

1. Исходные данные

Таблица 1.1

Исходные данные для решения задачи

Номер ветви	Начало-Конец	Сопротивления, Ом			Источник ЭДС	
		R	XL	XC	модуль	аргумент
1	31	0	12	0	0	0
2	14	36	57	24	0	0
3	43	81	0	52	0	0
4	32	79	21	21	0	0
5	12	39	21	42	0	0
6	42	43	16	42	11	246

Схема, заданная по условию:

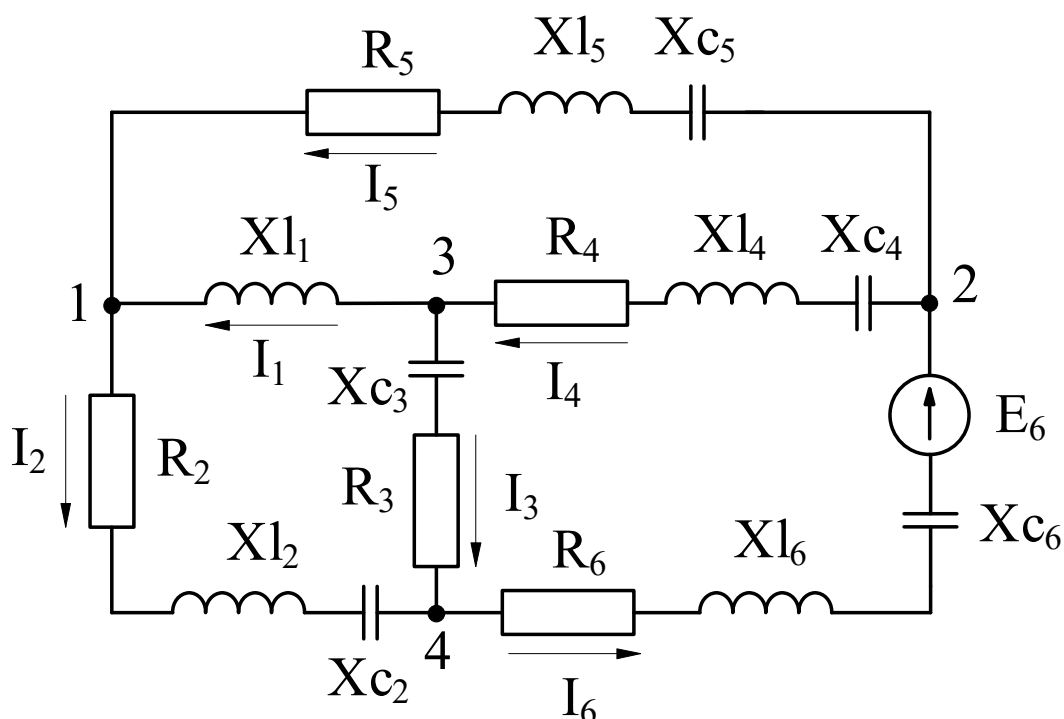


Рисунок 1.1

2. Расчёт цепи с одним источником ЭДС целесообразно проводить методом преобразования. Обозначим направления токов в ветвях заданной цепи (см. рис. 1.1).

Запишем комплексные сопротивления каждой из ветвей:

$$Z_1 = jX_{L_1} = j12 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = R_2 + jX_{L_2} - jX_{C_2} = 56 + j57 - j24 = 56 + j33 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = R_3 - jX_{C_3} = 81 - j52 \text{ Ом};$$

$$Z_4 = R_4 + jX_{L_4} - jX_{C_4} = 79 + j21 - j21 = 79 \text{ Ом};$$

$$Z_5 = R_5 + jX_{L_5} - jX_{C_5} = 39 + j21 - j42 = 39 - j21 \text{ Ом};$$

$$Z_6 = R_6 + jX_{L_6} - jX_{C_6} = 43 + j16 - j42 = 43 - j26 \text{ Ом};$$

В результате преобразований получим следующую схему:

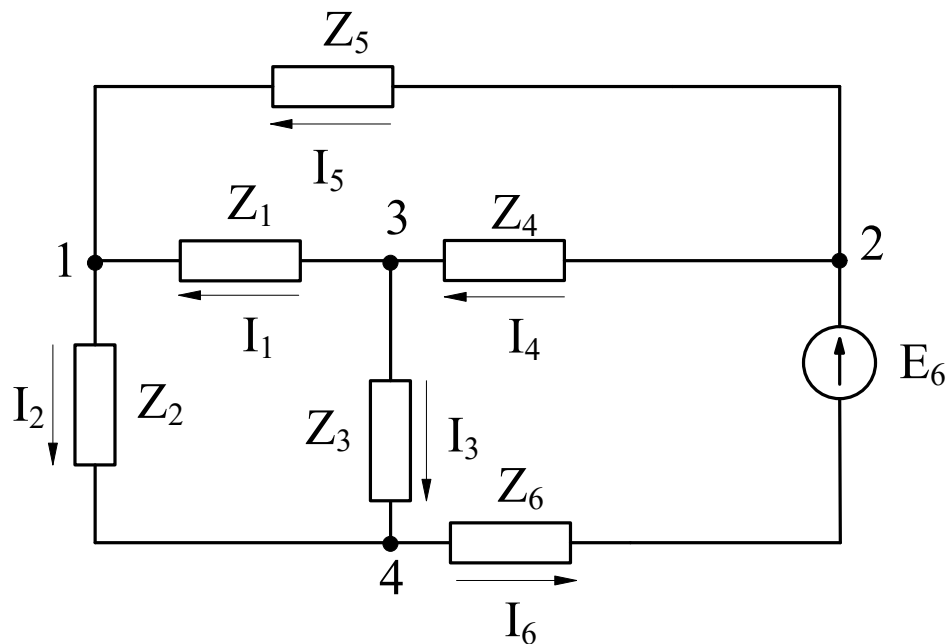


Рисунок 1.2

В схеме рис. 1.2 преобразуем треугольник Z_1 , Z_2 и Z_3 в пассивную звезду:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{j12 \cdot (56 + j33)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{-396 + j672}{137 - j7} = -3.133 + j4.745 \text{ Ом};$$

$$Z_{13} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{j12 \cdot (81 - j52)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{624 + j972}{137 - j7} = 4.181 + j7.309 \text{ Ом};$$

$$Z_{23} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(56 + j33) \cdot (81 - j52)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{6252 - j239}{137 - j7} = 45.605 + j0.586 \text{ Ом}.$$

В результате схема примет вид:

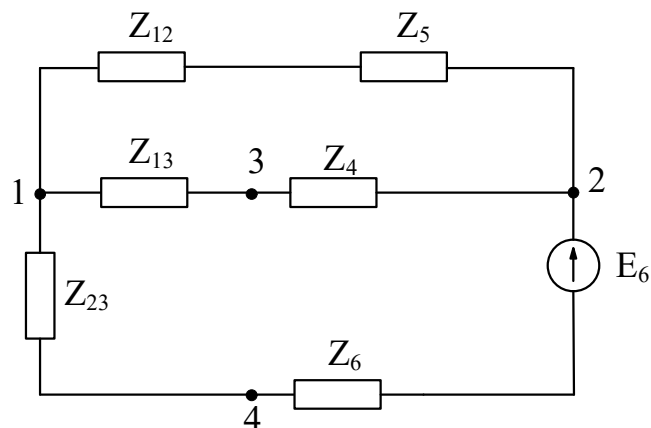


Рисунок 1.3

Эквивалентное сопротивление пассивной части цепи относительно источника ЭДС находится как:

$$Z_0 = \frac{(Z_{12} + Z_5) \cdot (Z_{13} + Z_4)}{Z_{12} + Z_5 + Z_{13} + Z_4} + Z_6 + Z_{23} =$$

$$= \frac{(-3.133 + j4.745 + 39 - j21) \cdot (4.181 + j7.309 + 79)}{-3.133 + j4.745 + 39 - j21 + 4.181 + j7.309 + 79} +$$

$$+ 43 - j26 + 45.605 + j0.586 = 115.202 - j32.571 \text{ Ом.}$$

Определим токи во всех ветвях заданной цепи.

Комплекс тока в шестой ветви определим как отношение источника ЭДС к эквивалентному сопротивлению:

$$\dot{I}_6 = \frac{\dot{E}}{Z_0} = \frac{-4.474 - j10.049}{115.202 - j32.571} = -0.013 - j0.091 \text{ А.}$$

Комплекс тока в четвёртой и пятой ветвях схемы определим по следующим выражениям:

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_6 \cdot \left(\frac{Z_{12} + Z_5}{Z_{12} + Z_5 + Z_4 + Z_{13}} \right) = (-0.013 - j0.091) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{-3.133 + j4.745 + 39 - j21}{-3.133 + j4.745 + 39 - j21 + 79 + 4.181 + j7.309j} \right) =$$

$$= (-0.013 - j0.091) \cdot \left(\frac{35.867 - j16.255}{119.048 - j8.946} \right) = -0.014 - j0.027 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_6 \cdot \left(\frac{Z_{13} + Z_4}{Z_{12} + Z_5 + Z_4 + Z_{13}} \right) = (-0.013 - j0.091) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{4.181 + j7.309 + 79}{-3.133 + j4.745 + 39 - j21 + 79 + 4.181 + j7.309j} \right) =$$

$$= (-0.013 - j0.091) \cdot \left(\frac{83.181 + j7.309}{119.048 - j8.946} \right) = 0.001 - j0.064 \text{ А.}$$

По схеме рис. 1.2 определим напряжение между узлами 1 и 3:

$$U_{13} = -\dot{I}_4 \cdot Z_4 + \dot{I}_5 \cdot Z_5 = -(-0.014 - j0.027) \cdot 79 +$$

$$+ (0.001 - j0.064) \cdot (39 - j21) = -0.166 - j0.424 \text{ В.}$$

Определим ток I_1 :

$$\dot{I}_1 = \frac{U_{13}}{Z_1} = \frac{-0.166 - j0.424}{12} = -0.035 + j0.014 \text{ А.}$$

По первому закону Кирхгофа определим токи в оставшихся ветвях схемы:

$$\begin{aligned} i_2 &= i_1 + i_5 = -0.035 + j0.014 + 0.001 - j0.064 \text{ A} = -0.034 - j0.05 \text{ A}; \\ i_3 &= i_4 - i_1 = -0.014 - j0.027 - (-0.035 + j0.014) = 0.021 - j0.041 \text{ A}. \end{aligned}$$

По найденным комплексам действующих значений токов запишем их мгновенные значения:

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{2} \cdot 0.038 \sin(\omega \cdot t + 158.605^\circ) \text{ A}; \\ i_2 &= \sqrt{2} \cdot 0.061 \sin(\omega \cdot t - 124.052^\circ) \text{ A}; \\ i_3 &= \sqrt{2} \cdot 0.046 \sin(\omega \cdot t - 62.663^\circ) \text{ A}; \\ i_4 &= \sqrt{2} \cdot 0.03 \sin(\omega \cdot t - 118.295^\circ) \text{ A}; \\ i_5 &= \sqrt{2} \cdot 0.064 \sin(\omega \cdot t - 88.894^\circ) \text{ A}; \\ i_6 &= \sqrt{2} \cdot 0.092 \sin(\omega \cdot t - 98.213^\circ) \text{ A}. \end{aligned}$$

3. Определим комплексную мощность, отдаваемую источником ЭДС:

$$\tilde{S} = \dot{E}_6 \cdot i_6^* = 11e^{j246^\circ} \cdot 0.092e^{j98.213} = 0.973 - j0.277 \text{ В.}$$

Таким образом активная мощность, отдаваемая источником ЭДС:

$$P_E = 0.973 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность составляет:

$$Q_E = 0.277 \text{ вар.}$$

Активная мощность, рассеиваемая на активных сопротивлениях цепи:

$$P_{\text{потр}} = I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 0.061^2 \cdot 56 + 0.046^2 \cdot 81 + 0.03^2 \cdot 79 + 0.064^2 \cdot 39 + 0.092^2 \cdot 43 = 0.973 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность нагрузки определится выражением:

$$\begin{aligned} Q_{np} &= I_1^2 \cdot Xl_1 + I_2^2 \cdot (Xl_2 - Xc_2) + I_3^2 \cdot (-Xc_3) + I_5^2 \cdot (Xl_5 - Xc_5) + \\ &I_6^2 \cdot (Xl_6 - Xc_6) = 0.038^2 \cdot 12 + 0.061^2 \cdot (57 - 24) + 0.046^2 \cdot (-52) + \\ &+ 0.064^2 \cdot (21 - 42) + 0.092^2 \cdot (16 - 42) = -0.275 \text{ вар.} \end{aligned}$$

Таким образом, активные и реактивные мощности и цепи с высокой степенью точности оказываются равными между собой.

4. Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление Z_6 их исходной схемы и получим схему на рис. 1.4.

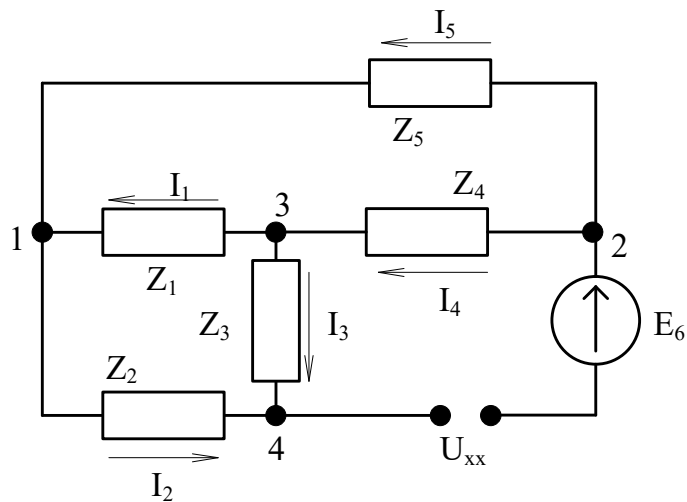


Рисунок 1.4

Напряжение холостого хода определяется как:

$$U_{xx} = \dot{E}_6 = -4.474 - j10.049.$$

Далее, закоротив источник ЭДС, находим сопротивление эквивалентного генератора:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{j12 \cdot (56 + j33)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{-396 + j672}{137 - j7} = -3.133 + j4.745 \text{ Ом};$$

$$Z_{13} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{j12 \cdot (81 - j52)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{624 + j972}{137 - j7} = 4.181 + j7.309 \text{ Ом};$$

$$Z_{23} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(56 + j33) \cdot (81 - j52)}{j12 + 56 + j33 + 81 - j52} = \frac{6252 - j239}{137 - j7} = 45.605 + j0.586 \text{ Ом}.$$

$$Z_{\text{ген}} = \frac{(Z_{12} + Z_5) \cdot (Z_{13} + Z_4)}{Z_{12} + Z_5 + Z_{13} + Z_4} + Z_{23} = \frac{(-3.133 + j4.745 + 39 - j21) \cdot (4.181 + j7.309 + 79)}{-3.133 + j4.745 + 39 - j21 + 4.181 + j7.309 + 79} + 45.605 + j0.586 = 72.202 - j6.571 \text{ Ом}.$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис. 1.4) по формуле:

$$i_6 = \frac{U_{xx}}{Z_{\text{ген}} + Z_6} = \frac{-4.474 - j10.049}{72.202 - j6.571 + 43 - j26} = -0.013 - j0.091 \text{ А}.$$

Ответ:

	Алгебраическая форма		Показательная форма	
	Re	Im	модуль	φ , град
ток \dot{I}_1	-0.035	0.014	0.038	158.605
ток \dot{I}_2	-0.034	-0.05	0.061	-124.052
ток \dot{I}_3	0.021	-0.041	0.046	-62.663
ток \dot{I}_4	-0.014	-0.027	0.03	-118.295
ток \dot{I}_5	0.001	-0.064	0.064	-88.894
ток \dot{I}_6	-0.013	-0.091	0.092	-98.213
Мощность $S_{\text{ист}}$	0.973	-0.277	1.011	-15.87
Мощность $S_{\text{потр}}$	0.973	-0.275	1.011	-15.782
U_{xx}	-4.474	-10.049	11	-114
$Z_{\text{ген}}$	72.202	-6.571	72.5	-5.2

На схеме электрической цепи (см. рис 1.5) определены заданием точки 1-4. Остальные точки обозначим числами 5-14.

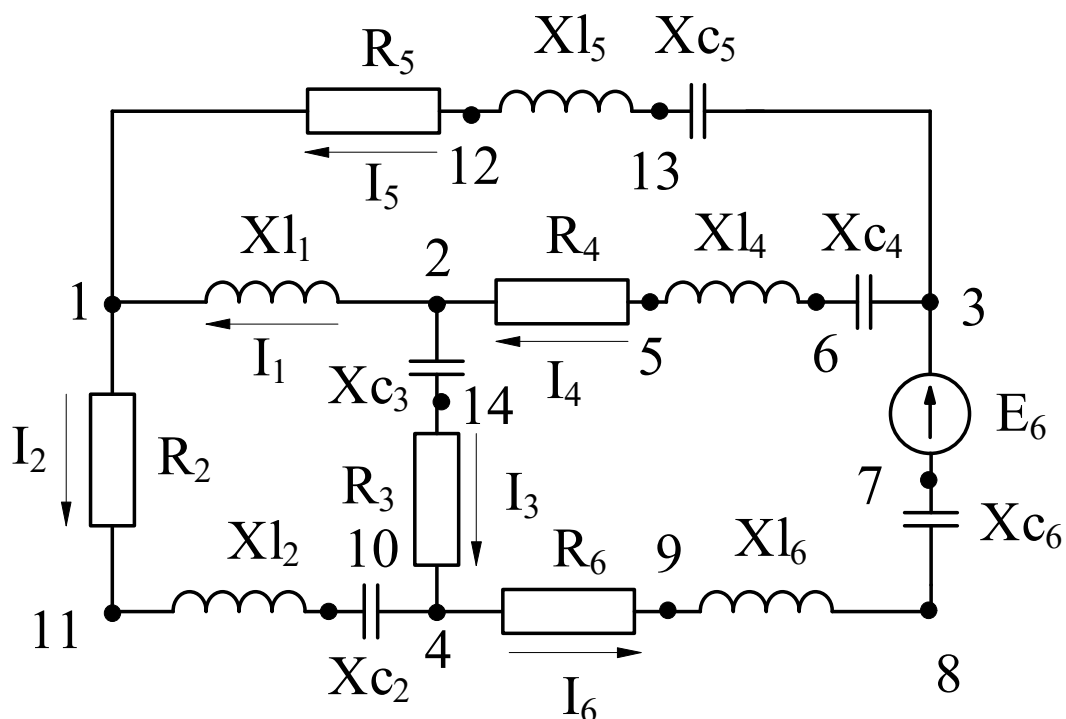


Рисунок 1.5

За базисный узел примем узел 1. Его потенциал будем считать равным нулю. Определим потенциалы точек:

$$\varphi_1 = 0;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + jXl_1 \cdot I_1 = 0 + (-0.166 - j0.424) = -0.166 - j0.424;$$

$$\varphi_5 = \varphi_2 + R_4 \cdot I_4 = -0.166 - j0.424 + (-1.135 - j2.108) = -1.301 - j2.532;$$

$$\begin{aligned}
\varphi_6 &= \varphi_5 + jXl_4 \cdot I_4 = -1.301 - j2.532 + (-0.302 - j0.56) = \\
&= -0.741 - j2.834; \\
\varphi_3 &= \varphi_6 - jXc_4 \cdot I_4 = -0.741 - j2.834 - (-0.302 - j0.56) = \\
&= -1.301 - j2.532; \\
\varphi_7 &= \varphi_3 - E_6 = -1.301 - j2.532 - (-4.474 - j10.049) = \\
&= 3.173 + j7.517; \\
\varphi_8 &= \varphi_7 - jXc_6 \cdot I_6 = 3.173 + j7.517 - (-0.551 - j3.819) = \\
&= -0.646 + j8.068; \\
\varphi_9 &= \varphi_8 + jXl_6 \cdot I_6 = -0.646 + j8.068 + (-0.21 - j1.455) = \\
&= 0.809 + j7.858; \\
\varphi_4 &= \varphi_9 + R_6 \cdot I_6 = 0.809 + j7.858 + (-0.564 - j3.91) = \\
&= 0.244 + j3.948; \\
\varphi_{10} &= \varphi_4 - jXc_2 \cdot I_2 = 0.244 + j3.948 - (-0.818 - j1.21) = \\
&= -0.966 + j4.766; \\
\varphi_{11} &= \varphi_{10} + jXl_2 \cdot I_2 = -0.966 + j4.766 + (-1.942 - j2.874) = \\
&= 1.908 + j2.823; \\
\varphi_1 &= \varphi_{11} + R_2 \cdot I_2 = 1.908 + j2.823 + (-1.908 - j2.822) = 0; \\
\varphi_{14} &= \varphi_2 + jXc_3 \cdot I_3 = -0.166 - j0.424 + (1.089 - j2.107) = \\
&= 1.941 + j0.666; \\
\varphi_4 &= \varphi_{14} - R_3 \cdot I_3 = 1.941 + j0.666 - (1.697 - j3.282) = \\
&= 0.244 + j3.948; \\
\varphi_{12} &= \varphi_1 + R_5 \cdot I_5 = 0 + (0.048 - j2.506) = 0.048 - j2.506; \\
\varphi_{13} &= \varphi_{12} + jXl_5 \cdot I_5 = 0.048 - j2.506 + (0.026 - j1.349) = \\
&= 1.398 - j2.48; \\
\varphi_3 &= \varphi_{13} - jXc_5 \cdot I_5 = 1.398 - j2.48 - (0.052 - j2.699) = \\
&= -1.301 - j2.532.
\end{aligned}$$

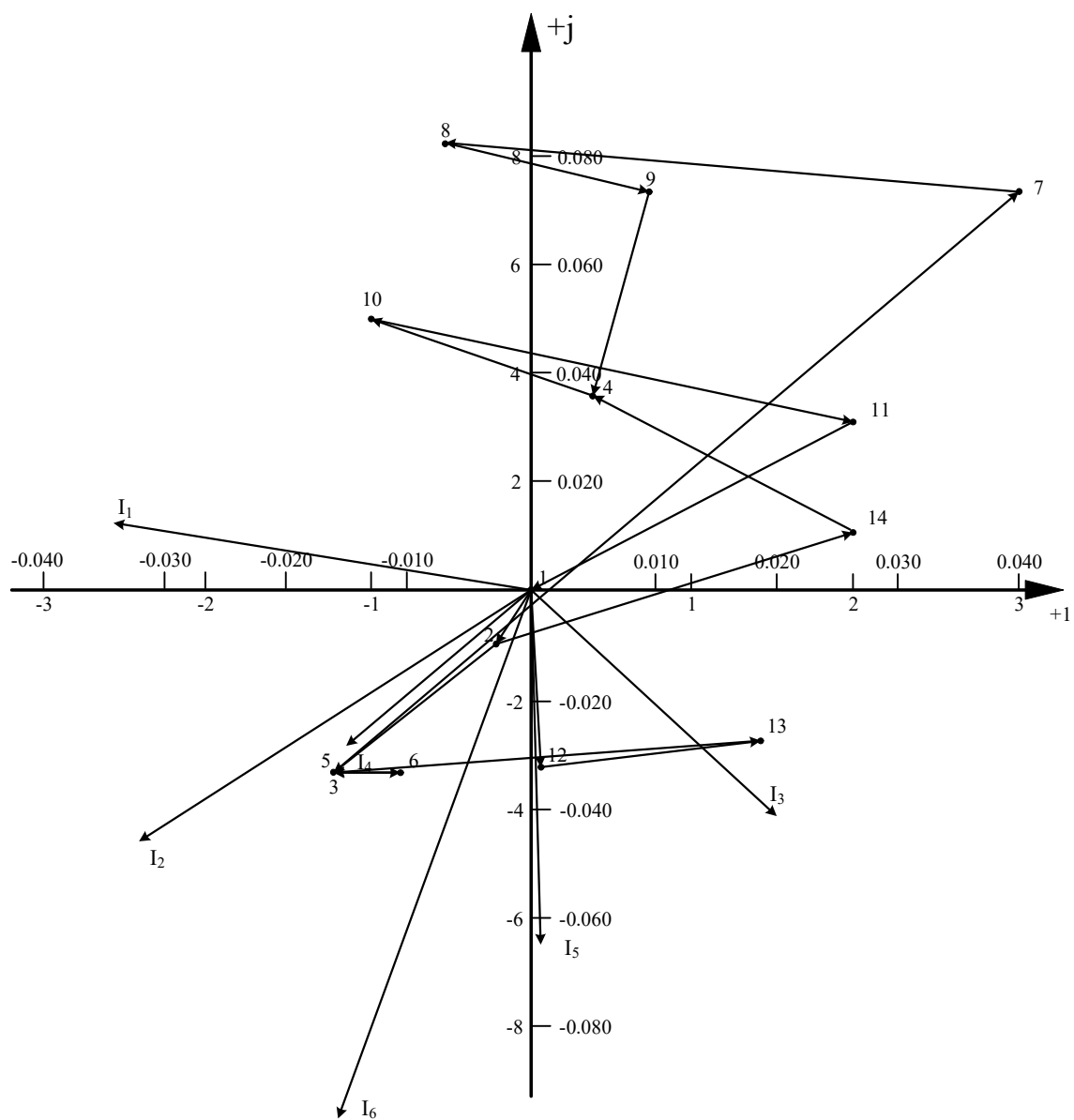


Рисунок 1.6