1(1.42) Материальная точка движется по окружности $R = 5$м. Когда нормальное ускорение точки становится $a_n = 3,2\frac{м}{c^2}$, угол между векторами полного и нормального ускорения $\varphi = 60°$. Найти модули скорости и тангенциального ускорения точки для этого момента времени.

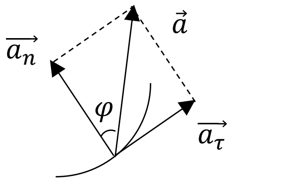
$\vec{a} = \vec{a_\tau} + \vec{a_n}$ Т.к. $\vec{a_n} \perp \vec{a_\tau}$, то:

$a_n = a \cdot \cos\varphi$

$a_\tau = a \cdot \sin\varphi = \frac{a_n}{\cos\varphi} \cdot \sin\varphi = a_n \cdot tg\varphi =$

$3,2\frac{м}{c^2} \cdot \sqrt{3} = 5,54\frac{м}{c^2}$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_n \cdot R} = \sqrt{3,2\frac{м}{c^2} \cdot 5м} = 4\frac{м}{c}$$



2(1.12) Частица движется по закону $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$м, $B = 2,5\frac{м}{c}$, $C = 0,25\frac{м}{c^3}$. найдите средние значения скорости и ускорения за промежуток времени от $t_1 = 1$ до $t_2 = 6$с. Построить графики зависимостей скорости и ускорения от времени.

$< \mathcal{V} >= \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{V}(t)\,\partial t = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} =$

$\frac{3 + 2.5 * 6 + 0.25 * 6^3 - 3 - 2.5 - 0.25}{6 - 1} = 13,25$ м/с

$\mathcal{V}_1 = 2.5 + 3 * 0.25 = 3.25$ м/с

$\mathcal{V}_2 = 2.5 + 3 * 0.25 * 36 = 29.5$ м/с

$< a >= \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} = \frac{\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1}{t_2 - t_1} = 5.25$ м/с^2

3(1.13) Материальная точка движется в плоскости xy по закону $x = At, y = B/t$, где A, B – положительные постоянные. Найти скорость и ускорения в зависимости от времени. Как направлен вектор ускорения? Записать ур-е траектории y(x), начертить ее график.

$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

$\mathcal{V}_x = (x)' = (At)' = A$

$\mathcal{V}_y = (y)' = (\frac{B}{t})' = \frac{B' t - Bt'}{t^2} = -\frac{B}{t^2}$

$\vec{v} = A\vec{i} - \frac{B}{t^2}\vec{j}$ $|\vec{v}| = \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{t^4}}$

$\vec{W} = (\mathcal{V}(t))' = \mathcal{W}_x\vec{i} + \mathcal{W}_y\vec{j}$

$\mathcal{W}_x = (\mathcal{V}_x(t))' = 0$

$\mathcal{W}_y = (\mathcal{V}_y(t))' = \frac{(-B)' t^2 + B(t^2)'}{t^4} = \frac{2Bt}{t^4} = \frac{2B}{t^3}$

$\vec{W} = \frac{2B}{t^3}\vec{j}$

$|\vec{W}| = \frac{2B}{t^3}$

Вектор ускорения направлен вдоль оси Oy

4(1.16Б) Частица движется с ускорением $a = 2B, B = -0,5\frac{м}{c^2}$. В момент $t = 0$ координата $x_0 = 0, v_0 = A, A = 2\frac{м}{c}$. Найти модуль средней скорости за первые 3 с движения.

$v(t) = \int a(t)dt + C$ $v(t) = 2Bt + C$

константу C найдем из начальных условий:

$v_0 = A \Rightarrow v(t) = 2Bt + A$

$x(t) = \int v(t)dt + C$ $x(t) = Bt^2 + At + C$

константу C найдем из начальных условий:

$x_0 = 0 \Rightarrow x(t) = Bt^2 + At$

Найдем координаты в начальный и конечный момент времени:

$x(0) = 0$ м

$x(3) = Bt^2 + At = -0,5 \cdot 9 + 2 \cdot 3 = 1,5$ м

Считая ср. скорость как отношение изменения координаты за данное изменение времени:

$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,5 - 0}{3 - 0} = 0,5\frac{м}{c}$

5(1,17 Б) Скорость прямолинейно движ. частицы изменяется по закону $v = At - Bt^2$, где A и B – полож. константы. Найти а) экстремальное значение скорости частицы и б) координату частицы для этого же момента времени, если при $t = 0$ $x_0 = 0$.

Экстремальное значение скорости частицы – наибольшее возможное ее значение.

Исследуем $v(t)$

$v'(t) = A - 2Bt$ $v'(t) = 0$ при $t = \frac{A}{2B}$

\+ -

$\frac{A}{2B}$ (> 0 по усл.)

$v_{max} = \frac{A^2}{2B} - \frac{A^2}{4B} = \frac{A^2}{4B}$ $x(t) = \int v(t)dt + C$

$x(t) = \frac{At^2}{2} - \frac{Bt^3}{3} + C$

константу C найдем из начальных условий:

$x_0 = 0 \Rightarrow x(t) = \frac{At^2}{2} - \frac{Bt^3}{3}$

$x\left(\frac{A}{2B}\right) = \frac{A^3}{8B^2} - \frac{A^3}{24B^2} = \frac{A^3}{12B^2}$

6(1,19 А) Компоненты ускорения частицы, движущейся в плоскости xy, равны: $a_x = 2A, a_y = 2B$, где A и B – полож. константы. В момент $t = 0$ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ $v_0 = 0$. Найти модуль скорости и ускорения частицы в зависимости от времени.

$\vec{W} = \mathcal{W}_x\vec{i} + \mathcal{W}_y\vec{j} = 2A\vec{i} + 2B\vec{j}$

$\mathcal{W}(t)\sqrt{\mathcal{W}_x^2 + \mathcal{W}_y^2} = \sqrt{4A^2 + 4B^2} = 2\sqrt{A^2 + B^2}$

$\mathcal{W} = \frac{d\mathcal{V}}{dt}$ $d\mathcal{V} = \mathcal{W}dt$

$\int d\mathcal{V} = \int \mathcal{W}(t)dt$

$\mathcal{V} = \mathcal{W}(t) * t + C$

Из нач. условия ($t = 0$ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$)

C=0

$\mathcal{V} = \mathcal{W}(t) * t$

$\mathcal{V}_x = 2At$

$\mathcal{V}_y = 2Bt$

$\mathcal{V} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4A^2t^2 + 4B^2t^2} = 2t\sqrt{A^2 + B^2}$

7(1,19 Б) Компоненты ускорения частицы, движущейся в плоскости xy, равны: $a_x = 2A, a_y = 2B$, где A и B – полож. константы. В момент $t = 0$ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ $v_0 = 0$. Найти ур-е траектории y(x), построить ее график.

$\mathcal{V}_x(t) = \frac{dx}{dt}$ $dx = \mathcal{V}_x dt$

$x = \int \mathcal{V}_x(t)dt + C_1 = \int (2At)dt + C_1 = At^2 + C_1$

Из нач. условия ($t = 0$ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$)

C₁=0

$x(t) = At^2$

$\mathcal{V}_y(t) = \frac{dy}{dt}$ $dy = \mathcal{V}_y dt$

$y = \int \mathcal{V}_y(t)dt + C_2 = \int (2Bt)dt + C_2 = Bt^2 + C_2$

Из нач. условия ($t = 0$ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$)

C₂=0

$y(t) = Bt^2$

$x(t) = At^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{x}{A}}$

8(1,23) Радиус-вектор мат. точки изменяется по закону $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 1\vec{k}$. Найти зависимость от времени векторов скорости и ускорения и модулей этих величин.

$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t\vec{i} + 2\vec{j}$

$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{36t^2 + 4} = 2\sqrt{9t^2 + 1}$

$\overrightarrow{a(t)} = \frac{d\overrightarrow{v(t)}}{dt} = 6\vec{i}$

$a(t) = 6м/c = const$

9(2,6) Материальная точка массой 20г движется без трения прямолинейно под действием силы, изменяющейся по закону $F = At$, где A – постоянный вектор, модуль которого $A = 0,03\frac{Н}{c}$. В момент $t = 0$ $x_0 = 0$ $v_0 = 5\frac{м}{c}$. Записать зависимость координаты x движущейся точки от времени и найти путь, пройденный ею за первые 4с.

По 2 З.Н.:

$F = m * a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{At}{m}$

$a = \frac{d\mathcal{V}}{dt}$ $d\mathcal{V} = a dt$

$\int d\mathcal{V} = \int a dt$

$\mathcal{V} = \int \frac{At}{m}dt = \frac{A}{m}\int t dt = \frac{At^2}{m * 2} + C_1$

Из нач. усл. C1=V0=5м/с

$\mathcal{V} = \frac{dx}{dt}$ $dx = \mathcal{V}dt$

$\int dx = \int \mathcal{V}dt$

$x(t) = \int\left(\frac{At^2}{2m} + \mathcal{V}_0\right)dt + C_2 = \frac{A}{2m} * \frac{t^3}{3} + \mathcal{V}_0 t = \frac{At^3}{6m} + \mathcal{V}_0 t = 0.25t^3 + 5t$

10(2,7) В момент $t = 0$ частица $m = 0,2$ кг находилась в точке $x_0 = y_0 = 0$, и имела скорость $v_0 = Bi, B = 2\frac{м}{c}$. В этот момент времени на ее начала действовать сила $F = Aj, A = 3$ Н. Найти координаты x, y в момент времени $t = 3$ с.

По 2 З.Н.:

$F = m * a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{A\vec{j}}{m}$

$a = \frac{d\mathcal{V}}{dt}$ $d\mathcal{V} = a dt$

$\int d\mathcal{V} = \int a dt$

$\mathcal{V} = \int \frac{A\vec{j}}{m}dt = \frac{At\vec{j}}{m} = \mathcal{V}_y(t)$

$\mathcal{V}y = \frac{dy}{dt}$ $dy = \mathcal{V}y dt$

$y = \int \mathcal{V}_y dt = \int \frac{At\vec{j}}{m}dt = \frac{At^2}{2m}\vec{j}$

$y(3) = 67.5$ (м)

$\mathcal{V}_x = B$

$\mathcal{V}x = \frac{dx}{dt}$ $dx = \mathcal{V}x dt$

$x = \int B dt = Bt = 2 * 3 = 6$(м)

11(3,3) Из залитого подвала, площадь пола которого $S = 50$ м^2, требуется выкачать воду на мостовую. Глубина воды в подвале $h = 1,5$ м, растояние от уровня воды до мостовой $H = 5$ м. Найти работу, которую надо совершить при откачке воды.

$A = \Delta E = \Pi_2 - \Pi_1$

$dA = mgdh \Rightarrow \int dA = \int mgdh$

$A = mg\int_H^{H+h} dh$

$A = mg\frac{h^2}{2}\Big|_H^{H+h} = \frac{\rho Sg}{2}((H + h)^2 - H^2) =$

$= \frac{\rho Sg}{2}((H + h - H)(H + h + H)) =$

$= \frac{\rho Sgh}{2}(2H + h) =$

$= \frac{1000 * 50 * 9.81 * 1.5}{2}(2 * 5 + 1.5) =$

$= 4230.56$ кДж $= 4.23$ МДж

12(3.7) Тело массой m под действием постоянной силы движется прямолинейно согласно ур-ю $x = B + Ct + Dt^2$; $B, C, D - const$. Найти работу силы за интервал времени от 0 до t_1.

$A = F r\cos\alpha = F(x_2 - x_1) = F(B + Ct + Dt^2 - B) = F(Ct + Dt^2)$

$\mathcal{V} = \frac{dx}{dt} = C + 2Dt$

$a = \frac{d\mathcal{V}}{dt} = 2D$

$F = ma$

$A = ma(Ct + Dt^2) = 2mDt(C + Dt)$

13(4.3) Вычислить момент инерции полого цилиндра массой m с внутренним и внешним радиусами R1 и R2 соответственно относительно оси, совпадающей с осью симметрии цилиндра

Момент инерции полого цилиндра:

$I = \frac{mR^2}{2}$

Момент инерции внут. цилиндра:

$I_1 = \frac{m_1R_1^2}{2} = \frac{\rho V R_1^2}{2} = \frac{\rho ShR_1^2}{2} = \frac{\rho\pi R_1^2 hR_1^2}{2} = \frac{\rho\pi hR_1^4}{2}$

Момент инерции внеш. цилиндра:

$I_2 = \frac{m_2R_2^2}{2} = \frac{\rho\pi hR_2^4}{2}$

Т.к. момент инерции аддитивная величина, то:

$I = I_2 - I_1 = \frac{\rho\pi h}{2}(R_2^4 - R_1^4) = \frac{\rho\pi h}{2} * (R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2) = \frac{\rho V_2 - \rho V_1}{2} * (R_2^2 + R_1^2) = \frac{m_2 - m_1}{2}(R_2^2 + R_1^2) = \frac{m(R_2^2 + R_1^2)}{2}$

14(4.25А) На рис. $m_1 = 600$ г, $m_2 = 450$ г, $m_0 = 600$ г. Блок считать однородным диском, трением в оси пренебречь. Учитывая, что нить не скользит по блоку, найти ускорения грузов m_1 и m_2

Так как блок неподвижен $a_1 = a_2 = a$, но так как блок имеет массу, то $F_{H1} \neq F_{H2}$

$m_1\vec{g} + \overrightarrow{F_{H1}} = m_1\vec{a}$

$m_2\vec{g} + \overrightarrow{F_{H2}} = m_2\vec{a}$

$m_1g - F_{H1} = m_1a \Rightarrow F_{H1} = m_1g - m_1a$

$-m_2g + F_{H2} = m_2a \Rightarrow F_{H2} = m_2g + m_2a$

Основное ур-е динамики вращ. движ. для твердого тела:

$I\beta = M$

$I = \frac{m_0R^2}{2}$ (так как блок можно считать диском)

$\beta = \frac{dW}{dt} = \frac{d\frac{\mathcal{V}}{R}}{dt} = \frac{a}{R}$

$M = RF_{H1} - RF_{H2}$

$\frac{m_0R^2}{2} * \frac{a}{R} = R(F_{H1} - F_{H2})$

$\frac{m_0a}{2} = F_{H1} - F_{H2}$

$\frac{m_0a}{2} = m_1g - m_1a - m_2g - m_2a$

15(4.6) Найти момент инерции тонкого однородного стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей через конец стержня и составляющей со стержнем угол α.

$\rho_0 = \frac{m}{l}$

Найдем момент инерции относительно оси OO' параллельной оси Z и проходящей через центр. Разобьем стержень на элементы dx с массой dm:

$dm = \rho_0 dx = \frac{m}{l}dx$

Тогда момент инерции равен:

$dI = dmr^2$, $r = x\sin\alpha$

$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dI = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{m}{l}dx * x^2 * \sin^2\alpha$

$I = \frac{m\sin^2\alpha * x^3}{3l}\Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{m\sin^2\alpha}{3l}\left(\frac{l^3}{2 * 4} + \frac{l^3}{2 * 4}\right) = \frac{m\sin^2\alpha * l^2}{12}$

По теореме Штейнера:

$I_z = I + \frac{m\sin^2\alpha * l^2}{2^2} = \frac{m\sin^2\alpha * l^2}{12} + \frac{m\sin^2\alpha * l^2}{4} = \frac{m\sin^2\alpha * l^2}{3}$

16(4.9) Найти момент инерции прямого сплошного однородного конуса массой m и радиусом основания R относительно его оси симметрии.

Разбиваем конус на тонкие диски, перпендикулярные оси вращения, массой dm.

Момент инерции диска:

$I = \frac{mR^2}{2}$

Объем конуса: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \Rightarrow \rho = \frac{3m}{\pi R^2 h}$

Объем диска: $dV = \pi r^2 dz$

$\frac{dm}{\rho} = \pi r^2 dz$

$dm = \rho\pi r^2 dz$

$dm = \frac{3m}{\pi R^2 h}\pi r^2 dz = \frac{3mdzr^2}{R^2 h}$

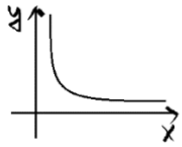
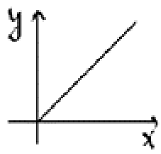
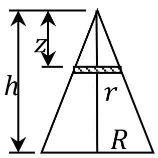
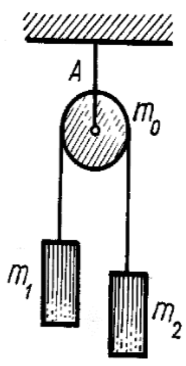
$dI = \frac{dmr^2}{2} = \frac{3mr^2dzr^2}{2R^2h} = \frac{3mr^4dz}{2R^2h}$

Из подобия треугольников с основаниями r и R:

$\frac{r}{R} = \frac{z}{h} \Rightarrow r = \frac{Rz}{h}$

$dI = \frac{3mR^4z^4dz}{2R^2h^5} = \frac{3mR^2z^4}{2h^5}dz$

$I = \int_0^h \frac{3mR^2z^4}{2h^5}dz = \frac{3mR^2}{2h^5}\int_0^h z^4 dz =$

	$x = \frac{A}{t}$ $\mathrm{t} = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{A}}$ => $\mathrm{y} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{x}}$ 		
	$y(x) = \frac{Bx}{A}$ 		
			Найдем координаты в начальный и конечный момент времени: $\boldsymbol{x(0) = 0}$ $\boldsymbol{x(4) = 0,25 \cdot 64 + 5 \cdot 4 = 36}$ Найдем пройденный путь: $\boldsymbol{S = x_2 - x_1 = 36 - 0 = 36}(\mathrm{м})$
$= \frac{3\mathrm{mR}^2}{2\mathrm{h}^5} * \frac{\mathrm{z}^5}{5}\Big\|_0^{\mathrm{h}} = \frac{3\mathrm{mR}^2}{2\mathrm{h}^5} * \frac{\mathrm{h}^5}{5} = \frac{3}{10}\mathrm{mR}^2$ 		$m_0 a + 2m_1 a + 2m_2 a = 2m_1 g - 2m_2 g$ $a = \frac{2g(m_1 - m_2)}{m_0 + 2m_1 + 2m_2} = \frac{2 * 9.81 * 0.15}{0.6 + 1.2 + 0.9} = 1.09$ 	

17(4.8) Найти момент инерции стальной прямоугольной пластины толщиной $d = 0.1$ см со сторонами $a = 10$ см и $b = 20$ см относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно меньшей стороне.

18(4.10) Найти момент инерции сплошного однородного шара массой m и радиусом R относительно: а) оси симметрии; б) оси, проходящей через конец диаметра перпендикулярно к нему.

а) Разобьем шар на диски толщиной dz и радиусом r

$r = \sqrt{R^2 - z^2}$

$dI = \frac{dmr^2}{2}$

Найдем dm:

$V_ш = \frac{4}{3}\pi R^3$ $\quad V_д = \pi r^2 dz$

$\rho = \frac{3m}{4\pi R^3}$ $\quad dm = \rho \pi r^2 dz$

$dm = \frac{3mr^2dz}{4R^3}$

$dI = \frac{3mr^2}{4R^3} * \frac{r^2}{2} dz = \frac{3mr^4dz}{8R^3}$

$I = 2\int_0^R \frac{3mr^4dz}{8R^3} = 2\int_0^R \frac{3mdz}{8R^3}(R^2 - z^2)^2 =$

$= \frac{3m}{4R^3}\int_0^R (R^4 - 2R^2z^2 + z^4)dz =$

$= \frac{3m}{4R^3}\left(\int_0^R R^4dz - \int_0^R 2R^2z^2dz + \int_0^R z^4dz\right) =$

19(4.11) К точке, радиус-вектор которой относительно начала координат O равен $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$, приложена сила $\vec{F} = A\vec{i} + B\vec{j}$, где a, b, A, B -постоянные. Найти момент M и плечо l силы F относительно точки O.

Плечо силы:

$$|\vec{l}| = \frac{\vec{r} * \vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{(a, b) * (A, B)}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & 0 \\ A & B & 0 \end{vmatrix}}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|aB - bA|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Искомый момент силы будет равен векторному произведению векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \vec{r} * \vec{F} = (a, b) * (A, B) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & 0 \\ A & B & 0 \end{vmatrix} = (aB - Ab)\vec{k}$$

Модуль момента: $M = aB - Ab$

20(4.26) Однородный цилиндр массой M и радиусом R вращается без трения вокруг горизонтальной оси под действием груза, прикрепленного к легкой нити, намотанной на цилиндр. Масса груза m. Найти угол поворота цилиндра в зависимости от времени, если при t=0 угол фи0=0

$I\beta = N$

$I = \frac{MR^2}{2}, \quad \beta = \frac{a}{R}$

$N = R * F_H$

$mg - F_H = ma \quad \Rightarrow \quad F_H = m(g - a)$

$\frac{MR^2}{2} * \frac{a}{R} = Rm(g - a)$

$\frac{Ma}{2} = mg - ma$

$a\left(\frac{M}{2} + m\right) = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2mg}{M + 2m}$

$a = \mathcal{W}^2 R = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 R$

$\frac{2mg}{M + 2m} = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 R$

$d^2\varphi = \frac{2mgdt^2}{R(M + 2m)}$

$d\varphi = \frac{2mgdt}{R(M + 2m)} + C1$

$\varphi = \int \frac{2mgdt}{R(M + 2m)} + C1 = \frac{2mgt^2}{R(M + 2m) * 2} + C$

C=0 так как $\varphi 0 = 0$

21(4.47) Горизонтальная платформа в виде однородного диска радиусом $R = 1.2$ м вращается с частотой $n_1 = 4.5$ об/мин. На краю платформы стоит человек массой $m = 60$ кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $I = 144$ кг $\cdot$ м^2; человека принять за материальную точку.

Применим закон сохранения момента импульса $\quad M = I\mathcal{W} = const$

$I_1\mathcal{W}_1 = I_2\mathcal{W}_2$

$I_1 = I_{чел} + I_{пл} = mR^2 + I_{пл}$

$I_2 = I_{чел} + I_{пл} = mr^2 + I_{пл} \quad (r = 0) = I_{пл}$

$(mR^2 + I_{пл})\mathcal{W}_1 = I_{пл}\,\mathcal{W}_2$

$(mR^2 + I_{пл})2\pi\mathcal{V}_1 = I_{пл}\,2\pi\mathcal{V}_2$

$\mathcal{V}_2 = \frac{(mR^2 + I_{пл})\mathcal{V}_1}{I_{пл}} =$ 7.2 об/мин

22(6.9) Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $V = 0,6$ с. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

Релятивистское замедление времени: $t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

Ответ: $\frac{t}{t'} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} =$ 1.25

23(6.37) Сравнить модули релятивистского и ньютоновского импульсов для электрона при скорости $V = 0,96$ с.

Ньютоновский импульс: $p = mv$

Релятивистский импульс: $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

Ответ: $\frac{p_р}{p_н} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}\frac{1}{mv} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{25}{7}$

24(7.7) Точка совершает прямолинейные гармонические колебания. Циклическая частота w = 4 c, амплитуда ускорения - 72 см/с2. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия x = 2,2 см.

Амплитуда ускорения, она же максимальное ускорение: $Aa = A\omega^2$

$A = \frac{Aa}{\omega^2}$

$x = A\sin(wt)$

$\vartheta = A w\cos(wt)$

$\cos(wt) = \sqrt{1 - \sin(wt)^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2\omega^4}{A^2a}}$

$\boldsymbol{\vartheta} = \frac{Aa}{\omega^2}\omega\sqrt{1 - \frac{x^2\omega^4}{A^2a}} = \frac{\sqrt{Aa^2 - x^2\omega^4}}{\omega} =$

$= \pm\mathbf{15.7}$ см/с

25(7.14) Написать уравнение движения x(t)частицы, одновременно участвующей в двух колебаниях одного направления:
$x_1 = 30\cos(\pi t/3)$ и $x_2 = 30\cos(\frac{\pi t}{3} + \pi/6)$

Здесь требуется сложить два уравнения, чтобы получить новое:

A(амплитуда нового уравнения)

$= \sqrt{A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} =$

$= \sqrt{900 + 900 + 2 * 30 * 30\cos\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi t}{3}\right)} =$

$= \sqrt{1800 + \frac{1800 * \sqrt{3}}{2}} = 58$

$tg\,\alpha$ (тангенс нового угла) $= \frac{A_1 sin\alpha_1 + A_2 sin\alpha_2}{A_1 cos\alpha_1 + A_2 cos\alpha_2}$

$= \left(\begin{matrix}\text{применяем формулы сумм косинусов} \\ \text{и синусов, равные амплитуды сокращаются}\end{matrix}\right)$

$= \frac{2\sin\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}\cos\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}}{2\cos\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}\cos\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}}$

= (2 и косинусы разности сокращаются)

$= \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right)}{\cos\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}} = tg\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$

$\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$ – угол в новом уравнении

Ответ: $x = 58\cos(\frac{\pi t}{3} + \pi/12)$

26(7.26) Найти коэффициент затухания β и логарифмический декремент затухания λ математического маятника, если известно, что за t = 100 с колебаний полная механическая энергия маятника уменьшилась в десять раз. Длина маятника l = 0,98 м.

Закон убыли энергии: $w(t) = w_0 * e^{-2\beta t}$

$\frac{w_0}{w_\tau} = \frac{10}{1} \qquad \frac{w_0}{w_0 * e^{-2\beta\tau}} = \frac{10}{1}$

$e^{-2\beta\tau} = \frac{1}{10}$

$-2\beta\tau * ln\,e = ln\frac{1}{10}$

$\beta = \frac{ln10}{-2\tau} = 0.0115\ c^{-1}$

$\lambda = \beta T = \beta 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 0.0228$

27(8.30 (а)) Какая часть $\Delta N/N$молекул азота при температуре $t = 230°$ С обладает скоростями в интервале от $V_1 = 290\frac{м}{с}$до $V_2 = 310$ м/с

Распределение Максвелла:

$\frac{\Delta N}{N} = \frac{U}{\sqrt{\pi}} * U^2 * e^{-U^2} * \Delta U$

Наиболее вероятная скорость:

$\vartheta_в = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 * 8.31 * 503}{28 * 0.001}} = 546.41$ м/с

Относительная скорость:

$U = \frac{\vartheta}{\vartheta_в} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_в} = 0.5330734$

Интервал скоростей:

$\Delta U = \frac{\Delta\vartheta}{\vartheta_в} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{\vartheta_в} = 0.0366$

$\frac{\Delta N}{N} = \frac{U}{\sqrt{\pi}} * U^2 * e^{-U^2} * \Delta U = 0.01755$ (1.75% $\approx$ 1.8%)

28(8.31) При какой температуре T наиболее вероятная скорость молекул азота меньше их средней квадратичной скорости на 50 м/с?

Среднеквадратичная скорость: $V = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

Вероятная скорость: $V = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = V_{кв} - \Delta V$

$\sqrt{\frac{RT}{M}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \Delta V$

$T = \frac{\Delta V^2}{\frac{R}{M}(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = 83.38\ К \approx 83К$

29(9.10(б)) Сто молей газа нагреваются изобарически от температуры T1 до температуры T2. При этом галл получает количество теплоты Q = 0,28 МДж и совершает работу A = 80 кДж. Найти $\gamma = C_p/C_V$

$\Delta U = Q - A = 280 - 80 = 200$ кДж

$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1}p\Delta V \;=>\; \frac{1}{\gamma - 1} = \frac{\Delta U}{p\Delta V} = \frac{\Delta U}{A} = \frac{200}{80} \;=>\; \gamma = 1,4$

30(9.21) Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от $p_1 = 600$ кПа до $p_2 = 300$ кПа. Потом газ нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры. При этом его давление возрастает до $p_3 = 360$ кПа. Найти для этого газа $\gamma = C_p/C_V$

Так как T1 = T3, $p_1V_1 = p_3V_2 \;=>\; \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_3}$

Уравнение Пуассона:

$p_1V_1{}^\gamma = p_2V_2{}^\gamma \;=>\; \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$

$\gamma = \frac{\log\frac{p_1}{p_2}}{\log\frac{V_2}{V_1}} = \frac{\log\frac{p_1}{p_2}}{\log\frac{p_1}{p_3}} = \frac{\log 2}{\log\frac{5}{4}} = \log_{5/4} 2 = 1,4$

		$= \frac{3m}{4R^3}\left(R^4 z\Big\vert_0^R - 2R^2\frac{z^3}{3}\Big\vert_0^R + \frac{z^5}{5}\Big\vert_0^R\right) =$ $= \frac{3m}{4R^3}\left(R^5 - \frac{2R^5}{3} + \frac{R^5}{5}\right)$ $= \frac{3m}{4R^3} * \frac{15R^5 - 10R^5 + 3R^5}{15} =$ $= \frac{m}{4R^3} * \frac{8R^5}{5} = \frac{2}{5}mR^2$ Б) По теореме Штейнера: $I_{\text{к.д.}} = I_c + mR^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$	
	.		