

实验摘要：

1. 对时域信号进行傅里叶变换，对频域信号进行傅里叶反变换。
2. 对时域的两信号进行傅里叶变换（其中一个是另一个的时移信号），然后画出幅度谱和相位谱对傅里叶变化的时移特性进行分析。
3. 对真分式系统函数先进行部分分式展开，再进行傅里叶反变换。
4. 画出系统函数，分析零、极点分布，判断系统稳定性。
5. 对给定的系统函数进行拉普拉斯变换，求解对应的冲激响应和阶跃响应，以及激励产生的零状态响应。

实验题目

1. 使用Matlab函数计算 $f(t) = e^{-2|t|}$ 的傅里叶变换

$$F(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2} \text{ 傅里叶反变换。}$$

参考函数: `fourier()`, `ifourier()`

2. 计算 $f_1(t) = \frac{1}{2}e^{-2t}\varepsilon(t)$ 和 $f_2(t) = \frac{1}{2}e^{-2(t-1)}\varepsilon(t-1)$

的傅里叶变换, 画出其幅度谱和相位谱,
并观察傅里叶变换的时移特性。

参考函数: `syms()`

3. 用部分分式展开法求 $H(s) = \frac{(s+1)(s+4)}{s(s+2)(s+3)}$ 的反变换。

参考函数: 因子形式转换多项式`conv()`, `residue()`

4. 画出系统函数 $H_1(s) = \frac{s+2}{s^3+s^2+2s+6}$ 和

$$H_2(s) = \frac{s^2+1}{3s^3+5s^2+4s+6} \text{ 零、极点分布,}$$

并判断系统的稳定性。

参考函数: `laplace()`, `roots()`, `pzmap()`, `sys()`

5. 用MATLAB计算拉普拉斯变换求解

$$H(s) = \frac{s}{s^2+3s+2} \text{ 的冲激响应、阶跃响应,}$$

以及激励 $f(t) = \cos(20t)\varepsilon(t)$ 产生的零状态响应,
给出运行结果并分析。

参考函数: `laplace()`, `ilaplace()`, `sys()`等

实验内容

一 实验基本原理及步骤

1.

```
% 定义符号变量 t
syms t;

% 定义函数 ft
ft = exp(-2.*abs(t));
```

```
% 对 ft 进行傅里叶变换
fw = fourier(ft);
```

```
% 绘制 fw 的图像
ezplot(fw);
```

```
% 定义符号变量 w
syms w;
```

```
% 定义函数 Fw
Fw = 1/(1+w^2);
```

```
% 对 Fw 进行反傅里叶变换
Ft = ifourier(Fw);
```

```
% 绘制 Ft 的图像
ezplot(Ft);
```

2.

```
% 定义符号变量 t
syms t;

% 定义函数 f1t
f1t = 0.5*exp(-2.*t).*heaviside(t);
```

```
% 对 f1t 进行傅里叶变换
f1w = fourier(f1t);
```

```
% 获取 f1w 的幅度和相位角
A1 = abs(f1w);
w1 = angle(f1w);
```

```
% 绘制 A1 和 w1 的图像
ezplot(A1);
ezplot(w1);
```

```
% 定义函数 f2t
f2t = 0.5*exp(-2*(t-1)).*heaviside(t-1);
```

```
% 对 f2t 进行傅里叶变换
f2w = fourier(f2t);
```

```
% 获取 f2w 的幅度和相位角
A2 = abs(f2w);
w2 = angle(f2w);
```

```
% 绘制 A2 和 w2 的图像
ezplot(A2);
ezplot(w2);

3.
% 输入表达式的分子和分母多项式系数
numerator = [1 5 4]; % 分子多项式系数, 对应 (s+1)(s+4)
denominator = [1 5 6 0]; % 分母多项式系数, 对应 s(s+2)(s+3)

% 使用 residue 函数进行部分分式展开
[R, P, K] = residue(numerator, denominator);

% 输出展开结果
fprintf('部分分式展开结果: \n');
for i = 1: numel(R)
    fprintf('分式 %d: R = %.2f, P = %.2f\n', i, R(i), P(i));
end

% 计算反变换
syms t s; % 定义符号变量
F = sum(R./(s-P)); % 反变换表达式

% 进行部分分式反变换
f = ilaplace(F, s, t);

% 输出反变换结果
fprintf('反变换结果: f(t) = %s\n', char(f));

% 将符号表达式转换为函数句柄
f_handle = matlabFunction(f);

% 计算具体数值
t_values = 0:0.1:10; % 时间范围
f_values = f_handle(t_values);

% 绘制反变换结果
figure;
plot(t_values, f_values);
xlabel('时间');
ylabel('幅值');
title('反变换结果');

4.
%H1
z1=zplane([0 0 1 2],[1 1 2 6]);
%H2
z2=zplane([0 1 0 1],[3 5 4 6]);

5.
% 定义符号变量 s 和 t
syms s;
syms t;

% 定义传递函数 H(s)
Hs = s / (s^2 + 3*s + 2);
```

```
% 对  $H(s)$  进行拉普拉斯反变换得到时域函数  $h(t)$ 
ht = ilaplace(Hs);

% 绘制  $h(t)$  图像
ezplot(ht, [1, 10]);

% 定义传递函数  $G(s)$ 
Gs = Hs / s;

% 对  $G(s)$  进行拉普拉斯反变换得到时域函数  $g(t)$ 
gt = ilaplace(Gs);

% 绘制  $g(t)$  图像
ezplot(gt, [1, 10]);

% 定义输入信号  $f(t)$ 
ft = cos(20*t) * heaviside(t);

% 对  $f(t)$  进行拉普拉斯变换得到  $F(s)$ 
Fs = laplace(ft);

% 计算输出信号  $Y(s)$  为  $H(s)*F(s)$ 
Ys = Hs * Fs;

% 对  $Y(s)$  进行拉普拉斯反变换得到时域函数  $y(t)$ 
yzs = ilaplace(Ys);

% 绘制  $y(t)$  图像
ezplot(yzs, [1, 10]);

% 计算输出信号  $Y(s)$  的幅频响应
A = abs(Ys);

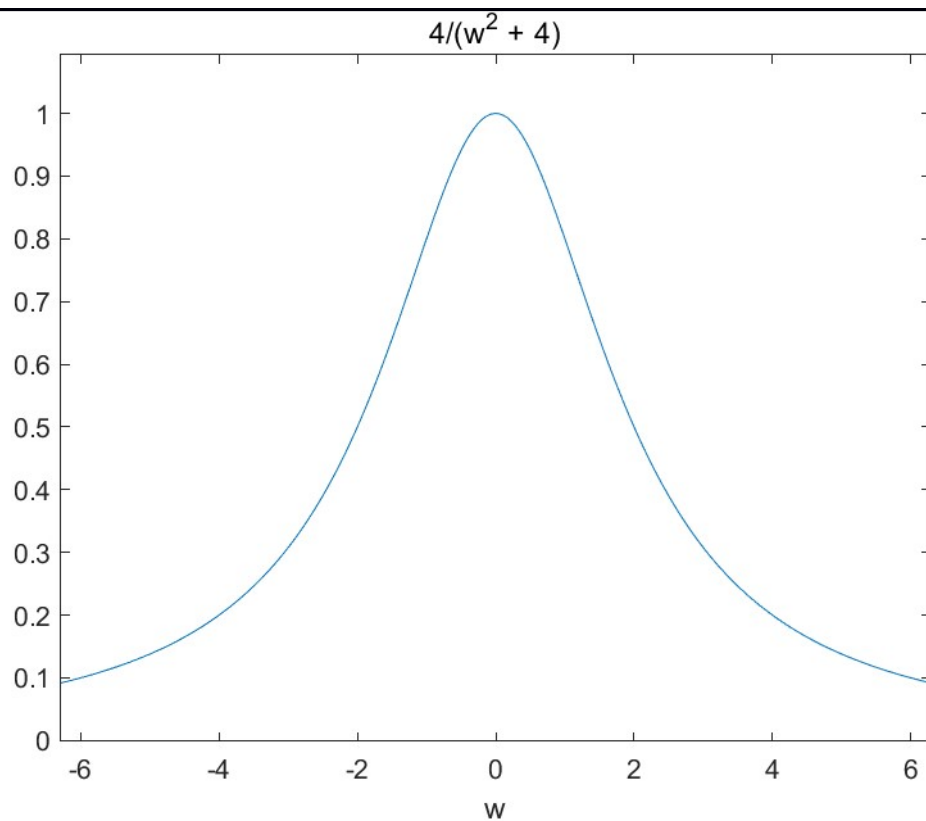
% 绘制  $Y(s)$  的幅频响应曲线
ezplot(A, [1, 10]);

% 计算输出信号  $Y(s)$  的相频响应
w = angle(Ys);

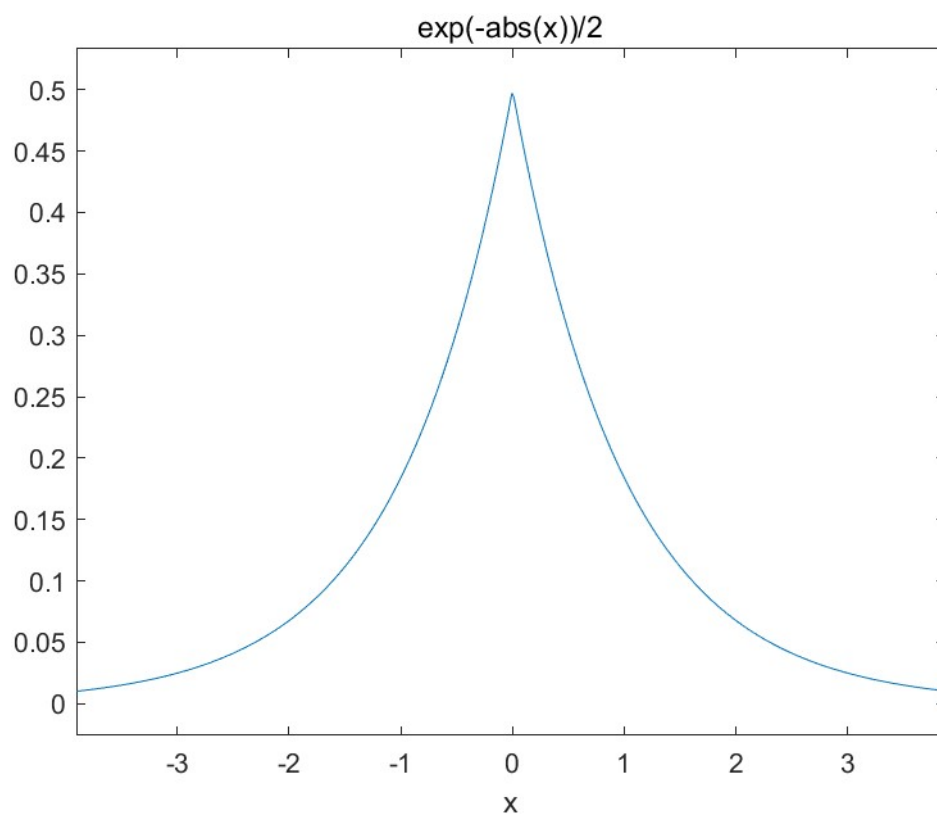
% 绘制  $Y(s)$  的相频响应曲线
ezplot(w);
```

二 实验结果

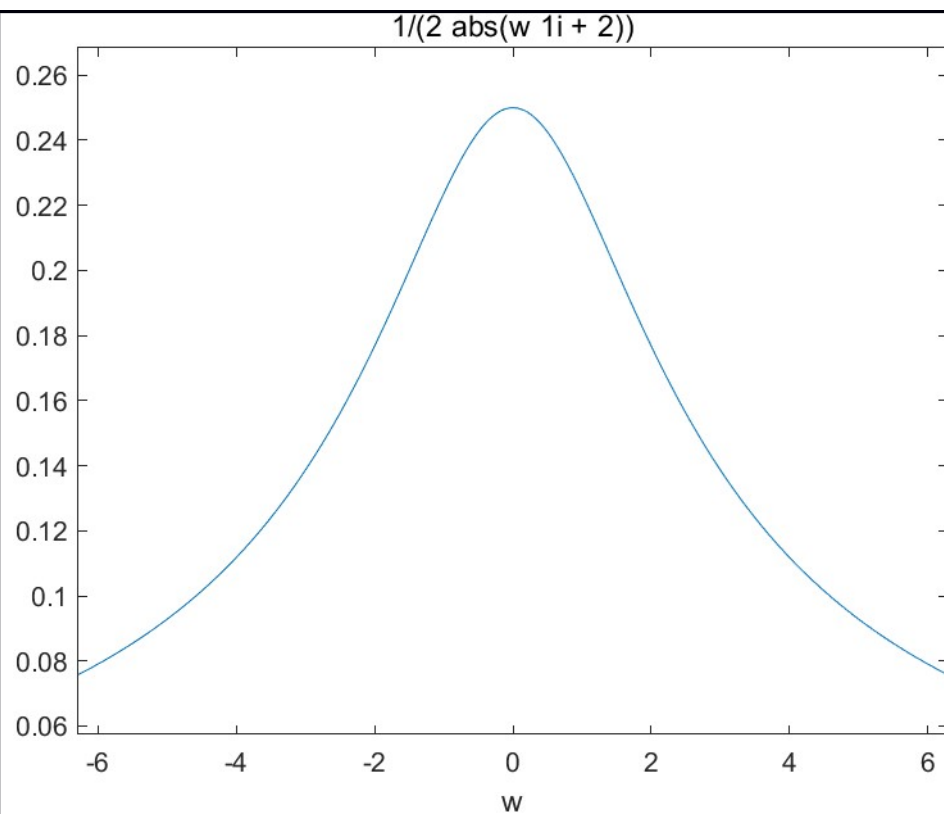
1. $f(t)$ 傅里叶变化后的图像



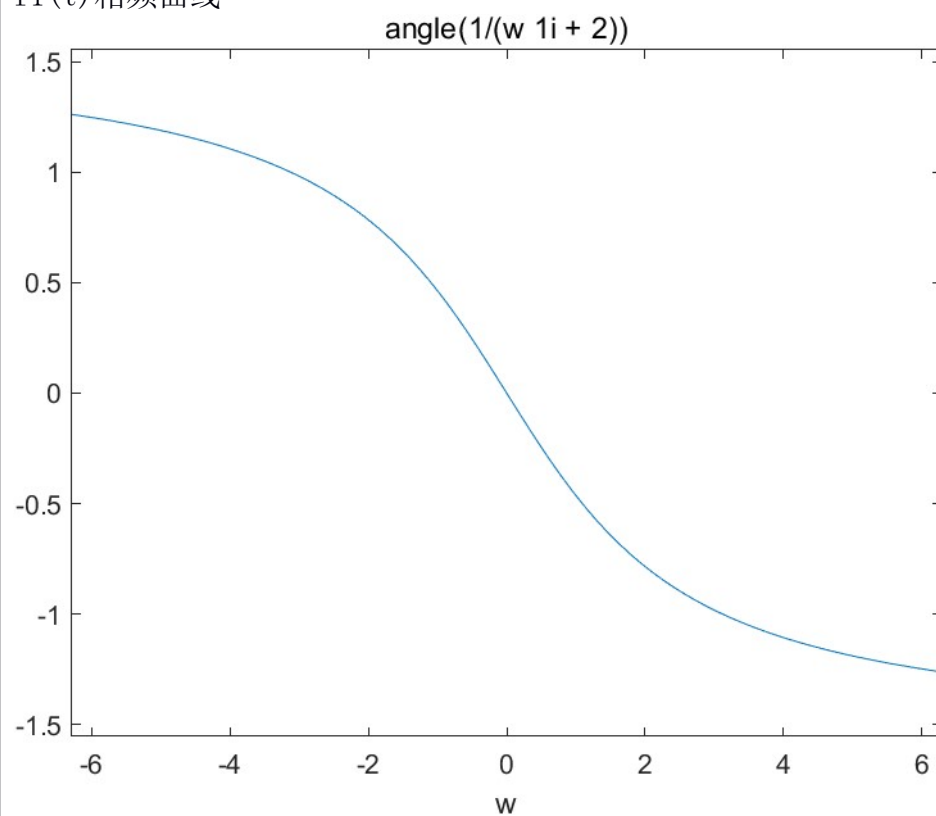
F(t) 傅里叶反变换后的图像



2. $f_1(t)$ 的傅里叶变换
 $f_1(t)$ 的幅频曲线

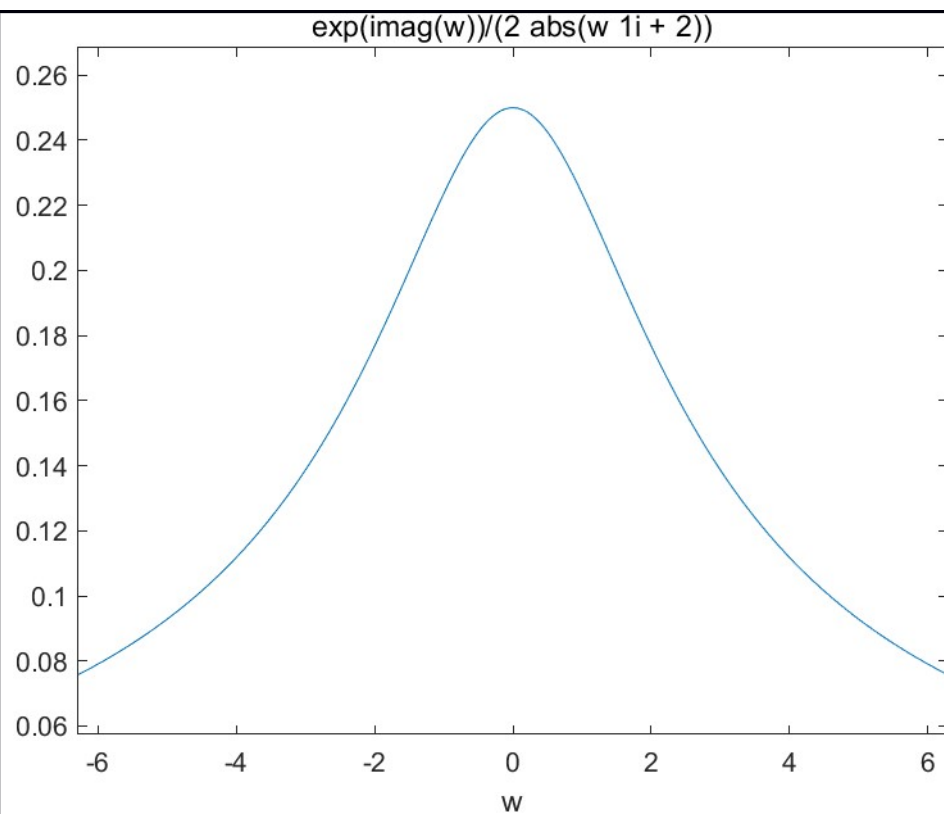


f1(t) 相频曲线

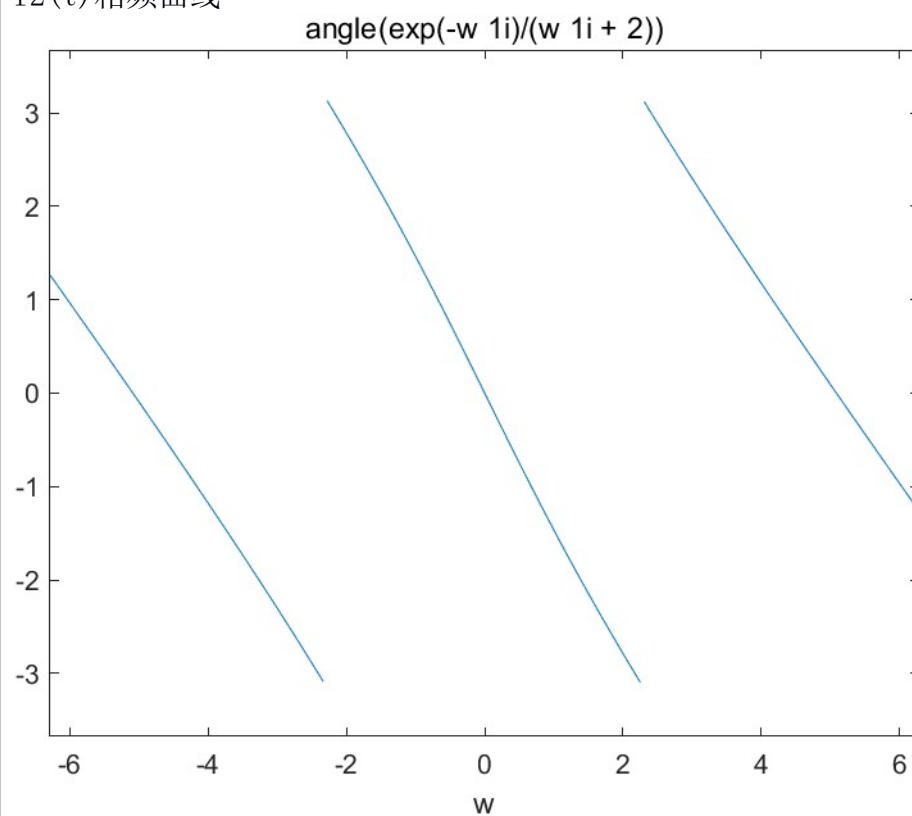


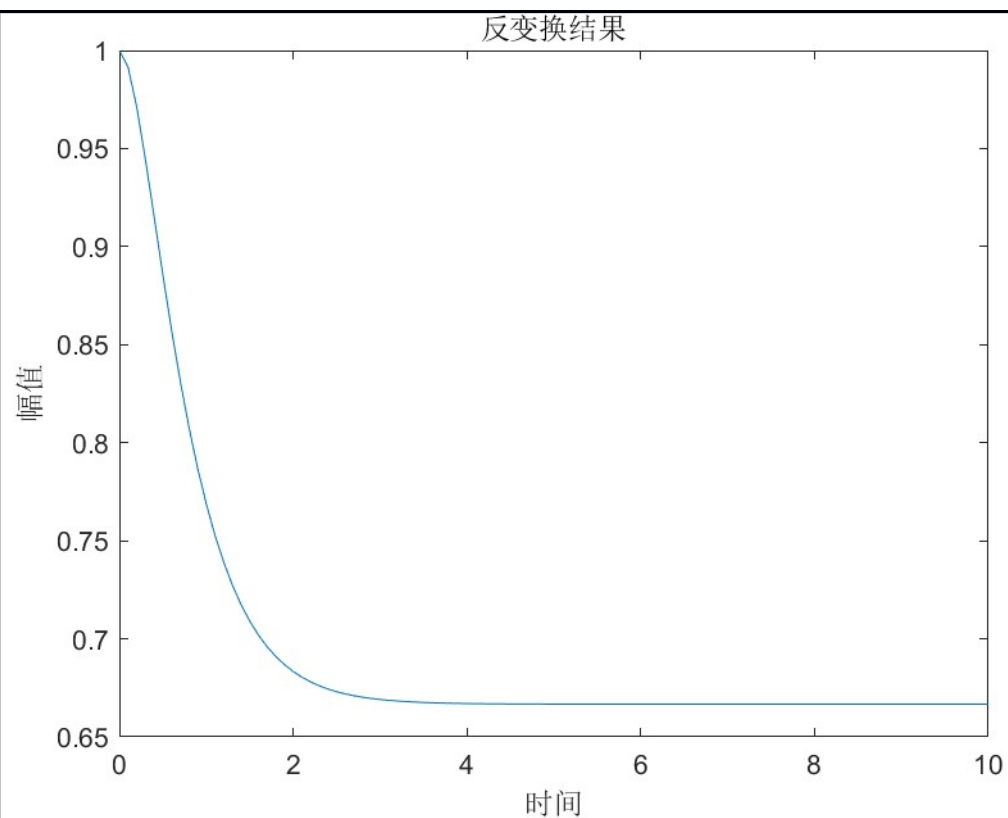
f2(t) 傅里叶变化

f2(t) 幅频曲线



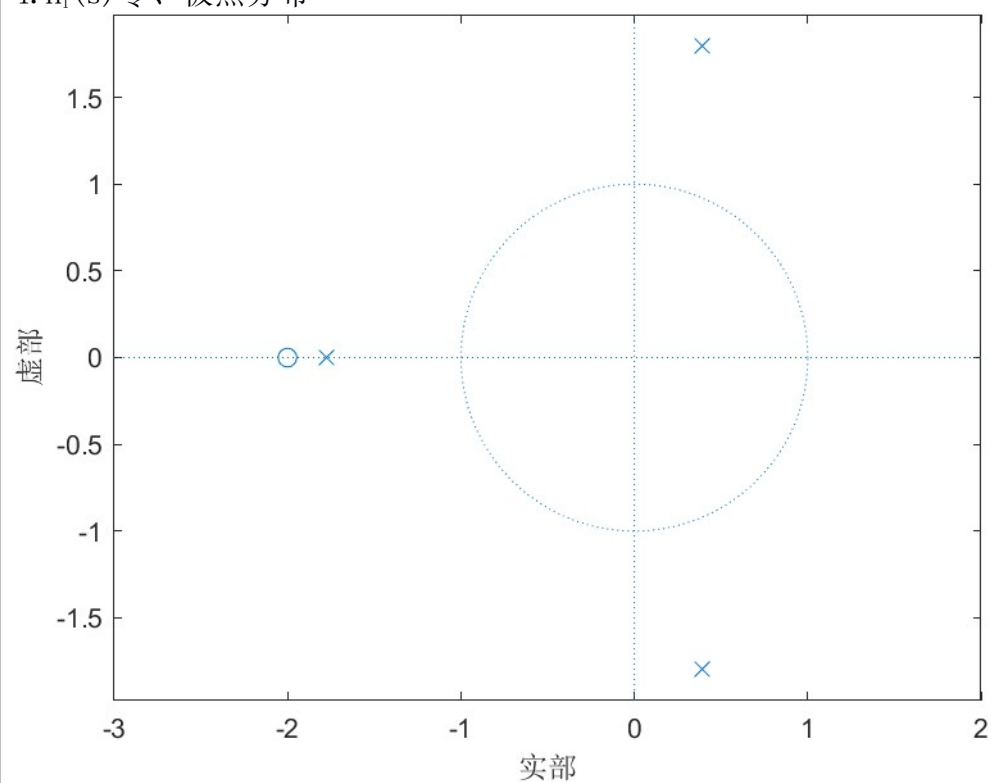
f2(t) 相频曲线

3. 系统函数 $H(s)$ 反变换后的图像

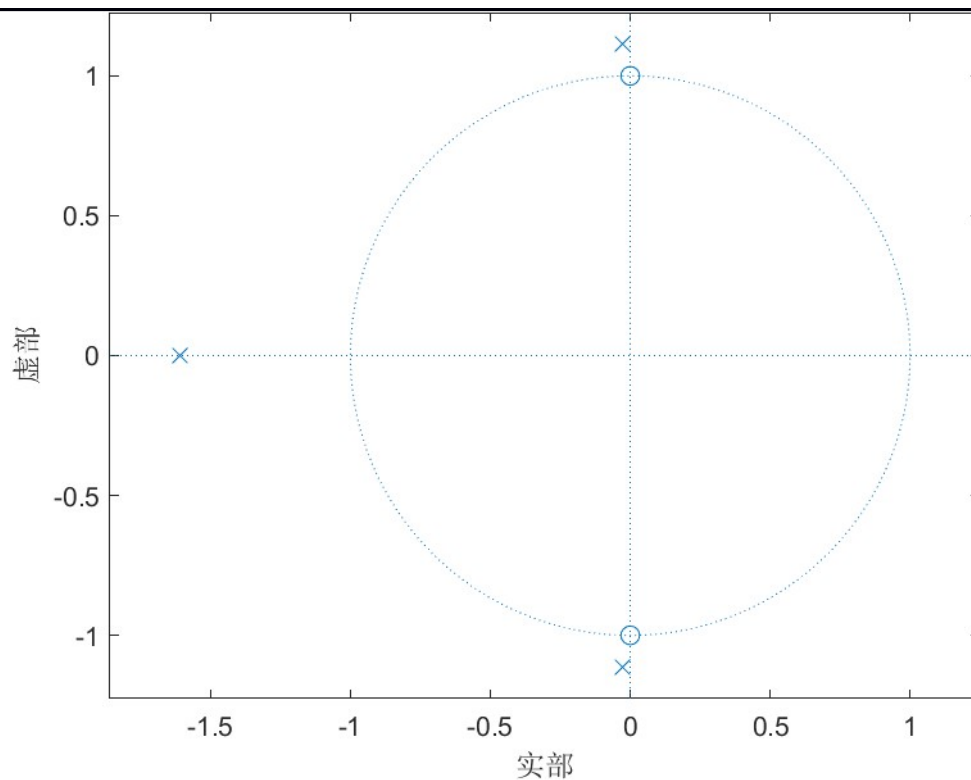


反变换结果: $f(t) = \exp(-2*t) - (2*\exp(-3*t))/3 + 2/3$

4. $H_1(s)$ 零、极点分布

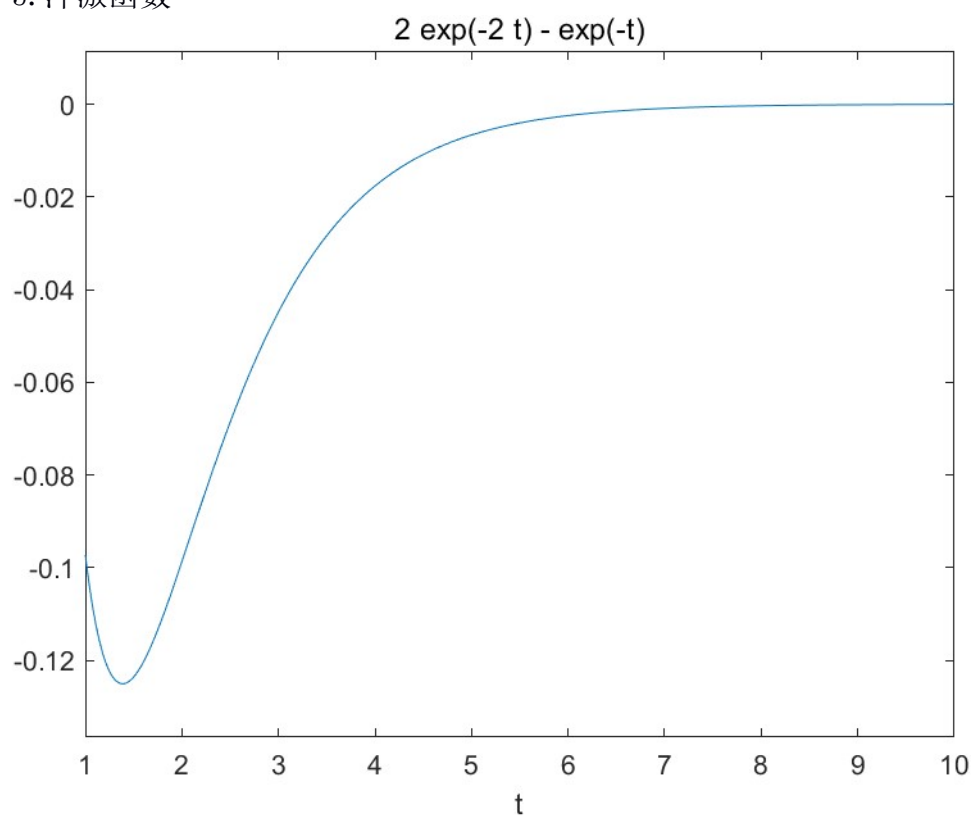


$H_2(s)$ 零、极点分布

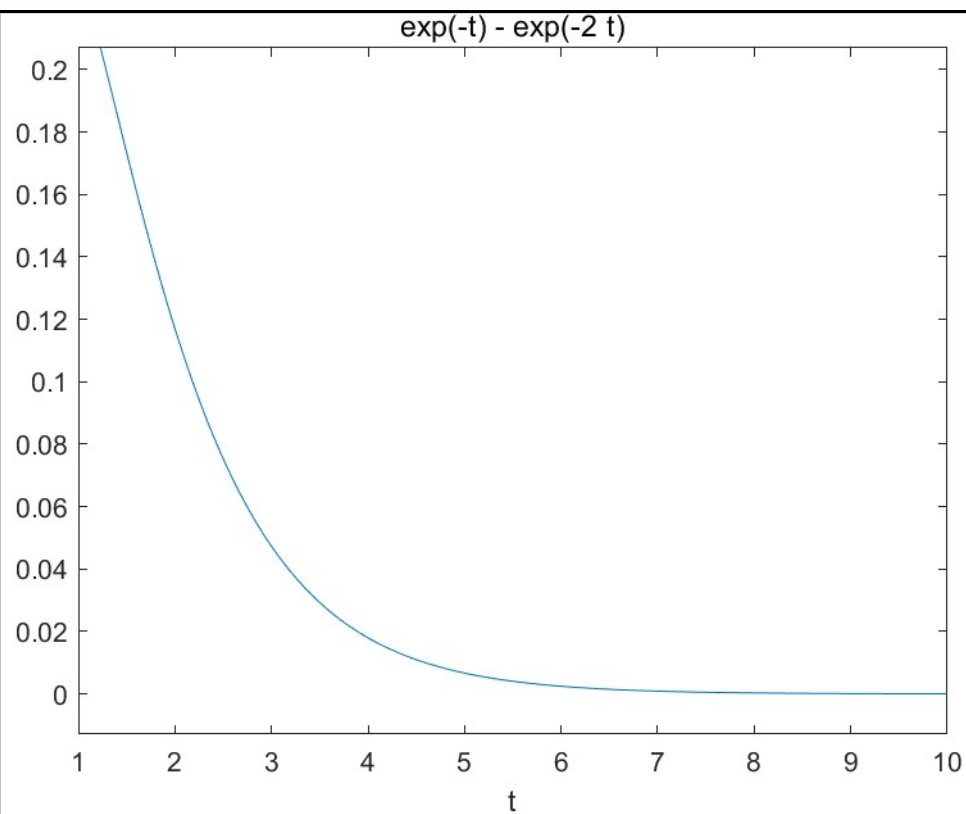


结果分析：由图可得 $H_1(s)$ 图中极点有一个在左半开平面内，另两个在右半开平面，所以系统是不稳定的； $H_2(s)$ 图中，三个极点全部在左半开平面内，故系统是稳定的。

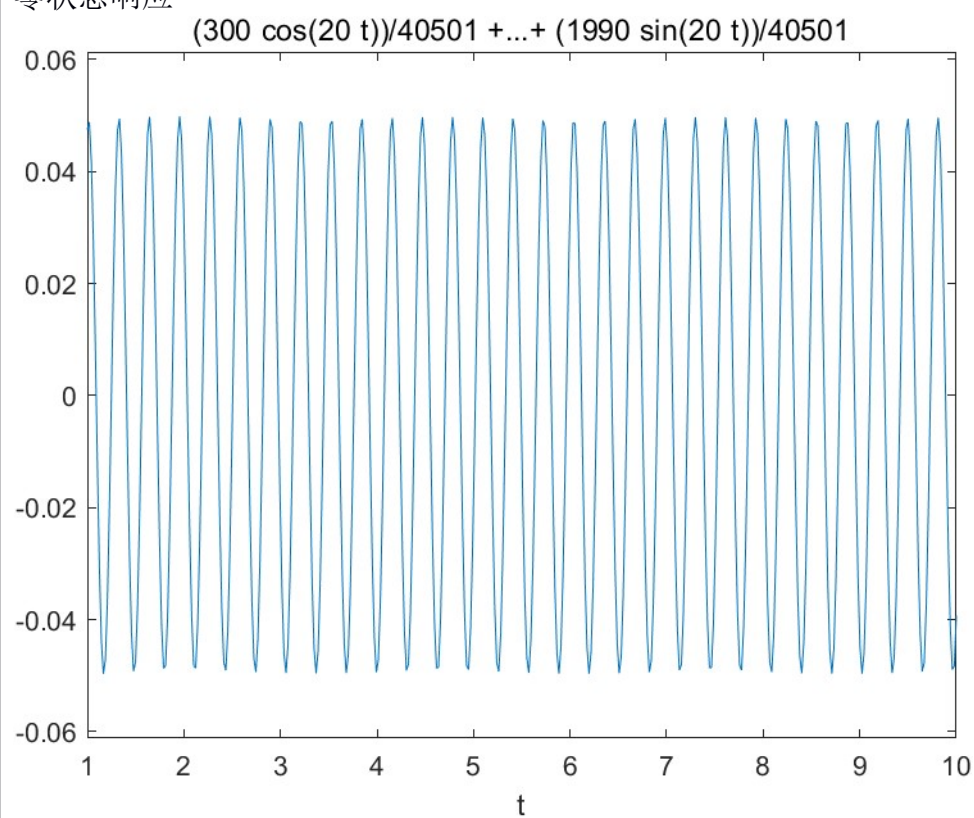
5. 冲激函数

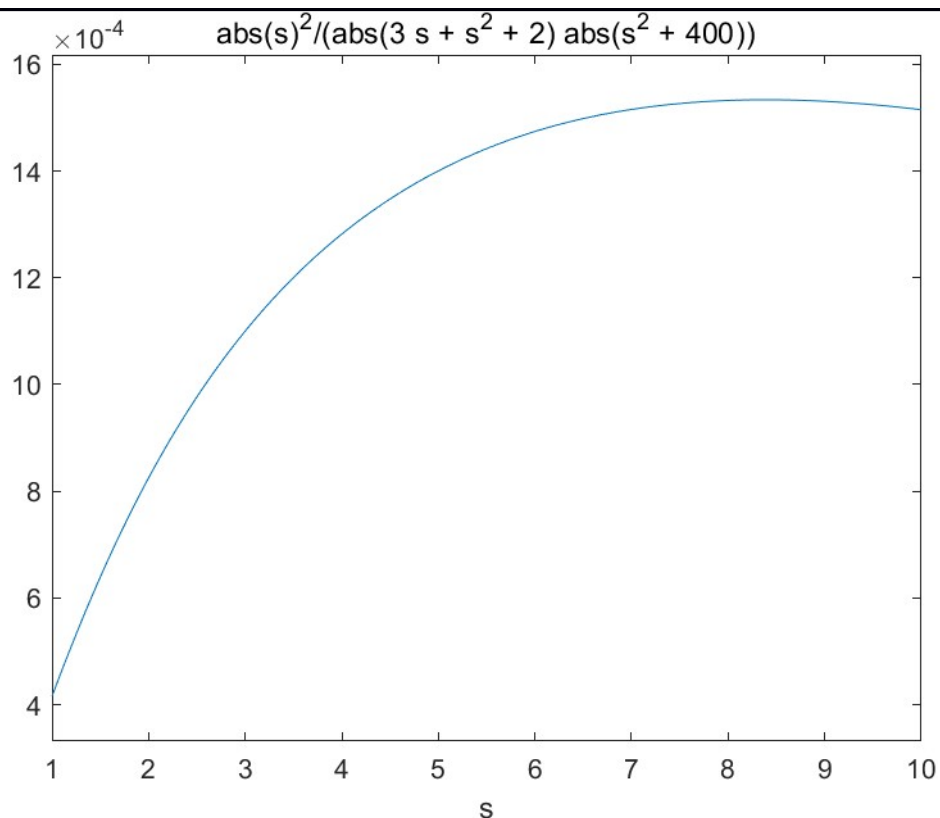


阶跃函数

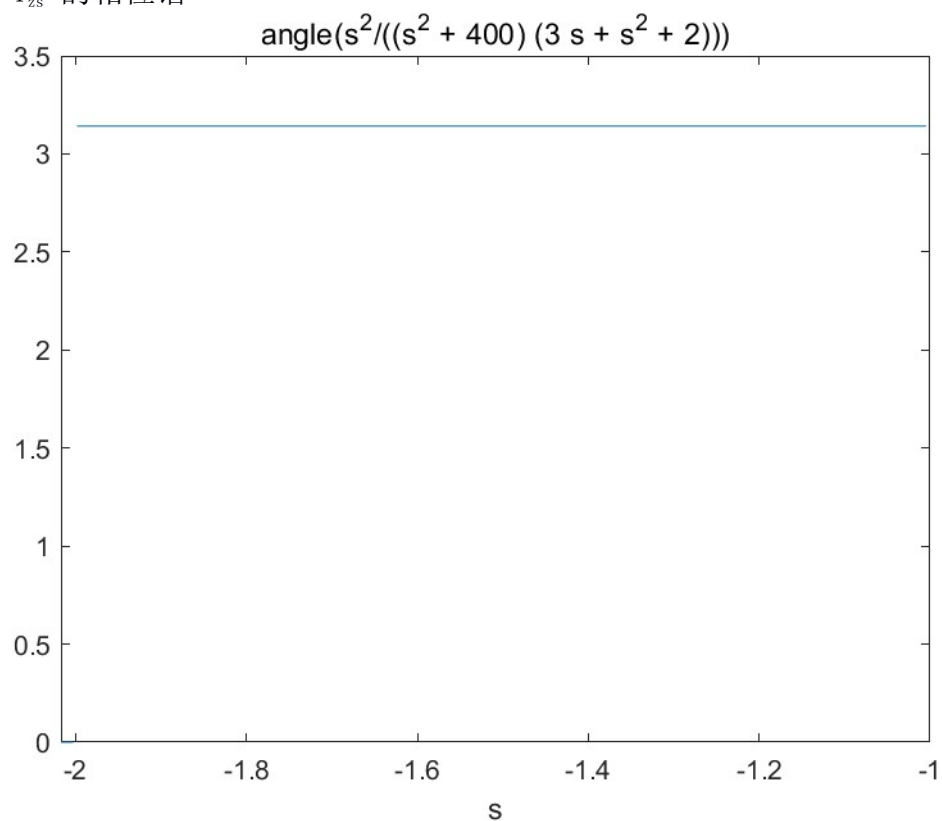


零状态响应

 Y_{zs} 的幅度谱



Y_{zs} 的相位谱



运行结果:

冲激函数: $h(t) = 2 * \exp(-2 * t) - \exp(-t)$,

阶跃函数: $g(t) = \exp(-t) - \exp(-2 * t)$,

零状态响应: $Y_{zs}(t) = (300 * \cos(20 * t)) / 40501 + \exp(-t) / 401 - \exp(-2 * t) / 101 + (1990 * \sin(20 * t)) / 40501$.

三 实验结果的分析

1. 根据指数函数的傅里叶变换公式，所给函数的傅里叶变换为 $4/(w^2 + 4)$ ，频域的傅里叶反变换为 $\exp(-\text{abs}(x))/2$ ，与图像一致。
2. 对两个函数进行傅里叶变换后， $A1=1/(2*\text{abs}(2 + w*1i))$ ， $w1=\text{angle}(1/(2 + w*1i))$ ， $A2=\exp(\text{imag}(w))/(2*\text{abs}(2 + w*1i))$ ， $w2=\text{angle}(\exp(-w*1i)/(2 + w*1i))$ ，观察可知，幅度没有变化，相位发生变化，可知傅里叶变换的时移性质。
3. 根据给定的分子和分母多项式，使用部分分式展开法，我们得到了分式展开的结果为： $\exp(-2*t) - (2*\exp(-3*t))/3 + 2/3$ ，并且得到了反变换结果的图像，该图像显示了函数随时间变化的幅值衰减趋势；由于在部分分式展开中考虑了极点，图像中的幅值变化受到极点的影响，导致函数出现衰减特性。
4. 对 ft 进行拉普拉斯变换， $Fs=\exp(2*s)*\text{expint}(2*s)$ ，与图像相一致，对 $H1$ 和 $H2$ 使用 $\text{zplane}()$ 函数，图像如上图，可得出 $H1$ 的极点并不都位于左半开平面，因此 $H1$ 不稳定，由于 $H2$ 的极点都位于左半开平面，因此 $H2$ 稳定
5. ht 的表达式为 $2*\exp(-2*t) - \exp(-t)$ ， gt 的表达式为 $\exp(-t) - \exp(-2*t)$ ， y_{zs} 的表达式为 $(300*\cos(20*t))/40501 + \exp(-t)/401 - \exp(-2*t)/101 + (1990*\sin(20*t))/40501$ ，对其的幅度和相位的分析见上图。

实验总结

1. 我学会了 $\text{fourier}()$ 函数和 $\text{ifourier}()$ 函数的使用方法，学会了使用 matlab 解决函数的傅里叶变换与反变换问题，并学会了如何求出幅度并且画出相应的幅度和相位图。
2. 在第四个小实验中改变 zplane 中向量的表现形式，也就是在加上系数为零的次方项和去掉，会出现零点增多和减少的情况，但并不影响对于系统稳定性的判断。
3. 在第五个小实验中因为 ezplot 函数的使用出现了绘出的图像和函数的预期结果不相符的情况。
解决方法：在 ezplot 的参数中加了自变量的取值范围，使得问题得到了解决。

参考文献

1. matlab 中的 ezplot 函数详解_「已注销」的博客-CSDN 博客_ ezplot 在 matlab 中的作用: <https://blog.csdn.net/Mysunshinetbg/article/details/69948880>
2. 系统稳定性和零极点的关系 - 知乎 (zhihu.com)
<https://zhuanlan.zhihu.com/p/352406844>
3. (17 条消息) 【 MATLAB 】 zplane 函数介绍 (离散时间系统的零极点图)_李锐博恩的博客-CSDN 博客_ zplane 函数
https://blog.csdn.net/Reborn_Lee/article/details/83449300