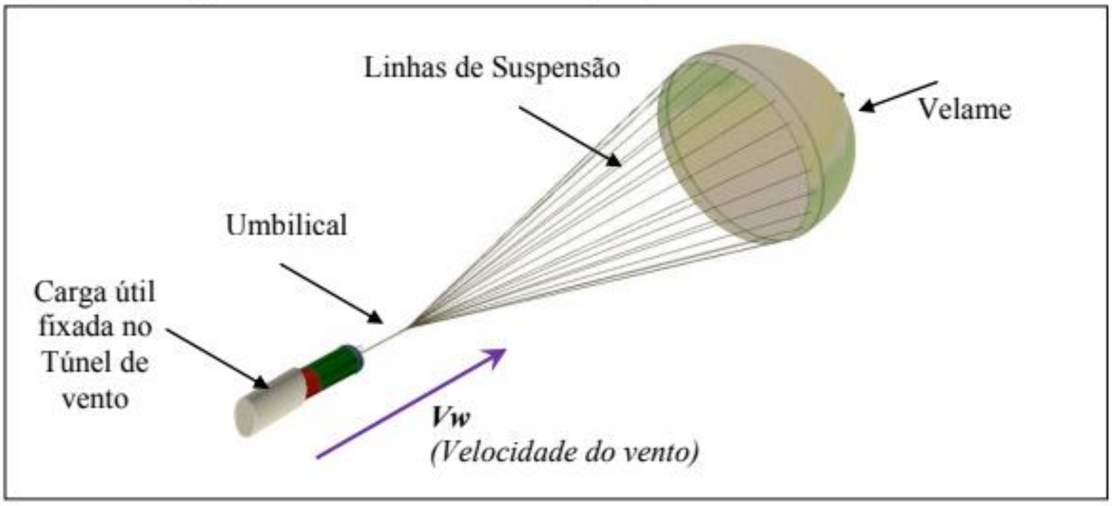
A partir daqui irei descrever o problema e as considerações que fiz a partir de uma tese de mestrado que estou utilizando como base (O problema é representado a partir da página 28 no documento)

Vale antes denotar a nomenclatura de alguns componentes do paraquedas como é mostrado na imagem abaixo.

Figura 1 – Componentes de um sistema de recuperação



No decorrer do texto irei apresentar duas listas de hipóteses que são classificadas em gerais (definidas pelo autor do texto) e específicas (definidas por mim de modo a representar o contexto da Kosmos).

Entendendo isso podemos prosseguir para a formulação matemática.

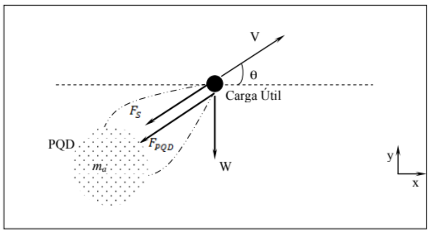
<u>Hipóteses Gerais:</u>

1. Não levados em consideração os efeitos não estacionários decorrente da movimentação do velame devido ao campo de escoamento;
2. A formulação matemática considera o PQD e carga útil como sendo apenas um ponto-massa, localizado no CG do sistema de dois corpos;
3. A formulação matemática utiliza 2(dois) graus de liberdade, ou seja, o ponto-massa apresenta movimentos nas direções x (horizontal) e y (vertical);
4. A recuperação acontece a velocidades subsônicas e na atmosfera terrestre.

Dito isto, é possível apresentar as equações que regem a dinâmica de voo do sistema de recuperação:

$$\begin{cases} (m_S + m_{PQD})\dfrac{dV}{dt} = -F_S - F_{PQD} - (W_S + W_{PQD})sin\theta \\ \dfrac{m_S V^2}{R} = -W_S cos\theta \\ \dfrac{dH}{dt} = V sin\theta \end{cases}$$

Figura 2 – Forças na dinâmica de voo



Onde as variáveis dependentes neste sistema são a velocidade de recuperação (V), o ângulo da trajetória (ɵ) e a altitude em que o sistema se encontra (H). A variável independente é o tempo (t). Os esforços considerados são os esforços aerodinâmicos de arrasto na carga útil (Fs) e no paraquedas (Fpqd), o peso sobre a carga (Ws) e no paraquedas (Wpqd), a massa é representada pelo parâmetro m e R representa o raio de curvatura da trajetória do sistema de recuperação. As forças de arrasto seguem ainda as fórmulas:

$$F_S = \frac{1}{2}\rho V^2 (C_D S)_S \qquad F_{PQD} = \frac{1}{2}\rho V^2 (C_D S)_{PQD} + \frac{dm_a V}{dt}$$

Onde Ma na fórmula de arrasto do paraquedas significa a massa de ar, massa aparente, que envolve a região em que o PQD é localizado durante o voo.

Com a formulação geral bem estabelecida, partimos para a adequação das equações para a situação do foguete de 1 km da Kosmos. Desse modo, irei citar as hipóteses que levantei para a utilização delas.

<u>Hipóteses Específicas:</u>

1. O ângulo com a vertical é aproximadamente zero, ou seja, ɵ ~ -90° ou ɵ ~ 270°;
2. É considerado que abertura do paraquedas é instantânea, ou seja, os efeitos do processo de abertura não são considerados;
3. A taxa de variação da massa aparente não varia com o tempo.

Vale alguns comentários aqui do porquê dessas hipóteses. A verificação do ângulo serve para ajustar a representação do sistema paraquedas - carga útil com o que a gente espera na recuperação do foguete e considerando que o paraquedas não vai abrir exatamente no apogeu a velocidade em x do foguete não vai gerar uma variação muito alta do ângulo, por isso coloco como aproximado aqueles valores.

Sobre o processo de abertura do paraquedas, foram realizadas pesquisas no início do semestre que mostraram a fim de obter o esforço máximo do sistema (abertura do paraquedas) e foi identificado que, por conta dos parâmetros utilizados para dimensionar esse esforço, a modelagem matemática não enquadra o nosso paraquedas para a realização do cálculo. Isso foi visto através de discordâncias entre os valores obtidos e os conceitos exibidos na literatura e numa conversa com o autor do texto referenciado aqui. Ainda, foi identificado que muitas equipes assumem também que a abertura ocorre de forma instantânea para a realização dos seus cálculos. Ademais, pretendemos também realizar testes de voos com o paraquedas captando os dados necessário para realizar a validação da nossa modelagem matemática.

Quanto a massa aparente, ao que entendo, a variação dela com o tempo implica numa variação do diâmetro nominal do paraquedas, ou seja, a abertura do mesmo. Da hipótese 2, vem que, se a abertura é instantânea e ela se mantém, a taxa de variação da massa aparente tende a zero.

Dessa forma, o nosso sistema de equações ficaria:

$$\begin{cases} (m_s + m_{PQD})\dfrac{dV}{dt} = -F_s - F_{PQD} + (W_s + W_{PQD}) \\ \dfrac{m_s V}{R} = 0 \\ \dfrac{dH}{dt} = -V \end{cases}$$

Widmark Kauê Silva Cardoso
Graduando em Engenharia Aeroespacial - UFSC

Área de Referências:

https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/150186/potolski_l_me_guara_int.pdf?sequence=6&isAllowed=y