

(Hitz Research Center), Departamento de LSI, EHU

Sist. de Ayuda a la Decisión: Clasificación: Naïve Bayes

AitZiber AtutXa
aitziber.atucha@ehu.eus

Índice

- ① Objetivos de Aprendizaje
- ② Formulación
- ③ Intuición
- ④ Naive Bayes en acción
- ⑤ Alg. Discriminativo vs. Generativo
- ⑥ Lectura y visionado de vídeos

Objetivos de Aprendizaje

- Ser capaces de explicar la diferencia entre algoritmos discriminativos y **generativos** $P(Y|X)$ o $P(X|Y)$
- Ser capaces de explicar el concepto de Probabilidad a Priori, la Probabilidad Condicionada (probabilidad versus verosimilitud) y Probabilidad a Posteriori.
- Ser capaces de explicar la intuición tras el algoritmo de Naive Bayes y el origen de la asunción de independencia de donde proviene el apelativo *Naive*.
- Ser capaces de formalizar matemáticamente el algoritmo.
- Ser capaces de generar un modelo básico de clasificación empleando el algoritmo de Naive Bayes.

Naive Bayes: Formulación

Naive Bayes

Dada una Hipótesis \mathcal{H} y la evidencia \mathcal{E}

$$P(\mathcal{H}|\mathcal{E}) = \frac{P(\mathcal{H})P(\mathcal{E}|\mathcal{H})}{P(\mathcal{E})}$$

Intuición trás Naive Bayes

Vamos a hablar de probabilidades y toma de decisiones. Un hombre X cuyas características son:

- X es **tímido, retraído y dispuesto a ayudar.**
- X muestra **poco interés por la gente y por la realidad que le rodea.**
- X es **pacífico, ordenado y siente pasión por los detalles.**
- X necesita un **ambiente ordenado y estructurado.**

¿Qué creeis que es X?.

- ¿Es un bibliotecario?
- ¿Es un agricultor?



Intuición trás Naive Bayes

Trabajo de el Nóbel Daniel Kahneman y Amos Taversky.

Exploraron los **sesgos** frente a la **racionalidad**.

Especificamente: Cuando el juicio humano contradice irracionalmente lo que la probabilidad sugiere.

Artículo: *Creencia en la ley de los números pequeños*

Intuición trás Naive Bayes

Estudio de Kahneman et al. la gente respondió en un 90 % "**X es un bibliotecario**".

Razón: Descripción cuadra con estereotipo.

Según Kahneman et al. este juicio es *irracional*

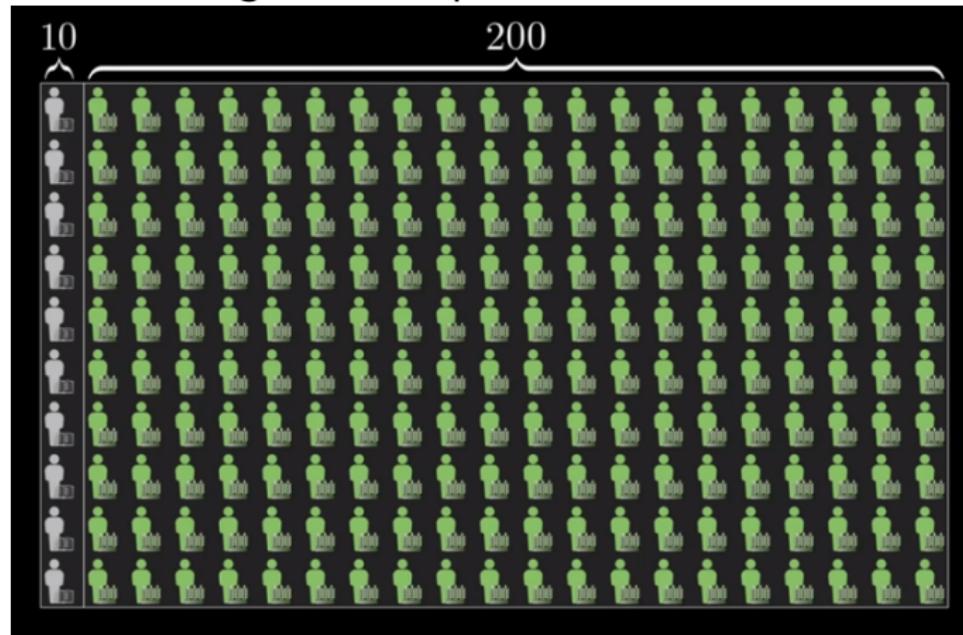
¡Probabilidad a Priori!

Nadie pregunta por $P(Agr)$ vs. $P(Bibl)$ en la población.

En el artículo de Kahneman et al. hablan de un ratio de **20 Agricultores a 1 bibliotecario**.

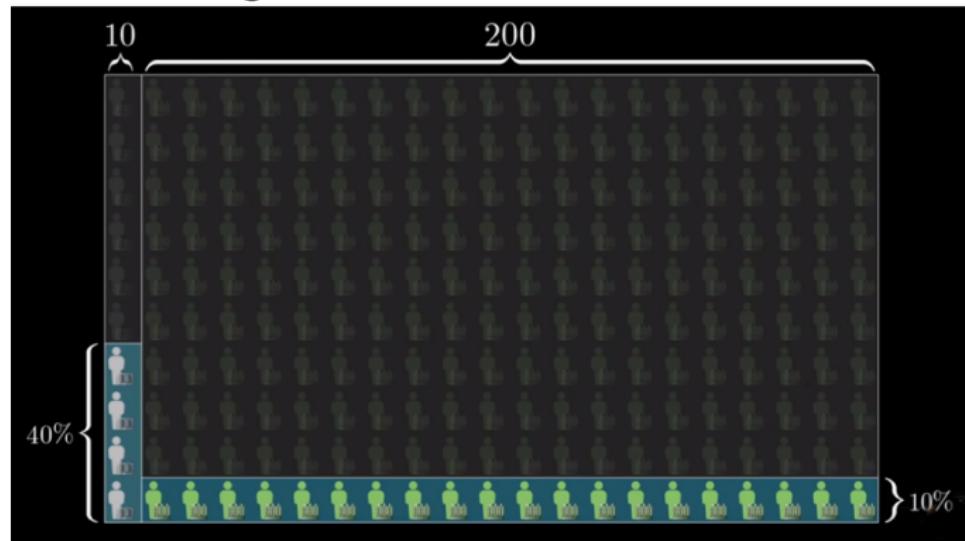
Intuición trás Naive Bayes

El ratio 20 Agricultores por 1 Bilbliotecario



Intuición trás Naive Bayes

Evidencia: Lo que ha de cumplir nuestro hombre X es: ser ordenado, riguroso, etc

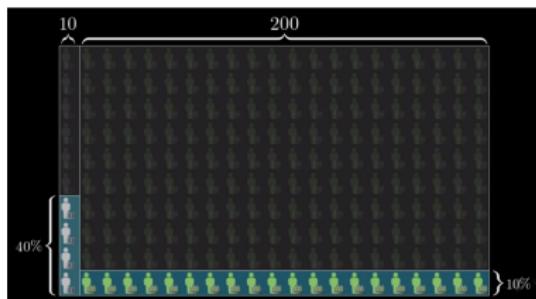


Intuición trás Naive Bayes

En este contexto: ¿Cuál es ...

- ¿la Probabilidad a Priori de ser Bibliotecario? $P(Bibl)$
- y ¿la Probabilidad de cumplir la **Evidencia** para los Bibliotecarios? $P(E|Bibl)$

□



Intuición trás Naive Bayes

¡No olvidar la Prob. a Priori!

La evidencia no se aplica a la *nada*, se aplica sobre la *Probabilidad a Priori*

Es cierto que **muchos bibliotecarios** cumplen la evidencia y eso es lo que genera el estereotipo.... (los pequeños números)

....pero no se puede olvidar que **no hay muchos bibliotecarios.**(los grandes números)

Así que para hacer una predicción hay que tener en cuenta ambos conceptos: Partir de los grandes números y restringirlos con la evidencia.

Naive Bayes: Uso

Confirmar una **Hipótesis** dada una **Evidencia**.

- **Evidencia:** la descripción de X: es tímido, ordenado..., e.d. los atributos
- **Hipótesis:** X es Bibliotecario

Quieres calcular $Prob(H|E)$, es decir, la $Prob(Bibl|Descr)$

Naive Bayes: Uso

¿Cómo se aplica al hombre X?.

- Los grandes números: $Prob(Bibl) = 10/210$
- Los pequeños números: $Prob(Desc|Bibl)$: 4 de 10 Bibliotecarios cumplen la descripción. %40. Es decir, restringe la probabilidad *a priori* inicial.
- No olvidar la Probabilidad de que se de la evidencia $Prob(Desc)$

□

Naive Bayes: Uso

Naive Bayes

$$Prob(H|E) = \frac{Prob(H)Prob(E|H)}{Prob(E)}$$

Naive Bayes: Clasificación

Existen dos tipos de Algoritmos:

- **Los discriminativos:**

- Estrategia: Encontrar delimitadores que distingan las clases. Un único modelo donde quedan modeladas todas las instancias juntas.
- Clasificar la nueva instancia x^n : Determinar a qué lado del delimitador se encuentra x^n . Árboles de decisión, perceptrón, redes neuronales.

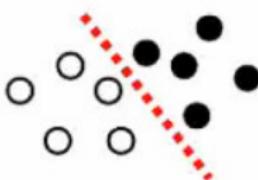
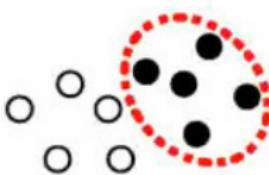
- **Los generativos:** Caracterizar cada clase.

- Estrategia: Encontrar la correcta caracterización de la clase. Genera tantos modelos como clases.
- Clasificar la nueva instancia x^n : Determinar a qué caracterización es más parecida. Naive Bayes.

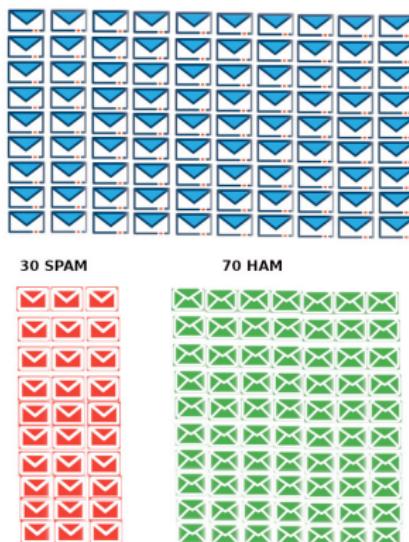
Naive Bayes: Discriminativos vs Generativos

Tipos de Algoritmos:

- **Generativos:**
Encontrar la
caracterización de
las clases.
- **Discriminativos:**
Encontrar el
separador



Naive Bayes: Clasificación (SPAM-HAM)



¿Cuál es ...

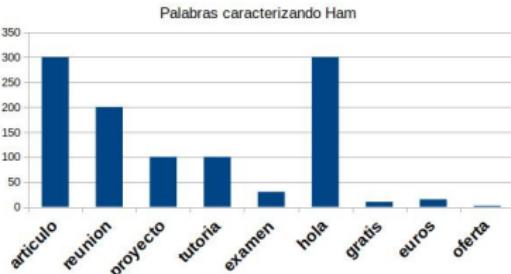
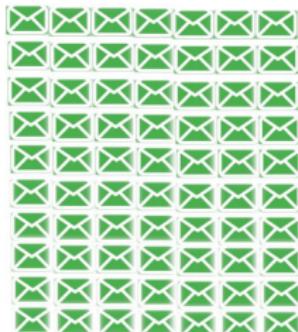
- ... la **Probabilidad a Priori** de ser SPAM?



Naive Bayes: SPAM-HAM

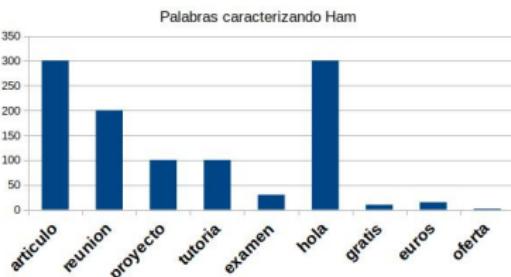
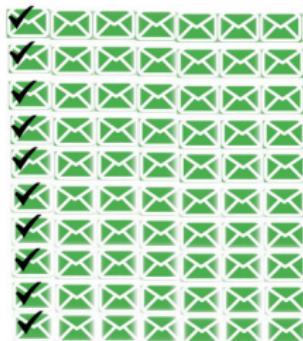
Recordad que es un algoritmo **generativo**: Caracterizar cada clase (HAM/SPAM).

- Caracterizar los Hams: Histograma
- Calcular la probabilidad condicionada: $P(\text{pal}|\text{Ham})$



Naive Bayes: SPAM-HAM

- Supongamos la palabra **artículo** (evidencia).



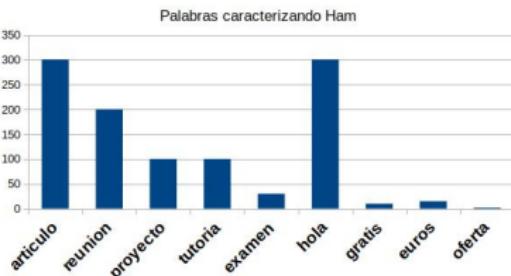
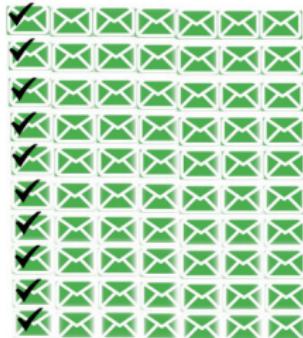
¿Cuál sería ...

... la **Probabilidad condicionada** $Prob(\text{articulo}|\text{Ham})$?



Naive Bayes: SPAM-HAM

- Supongamos la palabra **reunión** (evidencia).



¿Cuál sería ...

... la **Probabilidad condicionada** $Prob(reunion|Ham)$?



Naive Bayes: SPAM-HAM

$$Prob(\text{articulo}|\text{Ham}) = 0,28$$

$$Prob(\text{reunion}|\text{Ham}) = 0,19$$

$$Prob(\text{proyecto}|\text{Ham}) = 0,09$$

$$Prob(\text{tutoria}|\text{Ham}) = 0,09$$

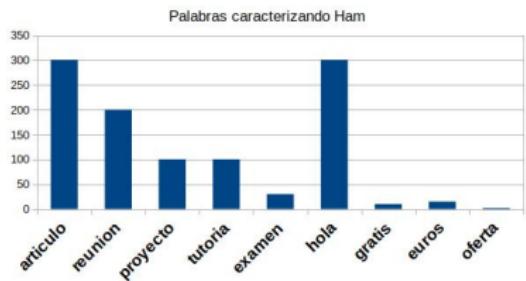
$$Prob(\text{examen}|\text{Ham}) = 0,03$$

$$Prob(\text{hola}|\text{Ham}) = 0,29$$

$$Prob(\text{gratis}|\text{Ham}) = 0,01$$

$$Prob(\text{euros}|\text{Ham}) = 0,015$$

$$Prob(\text{oferta}|\text{Ham}) = 0,001$$



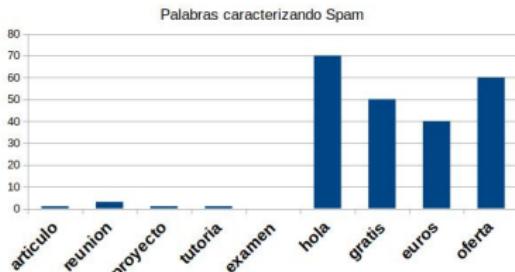
Naive Bayes: SPAM-HAM

Recordad que es un algoritmo generativo: Caracterizar cada clase (HAM/SPAM).

- Caracterizar los Spams: Histograma

Calcular....

la probabilidad condicionada de $\forall pal: P(pal|Spam)$



Naive Bayes: SPAM-HAM

$$Prob(\text{articulo}|\text{Spam}) = 0,006$$

$$Prob(\text{reunion}|\text{Spam}) = 0,02$$

$$Prob(\text{proyecto}|\text{Spam}) = 0,006$$

$$Prob(\text{tutoria}|\text{Spam}) = 0,006$$

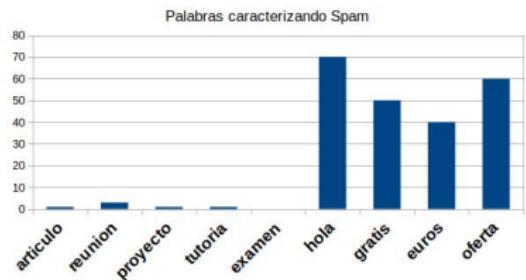
$$Prob(\text{examen}|\text{Spam}) = 0,0$$

$$Prob(\text{hola}|\text{Spam}) = 0,47$$

$$Prob(\text{gratis}|\text{Spam}) = 0,33$$

$$Prob(\text{euros}|\text{Spam}) = 0,26$$

$$Prob(\text{oferta}|\text{Spam}) = 0,4$$



Naive Bayes: SPAM-HAM

Llega un nuevo mensaje: Reunión **de** Proyecto

Dos hipótesis SPAM o HAM ¿Cuál es la más probable?

$\text{Prob}(\text{SPAM}|\text{reunion}, \text{proyecto}) > \text{Prob}(\text{HAM}|\text{reunion}, \text{proyecto})$?

$\text{Prob}(\text{SPAM}|\text{reunion}, \text{proyecto}) < \text{Prob}(\text{HAM}|\text{reunion}, \text{proyecto})$?

□

¿Por qué Naive?

Aquí viene la parte *Naive*: Las palabras *reunión* y *proyecto* seguramente estén relacionadas, pero las vamos a considerar como **independientes**.

$\text{Prob}(\text{reunion} \wedge \text{proyecto}) = \text{Prob}(\text{reunion}) * \text{Prob}(\text{proyecto})$

Naive Bayes: SPAM-HAM

Llega un nuevo mensaje: *Examen gratis gratis gratis*

Dos hipótesis SPAM o HAM ¿Cuál es la más probable?

¿ $\text{Prob}(\text{SPAM}|\text{examen, gratis, gratis, gratis})$?

¿ $\text{Prob}(\text{HAM}|\text{examen, gratis, gratis, gratis})$?

□

¿Qué problema hay aquí?

¿Cuál es $\text{Prob}(\text{examen}|\text{SPAM})$?

Naive Bayes: Uso

Solución

Añadir = 1 a todas las palabras

Solución

$$P(E|H_1) = \frac{\text{Num. de instancias de } H_1 \text{ que contienen } E + \alpha}{N + \alpha * K}$$

α es parámetro de smoothing

K es el número de atributos

N es el Num. instancias de H_1

Naive Bayes: Uso

Rehacer las operaciones.

con = 1 a todas las palabras



Gaussian Naive Bayes

¿Qué hacer con atributos continuos?

- Discretizarlos
- Emplear la fórmula de la distribución normal:

$$P(x|Clase) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2};$$

□

Lecturas y vídeos recomendados

- Universidad de Edimburgo: Diferencia entre algoritmos **generativos y discriminativos**. [https://media.ed.ac.uk/
media/Generative+vs.+Discriminative+Learning/1_p28fim0r](https://media.ed.ac.uk/media/Generative+vs.+Discriminative+Learning/1_p28fim0r)
- <https://www.youtube.com/watch?v=H3EjCKt1Vog>

Bibliografía

- "Grokking Machine Learning", Luis Serrano, Ed. Simon and Schuster, 2021 <https://livebook.manning.com/book/grokking-machine-learning/chapter-8/1>