

# Algorytmy i Struktury Danych

## Egzamin 1 (13.VII.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz1A.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz1A.py
<b>Złożoność akceptowalna (+2.0pkt):</b>	$O(V^3 \log V)$
<b>Złożoność wzorcowa (+2.0pkt):</b>	$O(V^2 \log V)$
Gdzie $V$ to liczba wierzchołków grafu.	

Złycerz (czyli zły rycerz) wędruje po średniowiecznym grafie  $G = (V, E)$ , gdzie waga każdej krawędzi to liczba sztabek złota, którą trzeba zapłacić za przejazd nią (myta, jedzenie, itp.). W każdym wierzchołku znajduje się zamek, który zawiera w skarbcu pewną daną liczbę sztabek złota. Złycerz może napaść na jeden zamek i zabrać całe jego złoto, ale od tego momentu zaczyna być ścigany i każdy przejazd po krawędzi jest dwa razy droższy, oraz dodatkowo na każdej drodze musi zapłacić  $r$  sztabek złota jako łapówkę (zatem od tej pory koszt przejazdu danej krawędzi jest równy dwukrotności wagi tej krawędzi plus wartość  $r$ ). Co więcej, Złycerz nie może napaść więcej niż jednego zamku, bo jest trochę leniwy (oprócz tego, że zły). Proszę wskazać trasę Złycerza z zamku  $s$  do  $t$  o najmniejszym koszcie (lub największym zysku, jeśli to możliwe).

**Uwaga.** Złycerz może przejechać po danej krawędzi więcej niż raz (np. raz jadąc do zamku, który chce napaść, a potem z niego wracając).

Zadanie polega na implementacji funkcji:

```
gold( G,V,s,t,r )
```

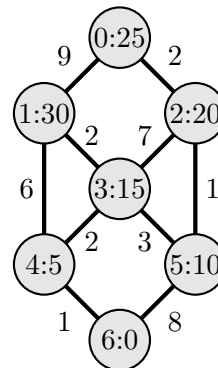
która na wejściu otrzymuje: graf  $G$  reprezentowany w postaci listowej, tablicę  $V$  zawierającą liczby sztabek złota w kolejnych zamkach, zamek początkowy  $s$ , zamek końcowy  $t$  oraz wysokość łapówki  $r$ . Funkcja powinna zwrócić najmniejszy koszt drogi uwzględniający ewentualny napad. Jeżeli zysk z napadu jest większy, od kosztu drogi należy, powstały zysk należy zwrócić jako liczbę ujemną (przykład).

**Przykład.** Dla wejścia:

```
G = [(1,9), (2,2)],           # 0
      [(0,9), (3,2), (4,6)],   # 1
      [(0,2), (3,7), (5,1)],   # 2
      [(1,2), (2,7), (4,2), (5,3)], # 3
      [(1,6), (3,2), (6,1)],   # 4
      [(2,1), (3,3), (6,8)],   # 5
      [(4,1), (5,8)] ]        # 6
```

```
V = [25,30,20,15,5,10,0]
```

```
s = 0, t = 6, r = 7
```



wynikiem jest 6.

Gdyby nie rabować żadnego z zamków, najmniejszy koszt wyniósłby  $2 + 1 + 3 + 2 + 1 = 9$ , droga  $[0, 2, 5, 3, 4, 6]$ . Jednak jeżeli obrabujemy zamek 1 (30 sztabek złota), koszt wyniesie  $2 + 1 + 3 + 2 - 30 + 19 + 9 = 6$ , droga  $[0, 2, 5, 3, 1, 4, 6]$ . Gdyby łapówka  $r$  wynosiła 10, żadna kradzież nie byłaby opłacalna, jednak gdyby łapówka  $r$  wynosiła 3, wtedy (po obrabowaniu zamku 1), funkcja powinna zwrócić wartość  $-3$ .