

1. Электрический заряд. Закон Кулона. Напряжённость электростатического поля. Силовые линии.

4)

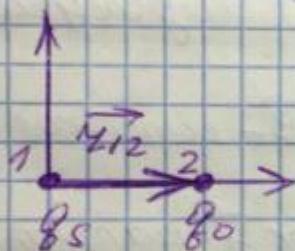
Эл-ий заряд. З-и Кулона. Чарп-тэ электростат. поле. силовые линии

- Эл-ий зар.

$$q = \pm Ne, \text{ где } e - \text{электрон/заряженный катион}$$

- З-и Кулона

$$\vec{F}_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{12}; \quad \vec{r}_{12} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|r_{12}|}$$



$q_s$  - зар. создающий эл. поле

$q_o$  - зар. с помощью которого определяется эл. поле

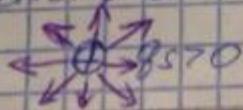
- Чарп-тэ электростат. поле

В-р чарп-тэ  $E$ - силы, действ-ие со стороны источника поля на единицу заряда ( $q_1 > 0$ )

$$\vec{F} = q_o \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_s}{r_{so}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{so}}{|r_{so}|}, \text{ где } r_{so} - \text{расстояние от центра заряда до конца силовой линии}$$

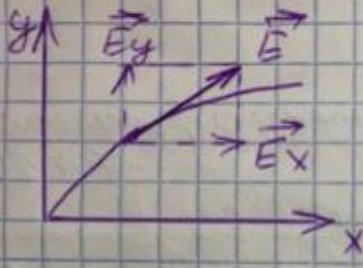
- Силовые линии в-ра чарп-тэ эл. поля - нерасстягиваемые линии, в концах которых концом касательное к линии направление с в-ром чарп-тэ эл. поля входит



Упрощение расчета суперпозиции

$$\vec{E} = (E_x; E_y; E_z)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_y}{E_x} \Rightarrow \frac{dy}{E_y} - \frac{dx}{E_x} = \frac{dz}{E_z}$$



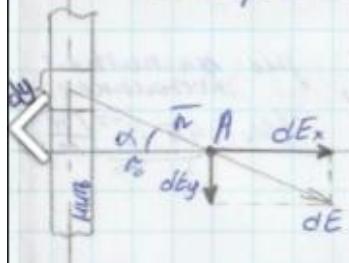
2. Принцип суперпозиции и его применение к расчёту поля системы неподвижных зарядов. Расчет поля равномерно заряженной нити, кольца.

Принцип суперпозиции и его применение к расчёту полей систем неподвижных зарядов, равноизменно заряженной нити.

Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на прямой заряд  $q'$  действует несколько сил, следующих по принципу суперпозиции.  $\bar{F} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i$

Напряженность результирующего поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждого из них в отдельности.  $\bar{E} = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i$

Равномерно заряженная нить.



Изменят  $dy$  и ширина заряда  $dq = dy \lambda$ ;  $r = \frac{r_0}{\cos \alpha}$

$\lambda$  - заряд на единицу длины

$$b.m.A: d\bar{E} = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 r^2}; dy = \frac{r_0 d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$dE_x = dE \cos \alpha$$

$$dE_y = dE \sin \alpha$$

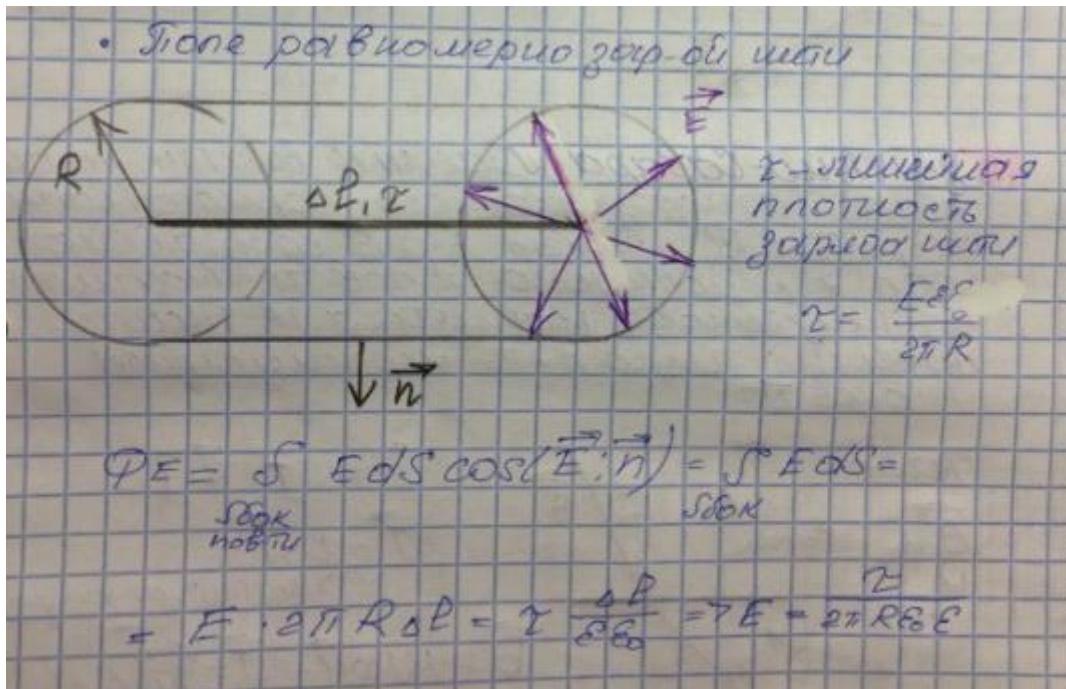
$$d\bar{E} = \frac{\lambda r_0 \cos^2 \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = \frac{\lambda d\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$E_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dE \sin \alpha = 0$$

$$E_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dE \cos \alpha = \frac{\lambda \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r_0}}$$

2 способ



3. Поток вектора напряжённости электрического поля. Теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах в вакууме и её применение для расчёта электростатических полей. Расчет поля равномерно заряженной плоскости, цилиндра,

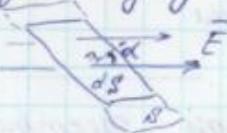
шара.

① Поток вектора напряженности электрической поля. Теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах в вакууме и её применение при расчётах электростатических полей. Там равномерно заряженная плоскость.

Поток вектора напряженности электростатической поля сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$ :

$$\Phi = \int_S (\vec{E} d\vec{S})$$

$$\Phi = \int_S E dS \cos \alpha$$



### Теорема Гаусса

В интегральной форме: поток вектора напряженности эл. поля  $\vec{E}$  через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри поверхности, деленных на  $\epsilon_0$ :

$$\int_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

В дифференциальной форме: гувернатор 6-ра напр-ти эл. поля в любой точке пространства определяется по формуле:

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{q}{\epsilon_0}, \text{ где } q - \text{объемная плотность заряда в рассматриваемой точке пространства}$$



Теорему Гаусса удобно применять для определения напряженности поля в сингулях, когда картина симметрии обладает какой-либо симметрией.

Пример: один точечный заряд:  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{q}{R^2}, S = 4\pi R^2$

$$\Phi = \int_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

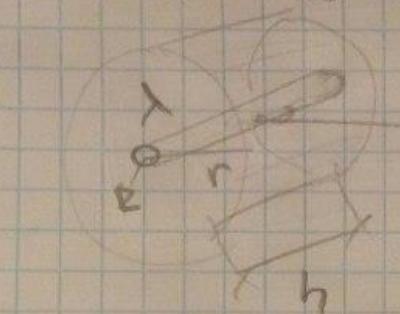
Там равномерно заряженной плоскости

Поверхностью шарообразного заряда  $S = \frac{dQ}{dS}$   $dQ = Q dS \Rightarrow Q = S$

$$\int_S (\vec{E}, d\vec{S}) = Q S = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{S}{2\epsilon_0}$$

здесь  $q_i$  — масса и под поверхностью

## Поле Заряженного шара.



$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

При  $r < R$

$E = 0$ , т.к. внутри  
появляется зарядов.

Линейн. зар.  $E_n = 0$ , где  $E_n$  —  
появляется,  $E_n = E(r)$ .

$$E \cdot 2\pi rh = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \quad (q = \lambda h)$$

$$\left( E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \right)$$

$\lambda$  — линейная  
плотность  
заряда

- Для спр. эл. поля внутри шара вспом. т. Гаусса в цим. форме.  $\oint q_i = Q = \oint \rho dV = \rho V$ , где
- $\rho$  — лин. объемная плотность заряда,  $V$  — объем шара  $\Rightarrow Q = \rho \frac{4\pi r^3}{3} R^3$ . Из ур-я (1) и (2)  $\Rightarrow$
- $\oint \vec{E} d\vec{s} = \rho \frac{4\pi R^3}{3\epsilon_0}$ . По соображениям симметрии  $E = E_r$  для любой сфер. радиуса  $r < R$ .
- $\Rightarrow E \frac{4\pi r^2}{3\epsilon_0} = \rho \frac{4\pi R^3}{3\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$  — для  $r \geq R$
- Если  $r < R \Rightarrow Q = \rho \frac{4\pi r^3}{3\epsilon_0} = \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$

4. Работа электростатического поля при перемещении зарядов. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля в интегральной и дифференциальной форме.

① Работа диэлектростатической силы при перемещении заряда. Чиркулирующие вектора напряженности.

При перемещении заряда в диэлектростатической силе, действующей на заряд кулоновские силы, совершают работу.

Пусть заряд  $q$  перемещается в линии заряда из  $r_1$  в  $r_2$  по прямолинейной траектории. На него действует кулоновская сила  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2}$

При диэлектрическом перемещении  $dl$  эта сила совершает работу  $dA$ :  $dA = (\bar{F} \cdot \bar{l}) = F dl \cos 0^\circ$  ( $\alpha = \bar{F} \cdot \hat{d}\bar{l}$ )

$dA$  есть проекция вектора  $dl$  на направление силы  $F$ , т.о.

$$dA = F dr = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

Всего работы по перемещению заряда из  $r_1$  в  $r_2$  определяется интегралом:  $A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA$ , где

$r_1$  и  $r_2$  - расстояния от  $q$  до  $r_1$  и  $r_2$ .

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q q_0}{r_2} - \frac{q q_0}{r_1} \right)$$

Работа не зависит от траектории перемещения заряда.

Чиркулирующие в-ра напряженности:

Работа по перемещению заряда по замкнутому контуру = 0

$$\oint dA = 0, \text{ а т.к. } dA = (\bar{F} \cdot \bar{l}), \text{ и } \bar{F} = \bar{E} q_0, \text{ то } dA = q_0 \bar{E} \cdot \bar{l} = 0$$

сокращая на  $q_0$ , получаем:

$$\oint (\bar{E} \cdot \bar{l}) = 0$$

5. Работа электростатического поля при перемещении зарядов. Потенциал. Связь напряжённости и потенциала. Уравнение Пуассона.

① Работа электростатического поля при перемещении зарядов. Частичное вектора напряжённости.

При перемещении заряда в электростатическом поле, действующем на заряд Кулона силе, совершают работу.

Пусть заряд до перемещается в поле заряда  $q$  из  $r_1$  в  $r_2$  по прямолинейной траектории. На него действует кулоновская сила  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$ .

При дифференциальном перемещении  $dr$  эта сила совершает работу  $dA$ :  $dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F dr \cos 0^\circ$  ( $\alpha = \vec{F} \cdot \hat{d\vec{r}}$ )

$dA$  есть проекция силы  $dr$  на направление силы  $F$ , т.о.

$dA = F dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ . Полная работа по перемещению заряда из  $r_1$  в  $r_2$  выражается интегралом:  $A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA$ , где

$r_1$  и  $r_2$  - расстояния от до  $r_1$  и  $r_2$ .

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right)$$

Работа не зависит от траектории перемещения заряда.

## ① Связь напряжимости и потенциала. Уравнение Гауссона.

Установим связь между  $\bar{E}(r)$  и  $\varphi(r)$

Работа по перемещению единичной заряда  
отрицательного заряда:  $A = qE_l dl$  и  $A = q\varphi$ . Делим на  $q$ ,  
также части:  $qE_l dl = q \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl \Rightarrow E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l}$ . В частности

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Rightarrow$$

$$\bar{E} = iE_x + jE_y + kE_z = -\left(i\frac{\partial \varphi}{\partial x} + j\frac{\partial \varphi}{\partial y} + k\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) = -\text{grad } \varphi$$

Продолжение в следующем фрагменте скрипта  $\varphi$

Фн.о.:

$$\underline{E = -\text{grad } \varphi = -(\nabla, \varphi)} \quad (\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right))$$

## Уравнение Гауссона

Согласно т. Гаусса в диф. форме:  $\text{div } \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ , где  $\rho(x, y, z)$  —  
обобщенная плотность свободных зарядов в  $(x, y, z)$  нап-вах, а

$\text{div } E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$ , получив  $E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$   
получим:  $-\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\right) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ , где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$   
оператор Пуассона.

$$(Фн.о. \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0})$$

$$\text{или } \text{div grad } \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}} \text{ - уравнение Гауссона}$$

6. Электрический диполь в электростатическом поле. Силы, действующие на диполь.

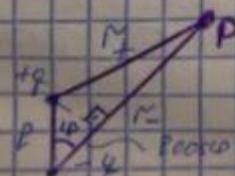
3) Электрическим диполем наз-ся два-мл  
двух полюсиков по в-чи радиоиммённых  
точечных зарядов:  $Q_+$  и  $Q_-$  расстояние  
между которыми в. значительно меньше  
чем рас-це до тех точек, в кот-ых опт-ся  
поля элс-мл



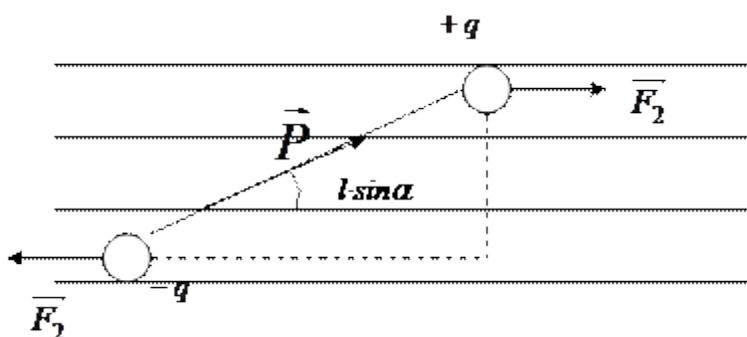
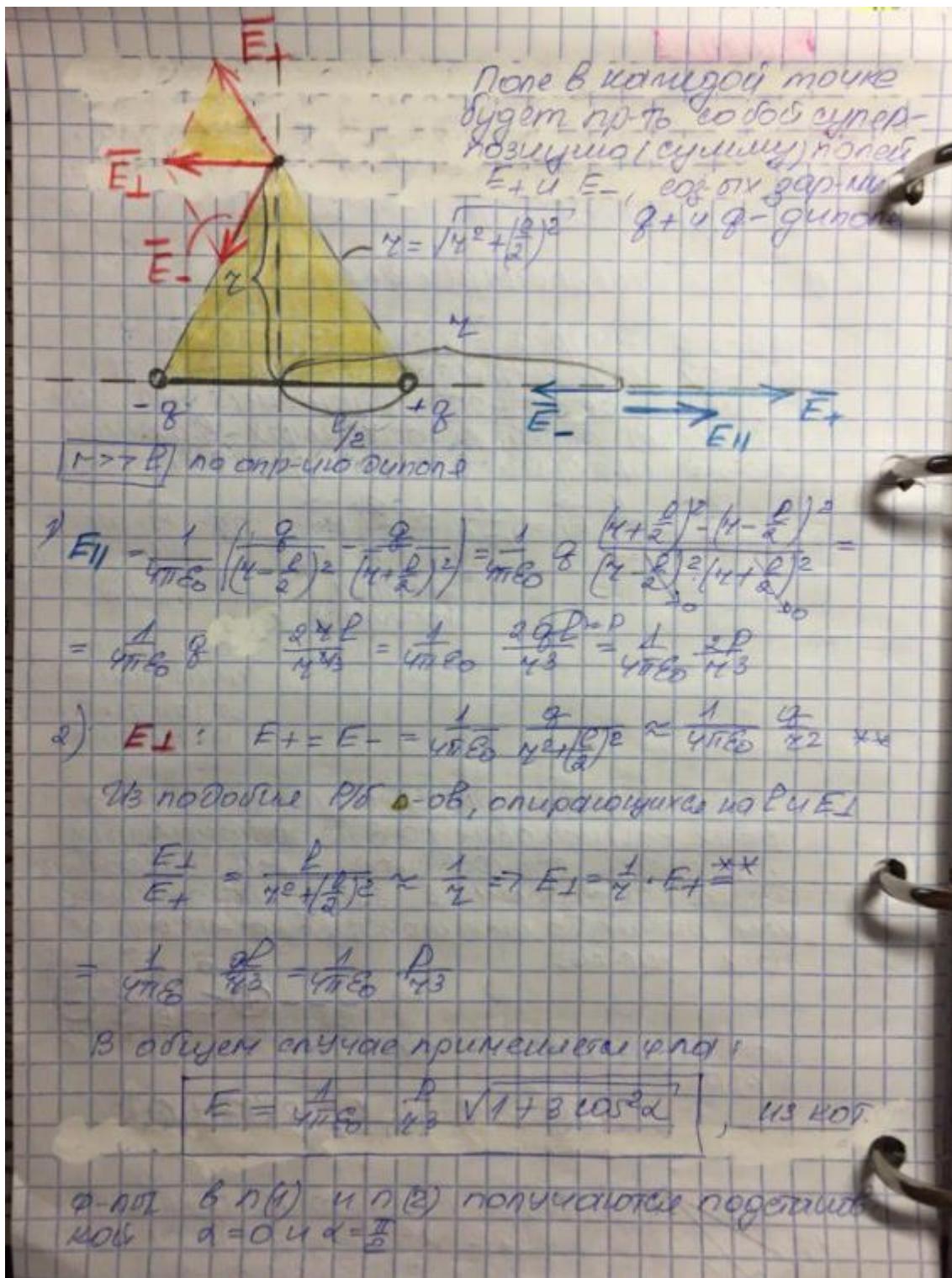
Потенциал поля диполя в точке  $P$

в  $(1) P$ :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_+ - Q_-}{r_+ + r_-} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_+ / (r_+ + r_-)}{r_+ + r_-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P \cos \varphi}{r^2}$$



\* для  $r \gg R$ , то  $r_+ + r_- = R \cos \varphi$   
и  $r_+ r_- = R^2 \sin \varphi$  рас-це от дипола  
выполняется (считаем его точкой)



Если поместить в однородное электрическое поле, образующие диполь заряды  $+q$  и  $-q$  окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ .

Эти силы образуют пару, плечо которой равно  $l \cdot \sin \alpha$ , т.е. зависит от ориентации диполя относительно поля. Модуль каждой из сил равен  $qxE$ . Умножив его на плечо, получим величину момента пары сил, действующей на диполь:

$$M = q \cdot E \cdot l \cdot \sin \alpha = p \cdot E \cdot \sin \alpha, \quad (14.1)$$

где  $p$  – электрический момент диполя.

Формулу (14.1) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}], \quad (14.2)$$

Вращающий момент  $\vec{M}$  стремится повернуть диполь так, чтобы его дипольный момент  $\vec{p}$  установился по направлению поля.

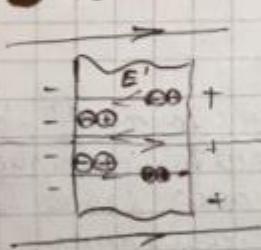
7. Электростатическое поле в диэлектрике. Поляризация диэлектриков. Поляризованность.

① Электростатическое поле в диэлектрике. Поляризованность

● Под действием внешнего эл. поля в диэл.

возникает процесс поляризации, т.е. диэл. приобретает эл. дипольные моменты (из неподвижных диполей) или дипольные моменты ориентируются опред. образом (из неупорядоченных диполей). Поляризованность диэлектрика в свою очередь

● зависит от внешн. эл. поля. Внутри диэл.



возникает собственное поле диполя  $E'$ , которое ослаивает внешнее  $E_0$ . Это ослащение можно описать вектором поляризованности  $\vec{P}$ , напр. кот. обратно  $E'$ .

$E_0$  Поляризованность представляет собой

объемную плотность суммарного дипольного эл. момента:  $\vec{P} = \frac{1}{\sigma V} \epsilon \vec{r}$ . Теорема Гаусса для  $\vec{P}$ :

(1)  $\oint \vec{P} d\vec{S} = -q'$ , ( $q'$  – ат. сумма связанных зарядов)

(2)  $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho'$ , ( $\rho'$  – объемная плотность связ. зарядов)

1 Электрический диполь в электростатич. поле.

Напризначеній диполеміків.

Ді. диполь - система двох одинак. по величині  
різноимінних зарядів  $+q$  та  $-q$ , розташовані між  
кою. Її зносінність недовільна в масштабі  
ді. поле.

Если диполь належить до ст. зи. поле, обра-  
зуюче диполь заряди  $+q$  та  $-q$  окам.  $\frac{\text{наг. ген.}}{E}$   
будуть рівні в син  $F_1$  та  $F_2$ . Рахунок

Тоді момент пари син,  
гентв. на диполь:  $N = qF_1l \sin\alpha = -q$

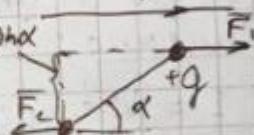
$$= \rho E \sin\alpha \Rightarrow [\bar{\rho} \bar{E}] = \bar{N}, \text{де } \bar{\rho} - \text{дипольний}$$

т.е. мом. син  $\bar{N}$  спрямовано поверхнью диполя  
 макс, щоби єго ~~зуп~~ дип. мом. усталовився в  
 напрямку поле.

Пог. ген. виникає відповідно напів диполеміків напри-  
значеній, т.е. єго результируючий дипольний  
момент становить отриману від О. Всі па-  
хар. отримані напризначені наг. пог. ген. назив. напризначені

коєфіцієнтом диполеміка ( $\bar{P}$ ).  $\bar{P} = \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{E}$ , де  $\bar{\rho}$  - наг. ген.  
одиниця

$\bar{P} = \rho E_0 \bar{E}$ , де - відповідальність диполеміка



8. Свободные и связанные заряды. Теорема Гаусса для вектора поляризованности.

① Свободные и связанные заряды. Связь вектора поляризованности с плотностью связанных зарядов. Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Свободные заряды — заряды, которые при применении внешнего электрического поля могут свободно перемещаться по проводнику и не связаны с начальными приставками решетки.

Связанные заряды — это заряды входящие в состав макромолекул, которые под действием внешнего поля лишь частично смещаются из своих начальных равновесий и покинуть пределы макромолекулы не могут.

Связь вектора поляризованности с плотностью связ. зарядов:

Плотность связанных зарядов  $\rho'$  равна гравиационной поляризованности  $\bar{P}$ , разделенной с обратным знаком:

$$\text{Грав. заряды} \rightarrow \text{Гаусса для вектора поляризованности} \rightarrow \rho' = -\text{div } \bar{P}$$

Теорема Гаусса для вектора поляризованности (Внешн. пол.)

Логик вектора  $\bar{P}$  через лоб-нк  $S$ , ограничивающую объем  $V$ , связан с полной связанными зарядами  $q'$  в объеме соотношением:

$$\oint_S \bar{P} d\bar{S} = -q'$$

9. Вектор электрического смещения. Обобщение теоремы Гаусса для поля в диэлектрике.

④ Вектор электрической смещения. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения.

вектор электр. смещения (вектор электростатической индукции)  $\bar{D}$  характеризует электрическое поле.  $\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E}$  (в вакууме  $\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E}$ )

\* Теорема Гаусса для диэлектрика:

$$\oint \bar{E} d\bar{s} - \frac{1}{\epsilon_0} (q + q') = \frac{1}{\epsilon_0} \left( q - \oint \bar{P} d\bar{s} \right) \quad (\text{т.к. } \oint \bar{P} d\bar{s} = -q')$$

$$\oint (\epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}) d\bar{s} = q + \text{сторонние} \quad \text{б-р помаркии}$$

$$\text{т.к. } \bar{P} = \epsilon_0 \chi \bar{E} \quad \bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \epsilon_0 \chi \bar{E} = \epsilon_0 \bar{E} (1 + \chi)$$

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} \bar{E} \quad (\chi - \text{относительная диэлектрическая восприимчивость})$$

Теорема Гаусса для вра  $\bar{D}$ :

интегральная:  $\oint \bar{D} d\bar{s} = q_{\text{вра}}$

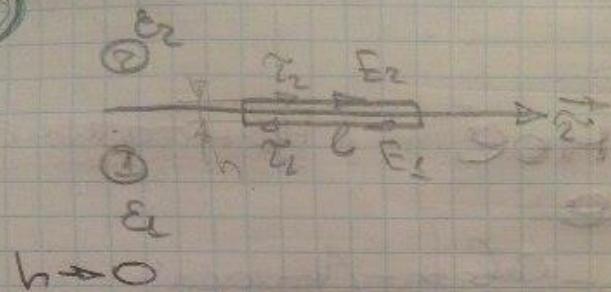
$$q_{\text{вра}} = \int_V \rho dV$$

див. форма:  $\operatorname{div} \bar{D} = \rho$   $\uparrow$  объемная плотность спр. зарядов

10. Электростатическое поле на границе раздела диэлектриков.

Условие на границе раздела сред:

I



$$E_1 \tilde{\epsilon}_1 l + E_2 \tilde{\epsilon}_2 l = 0$$

$$\delta E d\ell = 0$$

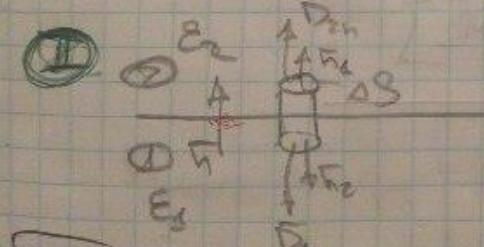
$$-E_1 l \tilde{\epsilon}_1 + E_2 l \tilde{\epsilon}_2 = 0$$

Св-во вектора  $\vec{E}$   
на лг границы:  
сред

$$E_{12} = E_{21}$$

Также выполняющиеся соединяющие вектора  $\vec{E}$  обр.  
напр. и единак на. РРС.

II



$$D_{11} \tilde{\epsilon}_1 l S + D_{22} \tilde{\epsilon}_2 l S = G_0 S$$

(если на лг граница  
есть слой зер.)

Если нет зер на (G=0)

$$D_{11} = D_{22}$$

Продолжение

$E_2 = E_{2n}$

$$\frac{E_2}{\epsilon_2} \frac{D_{2z}}{D_{2n}} + \frac{E_{2n}}{\epsilon_{2n}} \frac{D_{2n}}{D_{2z}} = \frac{D_{2z}}{D_{2n}}$$

$$E_{2n} = E_2 \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{2n}}$$

$$\frac{E_2}{\epsilon_2} = \frac{E_2}{\epsilon_2}$$

Маркисов  
Морозов  
Смирнов  
Савельев  
Чернов

11. Поле вблизи поверхности проводника. Электроёмкость проводников и конденсаторов.  
Ёмкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов.

### Поле вблизи поверхности проводника.

Выделим на поверхности  $S$  проводника площадку  $dS$  и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке  $dS$ , высотой  $dl$  (рис. 5.2).

$$dS' = dS'' = dS.$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля  $\vec{E}$  и вектор электрического смещения  $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$  перпендикулярны поверхности. Поэтому поток  $\vec{D}$  сквозь боковую поверхность равен нулю.

Поток вектора электрического смещения  $\vec{D}$  через  $dS''$  тоже равен нулю, так как  $\vec{D} = 0$  лежит внутри проводника, где  $d\Phi_D = 0$  и, следовательно,  $dS''$ . Отсюда следует, что поток  $d\Phi_D = D_n dS$  сквозь замкнутую поверхность равен потоку  $\vec{D}$  через  $dS'$ :

$$d\Phi_D = D_n dS.$$

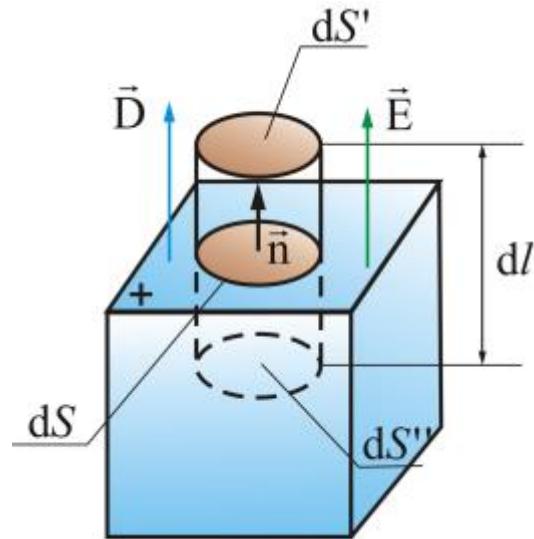


Рис. 5.2

С другой стороны, по теореме Остроградского-Гаусса:

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS,$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность зарядов на  $dS$ . Из равенства правых частей следует, что  $D_n = \sigma$ , тогда

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}. \quad (5.2.1)$$

Итак, напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

Мы с вами рассматривали поля, создаваемые плоскостью, цилиндром, шаром, и везде получаем, что  $E \sim \sigma$ . Этот вывод является общим, так как произвольные поверхности есть комбинации указанных выше простейших поверхностей.

## ① Электропроводность проводников и конденсаторов. Рассчет емкости сферического проводника.

Электропроводность - величина, численно равная заряду, изменяющему потенциал проводника на единицу

$$C = \frac{q}{\phi} \quad [C] = \Phi = \frac{Kl}{B}$$

Емкость сферического проводника:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$

$$(q = \frac{4\pi}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow C = \frac{q}{\phi} = 4\pi\epsilon_0 R)$$

### 1. Емкость плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Напряженность поля внутри конденсатора (рис. 5.11):

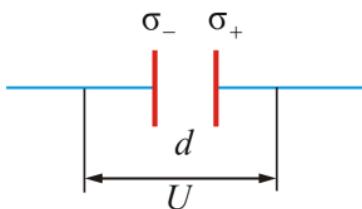


Рис. 5.11

$$U = \phi_1 - \phi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} d,$$

Напряжение между обкладками: где  $d = x_2 - x_1$  – расстояние между пластины.

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2} = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$$

Так как заряд  $q = CS$ , то

Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества очень сильно влияет на емкость конденсатора. Это можно увидеть и экспериментально: заряжаем электроскоп, подносим к нему металлическую пластину – получили конденсатор (за счет электростатической индукции, потенциал увеличился). Если внести между пластинами диэлектрик с  $\epsilon$ , больше, чем у воздуха, то емкость конденсатора увеличится.

Из (5.4.6) можно получить единицы измерения  $\epsilon_0$ :

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{\epsilon S}, \quad (5.4.8)$$

$$[\epsilon_0] = \frac{[C][d]}{[S]} = \frac{\Phi \cdot M}{M^2} = \frac{\Phi}{M}.$$

### 2. Емкость цилиндрического конденсатора

Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора, изображенного на рисунке 5.12, может быть рассчитана по формуле:

$$\Delta\phi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

где  $\lambda$  – линейная плотность заряда,  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы цилиндрических обкладок,  $l$  – длина конденсатора,  $q = \lambda l$ .

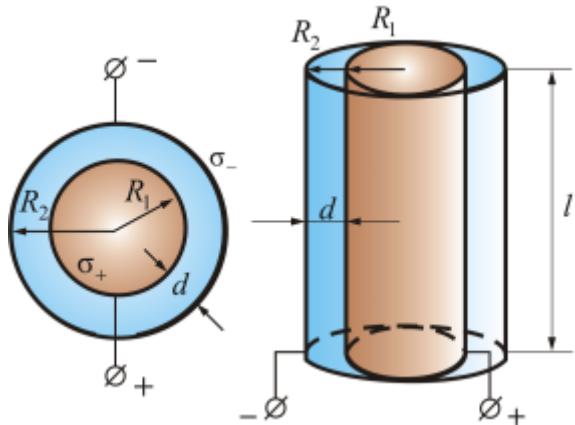


Рис. 5.12

$$C = \frac{q}{\Delta\phi}$$

Тогда, так как

$$C_{\text{изл}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (5.4.9)$$

Понятно, что зазор между обкладками мал:  $d = R_2 - R_1$ , то есть  $d \ll R_1$ .

$$\ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

Тогда

$$C_{\text{изл}} \approx \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon d R_1}{R_2 - R_1} = \epsilon_0\epsilon \frac{S}{d}. \quad (5.4.10)$$

### 3. Емкость шарового конденсатора (рис. 5.13)

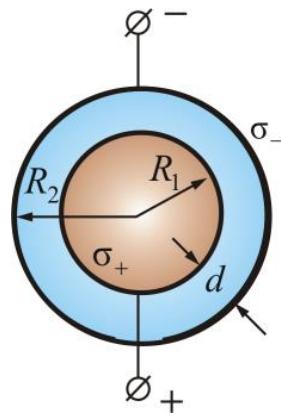


Рис. 5.13

Из п. 3.6 мы знаем, что разность потенциала между обкладками равна:

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

Тогда, так как  $C = \frac{q}{\Delta\phi}$ , получим

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Это емкость шарового конденсатора, где  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы шаров.

В шаровом конденсаторе  $R_1 \approx R_2$ ;  $S = 4\pi R^2$ ;  $R_2 - R_1 = d$  – расстояние между обкладками. Тогда

$$C_{\text{шар}} \approx \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}{d} = \epsilon_0\epsilon \frac{S}{d}. \quad (5.4.11)$$

Таким образом, емкость шарового конденсатора с достаточной степенью точности можно рассчитать так же, как и емкость плоского, и цилиндрического конденсаторов.

12. Энергия системы неподвижных зарядов. Энергия заряженного проводника, конденсатора.

### ① Энергия системы неподвижных зарядов.

$$q_1 \quad r_{12} \quad q_2 \quad W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} = \frac{1}{2} \left( q_1 \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \right)$$

$\varphi_1$  - потенциал поля, создаваемого  $q_2$  в точке, где находится  $q_1$ .  
 $\varphi_2$  - потенциал поля, созданное  $q_1$  в точке, где находится  $q_2$ .

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_2 + q_2 \varphi_1) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

Если уединенный проводник имеет заряд  $q$ , то вокруг него существует электрическое поле, потенциал которого на поверхности проводника равен  $\varphi$ , а емкость -  $C$ . Увеличим заряд на величину  $dq$ . При переносе заряда  $dq$  из бесконечности должна быть совершена работа равная  $dA = dq(\varphi - \varphi_\infty)$ . Но потенциал электростатического поля данного проводника в бесконечности равен нулю ( $\varphi_\infty = 0$ ). Тогда

$$dA = \varphi dq = \frac{q}{C} dq.$$

При переносе заряда  $dq$  с проводника в бесконечность такую же работу совершают силы электростатического поля. Следовательно, при увеличении заряда проводника на величину  $dq$  возрастает потенциальная энергия поля, т.е.

$$dW = dA = \frac{q}{C} dq.$$

Проинтегрировав данное выражение, найдем потенциальную энергию электростатического поля заряженного проводника при увеличении его заряда от нуля до  $q$ :

$$W = \int_0^q \frac{1}{C} q dq = \frac{q^2}{2C}.$$

Применяя соотношение  $\varphi = q/C$ , можно получить следующие выражения для потенциальной энергии  $W$ :

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}; \quad W = \frac{1}{2} C \varphi^2; \quad W = \frac{1}{2} q \varphi. \quad (16.2)$$

Для заряженного конденсатора разность потенциалов (напряжение) равна  $U = q/C$ , поэтому соотношение для полной энергии его электростатического поля имеют вид

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}; \quad W = \frac{1}{2} CU^2; \quad W = \frac{1}{2} qU.$$

13. Объёмная плотность энергии электростатического поля.

08.10.17

**Энергия**

$$W = \frac{l}{2} \sum q_i \varphi_i = \frac{q}{2} q_r = \frac{q^2}{2C}$$

**есконт**  $q_r = Cq$

**1**

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 - q_2 \varphi_2) = \frac{1}{2} q_r (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} q_r U$$

$$U = l(q_1 - q_2)$$

$$C = \frac{q}{4\pi r^2}$$

**2**

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$U = Ed$$

$$W = \frac{l}{2} Cu^2 = \frac{l}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdot E^2 \cdot d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Sd$$

$$W = \frac{l}{2} \epsilon_0 B^2 V$$

**Накапливаем энергию**

**Собирание** **потоков** **энергии**:  $C\omega = \frac{W}{V}$

$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E}$

$\bar{\omega} = \frac{l}{2} \frac{\bar{D}^2}{\epsilon_0} = \frac{l}{2} \bar{D} \bar{E}$

14. Электрический ток, носители тока в средах, сила и плотность тока. Уравнение непрерывности.

7 Эл. ток. Носители тока в средах, сила и плотность тока

• Эл. ток

- упорядоченное движение зарядов струй под действием эл. поля

• Носители тока в средах:

ионный (свободные  $e^-$ )

электронный (ионы)

ионный (ионы  $n^+$ )

ионный ( $e^-$ )

ионный проводник (свободные  $e^-$  и ионы)

• Плотность тока

- отдача зарядов тока к площади поперечного сечения проводника

$$J = \frac{I}{S}$$

### § 32. Уравнение непрерывности

Рассмотрим в некоторой среде, в которой течет ток, воображаемую замкнутую поверхность  $S$  (рис. 32.1). Выражение  $\oint_S j dS$  дает заряд, выходящий в единицу времени из объема  $V$ , ограниченного поверхностью  $S$ . В силу сохранения заряда эта величина должна быть равна скорости убывания заряда  $q$ , содержащегося в данном объеме:

$$\oint_S j dS = -\frac{dq}{dt}.$$

Представив  $q$  в виде  $\int_V \rho dV$ , получим соотношение

$$\oint_S j dS = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV. \quad (32.1)$$

Под знаком интеграла мы написали частную производную  $\rho$  по  $t$ , поскольку плотность заряда может зависеть не только от времени, но и от координат (интеграл  $\int_V \rho dV$  есть функция только времени).

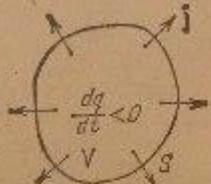


Рис. 32.1.

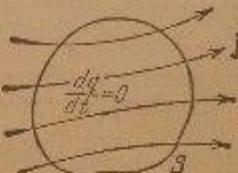


Рис. 32.2.

Преобразуем левую часть равенства (32.1) по теореме Остроградского — Гаусса. В результате получим

$$\int_V \nabla j dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV. \quad (32.2)$$

Равенство (32.2) должно выполняться при произвольном выборе объема  $V$ , по которому берутся интегралы. Это возможно лишь в том случае, если в каждой точке пространства выполняется условие

$$\nabla j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (32.3)$$

Соотношение (32.3) называют *уравнением непрерывности*. Оно (равно как и уравнение (32.1)) выражает закон сохранения заряда. Согласно (32.3) в точках, которые являются источниками вектора  $j$ , происходит убывание заряда.

В случае стационарного тока потенциал в разных точках, плотность заряда и другие величины являются неизменными. Следовательно, для стационарного (т. е. постоянного) тока уравнение (32.3) имеет вид

$$\nabla j = 0. \quad (32.4)$$

Таким образом, в случае постоянного тока вектор  $j$  не имеет источников. Это означает, что линии тока нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Следовательно, линии постоянного тока всегда замкнуты. Соответственно  $\oint_S j dS$  равен нулю. Поэтому для постоянного тока картина, аналогичная изображенной на рис. 32.1, имеет вид, показанный на рис. 32.2.

15. Электрическое поле в проводнике с током, сторонние силы. Циркуляция вектора напряженности электрического поля в замкнутом контуре с током. ЭДС.

① Электрическое поле в проводнике с током.  
сторонние силы

Так в проводнике возникает в рез. движущий заряженных частиц при условии существования в нем тока. Так что, чтобы поддерживать эл. поле внутри проводника необходимо непрерывно от конца проводника с меньшим потенциалом (наимен. заряд в проводнике) к концу с большим потенциалом (наибольш. заряд).  
Сторонние силы являются результатом непрерывного движения заряженных частиц в проводнике. Они могут быть обусловлены процессами диффузии ионов тока в неоднор. среде, и т.д. Сторонние силы кор. работы, кот. они совершают над перемещ. в цепи зарядами. Если велич. на работе ст. сил буд. зарядом  $q$  равна  $A$ , то  $E = \frac{A}{q}$ , где  $E$ -ЭДС.

Циркуляция вектора напряженности электрического поля в замкнутом контуре с током

Diagram of a loop with area  $A$  and boundary  $\partial A$ . A magnetic field  $B$  is shown pointing outwards.

$d\Phi = B dA$

$dP = B dS$

$E_d = - \frac{d\Phi}{dt} = - B \cdot \frac{dA}{dt} = - B \delta t$

Генератор  
Лоренца  
Уравнение  
изменяется  
как?

$E_d = q \{ \delta S \}$

$\frac{\vec{E}_{loop}}{q} = \vec{B} \Rightarrow (E_d = \oint \vec{B} d\vec{l})$

При НП, возник в индукции  
изменяется вихревое  $\partial B$ .

$\sum F_x = 0$   
 $(\vec{B} = 0)$

$\vec{B} = q \vec{E}$

$\vec{B} \rightarrow \vec{B}$

$\nabla \times \vec{E}_d = - \frac{d\vec{B}}{dt} = \vec{\nabla} \times \vec{B} dS$ , то

$\vec{B} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} dS = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS$

также получим:  $\int_S \text{rot} \vec{B} d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$

но что такое  $\int_S \text{rot} \vec{B} d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ ?

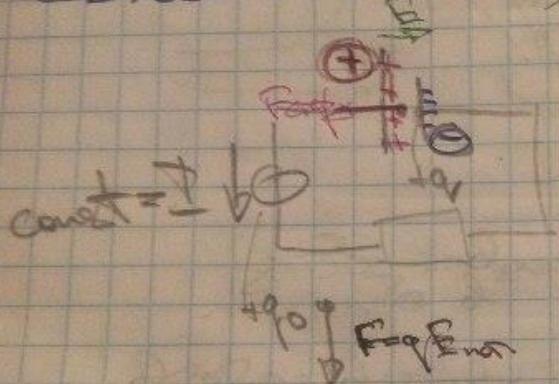
Вихревое изменение  $\rightarrow$  так форма

$\text{rot} \vec{B} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

ЭДС

31.10.17.

ЭДС



$$E = \frac{A_{\text{вн}}}{V}$$

$$\vec{F} = q\vec{B} + q[\vec{\delta B}]$$

$$E^* = \frac{F_{\text{вн}}}{q} = \frac{q[\vec{\delta B}]}{q} = [\vec{\delta B}]$$

$$B^* = [\vec{\delta B}]$$

$$E = \oint \vec{E}^* d\vec{l} = \oint [\vec{\delta B}] d\vec{l}$$

$$E_0 = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Эдс none

нет

беспр.

Равен none

беспр.

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \underbrace{\oint (\vec{\delta B}) d\vec{l}}$$

$$F_{\text{вн}} = q\vec{E}_{\text{вн}} \quad | \quad \Phi = S\vec{B}ds$$

$$E_d = \oint \vec{E}_{\text{вн}} d\vec{l} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} ds = \oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ds$$

$$E_i = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ds$$

16. Закон Ома и Джоуля - Ленца в интегральной и дифференциальной формах.

**Зн Омо и Джоуля Ленца в интегральной и дифференциальной формах.**

- Зн Омо:
 
$$I = \frac{U}{R} = \frac{EdP}{\rho dL} = \frac{EdS}{\rho} \quad (\text{инт. форма})$$

$$\tau. k. J = \frac{dP}{dS} = \frac{1}{\rho} E \Rightarrow J = G'E \quad (\text{диф. форма})$$
где  $G' = \frac{1}{\rho}$  - удельная проводимость материала
- Зн-и Джоуля Ленца
 
$$Q = RI^2t \quad Q = \int_0^t R I^2 dt \quad (\text{инт. форма})$$

$$dQ = R I^2 dt = \frac{R dP}{dS} / (dS)^2 dt = \rho i^2 dV \quad (\text{диф. форма})$$

$$dV = dS \cdot dP. \quad \text{Вещество имеет геометрическую форму}$$

Количество тепла  $dQ$ , отдавшееся  
к единице времени и единице объема  
изогнутым удельной проводимостью током

$$W = \rho j^2 \quad (j = \frac{1}{\rho} E = G'E)$$

$$W = jE = dE^2 \quad (\text{диф. форма})$$

Чтобы вычислить количество теплоты

$$Q = \int_0^t \int_V \rho j^2 dV$$

17. Вектор индукции магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа.

Магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной. Эту величину принято обозначать буквой  $B$ . Эта величина является основной силовой характеристикой магнитного поля и называется магнитной индукцией. Магнитная индукция измеряется в Теслах (Тл).

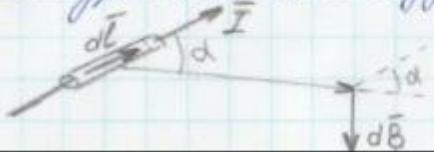
## ② Закон Бюо-Савара-Лапласа

Замкнутый ток  $I$  в проводнике  $d\ell$  создаёт магнитное поле с индукцией  $d\vec{B}$

Формула: при прохождении постоянного тока по замкнутому контуру, находящемуся в вакууме, результирующая на расстоянии  $r$  от контура магнитная индукция имеет вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I (d\ell \times \vec{r})}{4\pi \cdot r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$



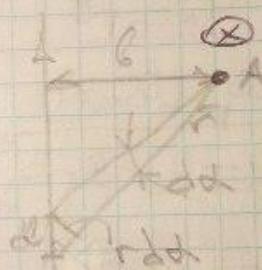
18. Принцип суперпозиции магнитных полей. Расчёт поля прямого и кругового токов

Принцип суперпозиции

$$\delta = 58^\circ$$

$$① d\vec{B} = \frac{\mu_0 I [d\ell \times \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell \sin \alpha}{4\pi r^2}$$



$$d\ell = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}$$

$$dB = \frac{J_0 I \sin \alpha}{4\pi R}$$

$$B = \int dB = \frac{J_0 I}{4\pi R} \int_{d_1}^{d_2} \sin \alpha \, d\alpha$$

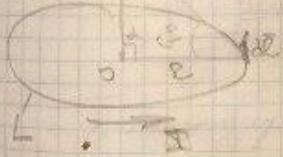
$$B = \frac{J_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

① Einer weibigen Säuglinge gestimmt.

$$\alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow \pi$$

$$B = \frac{J_0 I}{2\pi R}$$

$$dB = \frac{J_0 I [d\alpha]}{4\pi R^2} = \frac{J_0 I d\sin \alpha}{4\pi R^2}$$



$$\alpha = 30^\circ$$

$$r^2 = R^2 + z^2$$

$$dB = dB \cos \alpha = dB \cdot \frac{R}{r} =$$

$$= \frac{J_0 I d\alpha}{4\pi (R^2 + z^2) \cdot (R^2 + z^2)^{1/2}}$$

$$B_z = B = \int dB = \frac{J_0 I R \cdot 2\pi R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{J_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

npw  $z = 0$

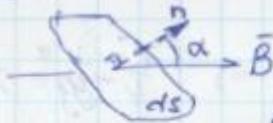
$$B = \frac{J_0 I}{2R}$$

19. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля.

② Поток вектора магнитной индукции.  
Теорема Гаусса для магнитного поля.

$$d\Phi = B dS \cos \alpha$$

$$\Phi = \int_S (\bar{B} d\bar{S})$$



$$[\Phi] = \int B dS = T_n \cdot m^2$$

Теорема Гаусса для магнитного поля

$$\oint_S \bar{B} d\bar{S} = 0 \quad - \text{в инт. форме.}$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad - \text{в див. форме}$$

20. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах. Расчёт магнитного поля тороида и соленоида.

②

Теорема о циркуляции в-ра индукции МП в инт. и диф. формах

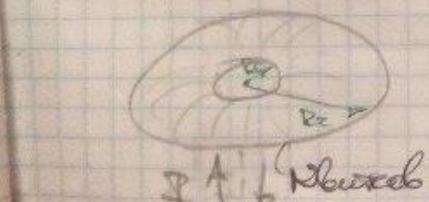
$$*\oint \bar{B} d\bar{l} = \mu_0 I_{\text{внутр.}} \quad \begin{matrix} \text{открыт.} \\ \text{ток, охватываемый} \\ \text{контуром} \end{matrix}$$

$$*\text{чот. } \bar{B} = \mu_0 j \quad \begin{matrix} \text{диф.} \\ \text{ток} \end{matrix}$$

\*справедливо только для вакуума

Магнитное поле в в-ве можно описать  
также учитывая монополюсы токи

③ Pole separation



$\nabla A \downarrow$   $B_{\text{out}} = \mu_0 I_1$



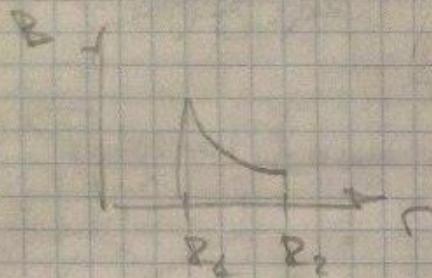
$$\oint B dl = \mu_0 \sum I_i$$

$$B_{\text{out}} = \mu_0 I_1$$

$$\Rightarrow r < R_1 \Rightarrow B \cdot 2\pi r = 0 \Rightarrow B = 0$$

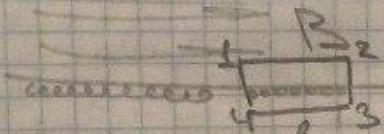
$$\Rightarrow R_1 < r < R_2 \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I N \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow r > R_2 \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I N - \mu_0 I N = 0 \Rightarrow B = 0$$



④ Pole cancellation

$$\nabla A \downarrow \quad B = 0$$



Diagonal cancellation -  
currents cancel each other out (n)

$$\oint B dl = \sum \int B_i dl + \sum \int B_o dl + \sum \int B_{in} dl + \sum \int B_{out} dl = \mu_0 n \cdot l \cdot I$$

$$\Rightarrow 0 = 0, B = 0$$

$$B \downarrow = \mu_0 n \cdot l \cdot I$$

$$\boxed{B = \mu_0 n \cdot l \cdot I}$$

21. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.  
Ускорение заряженных частиц.

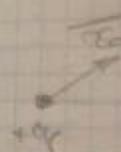
*Собирание сила Лоренца*

6.10.16

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

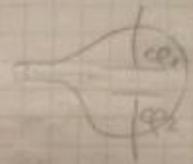
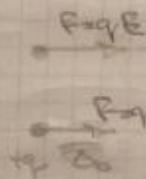
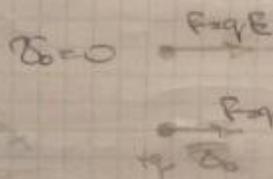
①  $\mathbf{B} = 0$

$\mathbf{E} = \text{const}$



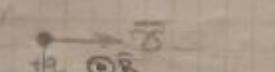
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \rightarrow \text{равнодействующая}$$

$\mathbf{B}_0 = 0$



②  $\mathbf{E} = 0$

$\mathbf{B} = \text{const}$



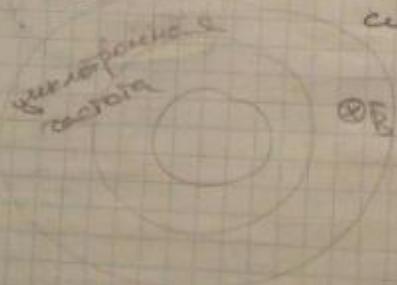
$$\mathbf{F} = q\{\mathbf{v} \times \mathbf{B}\} \Rightarrow \mathbf{F} - \text{центр. сила}$$

$\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$



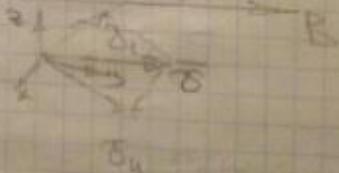
$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$\frac{q}{m} = \text{const}$$



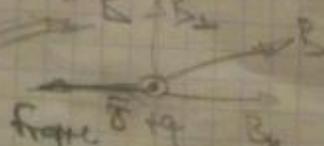
$$c = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$



*"Касательное движение"*

$$h = \delta \pi r$$



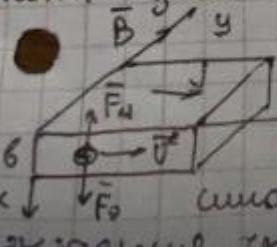
форм.  $\delta + q/B$

## 2) Ускорение заряженных частиц

Ускоритель зар. ч-и - ускор-то, в кот. под действием эл. п. изм. п. создается ч. супротивление пучки только иониз. зар. частиц.

22. Эффект Холла.

(2) Эффект Холла - эф. заложенный в том, что при внесении пластинки, вдоль норм. током тока, в пласт. норм. перпендиц. пластине, возникает разность напряжения между границами пластинки:  $U_H = R_H j B$  норм. назыв. Холловской. Пусть в пластинке имеется единичный



направл. заряд. Тогда в соотв. с теоремой на  $\oplus$  действует закон Лоренца  $\vec{F}_u = q [v \vec{B}]$ , норм. смещает заряд против тока. Это приводит к наложению на норм.  $E_H$ , как действие на заряд  $F_d = q E_H$ . Когда  $E_H$  достигает такого значения, что  $F_d = F_u$ , то установливается

стандартное распредел. зарядов в попер. направлениях. Тогда  $F_u = F_d \Leftrightarrow E_H = v B$ .  $E_H$  выражаем разностью напряжений между границами пластинки (ЭДС Холла)  $U_H = E_H t$ . Учитывая, что  $j = v q n \Rightarrow U_H = b \frac{1}{q n} j B = R_H B j B$ .  $R_H = \text{const}$  если  $I = \text{const}$ .

61

23. Проводники с током в магнитном поле. Закон Ампера. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.

② Проводники с током в магнитном поле.  
Закон Ампера.

Сила Ампера - сила действующая со стороны магнитного поля на проводник с током (в нем поле).

Закон Ампера:  $d\bar{F} = I [d\bar{l}, \bar{B}]$ ,  $dF = IBdl \sin\alpha$   
 $\bar{F} = \oint d\bar{F}$

$I$  - сила тока в проводнике

$l$  - длина проводника

$B$  - магнитная индукция

$F$  - сила Ампера

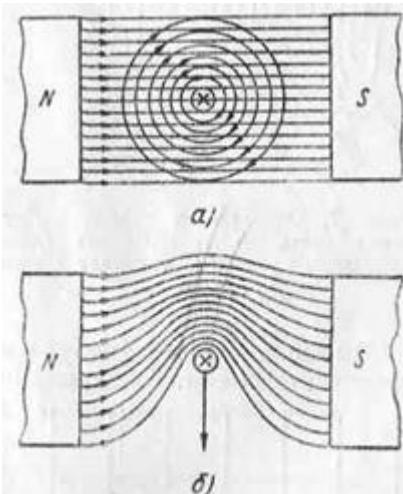
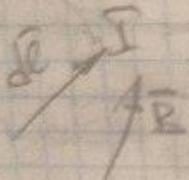


Рис. 86. Взаимодействие проводника с током и магнитного поля

Если внести проводник с током в магнитное поле (рис. 86, а), то в результате сложения магнитных полей магнита и проводника произойдет усиление результирующего магнитного поля с одной стороны проводника (на чертеже сверху) и ослабление магнитного поля с другой стороны проводника (на чертеже снизу). В результате действия двух магнитных полей произойдет искривление магнитных линий, и они, стремясь сократиться, будут выталкивать проводник вниз, (рис. 86, б). Сила, действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле, называется электромагнитной силой. Направление этой силы можно определить по «правилу левой руки»: если левую руку расположить в магнитном поле так, чтобы магнитные линии, выходящие из северного полюса, как бы входили в ладонь, а четыре вытянутых пальца совпадали с направлением тока в проводнике, то большой отогнутый палец руки покажет направление действия силы (рис. 87).

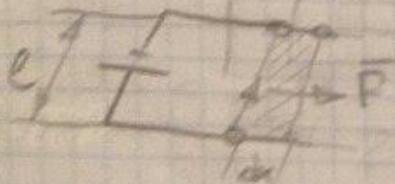
Площадь поверхности  
заполненная с током



$$dF = I [d\vec{B}]$$

$$dA = d\bar{P} d\bar{r}$$

$d\bar{B}$  ( $dx = dy$ )



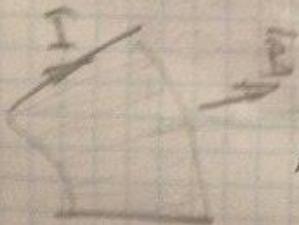
$$F = IBl$$

$$dA = Bl dx$$

$$Bl dx = BdS = dF$$

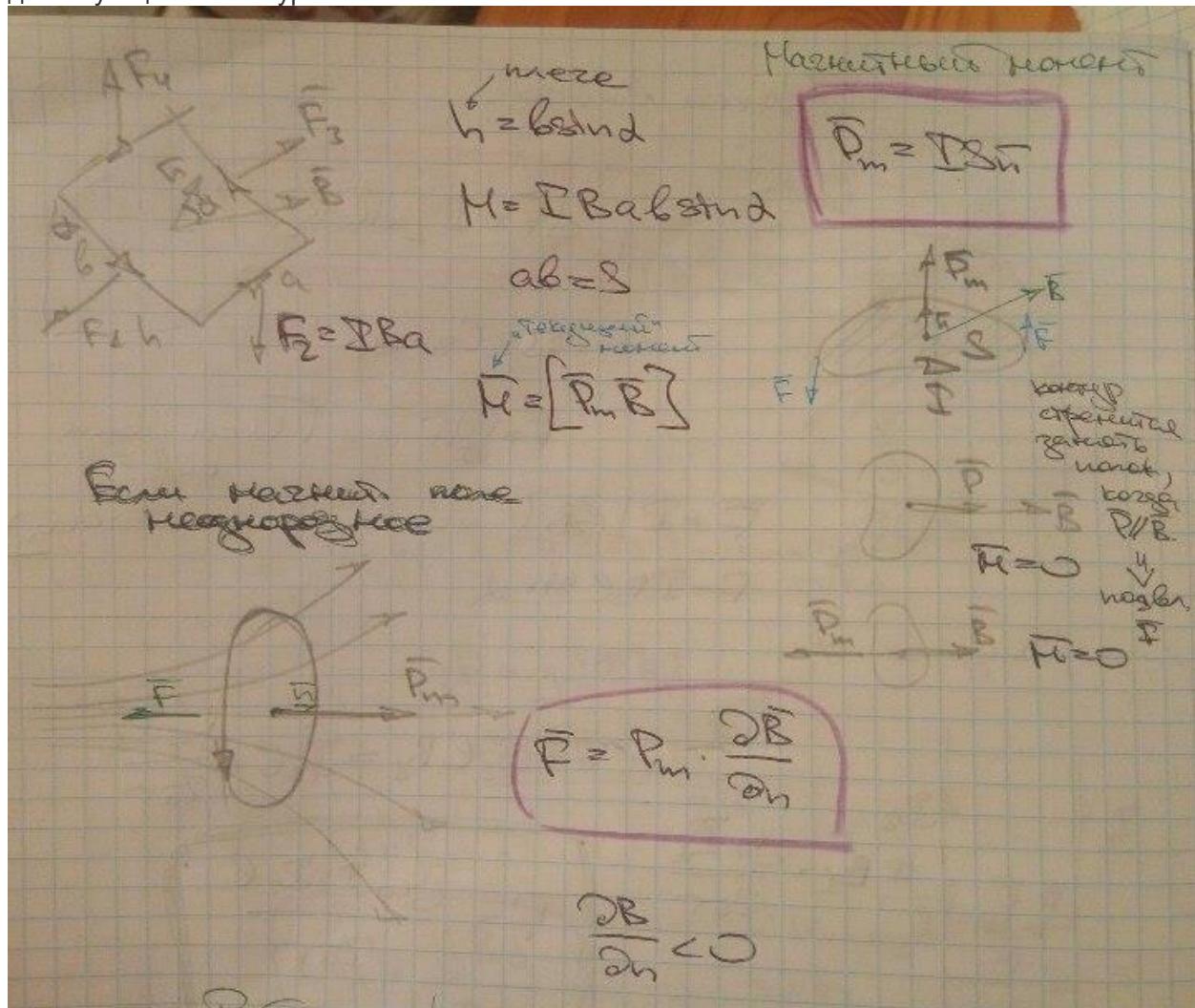
$$dA = I dF$$

$I = \text{const}$



$$A = \sum (P_2 - P_1)$$

24. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током. Силы, действующие на контур с током в магнитном поле.



2. Контур с током в магн. поле. Сила, действ. на контур с током в магн. поле

На эл-м дл. генер. сила  $d\vec{F} = \gamma [d\vec{l}; \vec{B}]$ . Регулируя эти силы  $\vec{F} = \oint \gamma [d\vec{l}; \vec{B}] = \gamma [(\oint d\vec{l}), \vec{B}]$ .

$\oint d\vec{l} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$ , т.е. силы контура с током в однородном магн. поле сила, действ. на контур, равна нулю

25. Магнитное поле в магнетиках. Намагченность вещества. Вектор намагченности.

② Магнитное поле в веществе. Микроизречные токи. Намагченность в веществе. Вектор намагченности

Магнитное поле в веществе хар-ет вектор равной:

$$\bar{B} = \bar{B}_{внеш} + \bar{B}_{сущ}$$

Степень намагничивания магнетика хар-тас магнитным моментом единице объёма. Эта величина наз. намагченность и обознач.:  $\bar{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \bar{P}_m = n < \bar{P}_m >$ , где  $\Delta V$ -бдм объём в окр-ти частиц,

$P_m$ -магнитный момент отдельной молекулы,  $n$ -концентрация молекул,  $< \bar{P}_m >$ -средний магнитный момент одной молекулы.

Микроизречные токи (шерохотки) - токи, одесловленные движением электронов в атомах, молекулах и газах.

Намагченность хар-ет магнитное состояние макроскопического тела

$$\bar{J} = \chi \bar{H} (\chi - \text{магнитная восприимчивость})$$

26. Вектор напряжённости магнитного поля и его связь с векторами индукции и намагченности. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества.

② Вектор напряженности магн. поле и его связь с вект. намагченности и индукции

Напр. эл. поле - вект. силы на, харак-  
теризующий магнитное поле и опр.

по формуле:  $\bar{F} = \frac{\bar{q}}{m_0} - \bar{J}$ , где  $\bar{B}$ -вект.  
магн. поле,  $\bar{J}$ -вект. намагченности.

Одн.  $\bar{H}$  спроведима теорема обиркующей  
вектора:  $\oint \bar{H} d\ell = \sum I_n$  - амп. бранческая  
сумма макроскопических токов, оквам. контура.

$$|\bar{J} = \mu \bar{H}|, \mu - \text{магн. восприимчивость}$$

$$\left| \bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0 M} \right| M = \mu + 1 - \text{магн. проницаемость}$$

## ② Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества.

Магнитная восприимчивость  $\chi$  есть коэф-кт пропорциональности между векторами намагничности  $J$  и напряженности  $H$ :  $J = \chi H$

величина  $\chi > 0$   $\rightarrow J \uparrow \uparrow H$  - парамагнетики  
о абсолютной величине  $\chi < 0$   $\rightarrow J \downarrow \uparrow H$  - диамагнетики

у ферромагнетиков  $\chi > 0$  и достигает очень больших значений

Магнитная проницаемость  $M$  вещества пока-  
зывает во сколько раз при заданном распределении  
микроскопических токов магнитная индукция  $B$   
в рассматриваемой точке выше в рамках вещества,  
заполняющем всё выше, больше, чем в вакууме.

$$\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{J}) = \mu_0 (\bar{H} + \chi \bar{H}) = \mu_0 \bar{H} \underbrace{(1 + \chi)}_{M}$$

$$\bar{B} = \mu_0 M \bar{H}$$

27. Теоремы о циркуляции векторов напряжённости и намагниченности в интегральной и дифференциальной формах.

$\bar{J} = \frac{\sum \bar{P}_m}{4V}$

$\Sigma' - \text{точечная намагниченность}$

$\bar{J} - \text{вектор намагниченности}$

Теорема о циркуляции вектора  $\bar{J}$ :

$\oint \bar{B} d\ell = \mu_0 (\text{Индукция} + \Sigma')$

$\oint \bar{B} d\ell = \mu_0 (I + \oint \bar{J} d\ell)$

$\oint (\bar{B}_{\text{geo}} - \bar{J}) d\ell = \text{Индукция}$

$\text{rot} H = \bar{J}_{\text{внеш}}$

$H = \frac{\bar{B}_{\text{geo}} - \bar{J}}{\mu_0}$

$\chi = \bar{J} H$

$\chi - \text{взаимодействие с веществом}$

$\chi = \mu - 1$

$\mu - \text{коэффициент проницаемости}$

Параметры:  $\chi > 0 \quad \bar{J} \neq \bar{H}$   
Логарифм:  $\chi < 0 \quad \bar{J} \neq \bar{H}$

28. Магнитное поле на границе раздела магнетиков.

(2) Поле на границе раздела магнетиков.

$$\oint B dS = B_{2n} \Delta S + B_{1n} \Delta S = 0$$

$$B_{1n'} = -B_{2n} \Rightarrow B_{1n} = B_{2n} \quad (1)$$

Нормальная составляющая вектора магнитной индукции не имеет разрыва на границе раздела фаз.

$$\oint H d\ell = H_{2z} L + H_{1z} L = 0 \Rightarrow H_{1z} = -H_{2z} \Rightarrow H_{1z} = H_{2z} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha_1 &= \frac{B_{1z}}{B_{1n}}, \tan \alpha_2 = \frac{B_{2z}}{B_{2n}} \Rightarrow \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{B_{2z} B_{1n}}{B_{1z} B_{1n}} = \frac{B_{2z}}{B_{1z}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{\mu_0 M_2 \mu_{r2}}{\mu_0 M_1 \mu_{r1}} = \frac{M_2}{M_1} \quad (\text{из (2)}) \end{aligned}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{M_2}{M_1} \quad (\text{из (2)})$$

29. Диамагнетики, параметики и ферромагнетики.

6.6. Классификация

Магнетики

- дiamагнетик  $D > 0$  (некоторые изолирующие материалы)
- paramagn.  $P > 0$   $\rightarrow$   $D = P$
- ферромагн.  $F > 0$   $\rightarrow$   $D = F$
- антиферромагн.  $A > 0$

Магнитное поле в вакууме, напоминающее в MR

Магнитный момент можно повернуть параллельно току с током, т.к. он прямой

$$\Phi = i S \vec{n}$$

магнитика

$$\vec{D}_{tot} = \sum_{i=1}^n \vec{D}_{mi}$$

бесконечная

При  $B=0 \rightarrow \vec{D}=0$

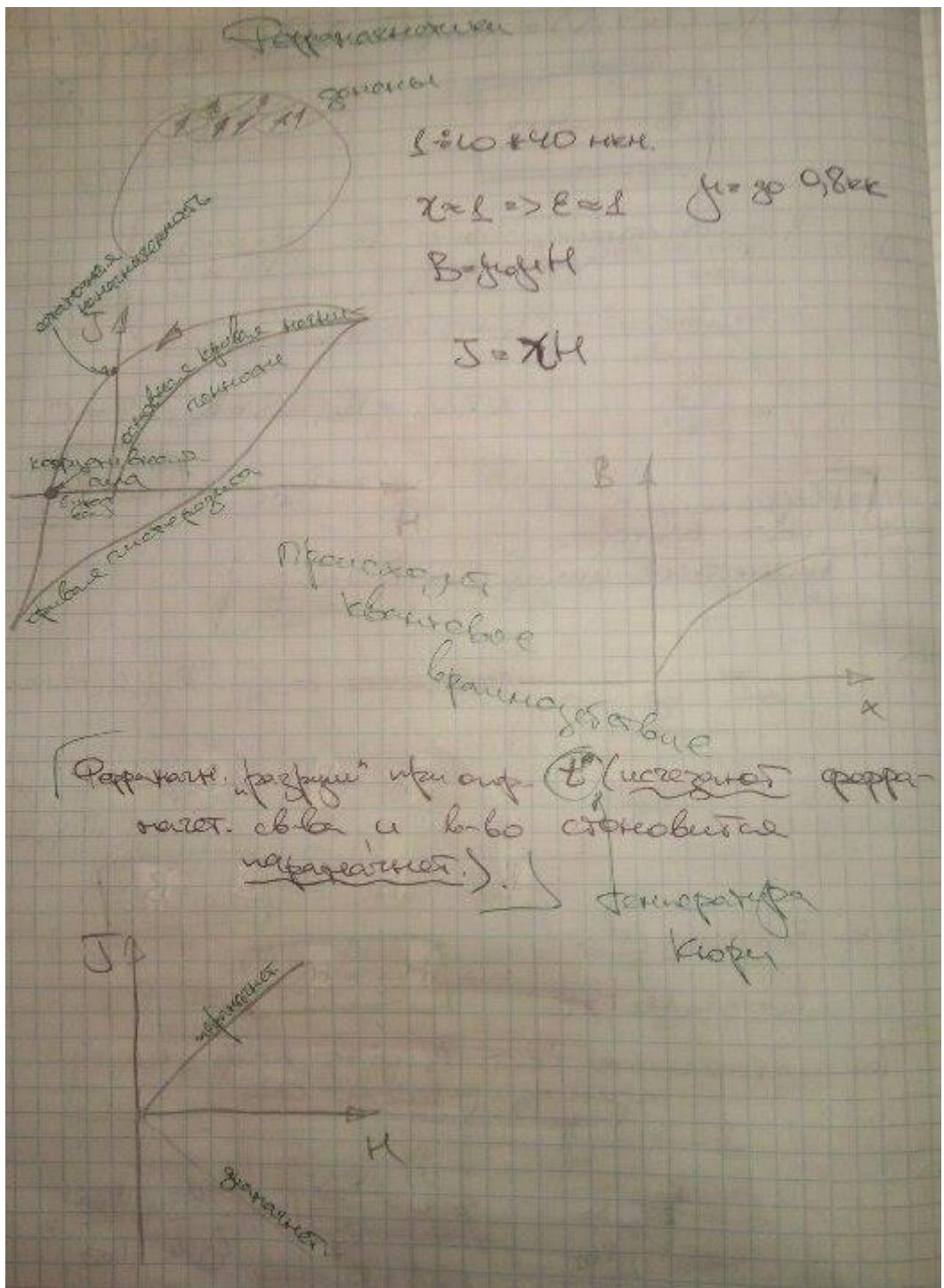
$B \neq 0$  для изолирующих

изолирующих материалов

Аналогично

некоторые изолирующие материалы

изолирующие



30. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Самоиндукция. Взаимная индукция. Индуктивность. Индуктивность соленоида.

② Электромагнитная индукция Закон Фарадея  
Правило Ленца

Электромагнитная индукция — явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром.

Закон Фарадея

$$E_d = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Для многих видов источников:  $E_i = -\frac{d}{dt}(\sum \Phi)$

Правило Ленца: индукционный ток направлен так, чтобы создаваемое им магнитное поле компенсировало изменение магнитного потока.

## Самоиндукция

При изменении тока в катушке ее  
всегда есть, коррекция. Магнит.  
поток через катушку.

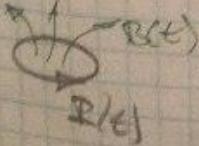
Несмотря на то что поток неизменен.

Если ток в катушке неизменен то в ней

стабильный поток будет создан.

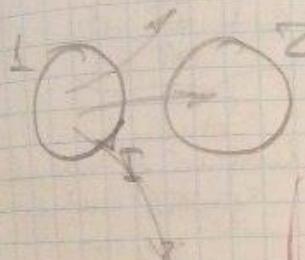
$\Rightarrow$  магнит. поток через катушку  $\Rightarrow$  ЭДС неизменен

Давно же. ток. созданный в катушке



[Будет ли неизменен  $\Rightarrow$  нет самоиндукции]

Нет. Взаимное неизменение.



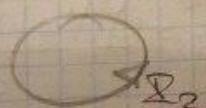
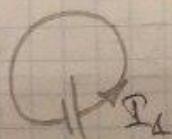
$$P_2 = L_{21} I_1$$

(также  $I_2 \Rightarrow$  есть  $P_2$ )

$$E_2 = -\frac{dP_2}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

$$E_1 = -\frac{dP_1}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

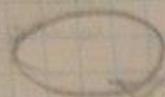
$$L_{12} = L_{21}$$



Сумма.

$$I_1 R = E - L \frac{dI_1}{dt} - L \frac{dI_2}{dt}$$

Feste mit Umgrenzen bestimmt  
Feste mit geprägtem.



$$P = L \cdot S$$

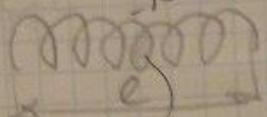
L - umgrenzende rechteck  $[T_H] = \frac{B \cdot S}{A}$

Schreibt ab:

- + rote. ob. auf einer
- + grüne 3. Reihe
- + grüne 3. Reihe

Umgrenzende konstante

Phasen



$$P \cdot B \cdot S = \text{pro Ton} \cdot \frac{L}{V} \cdot V$$

Strom  
durch

n-nominal  
kanonen

$$= \text{pro Ton} \cdot V$$

$$\left( L = \frac{P}{S} = \text{pro } n^2 \cdot V \right)$$

31. Вихревые токи.

(2)

## Вихревые токи

Вихревые токи (токи Фуко) -  
вихревые токи, возникающие при движении  
проводников по магнитному полю.  
При движении проводника в магнитном  
поле из-за индукции в нем возникает

токи Фуко, движущиеся против  
тока проводника, образуя вихрь -  
вихревое движение колеса.  
Они способны вращать электровоз  
о МП. Благодаря действие МП  
они и возникают.

32. Плотность энергии магнитного поля.

Энергия

$$E_{\Sigma} = E_0 + E_S = E_0 - L \frac{dI}{dt}$$

$$E_0 = E_{\Sigma} + L \frac{dI}{dt} \quad | \cdot dI$$

$$dI = \frac{E_0}{L} dt$$

$$E = \frac{\Delta \Phi}{t} \Rightarrow A = \frac{E_0}{L} t$$

$L = \text{const}$

$$E_0 I dt = \underbrace{R I^2 dt}_{\delta A_{\text{акт}}} + \underbrace{L I \frac{dI}{dt} dt}_{\delta Q}$$

$\delta A_{\text{акт}}$   
изменяющаяся проходящая  
среда в индукции  
магнита

Начиная с  
энергии

$$A_{\text{акт}} = \frac{LI^2}{2}$$

$$W_{\text{маг}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{QI}{2} = \frac{I^2}{2L}$$

$L$   
магнит  
сolenoid

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 n^2 V I^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0} V$$

$B = \mu_0 n I$

② Плотность энергии магнитного поля

Объемная плотность энергии магнитного поля  $(\sigma)$

$$\sigma = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 M H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

( $W$ -энергия энергии,  $V$ -объем резонатора,  $B$ -магнитная индукция,  $M$ -магнитная проницаемость,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{A}$  - магнитная постоянная)

33. Энергия и силы в магнитном поле. Магнитное давление.

2) Энергия и силы в МП

- Энергия ~~—~~ ~~две самоизлучающие~~

$$Q = L(I)$$

$$\Phi + BMS = \mu_0 n^2 SP I$$

$$L = \mu_0 n^2 SP = \mu_0 n^2 V$$

$$Q' = \mathcal{E}_L = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -L \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$dW = -LI dI = -\Phi / \mu_0 S dI$$

$$W = \frac{L I_0^2}{2}$$

$$Q' = \sqrt{\frac{\partial I}{\partial t}}$$

$$E_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

нормаль  
направлена)

$$Q = BMS =$$

$$= \mu_0 n^2 S I$$

$P$  сопротивления  
переменного тока

( $\partial I < 0$ , т.к. ток постепенно убывает)

- Силы в МП

1) Сила Ампера - сила, действующая на единицу заряда в единицах МП

$$q \vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad F_A = q v B \sin \alpha$$

2) Сила Ампера - сила, действующая на проводник с током  $I$  МД

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}; \quad I = j S, \quad j = q n v =$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = q n S j d\vec{l} \times \vec{B} = q n S I d\vec{l} \times \vec{B}$$

3) Силы и электромагнитные силы

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$

## Магнитное сопротивление

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\Delta W = F_{max} \cdot \Delta l$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Delta L I^2$$

$$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 n^2 S l$$

$$\Delta L = \mu_0 n^2 S l$$

$$\frac{1}{2} \Delta L^2 \mu_0 n^2 S l = F_{max} \cdot \Delta l$$

$$F_{max} = \frac{l}{2} \Delta L^2 \mu_0 n^2 S = \frac{l}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} \cdot S$$

Коэф.

$$P_H = \frac{F_{max}}{S} = \frac{l \cdot B^2}{2 \mu_0}$$

$$P_{max} = W_{max}$$

= обобщенное  
имеющее  
значение НЛ

34. Основные положения электромагнитной теории Максвелла. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Закон полного тока.

### Основные положения теории Максвелла

- 1) Основные положения электромагнитной теории Максвелла. Вихревое электрическое поле.
- Электромагнитное поле реально и существует независимо от того, имеются ли в нем проводники и магнитные полюса обнаруживающие его.
  - Изменение электрического поля ведёт к появлению магнитного поля и наоборот.
  - Векторы напряженности электрического и магнитного полей перпендикульны. Это положение объясняет почему электромагнитная волна исключительно поперечна.
  - Передача энергии происходит с конской скоростью.
- (19)
- Скорость передачи электромагнитных колебаний равна скорости света ( $c$ ). Из этого следовала принципиальная тождественность электромагнитных и оптических явлений. Оказалось, что различия между ними только в частоте колебаний электромагнитного поля.

## 1. Вихревое электрическое поле

- электр. поле, возникающее при изменении магнитного поля, которое и является причиной возникновения индукционного тока. (Не является потенциальным, т.е. работа сил этого поля при движении по замкнутой линии может быть отлична от нуля) Может передавать ток в замкнутом контуре.

$$F = q\bar{E}$$

Линии напр.-и эл. поля, созданного перед.м.полями, замкнуты.

При перемещении заряда по замкнутому вихр.эл.поле совершает на нем работу.

Максвелл назвал его плотностью тока смещения. Таким образом, согласно Максвеллу уравнение (70.1) должно иметь вид

$$[\nabla H] = j + j_{\text{смеш.}} \quad (70.5)$$

Сумму тока проводимости и тока смещения принято называть полным током. Плотность полного тока равна

$$j_{\text{пол.}} = j + j_{\text{смеш.}} \quad (70.6)$$

Если положить дивергенцию тока смещения равной дивергенции тока проводимости, взятой с обратным знаком,

$$\nabla j_{\text{смеш.}} = -\nabla j, \quad (70.7)$$

то дивергенция правой части уравнения (70.5), так же как и дивергенция левой части, всегда будет равна нулю.

Заменив в (70.7)  $\nabla j$  согласно (70.2) через  $\partial r / \partial t$ , получим следующее выражение для дивергенции тока смещения:

$$\nabla j_{\text{смеш.}} = \frac{\partial r}{\partial t}. \quad (70.8)$$

Чтобы связать ток смещения с величинами, характеризующими изменение электрического поля со временем, воспользуемся соотношением (19.8), согласно которому дивергенция вектора электрического смещения равна плотности сторонних зарядов:

$$\nabla D = \rho.$$

Продифференцировав это соотношение по времени, получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla D) = \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Теперь поменяем в левой части порядок дифференцирования по времени и по координатам. В результате придем к следующему выражению для производной  $\rho$  по  $t$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \left( \frac{\partial D}{\partial t} \right).$$

Подстановка этого выражения в формулу (70.8) дает

$$\nabla j_{\text{смеш.}} = \nabla \left( \frac{\partial D}{\partial t} \right).$$

Отсюда

$$j_{\text{смеш.}} = \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (70.9)$$

Подставив выражение (70.9) в формулу (70.5), придем к уравнению

$$[\nabla H] = j + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (70.10)$$

которое, как и уравнение (69.5), является одним из основных в теории Максвелла.

Подчеркнем, что термин «ток смещения» является чисто условным. По существу ток смещения — это изменяющееся со временем

электрическое поле. Из всех физ. св-в, присущих действительному току, ток смещения обладает лишь способностью создавать магнитное поле.

\*(70.2) – ур-е непрерывности)

35. Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах и их физический смысл.

$$\text{I. } \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad / \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$$

- Рассматривая поток вектора напряж. эл. поля через произвольную замкнутую поверхность раздела двух зарядов, имеющих в общем ограничен. на поверхности  $S$ , и разделя. на электрические пот. источники заряды, давл.  $V$ .
- Источниками ЭП являются заряды, давл.  $V$ .

$$\text{II. } \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{s}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- ПС. Изменение вект.  $\mathbf{B}$  по произвол. замкнут. контуру равна сумме со знаком плюс производимых изменениями ЭП по времени через пот.  $S$ , огр. конт.
- Источниками ЭП являются заряды и магнитные поля.

$$\text{III. } \oint \bar{B} d\bar{s} = 0$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0.$$

- ФСЛ
- насе вект.  $\bar{B}$  через  $HЗ\Omega = 0$
  - не  $\exists$  в природе магнитных зарядов

$$\text{IV. } \oint \bar{F} d\bar{e} = \oint \left( j_{np} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) d\bar{s}$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = j_{np} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

- ФСЛ
- Циркуляция вект напрел НП по  $HЗ\Omega$  равна напряженности тока через проводник, нефт, ор. единицам кондукт.
  - Численным НП для тока проводника и пер. ЭП.

36. Волновое уравнение для электромагнитного поля. Скорость распространения электромагнитных волн.
37. Плоская электромагнитная волна. Уравнения Максвелла для плоской волны. Поперечность электромагнитных волн. Связь векторов напряженности векторов электрического и магнитного полей в плоской волне.
38. Общее решение волнового уравнения плоской электромагнитной волны.
39. Энергия и импульс электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Теорема Пойнтинга.
40. Дисперсия электромагнитных волн. Электронная теория дисперсии, нормальная и аномальная дисперсия. Закон Бугера, рассеяние света.
41. Шкала электромагнитных излучений. Оптическое излучение, его интенсивность.
42. Интерференция электромагнитных волн. Расчет интерференционной картины с двумя источниками. Ширина полосы интерференции.
43. Пространственно-временная когерентность.
44. Интерференция света в тонких пленках. Интерференционные полосы равной толщины и равного наклона.
45. Применение интерференции.

46. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.
47. Дифракция от круглого отверстия и от круглого диска. Спираль Френеля.
48. Дифракция Фраунгофера от щели.
49. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.
50. Дифракционная решётка. Спектральные характеристики дифракционных решёток.
51. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа - Бреггов. Понятие о рентгеноструктурном анализе.
52. Естественный и поляризованный свет. Виды поляризации световых волн. Способы получения и степень поляризованных световых волн.
53. Световые волны в кристаллах. Одноосные и двуосные кристаллы. Оптическая анизотропия.

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на одноосные и двуосные. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления, в частности он лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называется *обыкновенным* и обозначается буквой *o*. Для другого луча, называемого *необыкновенным* (его обозначают буквой *e*), отношение синусов угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от нормали (рис. 136.1). Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц и турмалин. У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные — показатели преломления для них зависят от направления в кристалле. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью <sup>2)</sup>. Это направление называется *оптической осью* кристалла. Следует иметь в виду, что оптическая ось — это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется *главным сечением* или *главной плоскостью* кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (см. рис. 136.1). Плоскость колебаний

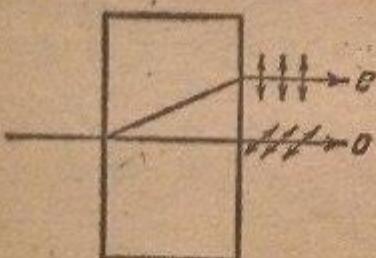


Рис. 136.1.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  оказывается зависящей от направления. В одноосных кристаллах  $\epsilon$  в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней, имеет различные значения  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$ . В других направлениях  $\epsilon$  имеет промежуточные значения. Согласно формуле (110.3)  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Следовательно, из анизотропии  $\epsilon$  вытекает, что электромагнитным волнам с различными направлениями колебаний вектора  $E$  соответствуют разные значения показателя преломления  $n$ . Поэтому скорость световых волн зависит от направления колебаний светового вектора  $E$ .

Рис. 136.2.

54. Распространение электромагнитных волн в одноосных кристаллах. Обыкновенная и необыкновенная волна. Скорости обыкновенной и необыкновенной волн. Положительные и отрицательные кристаллы.

## Распространение электромагнитных волн в одноосных кристаллах. Обыкновенная и необыкновенная волна.

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на одноосные и двуосные. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления, в частности он лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называется **обыкновенным** и обозначается буквой  $\sigma$ . Для другого луча, называемого **необыкновенным** (его обозначают буквой  $e$ ), отношение синусов угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от нормали (рис. 136.1). Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц и турмалин. У двуосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные — показатели преломления для них зависят от направления в кристалле. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью <sup>2)</sup>. Это направление называется **оптической осью** кристалла. Следует иметь в виду, что оптическая ось — это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется **главным сечением** или **главной плоскостью** кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (см. рис. 136.1). Плоскость колебаний

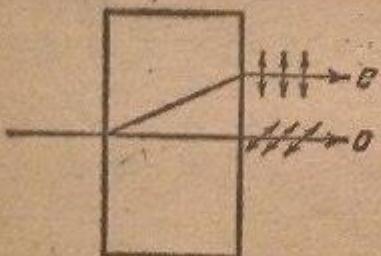


Рис. 136.1.

### Скорости обыкновенной и необыкновенной волн.

#### Положительные и отрицательные кристаллы.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  оказывается зависящей от направления. В одноосных кристаллах  $\epsilon$  в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней, имеет различные значения  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_{\perp}$ . В других направлениях  $\epsilon$  имеет промежуточные значения. Согласно формуле (110.3)  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Следовательно, из анизотропии  $\epsilon$  вытекает, что электромагнитным волнам с различными направлениями колебаний вектора  $E$  соответствуют разные значения показателя преломления  $n$ . Поэтому скорость световых волн зависит от направления колебаний светового вектора  $E$ .

В обыкновенном луче колебания светового вектора происходят в направлении, перпендикулярном к главному сечению кристалла (на рис. 136.2 эти колебания изображены точками на соответствующем луче). Поэтому при любом направлении обыкновенного луча (на рисунке указаны три направления: 1, 2 и 3) вектор  $E$  образует с оптической осью кристалла прямой угол, и скорость световой волны будет одна и та же, равная  $v_o = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}$ . Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям, мы получим сферическую поверхность. На рис. 136.2 показано пересечение этой поверхности с плоскостью чертежа. Такая картина, как на рисунке, наблюдается в любом главном сечении, т. е. в любой плоскости, проходящей через оптическую ось. Пред-

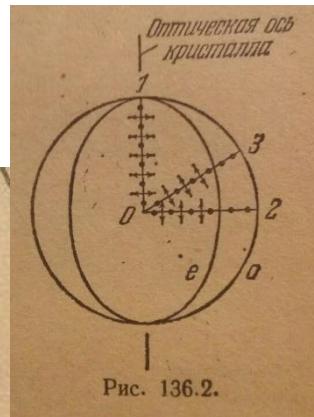


Рис. 136.2.

ставим себе, что в точке  $O$  внутри кристалла помещается точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет волновой поверхностью обыкновенных лучей.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направления колебаний вектора  $E$  (на рис. 136.2 эти направления изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью разные углы  $\alpha$ . Для луча 1 угол  $\alpha$  равен  $\pi/2$ , вследствие чего скорость имеет значение  $v_o = c/\sqrt{v_{\perp}}$ , для луча 2 угол  $\alpha=0$  и скорость равна  $v_o=c/\sqrt{v_{||}}$ . Для луча 3 скорость имеет промежуточное значение. Можно доказать, что волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью кри-

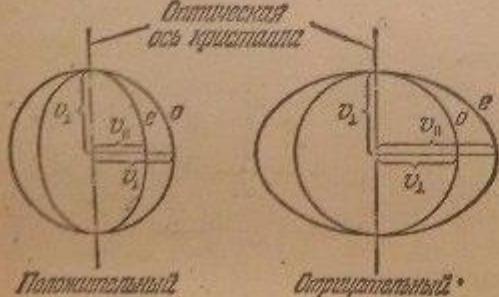


Рис. 136.3.

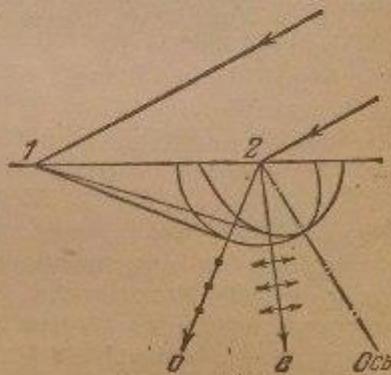


Рис. 136.4.

сталла этот эллипсоид и сфера, построенная для обыкновенных лучей, соприкасаются.

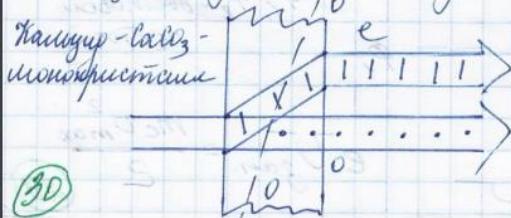
Одноосные кристаллы характеризуют показателем преломления обыкновенного луча, равным  $n_o=c/v_o$ , и показателем преломления необыкновенного луча, перпендикулярного к оптической оси, равным  $n_e=c/v_e$ . Последнюю величину называют просто показателем преломления необыкновенного луча.

В зависимости от того, какая из скоростей,  $v_o$  или  $v_e$ , больше, различают положительные и отрицательные одноосные кристаллы (рис. 136.3). У положительных кристаллов  $v_e < v_o$  (это означает, что  $n_e > n_o$ ). У отрицательных кристаллов  $v_e > v_o$  ( $n_e < n_o$ ). Легко запомнить, какие кристаллы называются положительными, а какие отрицательными. У положительных кристаллов эллипсоид скоростей вытянут вдоль оптической оси, ассоциируясь с вертикальным штрихом в знаке «+»; у отрицательных кристаллов эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном к оптической оси, ассоциируясь со знаком «—».

1. Двойное лучепреломление. Поляризация света при двойном лучепреломлении.

**25. Двойное лучепреломление. Поляризация света при двойном лучепреломлении.** Поляризацию света при двойном лучепреломлении называют **дифракционной**. Имение двойного лучепреломления заключается в том, что упавший на кристалл луч разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющихся вдоль поверхности и в различных направлениях.

Существуют кристаллы одночные и двухчленные. У одночленных кристаллов один из преломленных лучей поддается обратному зеркальному преломлению ( $n_1 n_2 = n_2 n_1$ ), в зависимости от пленки в одночленности с параллельными лучами и перпендикулярными к преломленным поверхности. Этот луч называется обратнокинеским и обуславливает блики. Другой луч называемый (e), он не поддается обратному зеркальному преломлению, и разсеяне при параллельных параллельных стекловидного пластины поверхности кристалла обратнокинеского луча становится отдельными от нормали. Кроме того, обратнокинеским луч не падает, как правило, в одной плоскости с параллельными лучами и перпендикулярными к преломленным поверхности. Абсолютные одночленные кристаллы могут состоять, используя шпат, кварц и турмалин.



У одночленных кристаллов имеются направление — оптическая ось  $Oo'$ , кроме которой обратнокинеским и обратнокинеским вспомогательным и сопутствующим распространяются, не разделяясь пропроприетарно и с одинаковой скоростью. Оптическая ось — определение и解釋ение в кристалле.

2. Закон Малюса. Закон Брюстера.

**Закон Малюса**

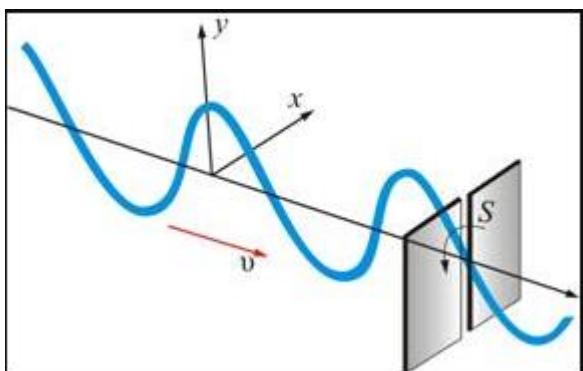


Рис. 11.11

Из рисунка видно, что поворот щели  $S$  вызовет затухание волны.

С помощью разложения вектора на составляющие по осям можно объяснить закон Малюса

В каждый момент времени вектор может быть спроектирован на две взаимно перпендикулярные оси (рис. 11.12).

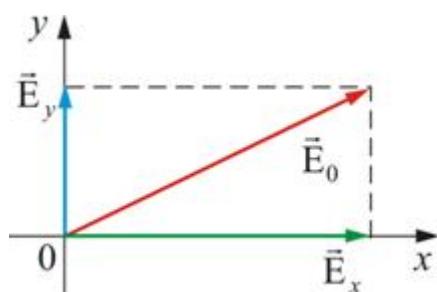


Рис. 11.12

Световую волну с амплитудой  $E_0$  разложим на две составляющие.

$$E_x = E_0 \cos \phi, \quad E_y = E_0 \sin \phi.$$

$E_x$  – пройдет через поляризатор, а  $E_y$  – не пройдет.

Найдем интенсивность проходящего света. Т.к.  $J \sim E^2$ , то  $J \sim E_0^2 \cos^2 \phi$  и  $J_0 \sim E_0^2$ , отсюда получим **закон Малюса**:

$$J = J_0 \cos^2 \phi. \quad (11.4.1)$$

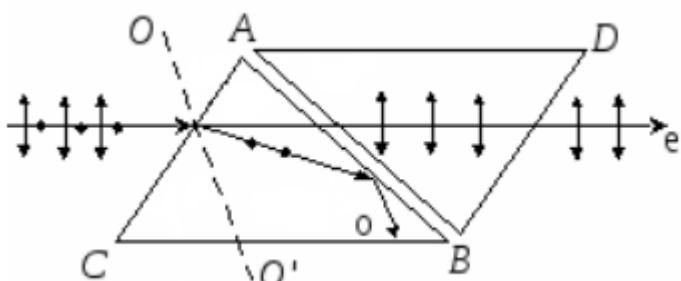
## 2. Закон Брюстера:

Электромагнитная волна, отраженная от поверхности диэлектрика под углом Брюстера оказывается нормализованной к плоскости падения.

При падении под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

$$\Phi_{Бр} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} - \text{отнош. показат. преломления второй и первой сред.}$$

## 3. Поляризационные призмы и поляроиды.



### Поляризационные призмы

построены на явлении полного внутреннего отражения одного из лучей (например, обыкновенного) от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным примером поляризационных призм является призма Николя, представляющая собой двойную призму из исландского шпата, склеенную канадским бальзамом.

Поляроиды изготавливаются из дихроичных кристаллов (в таких кристаллах один луч поглощается сильнее, чем другой). Например плёнка из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герапатита, толщиной в 0,1 мм полностью поглощает обыкновенные лучи видимой области спектра.

#### 4. Физические основы голограммии. Опорная и предметная световые волны.

В основе голограммии (в т.ч. оптической, акустической или СВЧ- голограммии) лежит явление интерференции волн, рассеянных от некоторого объекта (или прошедших через него) с «опорной» волной.

Голограммия(от греч. *holos* -весь, полный и *grapho* -пишу) -способ записи и восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины, которая образована волной, отражённой предметом, освещаемым источником света (предметная волна), и когерентной с ней волной, идущей непосредственно от источника света (опорная волна). Зарегистрированная интерференционная картина называется голограммой. Голограмма, освещённая опорной волной, создаёт такое же амплитудно-фазовое пространственное распределение волнового поля, которое создавала при записи предметная волна.

59. Запись и воспроизведение голограмм. Применение голографии.

(2)

Запись и воспроизведение голограмм.

- осуществляемую с помощью лазера.

При воспроизведении голограммы помешается под излучение лазера та же оптическая система, которая использовалась при записи голограммы. Зеркальный экран освещается потоком опорного света лазера и отражением от голограммы. Происходит сложение волн, обратное сложению, которое получалось при записи голограммы, и на экране возникает объёмное изображение объекта.

Голограмма - объёмное изображение на пластинке, полученное с помощью голографии



## 2. Применение голографии

Голография - фотографический метод, при котором с помощью лазера регистрируются, а затем воссоздаваются изображения трёхмерных объектов, в большей степени похожие на реальное.

Применение: телевидение; медицина; реклама; бизнес; медицинские технологии; голографический микроскоп; фиксирование биоритмов и деформаций, возникающих в различных узлах и деталях работающих машин; комплексное исследование воздушных потоков в аэродинамических трубах.