

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет №1 по курсу: «Теория электрических цепей»

Шифр студента №050504-15

Проверила

Нехайчик Е. В.

Выполнил

Ст. гр. №050504

Матусевич С. К.

Минск 2021

1. Начертим схему согласно заданному варианту (рис. 1).

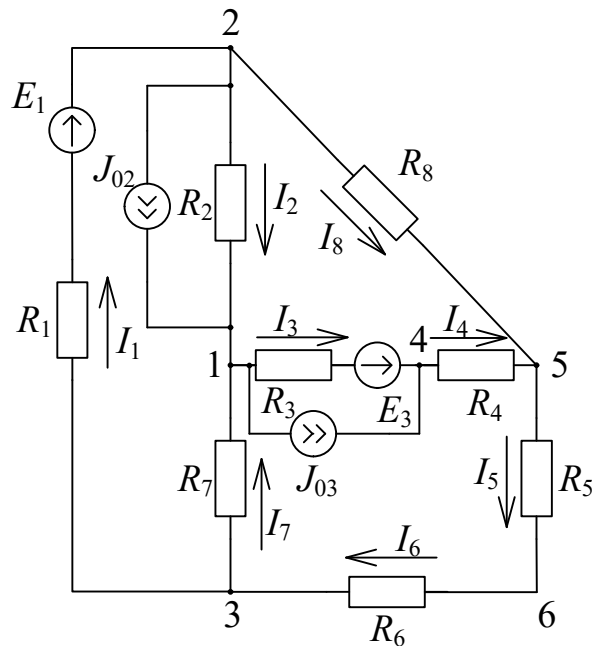


Рис. 1

2. Преобразуем схему к двухконтурной.

Для этого преобразуем источники тока J_{03} и J_{02} в источники напряжения E_{03} и E_{02} , а также объединим последовательно включенные сопротивления R_3 , R_4 и R_5 , R_6 :

$$E_{03} = J_{03} \cdot R_3 = 4 \cdot 970 = 3880 \text{ В},$$

$$E_{02} = J_{02} \cdot R_2 = 6 \cdot 910 = 5460 \text{ В},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 970 + 590 = 1560 \text{ Ом},$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 250 + 560 = 810 \text{ Ом}.$$

Полученная схема показана на рис. 2. На этой схеме объединим источники напряжения E_3 и E_{03} :

$$E'_3 = E_3 + E_{03} = 200 + 3880 = 4080 \text{ В}.$$

Чтобы сделать треугольник 5 – 3 – 1 пассивным, преобразуем источник напряжения E'_3 в источник тока J'_3 :

$$J'_3 = \frac{E'_3}{R_{34}} = \frac{4080}{1560} = 2,615 \text{ А}.$$

Пассивный треугольник 5 – 3 – 1 преобразуем в пассивную звезду (рис. 3), где

$$R_{347} = \frac{R_{34} \cdot R_7}{R_{34} + R_7 + R_{56}} = \frac{1560 \cdot 450}{1560 + 450 + 810} = 248,936 \text{ Ом},$$

$$R_{3456} = \frac{R_{34} \cdot R_{56}}{R_{34} + R_7 + R_{56}} = \frac{1560 \cdot 810}{1560 + 450 + 810} = 448,085 \text{ Ом},$$

$$R_{567} = \frac{R_7 \cdot R_{56}}{R_{34} + R_7 + R_{56}} = \frac{450 \cdot 810}{1560 + 450 + 810} = 129,255 \text{ Ом}.$$

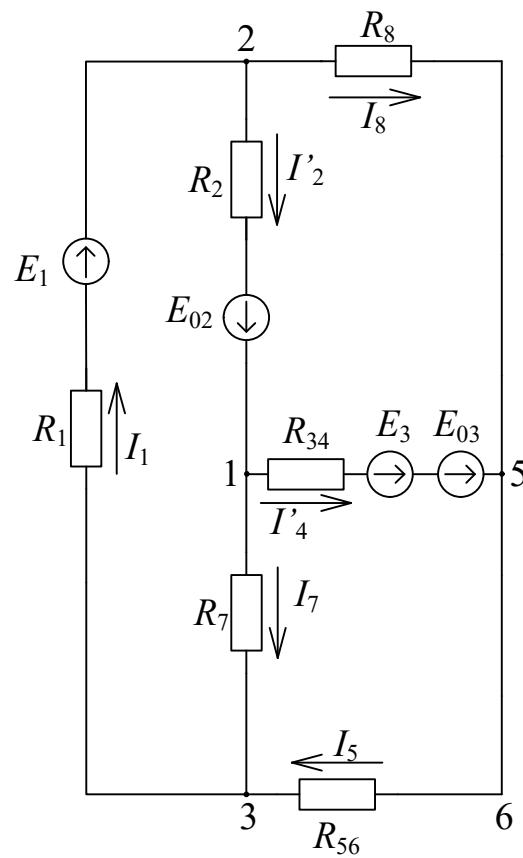


Рис. 2

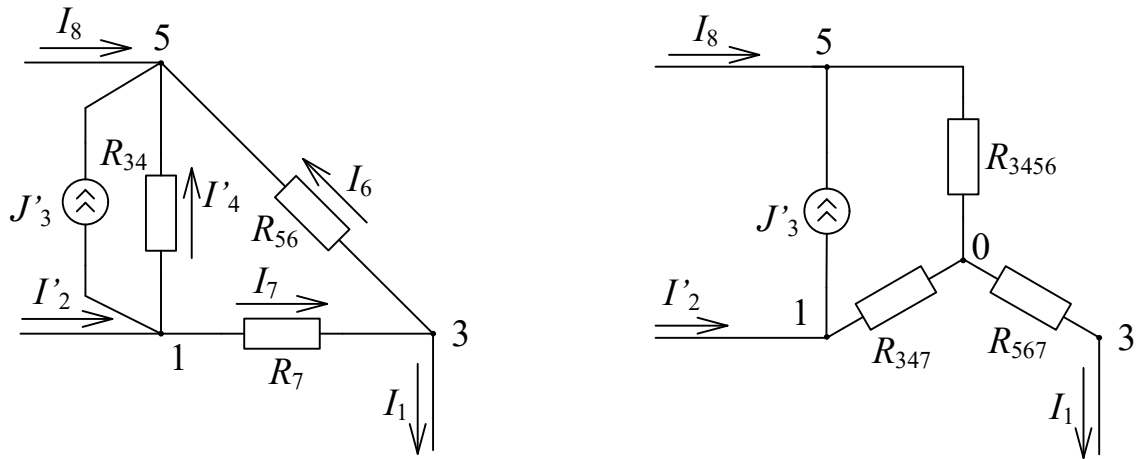


Рис. 3

Источник тока J_3 преобразуем в источник напряжения E_{3456} и E_{347} :

$$E_{347} = J'_3 \cdot R_{347} = 2,615 \cdot 248,936 = 650,968 \text{ В},$$

$$E_{3456} = J'_3 \cdot R_{3456} = 2,615 \cdot 448,085 = 1171,742 \text{ В}.$$

В результате этих преобразований схема будет иметь следующий вид (рис. 4):

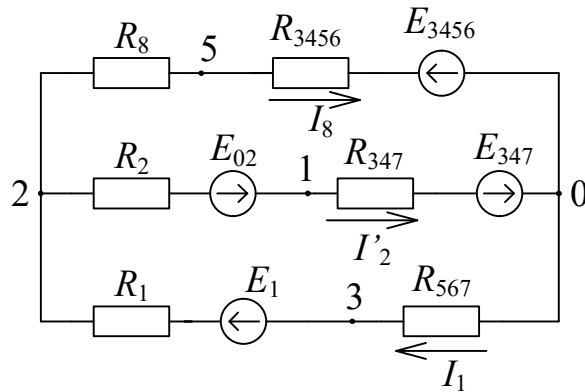


Рис. 4

С целью дальнейшего упрощения схемы объединим источники напряжения и сопротивления:

$$R'_8 = R_8 + R_{3456} = 230 + 448,085 = 678,085 \text{ Ом},$$

$$R''_2 = R_2 + R_{347} = 910 + 248,936 = 1158,936 \text{ Ом},$$

$$R'_1 = R_1 + R_{567} = 760 + 129,255 = 889,255 \text{ Ом},$$

$$E''_2 = E_{347} + E_{02} = 650,968 + 5460 = 6110,968 \text{ В}.$$

Схема примет следующий вид (рис. 5):

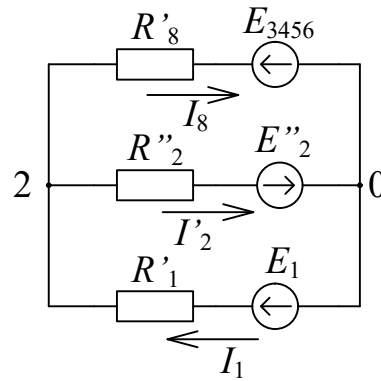


Рис. 5

Для определения напряжения U_{02} по методу узловых напряжений необходимо составить одно уравнение:

$$U_{02} \cdot \left(\frac{1}{R'_8} + \frac{1}{R''_2} + \frac{1}{R'_1} \right) = \frac{E''_2}{R''_2} - \frac{E_{3456}}{R'_8} - \frac{E_1}{R'_1}.$$

Отсюда

$$U_{02} = \frac{\frac{E''_2}{R''_2} - \frac{E_{3456}}{R'_8} - \frac{E_1}{R'_1}}{\frac{1}{R'_8} + \frac{1}{R''_2} + \frac{1}{R'_1}} = \frac{\frac{6110,968}{1158,936} - \frac{1171,742}{678,085} - \frac{900}{889,255}}{\frac{1}{678,085} + \frac{1}{1158,936} + \frac{1}{889,255}} = 731,575 \text{ В.}$$

Определим токи в схеме рис. 5 на основании второго закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I'_2 &= \frac{E''_2 - U_{02}}{R''_2} = \frac{6110,968 - 731,575}{1158,936} = 4,642 \text{ А,} \\ I_8 &= \frac{-E_{3456} - U_{02}}{R'_8} = \frac{-448,085 - 731,575}{678,085} = -2,807 \text{ А,} \\ I_1 &= \frac{E_1 + U_{02}}{R'_1} = \frac{900 + 731,575}{889,255} = 1,835 \text{ А.} \end{aligned}$$

По схеме рис. 4 определим напряжения между узлами 5, 3, 1:

$$\begin{aligned} U_{53} &= I_8 R_{3456} + E_{3456} + I_1 R_{567} = -2,807 \cdot 448,085 + 1171,742 + 1,835 \cdot 129,255 = 151,165 \text{ В,} \\ U_{13} &= I'_2 R_{347} - E_{347} + I_1 R_{567} = 4,642 \cdot 248,936 - 650,968 + 1,835 \cdot 129,255 = 741,662 \text{ В,} \\ U_{15} &= U_{53} - U_{13} = 151,165 - 741,662 = -590,497 \text{ В.} \end{aligned}$$

Определим токи I_6, I_7 (см. рис. 1):

$$I_6 = \frac{U_{53}}{R_{56}} = \frac{151,165}{810} = 0,187 \text{ А},$$

$$I_7 = \frac{U_{13}}{R_7} = \frac{741,662}{450} = 1,648 \text{ А}.$$

Для определения неизвестных токов I_2, I_4, I_3 составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов 2, 5 и 4:

$$I_2 = I_1 - I_8 - J_{02} = 1,835 + 2,807 - 6 = -1,358 \text{ А},$$

$$I_4 = I_5 - I_8 = 0,187 + 2,807 = 2,994 \text{ А},$$

$$I_3 = I_4 - J_{03} = 2,994 - 4 = -1,006 \text{ А}.$$

3. Составление баланса мощностей для схемы рис. 1:

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 + E_3 I_3 + J_{02} U_{12} + J_{03} U_{41},$$

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_7^2 R_7 + I_8^2 R_8,$$

где

$$U_{12} = -I_2 R_2 = 1,358 \cdot 910 = 1236 \text{ В},$$

$$U_{41} = E_3 - I_3 R_3 = 200 + 1,006 \cdot 970 = 1176 \text{ В},$$

$$P_{\text{ист}} = 1651,5 - 201,2 + 7416 + 4704 = 13570 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{пр}} = 2550,091 + 1678,189 + 981,675 + 5288,781 + 28,325 + 1222,127 + 1812,227 = 13570 \text{ Вт}.$$

4. Определение тока ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения.

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление R_4 из исходной схемы (рис. 6).

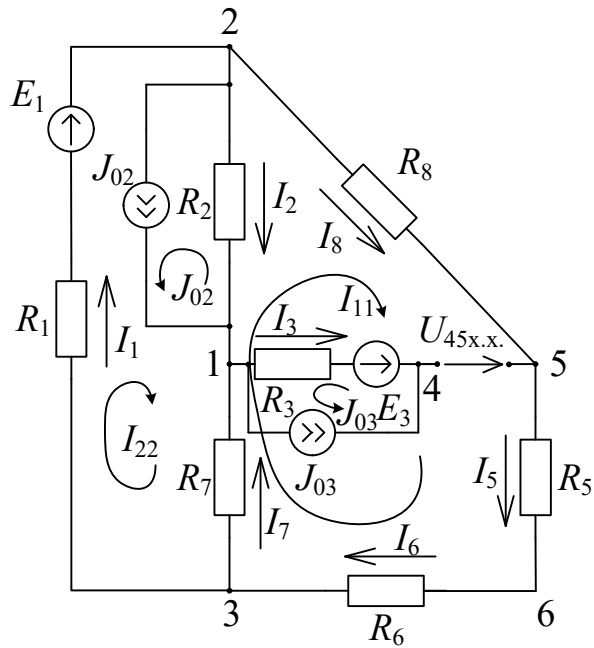


Рис. 6

Методом контурных токов определим токи в ветвях схемы. Уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} I_{11}(R_7 + R_6 + R_5 + R_8 + R_2) + J_{02}R_2 - I_{22}(R_2 + R_7) = 0, \\ I_{22}(R_2 + R_1 + R_7) - J_{02}R_2 - I_{11}(R_2 + R_7) = E_1. \end{cases}$$

В этих уравнениях контурный ток J_{02} равен току источника тока. После подстановки численных значений получается система уравнений:

$$\begin{cases} I_{11} \cdot 2400 - I_{22} \cdot 1360 = -5460, \\ -I_{11} \cdot 1360 + I_{22} \cdot 21120 = 6360, \end{cases}$$

отсюда

$$\begin{aligned} I_{11} &= -0,903 \text{ A}, \\ I_{22} &= 2,42 \text{ A}. \end{aligned}$$

Токи в ветвях схемы (см. рис. 6)

$$\begin{aligned} I_5 &= I_{11} = -0,903 \text{ A} \\ I_3 &= -J_{03} = -4 \text{ A}, \\ I_7 &= I_{22} - I_{11} = 2,42 + 0,903 = 3,324 \text{ A}. \end{aligned}$$

Значения этих токов дает возможность определить напряжение эквивалентного генератора $U_{45\text{х.х.}}$:

$$U_{45\text{х.х.}} = I_7 R_7 - I_5 (R_5 + R_6) - I_3 R_3 + E_3 = 3,324 \cdot 450 + 0,903 \cdot 810 + 4 \cdot 970 + 200 = 6308 \text{ В.}$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув цепи с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов 5 – 4 (рис. 7).

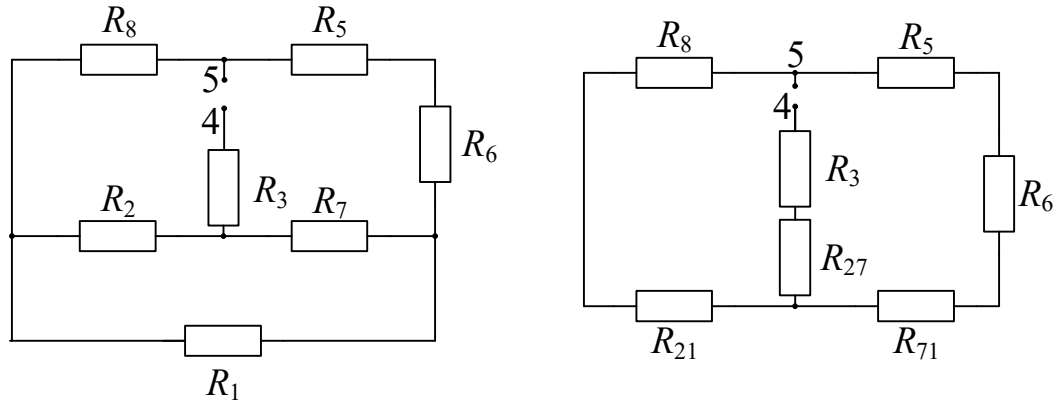


Рис. 7

Эквивалентное сопротивление генератора R_{Γ} можно определить, преобразовав треугольник 5 – 3 – 1 в эквивалентную звезду по формулам:

$$R_{27} = \frac{R_2 \cdot R_7}{R_2 + R_1 + R_7} = \frac{910 \cdot 450}{910 + 760 + 450} = 193,16 \text{ Ом,}$$

$$R_{71} = \frac{R_7 \cdot R_1}{R_2 + R_1 + R_7} = \frac{450 \cdot 760}{910 + 760 + 450} = 161,321 \text{ Ом,}$$

$$R_{21} = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 + R_1 + R_7} = \frac{910 \cdot 760}{910 + 760 + 450} = 326,226 \text{ Ом,}$$

$$\begin{aligned} R_{\Gamma} &= \frac{(R_8 + R_{21}) \cdot (R_{71} + R_6 + R_5)}{R_8 + R_{21} + R_{71} + R_6 + R_5} + R_{27} + R_3 = \\ &= \frac{(230 + 326,226) \cdot (161,321 + 560 + 250)}{230 + 326,226 + 161,321 + 560 + 250} + 193,16 + 970 = 1517 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Ток в искомой ветви схемы определяется по формуле

$$I_4 = \frac{U_{45\text{х.х.}}}{R_{\Gamma} + R_4} = \frac{6308}{1517 + 590} = 2,994 \text{ А.}$$

5. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 8) методом законов Кирхгофа показано в приложении 1.

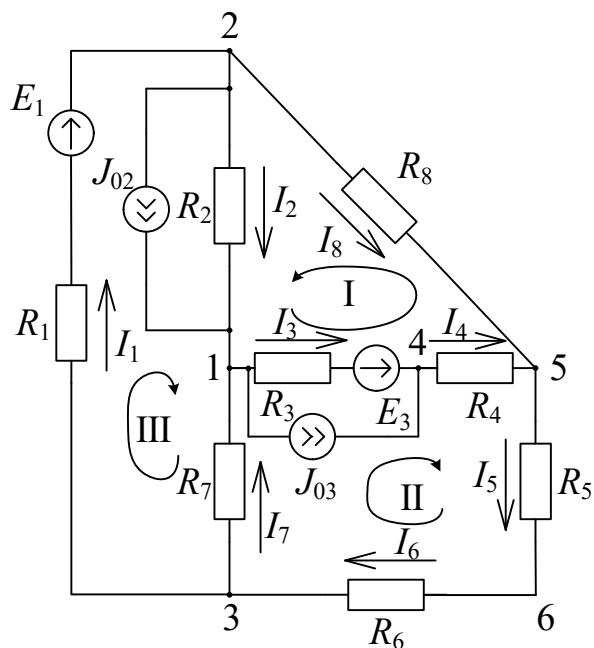


Рис. 8

6. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 9) методом контурных токов показано в приложении 2.

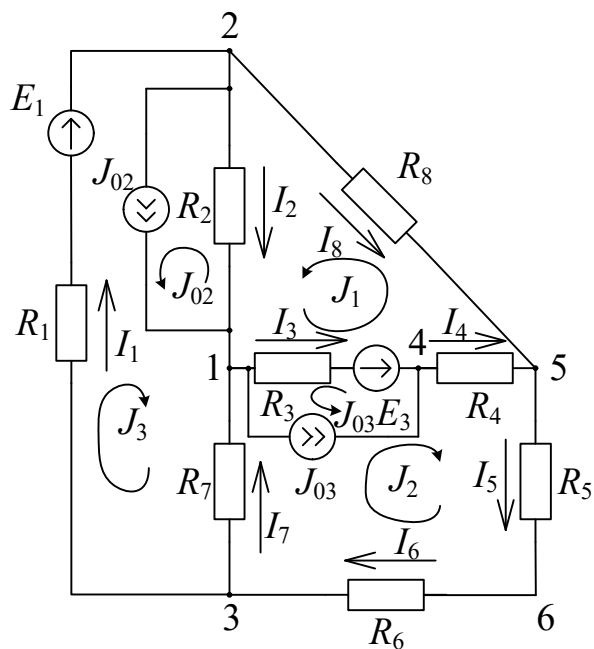


Рис. 9

7. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 10) методом узловых напряжений показано в приложении 3.

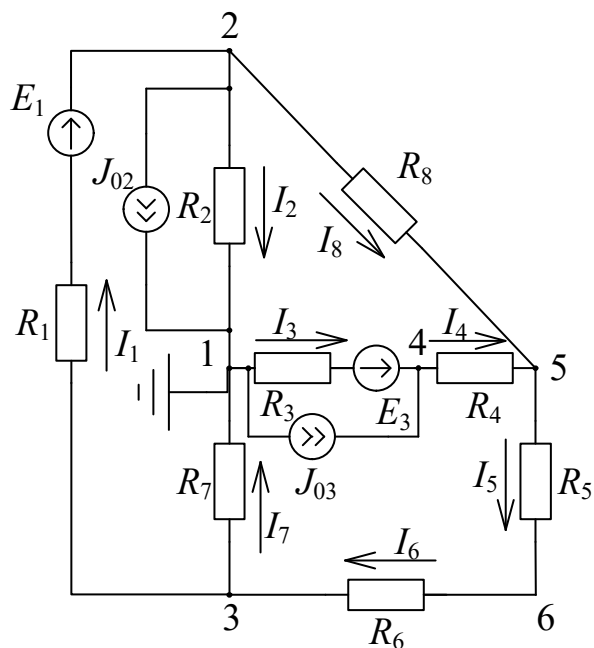


Рис.10

8. Потенциальная диаграмма по контуру 1-4-5-2-3-1 (см. рис. 10) имеет вид (рис. 11).

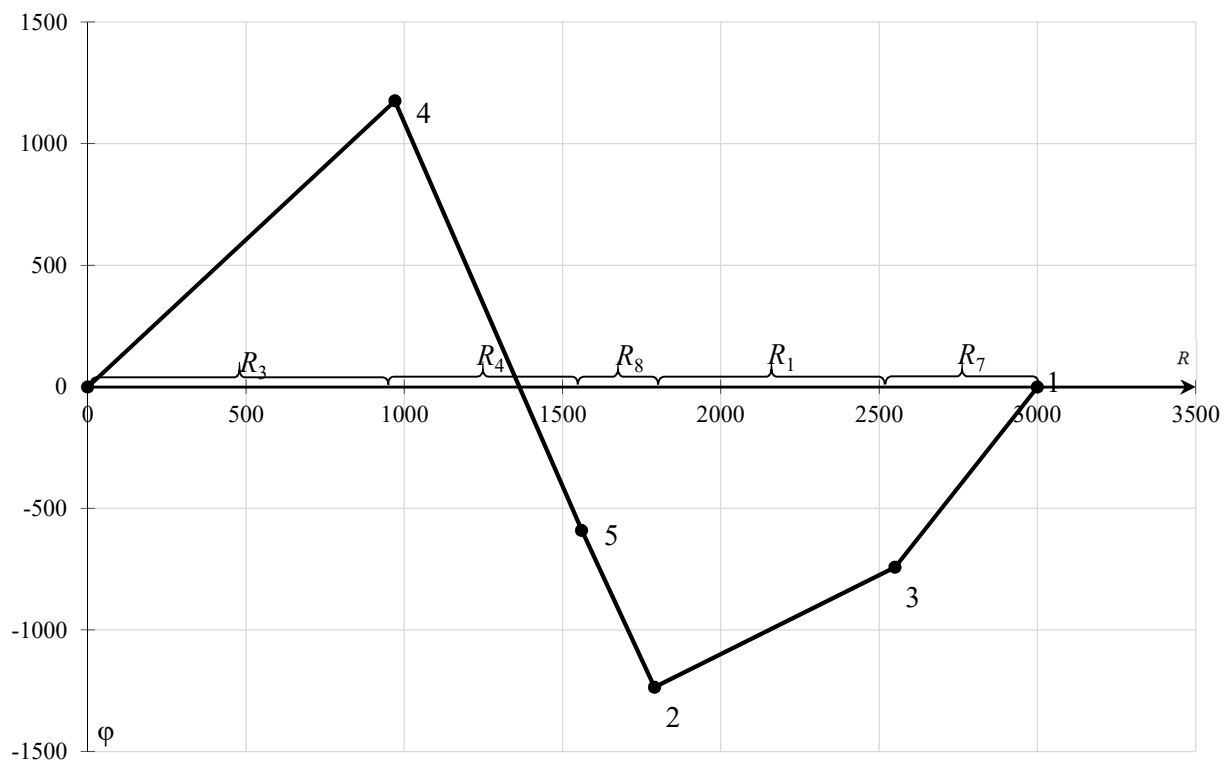


Рис. 11

9. Результаты расчетов представлены в таблице 9.1.

Таблица 9.1 – Результаты расчетов

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	U_{62}	$U_{x.x.}$	R_{Γ}	P
1,835	-1,385	-1,006	2,994	0,187	0,187	1,648	-2,807	598,931	6308	1517	13570

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Определение токов методом законов Кирхгофа (расчеты MATHCAD)

Метод законов Кирхгофа

$ORIGIN := 1$

$R1 := 760 \quad R2 := 910 \quad R3 := 970 \quad R4 := 590 \quad R5 := 250 \quad R6 := 560 \quad R7 := 450$

$R8 := 230 \quad E3 := 200 \quad E1 := 900 \quad J2 := 6 \quad J3 := 4$

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & R2 & R3 & R4 & 0 & 0 & 0 & -R8 \\ R1 & R2 & 0 & 0 & 0 & 0 & R7 & 0 \\ 0 & 0 & R3 & R4 & R5+R6 & 0 & -R7 & 0 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} J3-J2 \\ J2 \\ 0 \\ -J3 \\ 0 \\ E3 \\ E1 \\ E3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 910 & 970 & 590 & 0 & 0 & 0 & -230 \\ 760 & 910 & 0 & 0 & 0 & 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 970 & 590 & 810 & 0 & -450 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ 200 \\ 900 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$X := A^{-1} \cdot B$

$X^T = [1.835 \quad -1.358 \quad -1.006 \quad 2.994 \quad 0.187 \quad 0.187 \quad 1.648 \quad -2.807]$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Определение токов методом контурных токов (расчеты MATHCAD)

Метод контурных токов

ORIGIN := 1

$$R := \begin{bmatrix} 760 \\ 910 \\ 970 \\ 590 \\ 250 \\ 560 \\ 450 \\ 230 \end{bmatrix} \quad E := \begin{bmatrix} 900 \\ 0 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J := \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$RD := \text{diag}(R) \quad G := \frac{1}{RD} \quad RD = \begin{bmatrix} 760 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 910 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 970 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 590 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 560 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 230 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$IK := (B \cdot RD \cdot B^T)^{-1} \cdot (B \cdot E + B \cdot RD \cdot J) \quad IK = \begin{bmatrix} 1.835 \\ 2.807 \\ 0.187 \end{bmatrix}$$

$$I := B^T \cdot IK \quad I^T = [1.835 \quad 4.642 \quad 2.994 \quad 2.994 \quad 0.187 \quad 0.187 \quad 1.648 \quad -2.807]$$

$$IR := I - J \quad IR^T = [1.835 \quad -1.358 \quad -1.006 \quad 2.994 \quad 0.187 \quad 0.187 \quad 1.648 \quad -2.807]$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Определение токов методом узловых потенциалов (расчеты MATHCAD)

$$ORIGIN := 1$$

$$R := \begin{bmatrix} 760 \\ 910 \\ 970 \\ 590 \\ 250 \\ 560 \\ 450 \\ 230 \end{bmatrix} \quad E := \begin{bmatrix} 900 \\ 0 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J := \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$RD := \text{diag}(R) \quad G := \frac{1}{RD} \quad RD = \begin{bmatrix} 760 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 910 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 970 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 590 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 560 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 230 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi := (A \cdot G \cdot A^T)^{-1} \cdot (-A \cdot G \cdot E - A \cdot J) \quad \Phi = \begin{bmatrix} 637.024 \\ -598.947 \\ -104.568 \\ 1.813 \cdot 10^3 \\ 46.682 \end{bmatrix}$$

$$U := A^T \cdot \Phi$$

$$U^T = [494.379 \quad -1235.971 \quad -1176.005 \quad 1766.347 \quad 46.682 \quad 104.568 \quad 741.592 \quad -645.629]$$

$$IR := G \cdot (U + E)$$

$$IR^T = [1.835 \quad -1.358 \quad -1.006 \quad 2.994 \quad 0.187 \quad 0.187 \quad 1.648 \quad -2.807]$$