

Учреждение образования  
Белорусский Государственный университет  
информатики и радиоэлектроники

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет по курсу: «Теория электрических цепей»  
Шифр студента № 050504-12

Проверила:  
Нехайчик Е. В.

Выполнил:  
Ст. гр. № 050504  
Матусевич С.К.

Минск 2021

## 1. Исходные данные

Таблица 1 Исходные данные для решения задачи

Номер ветви	Начало-Конец	Сопротивления, Ом			Источник ЭДС	
		R	XL	XC	модуль	аргумент
1	56	69	0	33	0	0
2	62	59	0	0	0	0
3	24	0	43	99	58	132
4	43	0	48	17	0	0
5	31	0	24	0	0	0
6	15	21	0	0	0	0
7	63	0	14	32	0	0
8	25	92	0	0	0	0

Схема, заданная по условию:

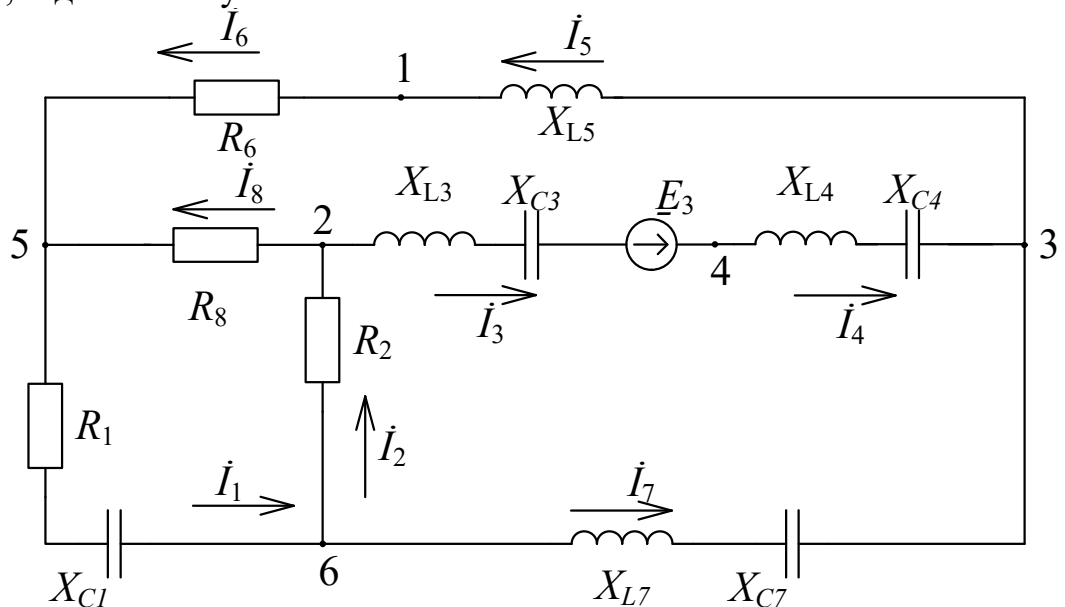


Рисунок 1

## 2. Расчёт цепи методом преобразований

Запишем комплексные сопротивлений каждой из ветвей:

$$Z_1 = jX_{L1} = 69 - j33 \text{ Ом}$$

$$Z_2 = R_2 = 59 \text{ Ом}$$

$$Z_3 = jX_{L3} - jX_{C3} = -j56 \text{ Ом}$$

$$Z_4 = jX_{L4} - jX_{C4} = -j28 \text{ Ом}$$

$$Z_{56} = R_5 + jX_{L5} + jX_{C5} + R_6 + jX_{L6} + jX_{C6} = 21 + j24 \text{ Ом}$$

$$Z_7 = -jX_{C7} = -j18 \text{ Ом}$$

$$Z_8 = R_8 = 92 \text{ Ом}$$

В результате преобразований получим следующую схему:

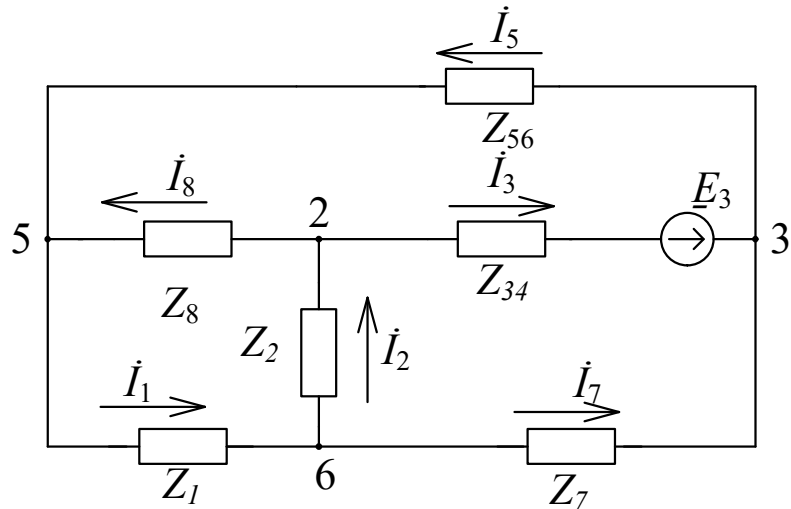


Рисунок 2

В схеме рис. 2 преобразуем треугольник  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_8$  в пассивную звезду:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_8} = \frac{j27 \cdot (-j46)}{j27 - j46 + 34 - j18} = 19.396 - j5.941 \text{ Ом};$$

$$Z_{18} = \frac{Z_1 \cdot Z_8}{Z_1 + Z_2 + Z_8} = \frac{j27 \cdot (34 - j18)}{j27 - j46 + 34 - j18} = 30.244 + j9.263 \text{ Ом};$$

$$Z_{28} = \frac{Z_2 \cdot Z_8}{Z_1 + Z_2 + Z_8} = \frac{(-j46) \cdot (34 - j18)}{j27 - j46 + 34 - j18} = 24.13 - j3.619 \text{ Ом}.$$

В результате схема примет вид:

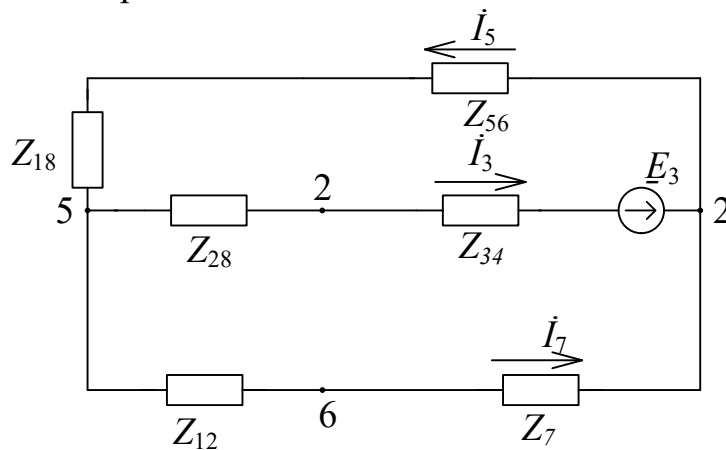


Рисунок 3

Эквивалентное сопротивление пассивной части цепи относительно источника ЭДС находится как:

$$Z_0 = \frac{(Z_{18} + Z_{56}) \cdot (Z_{12} + Z_7)}{Z_{18} + Z_{56} + Z_{12} + Z_7} + Z_{34} + Z_{28} =$$

$$= \frac{(-6.908 + j19.483 + 111) \cdot (16.724 + j18.2 + j48)}{-6.908 + j19.483 + 111 + 16.724 + j18.2 + j48} + 11.769 - j33.193 + 54 - j83 = 44.583 - j32.037 \text{ Ом.}$$

Определим токи во всех ветвях заданной цепи.

Комплекс тока в четвертой ветви определим как отношение источника ЭДС к эквивалентному сопротивлению:

$$i_4 = \frac{\dot{E}_3}{Z_0} = \frac{-38.81 - j43.102}{44.583 - j32.037} = -1.032 - j0.225 \text{ А.}$$

Комплекс тока в пятой ветви схемы определим по правилу плеч:

$$i_5 = i_4 \cdot \left( \frac{Z_{12} + Z_7}{Z_{12} + Z_7 + Z_{18} + Z_{56}} \right) = (0.379 - j0.526) \cdot \left( \frac{16.724 + j18.2 + j48}{-6.908 + j19.483 + 111 + 16.724 + j18.2 + j48} \right) = -0.256 - j0.378 \text{ А;}$$

Комплекс тока в седьмой ветви определим по первому закону Кирхгофа для узла 3:

$$i_7 = i_5 - i_4 = 0.776 + j0.153 \text{ А}$$

По схеме рис. 1.2 определим напряжение между узлами 2 и 5:

$$U_{25} = i_4 \cdot Z_{34} + i_5 \cdot Z_{56} - \dot{E}_4 = (0.379 - j0.526) \cdot (54 - j111) + (0.29 - j0.071) \cdot 111 - 19.336 - j90.968 = 29.974 - j15.508 \text{ В.}$$

Определим ток  $I_8$ :

$$i_8 = \frac{U_{25}}{Z_8} = \frac{13.622 - j15.508}{34 - j18} = 0.326 + j0.169 \text{ А.}$$

По первому закону Кирхгофа определим токи в оставшихся ветвях схемы:

$$i_1 = i_8 + i_5 = 0.159 + j0.456 + 0.29 - j0.071 = 0.069 + j0.21 \text{ А;}$$

$$i_2 = i_1 - i_7 = +0.089 - j0.455 + (0.45 + j0.384) = -0.706 - j0.056 \text{ А.}$$

По найденным комплексам действующих значений токов запишем их мгновенные значения:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 0.221 \sin(\omega \cdot t + 71.69^\circ) \text{ А;}$$

$$\begin{aligned}
i_2 &= \sqrt{2} \cdot 0.709 \sin(\omega \cdot t - 175.429^\circ) \text{ A}; \\
i_3 &= \sqrt{2} \cdot 1.056 \sin(\omega \cdot t - 167.7^\circ) \text{ A}; \\
i_4 &= i_3 \text{ A}; \\
i_5 &= \sqrt{2} \cdot 0.457 \sin(\omega \cdot t - 124.137^\circ) \text{ A}; \\
i_6 &= i_5 \text{ A}; \\
i_7 &= \sqrt{2} \cdot 0.791 \sin(\omega \cdot t + 11.168^\circ) \text{ A}; \\
i_8 &= \sqrt{2} \cdot 0.367 \sin(\omega \cdot t - 27.357^\circ) \text{ A}.
\end{aligned}$$

### 3. Составление баланса мощностей

Определим комплексную мощность, отдаваемую источником ЭДС:

$$\tilde{S} = \dot{E}_4 \cdot \dot{I}_4^* = (-19.336 - j90.968) * (0.379 + j0.526) = 49.76 - j35.757 \text{ В.}$$

Таким образом активная мощность, отдаваемая источником ЭДС:

$$P_E = 49.76 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность составляет:

$$Q_E = -35.757 \text{ вар.}$$

Активная мощность, рассеиваемая на активных сопротивлениях цепи:

$$\begin{aligned}
P_{\text{потр}} &= |\dot{I}_1|^2 R_1 + |\dot{I}_2|^2 R_2 + |\dot{I}_6|^2 R_6 + |\dot{I}_8|^2 R_8 = 0.648^2 \cdot 54 + 0.299^2 \cdot 46 + \\
&0.299^2 \cdot 65 + 0.483^2 \cdot 34 = 49.76 \text{ Вт.}
\end{aligned}$$

Реактивная мощность нагрузки определится выражением:

$$\begin{aligned}
Q_{np} &= |\dot{I}_1|^2 \cdot X_{L1} + |\dot{I}_2|^2 \cdot (X_{L2} - X_{C2}) + |\dot{I}_3|^2 \cdot (-X_{C3}) + |\dot{I}_4|^2 \cdot (X_{L4} - X_{C4}) + \\
&|\dot{I}_7|^2 \cdot X_{L7} + |\dot{I}_8|^2 \cdot (-X_{C8}) \\
&= 0.592^2 \cdot 27 + 0.543^2 \cdot (12 - 58) + 0.648^2 \cdot (-83) + \\
&+ 0.648^2 \cdot (38 - 66) + 0.463^2 \cdot (48) + 0.483^2 \cdot (-18) = -35.757 \text{ Вт}
\end{aligned}$$

Таким образом, активные и реактивные мощности и цепи с высокой степенью точности оказываются равными между собой.

### 4. Определение токов в ветвях исходной схемы методом законов Кирхгофа.

Определим количество уравнений по первому закону Кирхгофа:

$$N_{yp} = N_y - 1 = 4 - 1 = 3$$

Определим количество уравнений по второму закону Кирхгофа:

$$N_{\text{yp}} = N_{\text{в}} - N_{\text{y}} + 1 - N_{\text{ист.т}} = 6 - 4 + 1 = 3$$

Составим уравнения:

$$\begin{cases} i_3 - i_5 + i_7 = 0; \\ i_1 - i_2 - i_7 = 0; \\ i_1 - i_5 - i_8 = 0; \\ i_5(Z_5 + Z_6) + i_1 Z_1 + i_7 Z_7 = 0; \\ i_2 Z_2 - i_{34}(Z_3 + Z_4) + i_7 Z_7 = -E_3; \\ i_1 Z_1 - i_2 Z_2 + i_8 Z_8 = 0. \end{cases}$$

Решение системы, подготовленное с помощью Mathcad, представлено на в приложении 1.

## 5. Расчёт цепи методом контурных токов

Схема цепи для расчёта методом контурных токов представлена на рисунке 5.

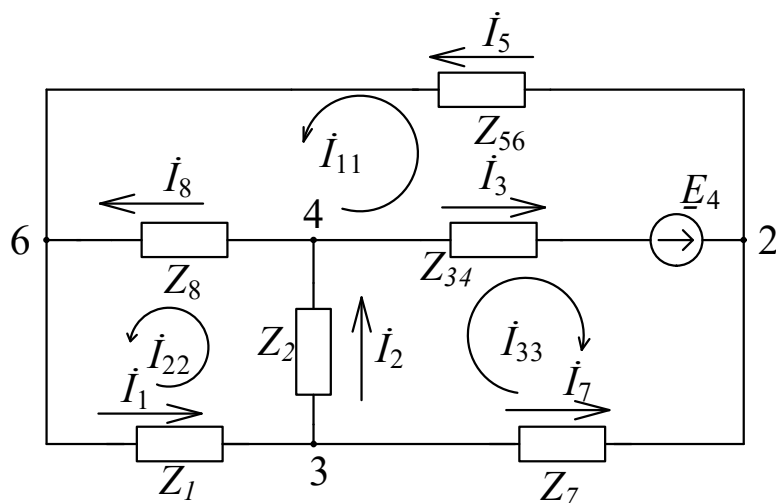


Рисунок 5

Определим количество уравнений по методу контурных токов:

$$N_{\text{yp}} = N_{\text{в}} - N_{\text{y}} + 1 - N_{\text{ист.т}} = 6 - 4 + 1 - 0 = 3$$

Согласно данному методу, построим систему уравнений для контурных токов  $i_{11}, i_{22}, i_{33}$ .

$$\begin{cases} i_{11}(Z_{34} + Z_{56} + Z_2) - i_{22}Z_8 + i_{33}Z_{34} = E_4; \\ i_{11}Z_8 + i_{22}(Z_1 + Z_2 + Z_8) + i_{33}Z_2 = 0; \\ i_{11}Z_4 + i_{22}Z_2 + i_{33}(Z_2 + Z_{34} + Z_7) = E_4. \end{cases}$$

Решение системы, подготовленное с помощью Mathcad, представлено в приложении 2.

## 6. Определение токов в ветвях исходной схемы методом узловых потенциалов

Определим количество уравнений по методу узловых потенциалов:

$$N_{yp} = N_y - 1 = 4 - 1 = 3$$

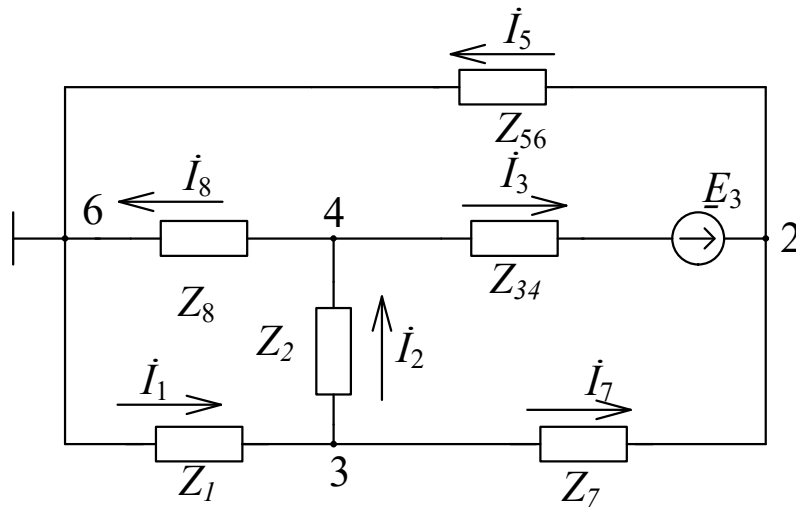


Рисунок 6

Согласно данному методу, составим систему уравнений для каждого из узлов, выбрав при этом узел 6 в качестве базового ( $\varphi_6 = 0$  В):

$$\begin{cases} I_{y2} = \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} - \varphi_4 g_{24}; \\ I_{y3} = -\varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} - \varphi_4 g_{34}; \\ I_{y4} = -\varphi_2 g_{42} - \varphi_3 g_{43} + \varphi_4 g_{44}. \end{cases}$$

Запишем собственные и взаимные проводимости узлов:

$$\begin{aligned} g_{22} &= \frac{1}{Z_{34}} + \frac{1}{Z_{56}} + \frac{1}{Z_7}; & g_{23} &= g_{32} = \frac{1}{Z_7}; \\ g_{33} &= \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_7}; & g_{24} &= g_{42} = \frac{1}{Z_{34}}; \\ g_{44} &= \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_{34}} + \frac{1}{Z_8}; & g_{34} &= g_{43} = \frac{1}{Z_2}. \end{aligned}$$

Запишем узловые токи:

$$\begin{aligned} I_{y2} &= \frac{E_4}{Z_{34}}; \\ I_{y3} &= 0; \\ I_{y4} &= 0. \end{aligned}$$

Запишем токи цепи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\varphi_3}{Z_1}; & \dot{I}_{56} &= \frac{\varphi_2}{Z_{56}}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{Z_2}; & \dot{I}_7 &= \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{Z_7}; \\ \dot{I}_{34} &= \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{Z_{34}}; & \dot{I}_8 &= \frac{\varphi_4}{Z_8}. \end{aligned}$$

Решение данной системы подготовлено с помощью пакета Mathcad и представлено в приложении 3.

## 7. Определение тока ветви 6 методом эквивалентного генератора напряжения.

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление  $Z_2$  из исходной схемы и получим схему на рис.7.

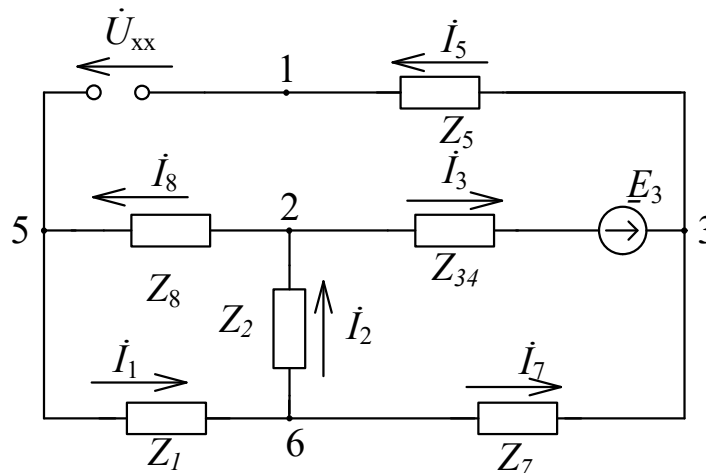


Рисунок 7

Определим сопротивление относительно источника ЭДС:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{Z_{56} \cdot (Z_1 + Z_7)}{Z_{56} + Z_1 + Z_7} + Z_{34} + Z_8 = \\ &= \frac{111 \cdot (j27 + j48)}{111 + j27 + j48} + 54 - j111 + 34 - j18 = 122.792 - j77.508 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Комплекс тока в  $\dot{I}_3$  определим как отношение источника ЭДС к эквивалентному сопротивлению:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_4}{Z_0} = \frac{-19.336 - j90.968}{122.792 - j77.508} = 0.222 - j0.601 \text{ А.}$$



Комплекс тока в седьмой ветви схемы определим по правилу плеч:

$$i_7 = -i_3 \cdot \left( \frac{Z_{56}}{Z_{56} + Z_7 + Z_1} \right) = (0.379 - j0.526) \cdot \left( \frac{111}{111 + j27 + j48} \right) = 0.126 + j0.515 \text{ A};$$

Напряжение холостого хода определяется как:

$$U_{xx} = i_3 * Z_8 - i_7 * Z_1 = -27.859 - j17.813.$$

Далее, закоротив источник ЭДС, находим сопротивление эквивалентного генератора (рисунок 8).

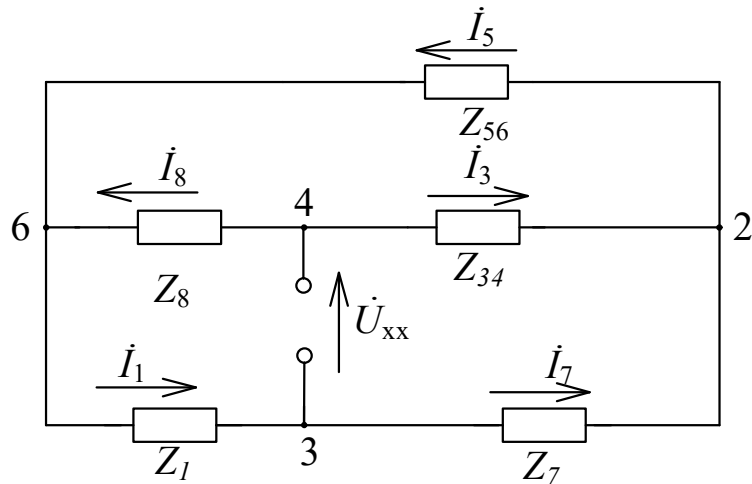


Рисунок 8

В схеме рис. 1.5 преобразуем треугольник  $Z_{34}$ ,  $Z_{56}$  и  $Z_8$  в пассивную звезду (рис. 9):

$$\begin{aligned} Z_{348} &= \frac{Z_{34} \cdot Z_8}{Z_{34} + Z_8 + Z_{56}} = \frac{(54 - j111) \cdot (34 - j18)}{j54 - j111 + 34 - j18 + 111} \\ &= 10.313 + j17.164 \text{ Ом}; \\ Z_{3456} &= \frac{Z_{34} \cdot Z_{56}}{Z_{34} + Z_8 + Z_{56}} = \frac{(54 - j111) \cdot 111}{j54 - j111 + 34 - j18 + 111} \\ &= 49.469 - j29.847 \text{ Ом}; \\ Z_{568} &= \frac{Z_{56} \cdot Z_8}{Z_{34} + Z_8 + Z_{56}} = \frac{111 \cdot (34 - j18)}{j54 - j111 + 34 - j18 + 111} \\ &= 17.936 + j1.587 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

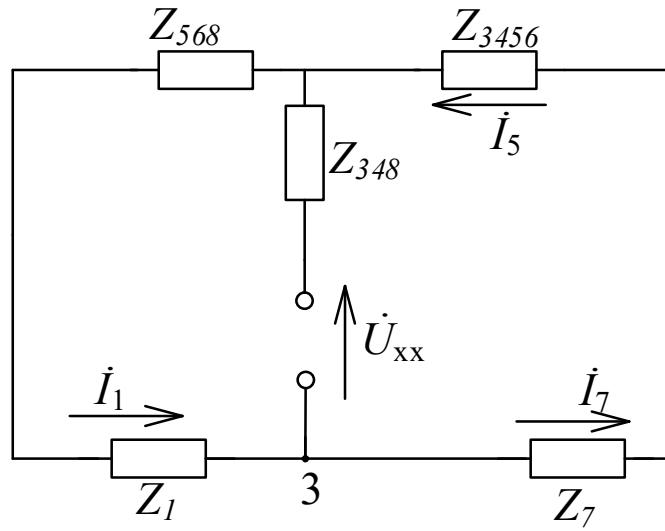


Рисунок 9

$$Z_{\text{ген}} = \frac{(Z_{568} + Z_1) \cdot (Z_{3546} + Z_7)}{Z_{568} + Z_1 + Z_{3546} + Z_7} + Z_2 + Z_{348} = -19.052 + j72.339 \text{ Ом.}$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис. 4) по формуле:

$$I_6 = \frac{U_{xx}}{Z_{\text{ген}} + Z_2} = \frac{-10.641 + j27.835}{26.089 - j48.293} = -0.256 + j0.378 \text{ А.}$$

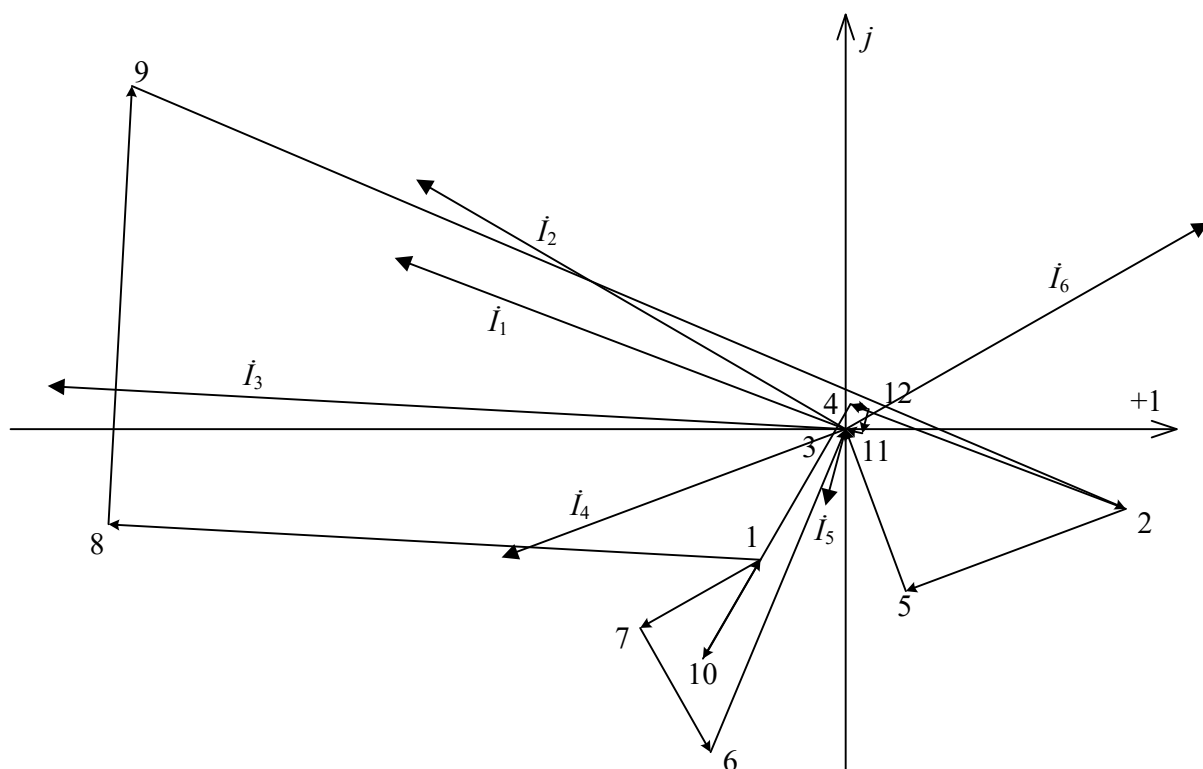


Рисунок 10. Диаграмма напряжений и токов

## 8. Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты расчетов

	Алгебраическая форма		Показательная форма	
	Re	Im	модуль	$\varphi$ , град
ток $\dot{I}_1$	0.069	0.21	0.221	71.69
ток $\dot{I}_2$	-0.706	0.056	0.709	175.429
ток $\dot{I}_3$	-1.032	0.225	1.056	167.7
ток $\dot{I}_4$	-1.032	0.225	1.056	167.7
ток $\dot{I}_5$	-0.256	0.378	0.457	124.137
ток $\dot{I}_6$	-0.256	0.378	0.457	124.137
ток $\dot{I}_7$	0.776	0.153	0.791	11.168
ток $\dot{I}_8$	0.326	-0.169	0.367	-27.357
Мощность $S_{ист}$	49.76	-35.757	61.275	-35.7
Мощность $S_{потр}$	49.76	-35.757	61.275	-35.7
$U_{xx}$	-27.859	-17.813	33.067	-147.406
$Z_{ген}$	-19.052	72.339	74.806	104.755

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Определение токов методом законов Кирхгофа (расчеты MATHCAD)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Определение токов методом контурных токов  
(расчеты MATHCAD)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### Определение токов методом узловых потенциалов (расчеты MATHCAD)