	$y_t = \mu + \epsilon_t$
4	$I(0) + br$	$y_t = \mu + \Theta_1 DU_{1,t} + \ldots + \Theta_k DU_{k,t} + \epsilon_t$
5	TS	$y_t = \mu + \beta t + \epsilon_t$
6	$TS + br$	$y_t = \mu + \sum_{i=1}^{K} \Theta_i DU_{i,t} + \beta t + \sum_{i=1}^{K} \gamma_i DT_{i,t} + \epsilon_t$
7	$I(1)$	$\Delta y_t = \epsilon_t$
8	$I(1) + dr$	$\Delta y_t = \mu + \epsilon_t$
9	$I(1) + dr + br$	$\Delta y_t = \mu + \sum_{i=1}^{K} \Theta_i DU_{i,t} + \epsilon_t$
10	$I(k)$	$\Delta^k y_t = \epsilon_t$ para $k = 2, 3, \ldots$
11	$FI(d)$	$(1 - L)^d y_t = \epsilon_t$ para $d \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right)$

Cuadro: Procesos Generadores de Datos: los acrónimos *TS*, *br* y *dr* representan Estacionariedad en tendencia, Rompimientos estructurales y deriva, respectivamente.

La importancia del Proceso Generador de Datos

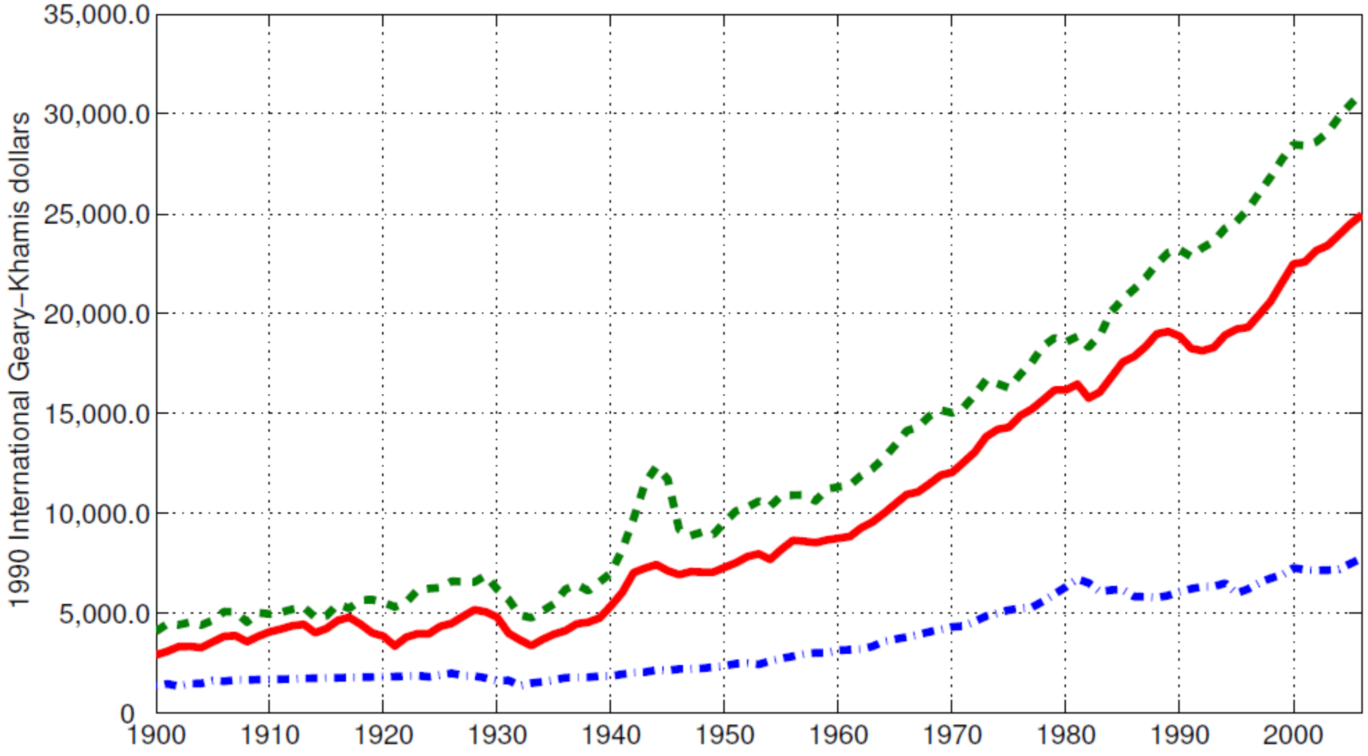
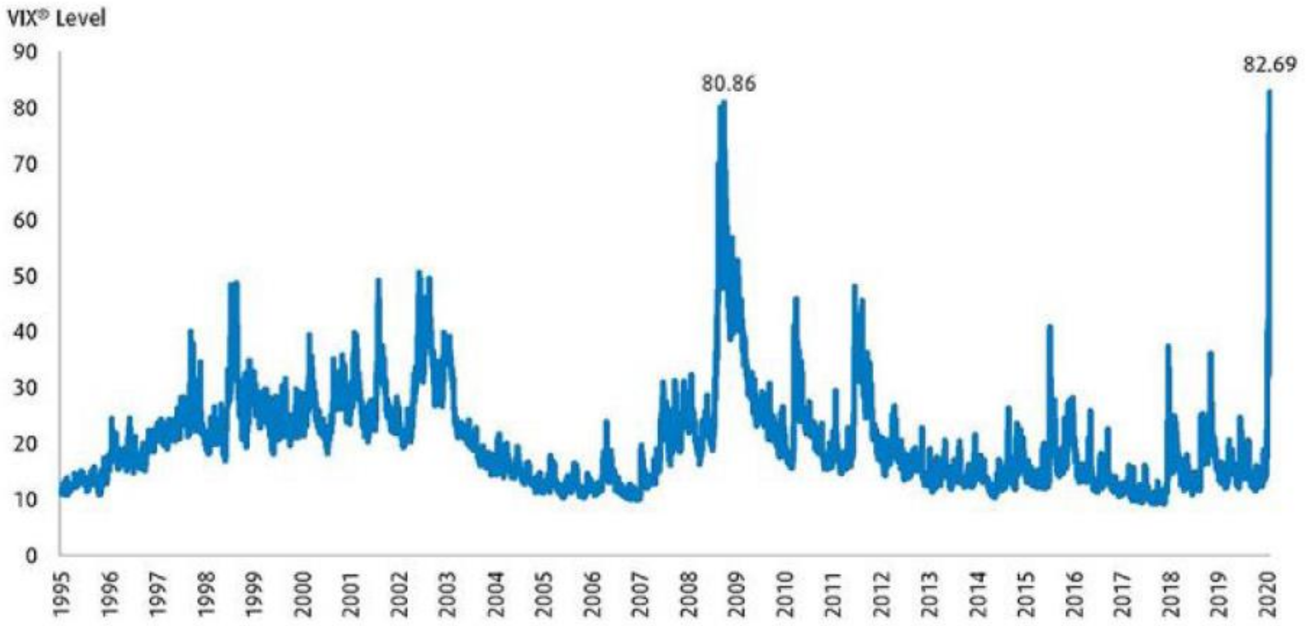


Figura: PIB per capita de México, EEUU y Canadá. Fuente: Maddison.

- Resultaría en extremo importante poder tipificar el comportamiento de largo plazo de cada una de ellas con objeto de ver si nuestro país tiene alguna esperanza de alcanzar a sus vecinos.
- La identificación de rompimientos estructurales (que bien podrían estar asociados a crisis o reformas de gran envergadura) se convierte entonces en una cuestión de gran relevancia.

La importancia del Proceso Generador de Datos

Como Efecto de la pandemia, el índice de volatilidad CBOE ha alcanzado su máximo histórico.



- ¿Cuáles serán los efectos de la pandemia sobre los mercados financieros internacionales?
- ¿Es posible pronosticar estos picos de alta volatilidad?

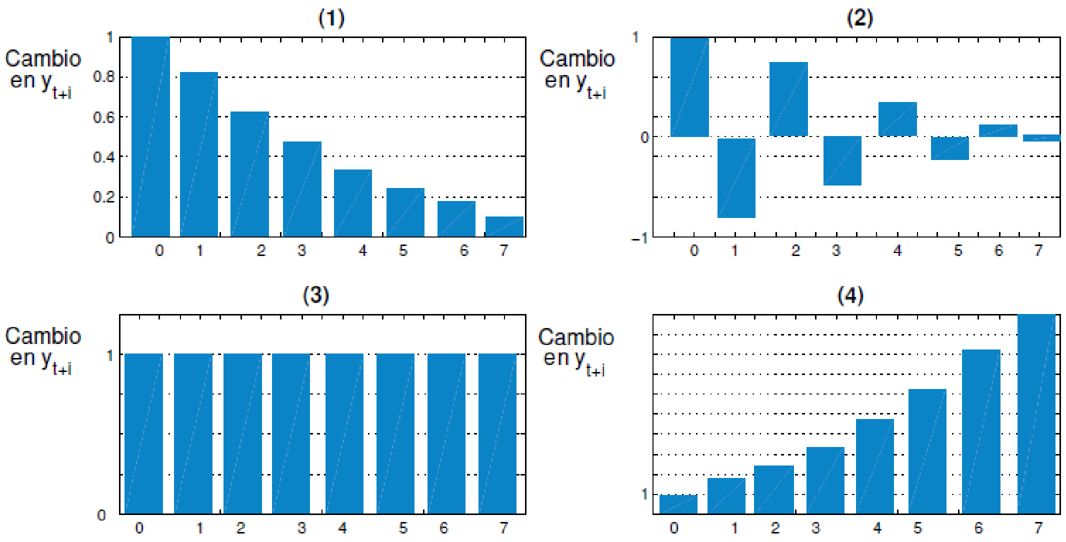
Conceptos sencillos

El concepto del impacto en una serie temporal

$$y_t = \phi y_{t-1} + a_t,$$

Existen cuatro posibles dinámicas siguiendo este ejemplo:

1. $0 < \phi < 1$. Efecto cuyo impacto disminuye exponencialmente. **Memoria corta.**
2. $-1 < \phi < 0$. Efecto cuyo impacto disminuye exponencialmente. **Memoria corta.**
3. $\phi = 1$. Efecto cuyo impacto no decrece. **Memoria infinita.**
4. $|\phi| > 1$. Efecto cuyo impacto aumenta exponencialmente. **Memoria explosiva.**



Multiplicador Dinámico para distintos valores de ϕ: (1) $0 < \phi < 1$; (2) $-1 < \phi < 0$; (3) $\phi = 1$; (4) $\phi > 1$

El concepto de una serie de tiempo

Imaginemos por un momento que diariamente observamos el tipo de cambio del peso mexicano contra el dólar estadounidense. Tal vez estemos interesados en cambiar unas remesas. ¿Cuándo las cambiaríamos?

- Para sintetizar, supongamos que estamos observando el tipo de cambio del peso mexicano (MXN) frente al dólar norteamericano (USD) a lo largo de todo el 2018.

- El conjunto de observaciones es nuestra famosa **serie de tiempo**.

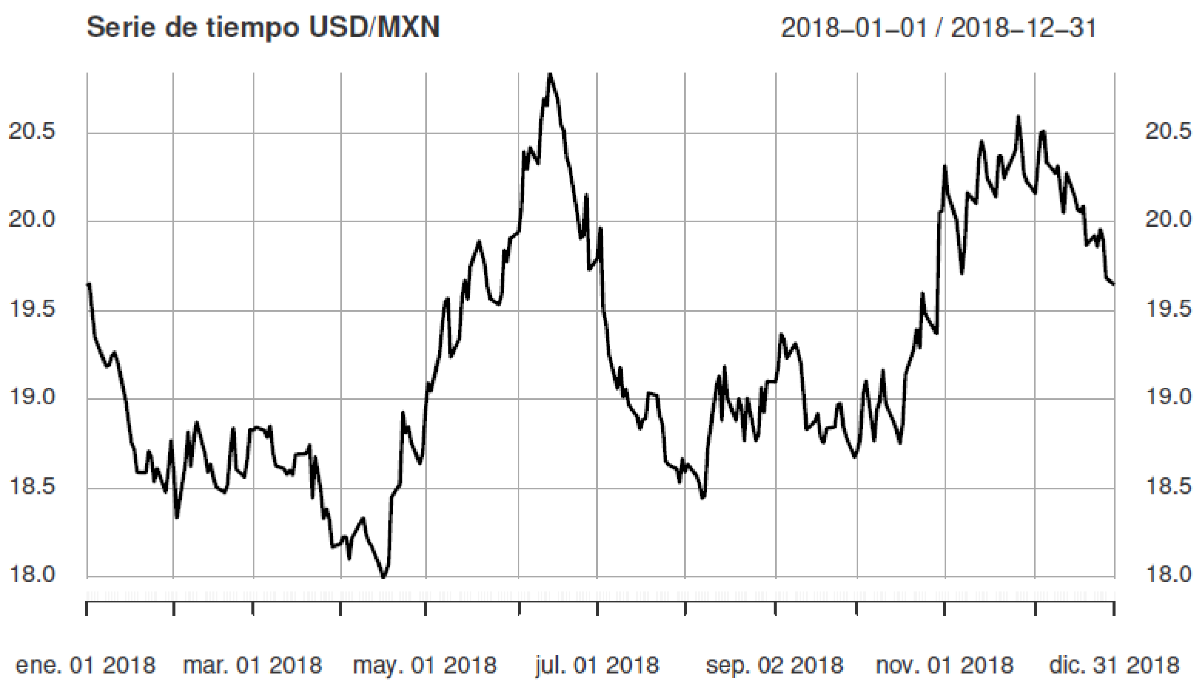


Figura: Paridad cambiaria USD/MXN.

El concepto de una serie de tiempo

Unos sencillos ejemplos de series de tiempo pueden ser:

1. Un proceso constante: $y_t = 7$.
2. Una tendencia lineal en el tiempo: $y_t = 2 + 0{,}07\ t$.
3. Un proceso aleatorio, digamos gaussiano: $y_t = \epsilon_t$, donde $\{\epsilon_t\}_{t=1}^{T}$ es una secuencia de variables aleatorias que se distribuyen i.i.d $\mathcal{N}\left(0, \sigma^2\right)$.

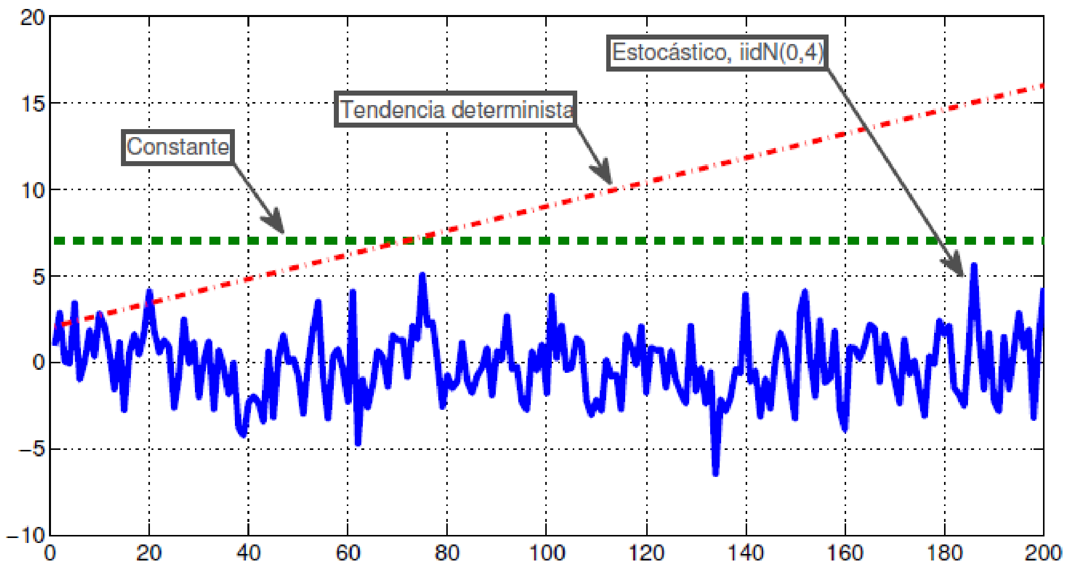


Figura: Series de Tiempo, ejemplos

Un par de operadores

Definición (Operador diferencia)

1. Primera diferencia (Δy_t): $y_t - y_{t-1}$.
2. Segunda diferencia ($\Delta^2 y_t$):

$$
\begin{aligned}
\Delta y_t - \Delta y_{t-1} &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) \\
&= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}.
\end{aligned}
$$

Definición (Operador rezago)

$$
\begin{aligned}
L \cdot y_t &= y_{t-1}, \\
L \cdot (L \cdot y_t) &= y_{t-2}, \\
&= L^2 \cdot y_t,
\end{aligned}
$$

Hechos estilizados y descomposición

Hechos estilizados: Tendencias claras (les llamamos deterministas)

En esta figura podemos observar el Producto Interno Bruto per Cápita de algunos países y el promedio de esos países por sus regiones específicas. Como podemos observar, dichas series de tiempo incluyen una tendencia creciente clara, evidentemente con pendientes muy diferentes unas a otras.

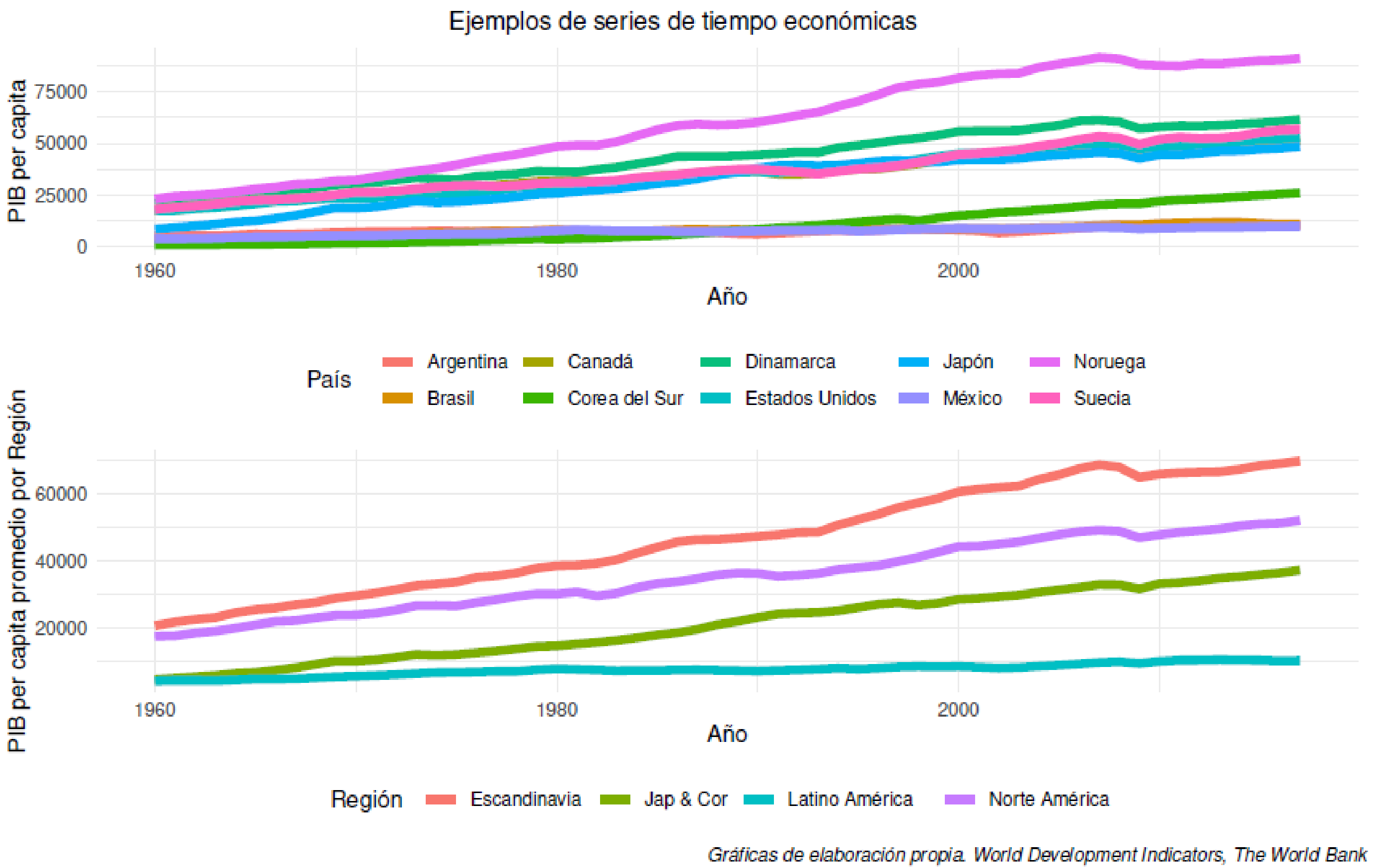


Figura: PIB per Cápita por países y promedio por regiones. (US$ 2010 precios constantes)

Hechos estilizados: Tendencias no claras (les llamamos estocásticas)

Esta figura muestra el comportamiento de un par de índices bursátiles correspondientes a México y Estados Unidos.

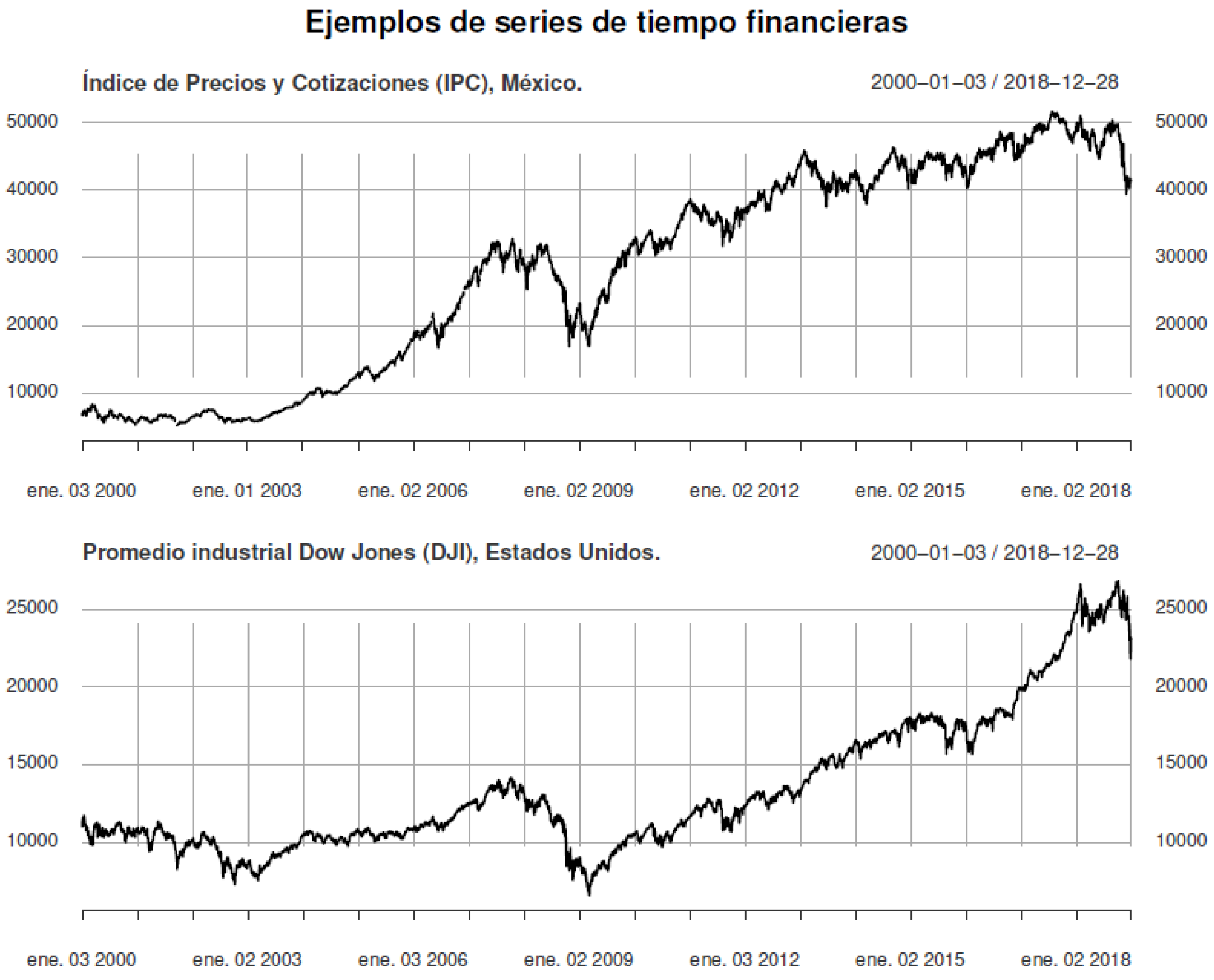


Figura: Índices bursátiles de México y Estados Unidos.

Hechos estilizados: Movimientos bruscos (le llamamos volatilidad)

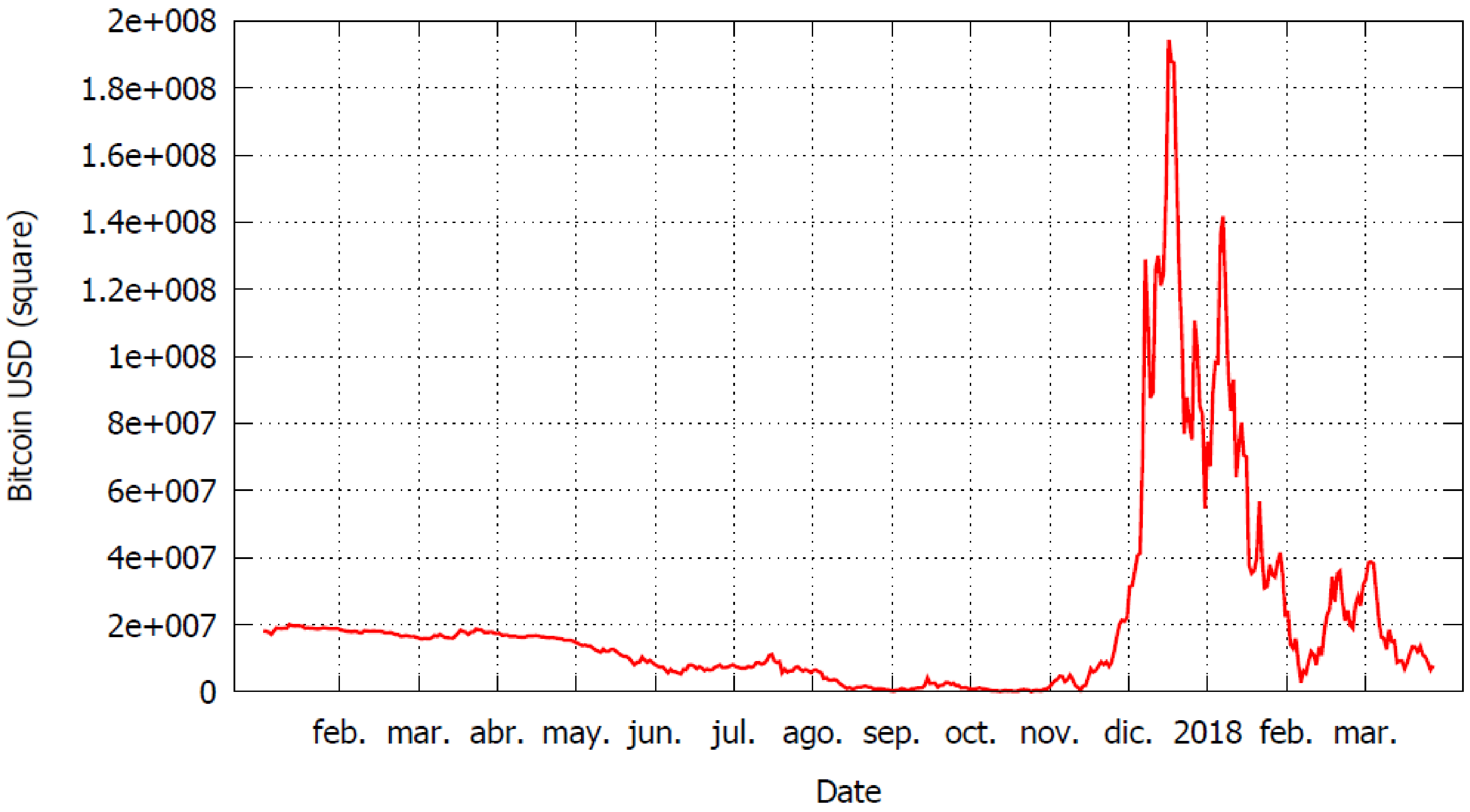
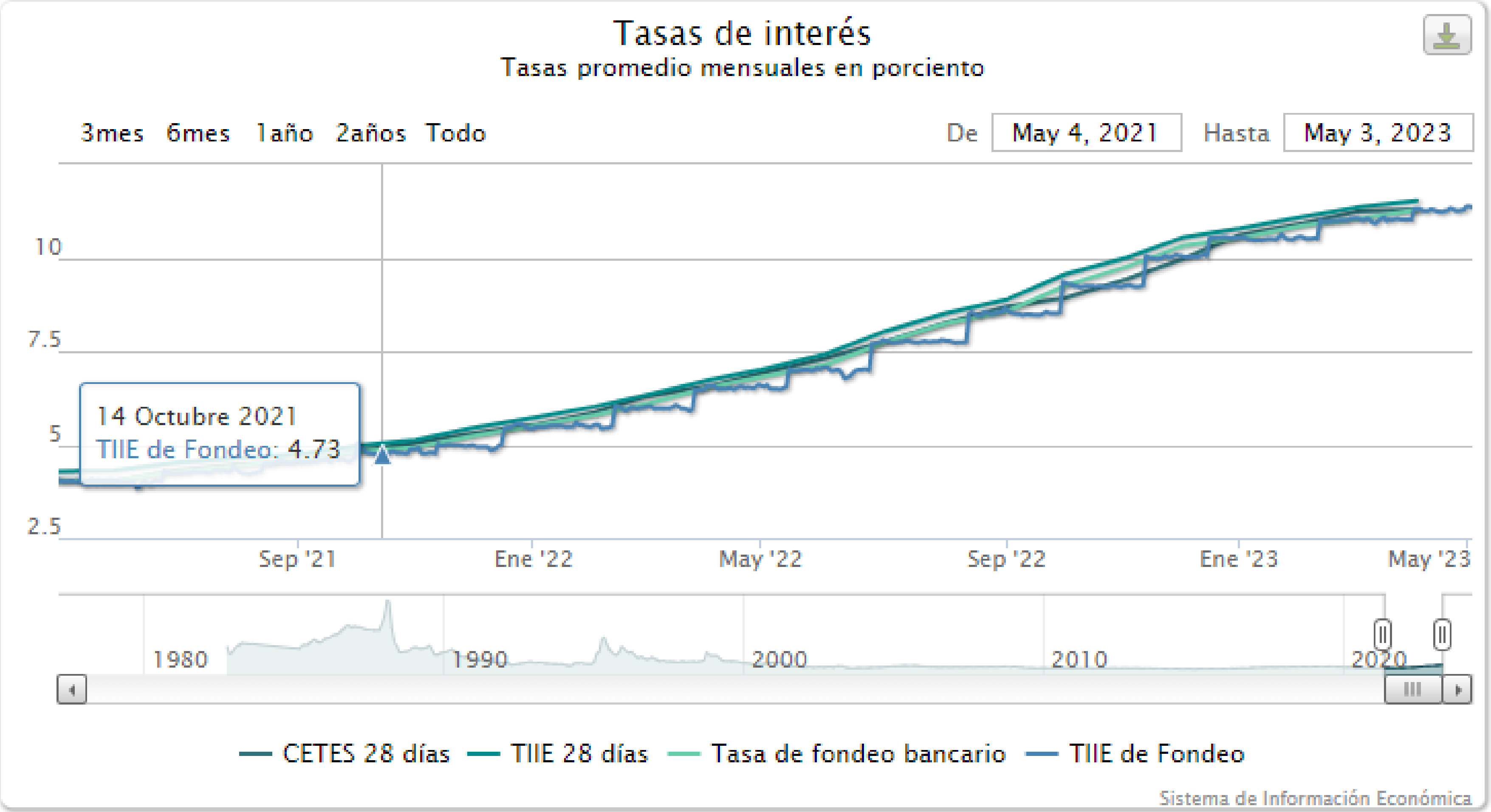


Figura: Precio de cierre de la criptomoneda Bitcoin (centrada y elevada al cuadrado). Fuente: data.world .

Hechos estilizados: Movimientos “compartidos” entre algunas series



Fuente: SIE, Banco de México

Descompisición

Descomposición de una serie de tiempo

Ya hemos discutido cuales son algunos de los hechos estilizados que hallaremos más frecuentemente al analizar series de tiempo en el campo de la economía. Ahora nos atañe otra incógnita: ¿qué características harán que nuestra serie de tiempo tenga cierto tipo de comportamiento y no otro diferente? Es una interrogante interesante y no trivial.

1. Ruido (ϵ_t)
2. Tendencia (μ_t)
3. Estacionalidad (s_t)
4. Ciclicidad (c_t)
    - Describe un componente repetido pero no periódico en la serie temporal

Es así como podemos obtener un modelo bastante general:

$$y_t = \mu_t + s_t + c_t + \epsilon_t,$$

Desestacionalización de una serie de tiempo

¿Por qué será importante?

Serie desestacionalizada

Si una serie de tiempo y_t posee una tendencia μ_t y un componente estacional S_t, y no nos interesa analizar el componente estacional sino solo estudiar la tendencia de la serie, basta con calcular $y_t - \hat{S}_t$ para remover los efectos estacionales y solo quedarnos con la propia tendencia de la serie.

Desestacionalización de una serie de tiempo

Ejemplo: Homicidios

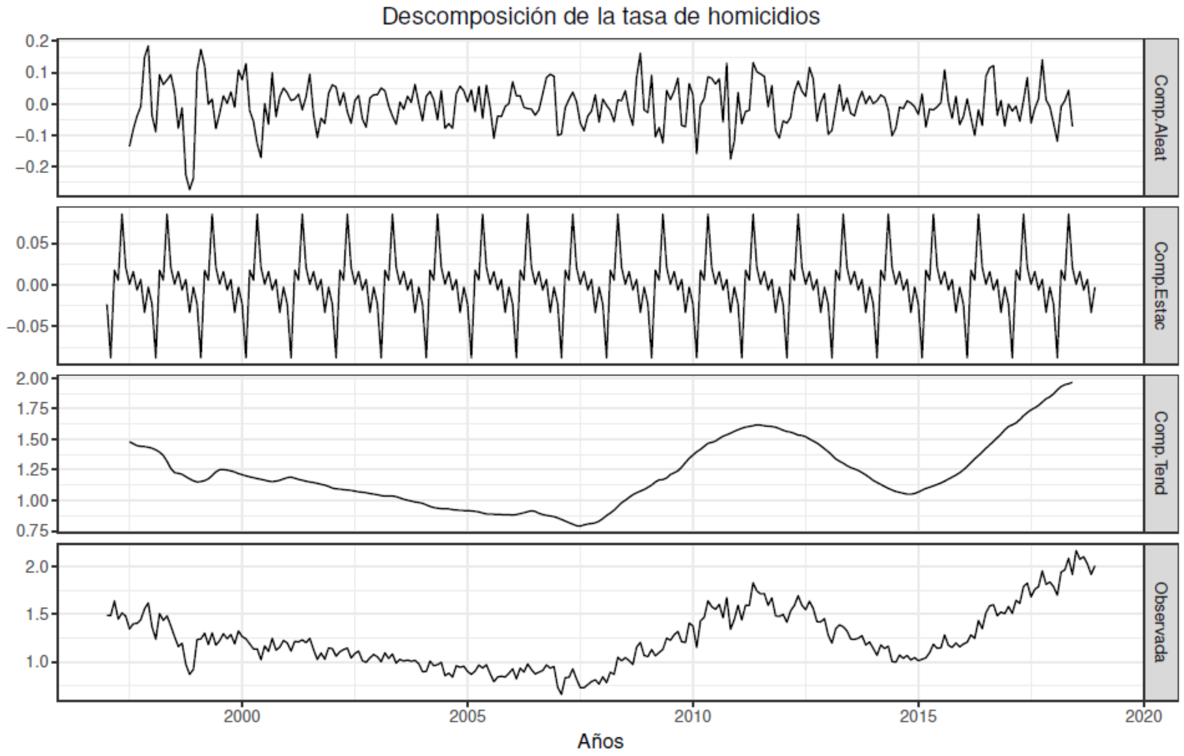


Figura: Tasa de homicidio doloso por cada cien mil habitantes. Información obtenida del Secretariado Ejecutivo del Sistema Nacional de Seguridad Pública y Consejo Nacional de Población. Gráficos de construcción propia.

Códigos a usar:
6. delitos.R
7. descomposición.R

Filtro de Hodrick-Prescott

- Es un filtro lineal que nos sirve para descomponer una serie temporal en
  1. Tendencia
  2. Ciclo
- $y_t = \mu_t + c_t + \epsilon_t$
- El parámetro λ regula el *trade-off* entre las dos fuentes de variabilidad.
  1. Datos anuales: $\lambda = 100$
  2. Datos trimestrales: $\lambda = 1600$
  3. Datos mensuales: $\lambda = 14400$

Códigos a usar:

8. Hodrick-Prescott.R