вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Първа контролна работа по логическо програмиране
13 ноември 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека
$\varphi_1 := \forall x(p(x,x)\&r(x,x))$,
$\varphi_2 := \forall x\forall y((p(x,y) \Rightarrow p(y,x))\&(r(x,y) \Rightarrow r(y,x)))$,
$\varphi_3 := \forall x\forall y\forall z((p(x,y)\&p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
$\qquad\&(r(x,y)\&r(y,z) \Rightarrow r(x,z)))$,
$\psi[x,y] := \neg(x \doteq y)\&p(x,y)$,
$\chi[x,y] := \neg(x \doteq y)\&r(x,y)$,
$\varphi_4 := \forall x\exists y(\psi[x,y]\&\forall z(\psi[x,z] \Rightarrow z \doteq y))$,
$\varphi_5 := \exists t(\forall x(\neg(t \doteq x) \Longrightarrow \neg r(x,t))$
$\qquad\& \forall y(\neg(y \doteq t) \Rightarrow \exists z(\chi[y,z]\&\forall x(\chi[y,x] \Rightarrow z \doteq x))))))$.
Да се докаже, че множествата $\Gamma_1 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5\}$ са изпълними.

Зад. 2. Нека S е множеството от всички безкрайни редици от естествени числа. Ако $n \in \mathbb{N}$ и $\alpha \in S$, то с α_n ще означаваме n-тия член на редицата α. Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство и с един триместен предикатен символ p. Да означим с $\mathcal{A}$ структурата за $\mathcal{L}$, която е с универсум (носител) множеството $\mathbb{N} \cup S$ и за произволни $\alpha, \beta, \ell \in \mathbb{N} \cup S$

$$\langle \alpha, \beta, \ell \rangle \in p^{\mathcal{A}} \stackrel{def}{\longleftrightarrow} \alpha, \beta \in S,\ \ell \in \mathbb{N} \text{ и за всяко } n \in \mathbb{N}\ \beta_n = \alpha_{\ell n}.$$

а) Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$:
1. $\mathbb{N}$, $\{1\}$ и $\{0\}$,
2. $\{\alpha \mid \alpha \in S$ и всички членове на α са равни$\}$,
3. $\{\langle a, b, c \rangle \mid a, b, c \in \mathbb{N}$ и $a = bc\}$.

б) Да се докаже, че множеството $\{2\}$ не е определимо в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Първа контролна работа по логическо програмиране
13 ноември 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека c е индивидна константа и
$\varphi_1 := \forall x(p(x,x)\&r(x,x))$,
$\varphi_2 := \forall x\forall y((p(x,y) \Rightarrow p(y,x))\&(r(x,y) \Rightarrow r(y,x)))$,
$\varphi_3 := \forall x\forall y\forall z((p(x,y)\&p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
$\qquad\&(r(x,y)\&r(y,z) \Rightarrow r(x,z)))$,
$\varphi_4 := \forall x((r(x,c) \Rightarrow x \doteq c)\&\exists y(p(x,y)\&\neg r(x,y)))$,
$\varphi_5 := \forall x(\not(x \doteq c) \Rightarrow \exists y(r(x,y)\&\neg p(x,y)))$,
$\varphi_6 := \forall x\forall y\forall z(p(x,y\&p(y,z) \Rightarrow r(x,y) \vee r(x,z) \vee r(y,z))$.
Да се докаже, че множествата $\Gamma_1 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5, \varphi_6\}$ са изпълними.

Зад. 2. Нека S е множеството от всички безкрайни редици от естествени числа. Ако $n \in \mathbb{N}$ и $\alpha \in S$, то с α_n ще означаваме n-тия член на редицата α. Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство и с един триместен предикатен символ p. Да означим с $\mathcal{A}$ структурата за $\mathcal{L}$, която е с универсум (носител) множеството $\mathbb{N} \cup S$ и за произволни $\alpha, \beta, \ell \in \mathbb{N} \cup S$

$$\langle \alpha, \beta, \ell \rangle \in p^{\mathcal{A}} \stackrel{def}{\longleftrightarrow} \alpha, \beta \in S,\ \ell \in \mathbb{N} \text{ и за всяко } n \in \mathbb{N}\ \beta_{\ell n} = \alpha_n.$$

а) Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$:
1. S, $\{1\}$ и $\{0\}$,
2. $\{\alpha \mid \alpha \in S$ и всички членове на α са равни$\}$,
3. $\{\langle a, b, c \rangle \mid a, b, c \in \mathbb{N}$ и $c = ab\}$.

б) Да се докаже, че множеството $\{3\}$ не е определимо в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Първа контролна работа по логическо програмиране
13 ноември 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека
$\varphi_1 := \forall x(p(x,x)\&r(x,x))$,
$\varphi_2 := \forall x\forall y((p(x,y) \Rightarrow p(y,x))\&(r(x,y) \Rightarrow r(y,x)))$,
$\varphi_3 := \forall x\forall y\forall z((p(x,y)\&p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
$\qquad\&(r(x,y)\&r(y,z) \Rightarrow r(x,z)))$,
$\psi[x,y] := \neg(x \doteq y)\&p(x,y)$,
$\chi[x,y] := \neg(x \doteq y)\&r(x,y)$,
$\varphi_4 := \forall x\exists y(\psi[x,y]\&\forall z(\psi[x,z] \Rightarrow z \doteq y))$,
$\varphi_5 := \exists t(\forall x(\neg(t \doteq x) \Longrightarrow \neg r(x,t))$
$\qquad\& \forall y(\neg(y \doteq t) \Rightarrow \exists z(\chi[y,z]\&\forall x(\chi[y,x] \Rightarrow z \doteq x))))))$.
Да се докаже, че множествата $\Gamma_1 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5\}$ са изпълними.

Зад. 2. Нека S е множеството от всички безкрайни редици от естествени числа. Ако $n \in \mathbb{N}$ и $\alpha \in S$, то с α_n ще означаваме n-тия член на редицата α. Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство и с един триместен предикатен символ p. Да означим с $\mathcal{A}$ структурата за $\mathcal{L}$, която е с универсум (носител) множеството $\mathbb{N} \cup S$ и за произволни $\alpha, \beta, \ell \in \mathbb{N} \cup S$

$$\langle \alpha, \beta, \ell \rangle \in p^{\mathcal{A}} \stackrel{def}{\longleftrightarrow} \alpha, \beta \in S,\ \ell \in \mathbb{N} \text{ и за всяко } n \in \mathbb{N}\ \beta_n = \alpha_{\ell n}.$$

а) Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$:
1. $\mathbb{N}$, $\{1\}$ и $\{0\}$,
2. $\{\alpha \mid \alpha \in S$ и всички членове на α са равни$\}$,
3. $\{\langle a, b, c \rangle \mid a, b, c \in \mathbb{N}$ и $a = bc\}$.

б) Да се докаже, че множеството $\{2\}$ не е определимо в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Първа контролна работа по логическо програмиране
13 ноември 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека c е индивидна константа и
$\varphi_1 := \forall x(p(x,x)\&r(x,x))$,
$\varphi_2 := \forall x\forall y((p(x,y) \Rightarrow p(y,x))\&(r(x,y) \Rightarrow r(y,x)))$,
$\varphi_3 := \forall x\forall y\forall z((p(x,y)\&p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
$\qquad\&(r(x,y)\&r(y,z) \Rightarrow r(x,z)))$,
$\varphi_4 := \forall x((r(x,c) \Rightarrow x \doteq c)\&\exists y(p(x,y)\&\neg r(x,y)))$,
$\varphi_5 := \forall x(\not(x \doteq c) \Rightarrow \exists y(r(x,y)\&\neg p(x,y)))$,
$\varphi_6 := \forall x\forall y\forall z(p(x,y\&p(y,z) \Rightarrow r(x,y) \vee r(x,z) \vee r(y,z))$.
Да се докаже, че множествата $\Gamma_1 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ и $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5, \varphi_6\}$ са изпълними.

Зад. 2. Нека S е множеството от всички безкрайни редици от естествени числа. Ако $n \in \mathbb{N}$ и $\alpha \in S$, то с α_n ще означаваме n-тия член на редицата α. Нека $\mathcal{L}$ е предикатният език без формално равенство и с един триместен предикатен символ p. Да означим с $\mathcal{A}$ структурата за $\mathcal{L}$, която е с универсум (носител) множеството $\mathbb{N} \cup S$ и за произволни $\alpha, \beta, \ell \in \mathbb{N} \cup S$

$$\langle \alpha, \beta, \ell \rangle \in p^{\mathcal{A}} \stackrel{def}{\longleftrightarrow} \alpha, \beta \in S,\ \ell \in \mathbb{N} \text{ и за всяко } n \in \mathbb{N}\ \beta_{\ell n} = \alpha_n.$$

а) Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$:
1. S, $\{1\}$ и $\{0\}$,
2. $\{\alpha \mid \alpha \in S$ и всички членове на α са равни$\}$,
3. $\{\langle a, b, c \rangle \mid a, b, c \in \mathbb{N}$ и $c = ab\}$.

б) Да се докаже, че множеството $\{3\}$ не е определимо в $\mathcal{A}$ с формула от $\mathcal{L}$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!