

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет №1 по курсу: «Теория электрических цепей»

Шифр студента №650502-13

Проверил

Батюков С. В.

Выполнил

Ст. гр. №650502
Левдорович Д. А.

Минск 2017

1. Начертим схему согласно заданному варианту (рис. 1).

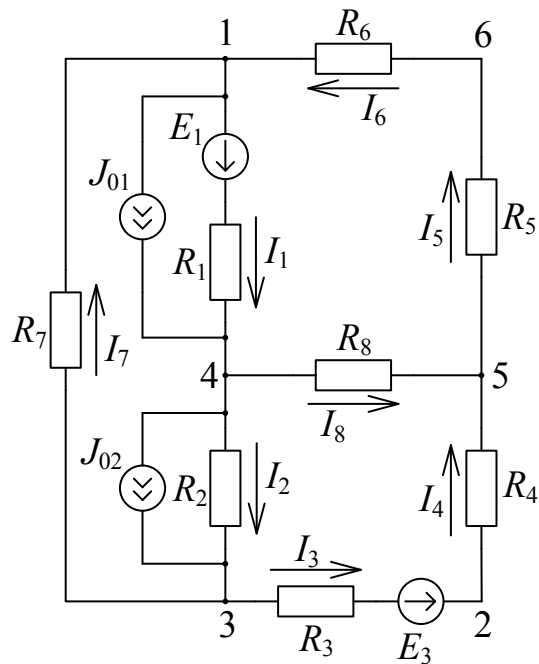


Рис. 1

2. Преобразуем схему к двухконтурной.

Для этого преобразуем источники тока J_{01} и J_{02} в источники напряжения E_{01} и E_{02} , а также объединим последовательно включенные сопротивления R_3 , R_4 и R_5 , R_6 :

$$E_{01} = J_{01} \cdot R_1 = 5 \cdot 170 = 850 \text{ В},$$

$$E_{02} = J_{02} \cdot R_2 = 1 \cdot 350 = 350 \text{ В},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 460 + 560 = 1020 \text{ Ом},$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 950 + 570 = 1520 \text{ Ом}.$$

Полученная схема показана на рис. 2. На этой схеме объединим источники напряжения E_1 и E_{01} :

$$E'_1 = E_1 + E_{01} = 200 + 850 = 1050 \text{ В}.$$

Чтобы сделать треугольник 1 – 4 – 5 пассивным, преобразуем источник напряжения E'_1 в источник тока J'_1 :

$$J'_1 = \frac{E'_1}{R_1} = \frac{1050}{170} = 6,176 \text{ А}.$$

Пассивный треугольник 1 – 4 – 5 преобразуем в пассивную звезду (рис. 3), где

$$R_{568} = \frac{R_{56} \cdot R_8}{R_1 + R_8 + R_{56}} = \frac{1520 \cdot 360}{170 + 360 + 1520} = 266,927 \text{ Ом},$$

$$R_{18} = \frac{R_1 \cdot R_8}{R_1 + R_8 + R_{56}} = \frac{170 \cdot 360}{170 + 360 + 1520} = 29,854 \text{ Ом},$$

$$R_{156} = \frac{R_1 \cdot R_{56}}{R_1 + R_8 + R_{56}} = \frac{170 \cdot 1520}{170 + 360 + 1520} = 126,049 \text{ Ом}.$$

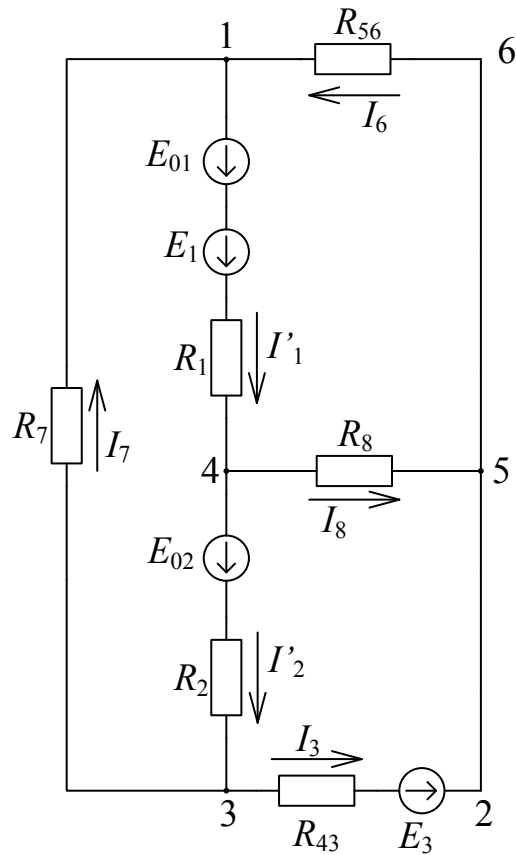


Рис. 2

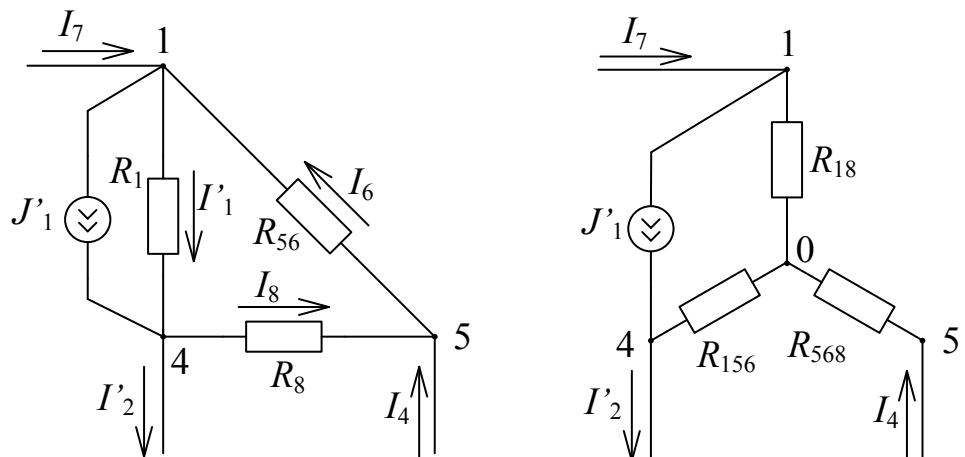


Рис. 3

Источник тока J_1 преобразуем в источник напряжения E_{156} и E_{18} :

$$E_{156} = J_1' \cdot R_{156} = 6,176 \cdot 126,049 = 778,537 \text{ В},$$

$$E_{18} = J_1' \cdot R_{18} = 6,176 \cdot 29,854 = 184,39 \text{ В}.$$

В результате этих преобразований схема будет иметь следующий вид (рис. 4):

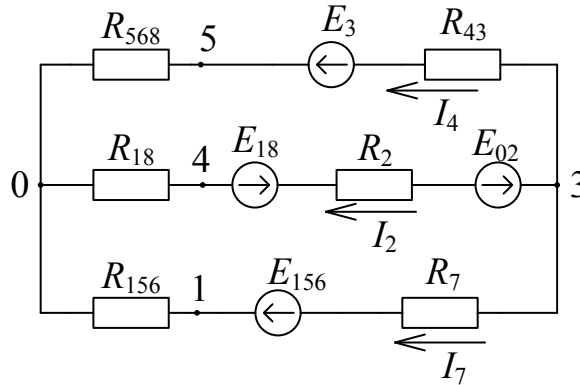


Рис. 4

С целью дальнейшего упрощения схемы объединим источники напряжения и сопротивления:

$$R_{34568} = R_{34} + R_{568} = 1020 + 266,927 = 1287 \text{ Ом},$$

$$R_{182} = R_{18} + R_2 = 29,854 + 350 = 379,854 \text{ Ом},$$

$$R_{1567} = R_{156} + R_7 = 126,049 + 430 = 556,049 \text{ Ом},$$

$$E_{02}' = E_{18} + E_{02} = 184,39 + 350 = 534,39 \text{ В}.$$

Схема примет следующий вид (рис. 5):

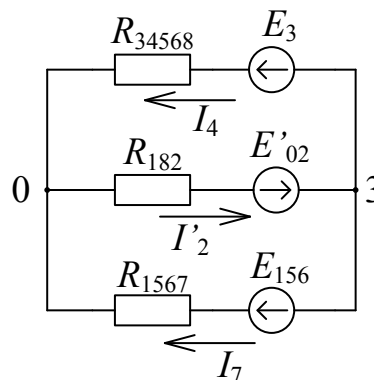


Рис. 5

Для определения напряжения U_{03} по методу узловых напряжений необходимо составить одно уравнение:

$$U_{03} \cdot \left(\frac{1}{R_{34568}} + \frac{1}{R_{182}} + \frac{1}{R_{1567}} \right) = \frac{E_3}{R_{34568}} - \frac{E'_{02}}{R_{182}} + \frac{E_{156}}{R_{1567}}.$$

Отсюда

$$U_{03} = \frac{\frac{E_3}{R_{34568}} - \frac{E'_{02}}{R_{182}} + \frac{E_{156}}{R_{1567}}}{\frac{1}{R_{34568}} + \frac{1}{R_{182}} + \frac{1}{R_{1567}}} = \frac{\frac{200}{1287} - \frac{534,39}{379,854} + \frac{778,537}{556,049}}{\frac{1}{1287} + \frac{1}{379,854} + \frac{1}{556,049}} = 28,552 \text{ В.}$$

Определим токи в схеме рис. 5 на основании второго закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_4 &= \frac{-U_{03} + E_3}{R_{34568}} = \frac{-28,552 + 200}{1287} = 0,133 \text{ А,} \\ I'_2 &= \frac{U_{03} + E'_{02}}{R_{182}} = \frac{28,552 + 534,39}{379,854} = 1,482 \text{ А,} \\ I_7 &= \frac{-U_{03} + E_{156}}{R_{1567}} = \frac{-28,552 + 778,537}{556,049} = 1,349 \text{ А.} \end{aligned}$$

По схеме рис. 4 определим напряжения между узлами 5, 4, 1:

$$\begin{aligned} U_{51} &= -I_4 R_{34} + E_3 + I_7 R_7 = -0,133 \cdot 1020 + 200 + 1,349 \cdot 430 = 644,086 \text{ В,} \\ U_{41} &= I'_2 R_2 - E_{02} + I_7 R_7 = 1,482 \cdot 350 - 350 + 1,349 \cdot 430 = 748,672 \text{ В,} \\ U_{45} &= U_{41} - U_{51} = 748,672 - 644,086 = 104,586 \text{ В.} \end{aligned}$$

Определим токи I_6, I_8 (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} I_6 &= \frac{U_{51}}{R_{56}} = \frac{644,086}{1520} = 0,424 \text{ А,} \\ I_8 &= \frac{U_{45}}{R_8} = \frac{104,586}{360} = 0,291 \text{ А.} \end{aligned}$$

Для определения неизвестных токов I_1, I_2 составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов 1 и 3:

$$I_1 = I_7 + I_6 - J_{01} = 1,349 + 0,424 - 5 = -3,227 \text{ A},$$

$$I_2 = I_7 + I_3 - J_{02} = 1,349 + 0,133 - 1 = 0,482 \text{ A}.$$

3. Составление баланса мощностей для схемы рис. 1:

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_1 + E_3 I_3 + J_{01} U_{12} - J_{02} U_{43},$$

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 (R_3 + R_4) + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_7^2 R_7 + I_8^2 R_8,$$

где

$$U_{12} = -I_1 R_1 + E_1 = 3,227 \cdot 170 + 200 = 748,672 \text{ В},$$

$$U_{43} = I_2 R_2 = 0,482 \cdot 350 = 168,699 \text{ В},$$

$$P_{\text{ист}} = -645,4 + 26,6 + 3743,36 - 168,7 = 2956 \text{ Вт},$$

$$P_{\text{пр}} = 1770,3 + 81,313 + 18,04 + 273,26 + 782,514 + 30,48 = 2956 \text{ Вт}.$$

4. Определение тока ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения.

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление R_1 из исходной схемы (рис. 6).

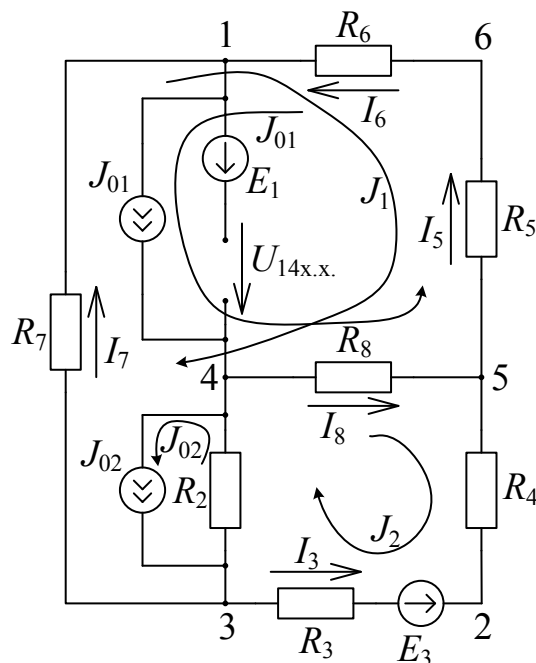


Рис. 6

Методом контурных токов определим токи в ветвях схемы. Уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} J_1(R_7 + R_6 + R_5 + R_8 + R_2) - J_{02}R_2 - J_2(R_2 + R_8) - J_{01}(R_8 + R_5 + R_6) = 0, \\ J_2(R_2 + R_8 + R_4 + R_3) + J_{02}R_2 - J_1(R_2 + R_8) + J_{01}R_8 = -E_3. \end{cases}$$

В этих уравнениях контурные токи J_{01} и J_{02} равны токам источников тока. После подстановки численных значений получается система уравнений:

$$\begin{cases} J_1 \cdot 2660 - J_2 \cdot 710 = 9750, \\ J_2 \cdot 1730 - J_1 \cdot 710 = -1950, \end{cases}$$

отсюда

$$\begin{aligned} J_1 &= 3,709 \text{ A}, \\ J_2 &= 0,164 \text{ A}. \end{aligned}$$

Токи в ветвях схемы (см. рис. 6)

$$\begin{aligned} I_8 &= J_{01} + J_2 - J_1 = 5 + 0,164 - 3,709 = 1,455 \text{ A}, \\ I_5 &= J_{01} - J_1 = 5 - 3,709 = 1,291 \text{ A}. \end{aligned}$$

Значения этих двух токов дает возможность определить напряжение эквивалентного генератора $U_{14\text{х.х.}}$:

$$U_{14\text{х.х.}} = I_8 R_8 + I_5 (R_5 + R_6) - E_1 = 1,455 \cdot 360 + 1,291 \cdot 1520 - 200 = 2249 \text{ В}.$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув цепи с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов 1 – 4 (рис. 7).

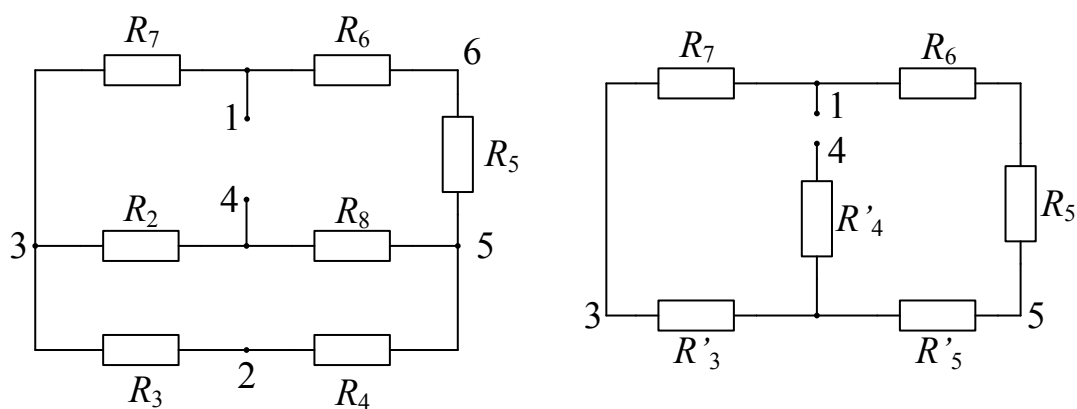


Рис. 7

Эквивалентное сопротивление генератора R_r можно определить, преобразовав треугольник 3 – 4 – 5 в эквивалентную звезду по формулам:

$$R'_4 = \frac{R_2 \cdot R_8}{R_2 + R_8 + R_{34}} = \frac{350 \cdot 360}{350 + 360 + 1020} = 74,832 \text{ Ом},$$

$$R'_5 = \frac{R_8 \cdot R_{34}}{R_2 + R_8 + R_{34}} = \frac{360 \cdot 1020}{350 + 360 + 1020} = 212,254 \text{ Ом},$$

$$R'_3 = \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_8 + R_{34}} = \frac{350 \cdot 1020}{350 + 360 + 1020} = 206,358 \text{ Ом},$$

$$R_r = \frac{(R_7 + R'_3) \cdot (R_5 + R_6 + R'_5)}{R_7 + R'_3 + R_5 + R_6 + R'_5} + R'_4 =$$

$$= \frac{(430 + 206,258) \cdot (950 + 570 + 212,254)}{430 + 206,258 + 950 + 570 + 212,254} + 74,832 = 538,225 \text{ Ом}.$$

Ток в искомой ветви схемы определяется по формуле

$$I_1 = \frac{U_{14\text{х.х.}}}{R_r + R_1} = \frac{2249}{538,225 + 170} = 3,227 \text{ А}.$$

5. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 8) методом законов Кирхгофа показано в приложении 1.

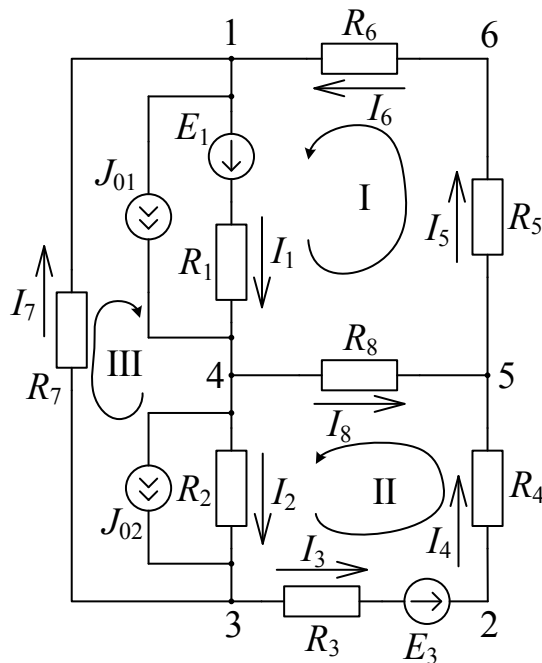


Рис. 8

6. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 9) методом контурных токов показано в приложении 2.

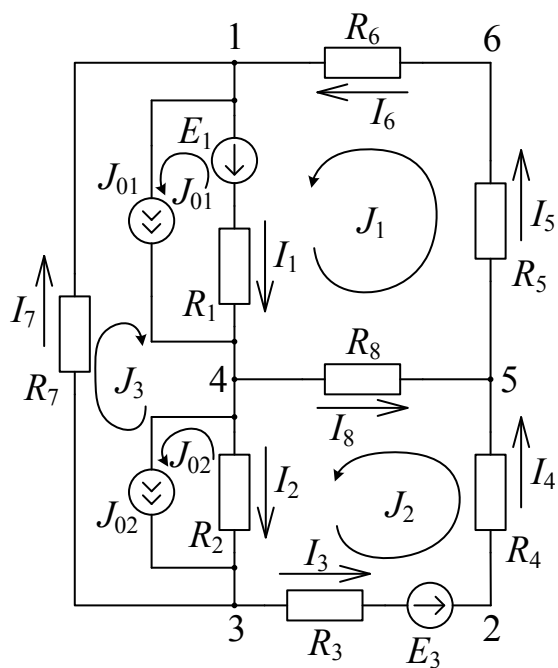


Рис. 9

7. Определение токов в ветвях исходной схемы (рис. 10) методом узловых напряжений показано в приложении 3.

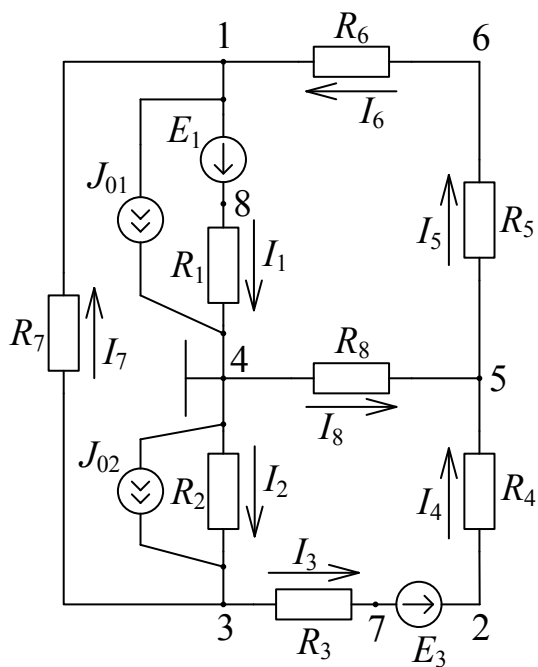


Рис.10

8. Потенциальная диаграмма по контуру 4-8-1-6-5-2-7-3-4 (см. рис. 10) имеет вид (рис. 11). Значения узловых потенциалов определены в приложении 3.

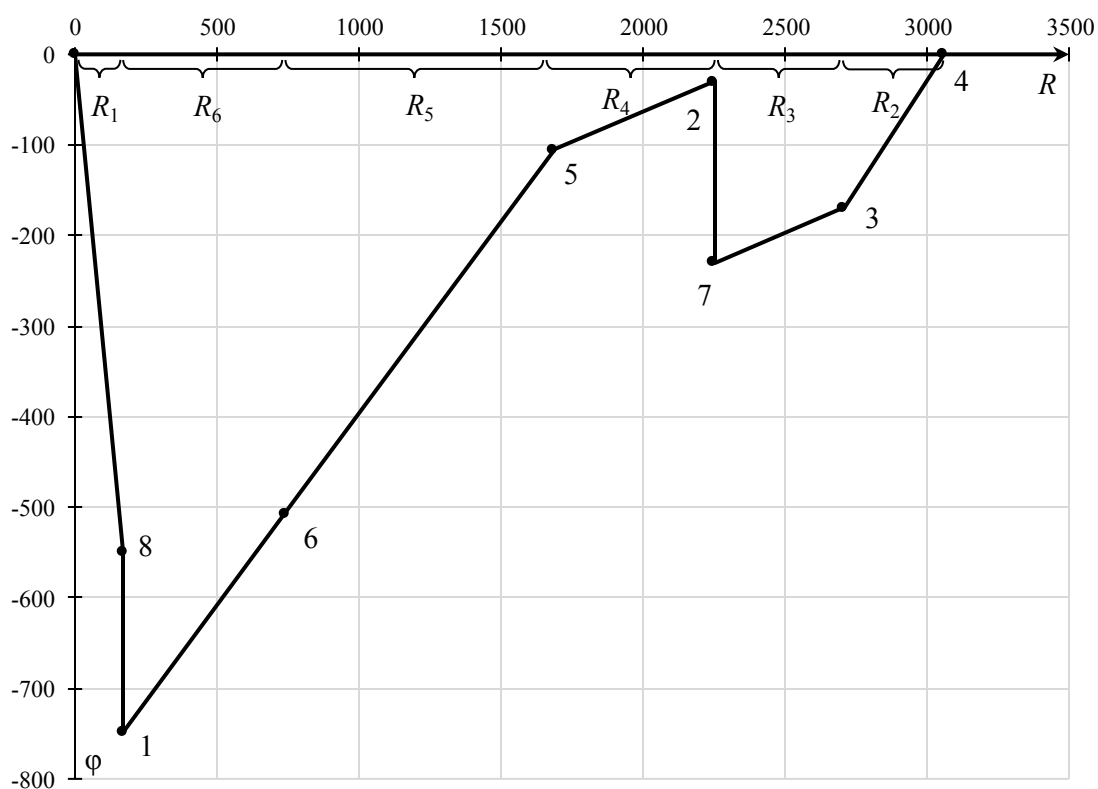


Рис. 11

9. Результаты расчетов представлены в таблице 9.1.

Таблица 9.1 – Результаты расчетов

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	U_{64}	$U_{x.x.}$	R_{Γ}	P
3,227	0,482	0,133	0,133	0,424	0,424	1,349	0,291	-507,14	2249	538,225	2956

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Определение токов методом законов Кирхгофа (расчеты MATHCAD)

$R1 := 170$ $R5 := 950$ $E1 := 200$ $J01 := 5$
 $R2 := 350$ $R6 := 570$ $E3 := 200$ $J02 := 1$
 $R3 := 460$ $R7 := 430$
 $R4 := 560$ $R8 := 360$

Given

$A1 := 1$ $A2 := 2$ $A3 := 3$ $A5 := 5$ $A7 := 7$ $A8 := 8$

$$A5 + A7 - A1 = J01$$

$$A2 - A3 - A7 = -J02$$

$$A3 + A8 - A5 = 0$$

$$A1 \cdot R1 + A8 \cdot R8 + A5 \cdot (R5 + R6) = E1$$

$$A2 \cdot R2 + A3 \cdot (R3 + R4) - A8 \cdot R8 = E3$$

$$A2 \cdot R2 + A7 \cdot R7 + A1 \cdot R1 = E1$$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I5 \\ I7 \\ I8 \end{pmatrix} := \text{Find}(A1, A2, A3, A5, A7, A8)$$

$$I1 = -3.227 \quad I5 = 0.424$$

$$I2 = 0.482 \quad I7 = 1.349$$

$$I3 = 0.133 \quad I8 = 0.291$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Определение токов методом контурных токов (расчеты MATHCAD)

Given

$$J_1 := 1 \quad J_2 := 1 \quad J_3 := 1$$

$$J_1 \cdot (R1 + R8 + R5 + R6) - J_2 \cdot R8 + J_3 \cdot R1 - J01 \cdot R1 = E1$$

$$J_2 \cdot (R2 + R3 + R4 + R8) - J_1 \cdot R8 + J_3 \cdot R2 - J02 \cdot R2 = E3$$

$$J_3 \cdot (R7 + R1 + R2) + J_1 \cdot R1 + J_2 \cdot R2 - J01 \cdot R1 - J02 \cdot R2 = E3$$

$$\begin{pmatrix} J1 \\ J2 \\ J3 \end{pmatrix} := \text{Find}(J_1, J_2, J_3)$$

$$J1 = 0.424$$

$$J2 = 0.133$$

$$J3 = 1.349$$

$$I5 := J1 = 0.424$$

$$I3 := J2 = 0.133$$

$$I8 := J1 - J2 = 0.291$$

$$I7 := J3 = 1.349$$

$$I1 := (J1 + J3) - J01 = -3.227$$

$$I2 := J2 + J3 - J02 = 0.482$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Определение токов методом узловых потенциалов (расчеты MATHCAD)

$$\begin{aligned}
g_{11} &:= \frac{1}{R5 + R6} + \frac{1}{R1} + \frac{1}{R7} = 8.866 \times 10^{-3} \\
g_{55} &:= \frac{1}{R3 + R4} + \frac{1}{R5 + R6} + \frac{1}{R8} = 4.416 \times 10^{-3} \\
g_{33} &:= \frac{1}{R3 + R4} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R7} = 6.163 \times 10^{-3} \\
g_{15} &:= \frac{-1}{R5 + R6} = -6.579 \times 10^{-4} \quad I_{11} := \frac{-E1}{R1} - J01 = -6.176 \\
g_{35} &:= \frac{-1}{R3 + R4} = -9.804 \times 10^{-4} \quad I_{55} := \frac{E3}{R3 + R4} = 0.196 \\
g_{13} &:= \frac{-1}{R7} = -2.326 \times 10^{-3} \quad I_{33} := J02 - \frac{E3}{R3 + R4} = 0.804
\end{aligned}$$

Given

$$F1 := 1 \quad F5 := 2 \quad F3 := 3$$

$$F1 \cdot g_{11} + F5 \cdot g_{15} + F3 \cdot g_{13} = I_{11}$$

$$F1 \cdot g_{15} + F5 \cdot g_{55} + F3 \cdot g_{35} = I_{55}$$

$$F1 \cdot g_{13} + F5 \cdot g_{35} + F3 \cdot g_{33} = I_{33}$$

$$\begin{pmatrix} F11 \\ F55 \\ F33 \end{pmatrix} := \text{Find}(F1, F5, F3)$$

$$F11 = -748.672 \quad F55 = -104.586 \quad F33 = -168.699 \quad F44 := 0$$

$$I_{11} := \frac{F11 - F44 + E1}{R1} = -3.227 \quad I_{55} := \frac{F55 - F11}{R5 + R6} = 0.424$$

$$I_{12} := \frac{F44 - F33}{R2} = 0.482 \quad I_{17} := \frac{F33 - F11}{R7} = 1.349$$

$$I_{13} := \frac{F33 - F55 + E3}{R3 + R4} = 0.133 \quad I_{18} := \frac{F44 - F55}{R8} = 0.291$$

$$F66 := F55 - I_{55} \cdot R5 = -507.14$$

$$F22 := F33 - I_{33} \cdot R3 + E3 = -29.982$$

$$F77 := F33 - I_{13} \cdot R3 = -229.982$$

$$F88 := F11 + E1 = -548.672$$