

Algorytmy i Struktury Danych

Zadanie offline 8 (12.VI.2023)

Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących,
2. korzystanie z zaawansowanych struktur danych (np. słowników czy zbiorów),
3. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
4. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
5. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność $O(n \log n)$).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 zad8.py`

Zadanie offline 8.

Szablon rozwiązania: zad8.py

W roku 2050 Maksymilian odbywa podróż przez pustynię z miasta A do miasta B. Droga pomiędzy miastami jest linią prostą na której w pewnych miejscach znajdują się plamy ropy. Maksymilian porusza się 24 kołową cysterną, która spala 1 litr ropy na 1 kilometr trasy. Cysterna wyposażona jest w pompę pozwalającą zbierać ropę z plam. Aby dojechać z miasta A do miasta B Maksymilian będzie musiał zebrać ropę z niektórych plam (by nie zabrakło paliwa), co każdorazowo wymaga zatrzymania cysterny. Niestety, droga jest niebezpieczna. Maksymilian musi więc tak zaplanować trasę, by zatrzymać się jak najmniej razy. Na szczęście cysterna Maksymiliana jest ogromna - po zatrzymaniu zawsze może zebrać całą ropę z plamy (w cysternie zmieściłaby się cała ropa na trasie).

Zaproponuj i zaimplementuj algorytm wskazujący, w których miejscach trasy Maksymilian powinien się zatrzymać i zebrać ropę. Algorytm powinien być możliwie jak najszybszy i zużywać jak najmniej pamięci. Uzasadnij jego poprawność i oszacuj złożoność obliczeniową.

Dane wejściowe reprezentowane są jako dwuwymiarowa tablica liczb naturalnych T , w której wartość $T[u][v]$ to objętość ropy na polu o współrzędnych (u, v) (objętość 0 oznacza brak ropy). Współrzędne u należą do zbioru $\{0, 1, \dots, n-1\}$ a współrzędne v to zbioru $\{0, 1, \dots, m-1\}$. Miasto A znajduje się na polu $(0, 0)$, zaś miasto B na polu $(0, m-1)$. Maksymilian porusza się jedynie po polach $(0, 0), (0, 1), \dots, (0, m-1)$. Bok każdego pola ma długość 1 kilometra. Plamą ropy jest dowolny spójny obszar pól zawierających ropę. Dwa pola należą do spójnego obszaru jeśli mają wspólny bok lub są połączone sekwencją pól (zawierających ropę) o wspólnych bokach. Zakładamy, że początkowo cysterna jest pusta, ale pole $(0, 0)$ jest częścią plamy ropy, którą można zebrać przed wyruszeniem w drogę. Zakładamy również, że zadanie posiada rozwiązanie, t.j. da się dojechać z miasta A do miasta B.

Algorytm należy zaimplementować w funkcji:

```
def plan(T)
```

która przyjmuje tablicę z opisem zadania i zwraca minimalną liczbę zatrzymań cysterny potrzebną do przejechania trasy (cysterna porusza się tylko po polach $(0, v)$). Postój na polu $(0, 0)$ również jest częścią rozwiązania.

Przykład. Dla mapy (w pustych polach są wartości 0, a więc brak ropy):

| A | | | | | | | | | | | | | B |
|---|--|--|---|--|---|--|---|---|--|--|--|--|---|
| ↓ | | | | | | | | | | | | | ↓ |
| 3 | | | 1 | | 3 | | 1 | | | | | | |
| 4 | | | | | | | 2 | | | | | | |
| | | | | | | | 2 | 1 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |

wynikiem jest 3 (tankowania na polach 0, 5 i 7).