

# problem set 1

姓名：苏航 学号：PB20081593

## optimal length of a dendritic arbor

记每个神经元平均占据的体积为  $R^3$ ，树突/轴突长度为  $L$ ，半径为  $d$ ，神经元总个数为  $N$ ，则有  $R^3 \sim N L d^2$ 。

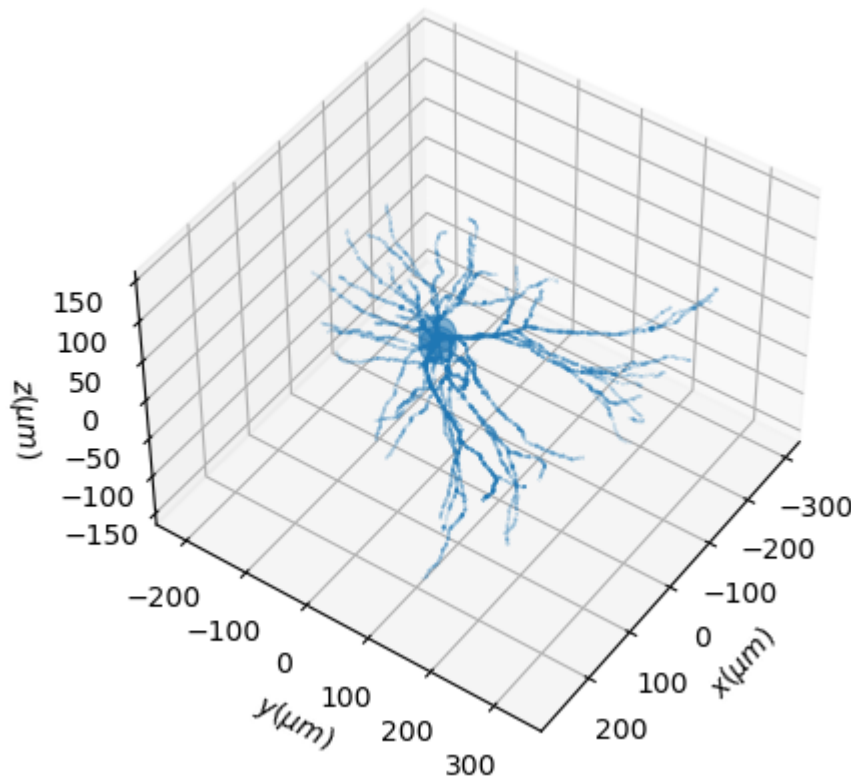
当树突棘存在时， $R^3$  体积内单个神经元可建立连接的体积所占比例为  $\frac{L s^2}{R^3}$ （其中， $s$  为树突棘长度，此时忽略神经元树突/轴突本身半径，并认为树突棘存在于树突和轴突上）。则既存在树突又存在轴突的体积占  $R^3$  的比例则为  $\frac{L^2 s^4}{R^6}$ 。

神经元之间连接所需体积约为  $s^3$ ，占  $R^3$  的比例为  $\frac{s^3}{R^3}$ ，即  $R^3$  体积内可形成的连接数为  $\frac{R^3}{s^3}$ 。因此， $R^3$  体积内实际形成的连接数为  $\frac{L^2 s^4}{R^6} \frac{R^3}{s^3} = \frac{L^2 s}{R^3} \sim 1$ 。

因此，由  $R^3 \sim N L d^2$ ， $\frac{L^2 s}{R^3} \sim 1$ ，可得  $R^3 \sim \frac{N^2 d^4}{s}$ ， $L \sim \frac{N d^2}{s}$ 。

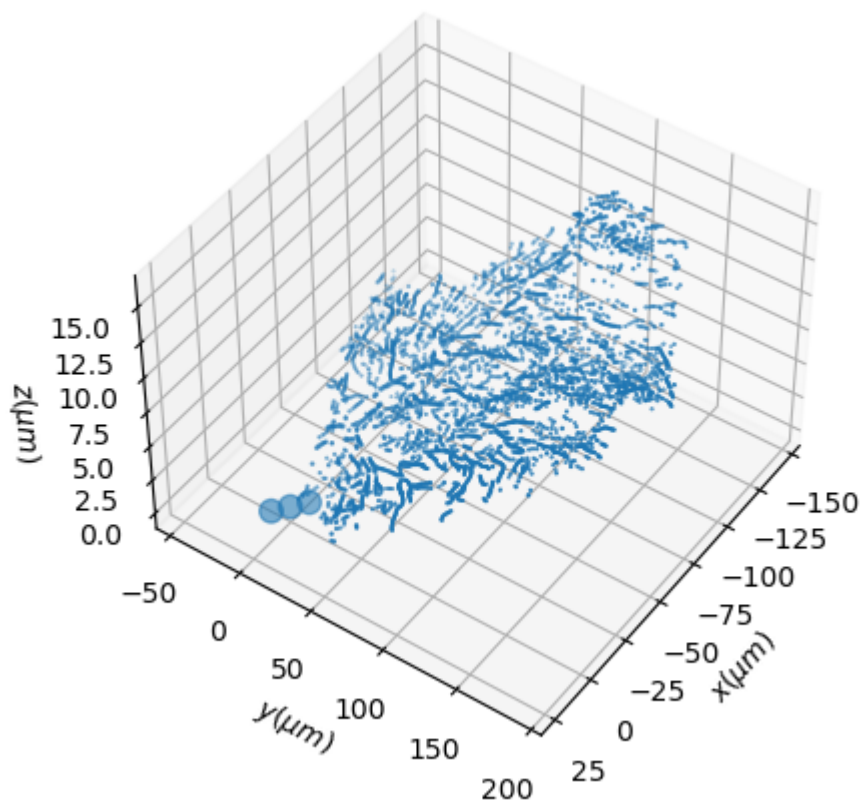
## quantitative analysis of dendritic morphology

pyramidal:



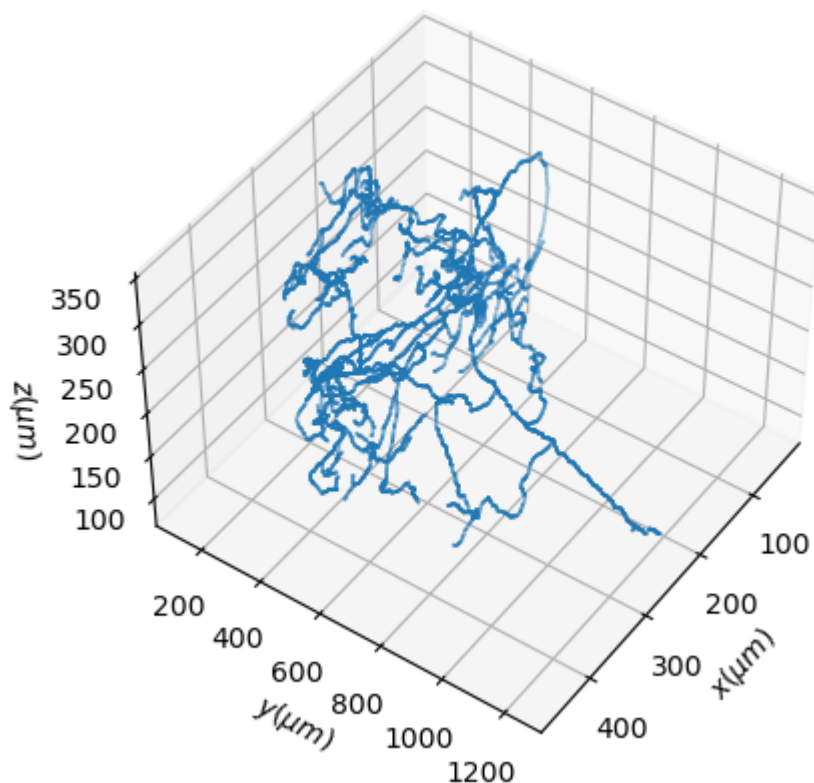
从 dendritic segment到soma的平均路程为  $164.87\mu m$ , spine reach zone area 小于 arbor area。

**Purkinje:**



从 dendritic segment到soma的平均路程为  $144.13\mu m$ , spine reach zone area 大于 arbor area。

## arbor from larval zebrafish:



spine reach zone area 与 arbor area 相近，相对大小受随机投影的影响。

spine reach zone area 和 arbor area 的相对大小，受到树突/轴突密度的影响，对于密度较小的神经元（如pyramidal neuron），arbor area较大；对于密度较大的神经元（如Purkinjie neuron），arbor area较小。

## optimal orientation map

### rule 1

当每个神经元与不同方向偏好性的神经元形成的连接数目相同时，对于该神经元与其周围半径为  $R$  的圆形区域，与该神经元形成连接的所有神经元，均位于该圆形区域内。

如果假设与该神经元形成连接的其中一个神经元位于该圆形区域以外，则两神经元之间连接的长度由  $R$  增大到  $R + \Delta d$ ，总连接长度增长。

因此最短的连接长度使得不同方向偏好性的神经元均匀地分布在V1皮层中。

### rule 2

当每个神经元与不同方向偏好性的神经元形成连接数目满足题设方程时，对于该神经元与其周围半径为  $R$  的圆形区域，与该神经元形成连接的所有神经元，均位于该圆形区域

内。其中神经元数目为函数  $c(\theta)$  在  $(-\infty, +\infty)$  的积分，偏好角度的范围为  $(-\theta_{max}, +\theta_{max})$ ， $\Delta\theta$  越小的神经元数目越多，从而形成icecube的神经元分布形式。



Reference:

Chklovskii DB. Synaptic connectivity and neuronal morphology: two sides of the same coin. Neuron. 2004 Sep 2;43(5):609-17. doi: 10.1016/j.neuron.2004.08.012.

Koulakov AA, Chklovskii DB. Orientation preference patterns in mammalian visual cortex: a wire length minimization approach. Neuron. 2001 Feb;29(2):519-27. doi: 10.1016/s0896-6273(01)00223-9.