

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Е.І.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
28 август 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(p)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ p . Нека $\mathcal{U} = \langle U, p^{\mathcal{U}} \rangle$ е структурата за $\mathcal{L}(p)$ с универсум множеството U от всички точки и всички затворени кръгове в една фиксирана евклидова равнина π и за произволни a и b от U

$$\langle a, b \rangle \in p^{\mathcal{U}} \iff a \text{ е точка от } \pi, b \text{ е затворен кръг от } \pi \text{ и } a \in b.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в \mathcal{U} :

1. $\{\langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1 \text{ и } b_2 \text{ са затворени кръгове от } \pi \text{ и } b_1 \subseteq b_2\}$;
2. $\{\langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1 \text{ и } b_2 \text{ са затворени кръгове от } \pi \text{ и контурите им се допират}\}$;
3. $\{\langle a, b \rangle \mid a \text{ е точка от контура на затворения кръг } b\}$;
4. $\{\langle a, a_1, a_2 \rangle \mid a, a_1 \text{ и } a_2 \text{ са точки от } \pi, a_1 \neq a_2 \text{ и } a \text{ лежи на правата } a_1 a_2\}$;
5. $\{\langle a_1, a_2, b \rangle \mid \text{отсечката } a_1 a_2 \text{ е диаметър на затворения кръг } b\}$.

Зад. 2. Нека p и r са двуместни предикатни символи. Дадени са следните формули:

$$\begin{aligned} \varphi_1: & \forall x \neg(p(x, x) \vee r(x, x)), \\ \varphi_2: & \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& r(y, z) \Rightarrow r(x, z)), \\ \varphi_3: & \forall x \forall y (x = y \vee p(x, y) \vee r(x, y)), \\ \varphi_4: & \forall x \exists z_1 \exists z_2 (p(x, z_1) \& r(x, z_2)), \\ \psi_n: & \forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (p(x, y_1) \& \dots \& p(x, y_n) \Rightarrow \\ & \exists z (p(x, z) \& p(z, y_1) \& \dots \& p(z, y_n))), n > 0, \\ \chi_n: & \forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (r(x, y_1) \& \dots \& r(x, y_n) \Rightarrow \\ & \exists z (r(x, z) \& r(z, y_1) \& \dots \& r(z, y_n))), n > 0. \end{aligned}$$

Нека $\Gamma_0 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \psi_1, \chi_1\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{\neg\psi_2, \chi_2, \neg\chi_3\}$,
 $\Gamma_2 = \Gamma_0 \cup \{\psi_2, \neg\psi_3\} \cup \{\chi_n \mid n > 5\}$,
 $\Gamma_3 = \Gamma_0 \cup \{\psi_n \mid n > 1\} \cup \{\chi_n \mid n > 1\}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0 , Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека φ_1 , φ_2 , φ_3 и φ_4 са следните четири формули:

$$\begin{aligned} \varphi_1: & \forall x \exists y ((q(x, y) \Rightarrow p(x, y)) \& \forall z (p(z, y) \Rightarrow r(x, z))), \\ \varphi_2: & \forall x (\exists y p(y, x) \Rightarrow \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(z, y) \& p(z, x)))), \\ \varphi_3: & \forall z (\exists x \exists y (\neg q(x, y) \& \neg p(x, y)) \Rightarrow \forall x q(x, z)), \\ \varphi_4: & \neg \exists x \exists y \exists z ((p(x, y) \& r(y, z)) \& \neg p(x, z)). \end{aligned}$$

С метода на резолюцията да се докаже, че
 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists y \forall x \exists z ((p(x, x) \vee r(y, z)) \Rightarrow (\neg p(x, x) \& r(y, z)))$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Е.І.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
28 август 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(r)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ r . Нека $\mathcal{W} = \langle W, r^{\mathcal{W}} \rangle$ е структурата за $\mathcal{L}(r)$ с универсум множеството W от всички точки и всички отворени кръгове в една фиксирана евклидова равнина π и за произволни a и b от W

$$\langle a, b \rangle \in r^{\mathcal{W}} \iff a \text{ е точка от } \pi, b \text{ е отворен кръг от } \pi \text{ и } a \in b.$$

Да се докаже, че следните множества са определими в \mathcal{W} :

- $\{ \langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1 \text{ и } b_2 \text{ са отворени кръгове от } \pi \text{ и } b_1 = b_2 \};$
- $\{ \langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1 \text{ и } b_2 \text{ са отворени кръгове от } \pi \text{ и контурите им се допират} \};$
- $\{ \langle a, b \rangle \mid a \text{ е точка от контура на отворения кръг } b \};$
- $\{ \langle a, a_1, a_2 \rangle \mid a, a_1 \text{ и } a_2 \text{ са точки от } \pi, a_1 \neq a_2 \text{ и } a \text{ не лежи на правата } a_1 a_2 \};$
- $\{ \langle a_1, a_2, b \rangle \mid \text{отсечката } a_1 a_2 \text{ е хорда, но не е диаметър на контура на отворения кръг } b \}.$

Зад. 2. Нека p и r са двуместни предикатни символи. Дадени са следните формули:

$$\begin{aligned} \varphi_1: & \forall x \neg (p(x, x) \vee r(x, x)), \\ \varphi_2: & \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& r(y, z) \Rightarrow r(x, z)), \\ \varphi_3: & \forall x \forall y (x \doteq y \vee p(x, y) \vee r(x, y)), \\ \varphi_4: & \forall x \exists z_1 \exists z_2 (p(x, z_1) \& r(x, z_2)), \\ \psi_n: & \forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (p(x, y_1) \& \dots \& p(x, y_n) \Rightarrow \\ & \exists z (p(x, z) \& p(z, y_1) \& \dots \& p(z, y_n))), \quad n > 0, \\ \chi_n: & \forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (r(x, y_1) \& \dots \& r(x, y_n) \Rightarrow \\ & \exists z (r(x, z) \& r(z, y_1) \& \dots \& r(z, y_n))), \quad n > 0. \end{aligned}$$

Нека $\Gamma_0 = \{ \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \chi_1 \}$, $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{ \psi_2, \chi_2, \neg \chi_3 \}$,
 $\Gamma_2 = \Gamma_0 \cup \{ \chi_2, \neg \chi_3 \} \cup \{ \psi_n \mid n > 7 \}$,
 $\Gamma_3 = \Gamma_0 \cup \{ \psi_n \mid n > 1 \} \cup \{ \chi_n \mid n > 1 \}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0 , Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ и φ_4 са следните четири формули:

$$\begin{aligned} \varphi_1: & \forall x \exists y (q(y, x) \& \forall z (q(y, z) \Rightarrow (r(z, x) \vee p(y, z)))), \\ \varphi_2: & \forall x (\exists y q(x, y) \Rightarrow \exists y (q(x, y) \& \neg \exists z (q(y, z) \& q(x, z)))), \\ \varphi_3: & \forall z_1 (\exists z \exists x \exists y (p(x, y) \& q(x, z)) \Rightarrow \forall z_2 \neg p(z_1, z_2)) \\ \varphi_4: & \neg \exists x \exists y \exists z ((q(y, x) \& r(z, y)) \& \neg q(z, x)). \end{aligned}$$

С метода на резолюцията да се докаже, че
 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists z \forall x \exists y ((q(x, x) \vee r(y, z)) \Rightarrow (\neg q(x, x) \& r(y, z))).$

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Е.ІІ.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
28 август 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!
За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...
2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...
3. $p(\dots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Казваме, че списък L е *премерен*, ако неговите елементи са наредени двойки от списък и естествено число.

Казваме, че премерен списък L е *мултипликативен*, ако за всеки три негови елемента (S_1, W_1) , (S_2, W_2) и (S_3, W_3) , за които S_1 и S_2 нямат общи елементи, а елементите на S_3 са точно наредените двойки от елемент на S_1 и елемент на S_2 , е вярно равенството $W_1.W_2 = W_3$.

Да се дефинира на пролог предикат `is_multiplicative(L)`, който проверява дали даден премерен списък L е мултипликативен.

Зад. 2. Казваме, че от различните списъци L_1, L_2, \dots, L_n може да се състави *кръстословица*, ако има матрица, за която множеството от редове и стълбове е точно множеството от списъци $\{L_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ и сумата от броя на редовете и от броя на стълбовете ѝ е n .

Да се дефинира на пролог предикат `generate_crossword(D, C)`, който по даден списък от различни списъци от естествени числа D при преудовлетворяване генерира в C всички списъци от редовете на кръстословиците, съставени от D .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
Е.П.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
28 август 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...
2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...
3. $p(\dots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Казваме, че списък L е *премерен*, ако неговите елементи са наредени двойки от списък и естествено число.

Казваме, че премерен списък L е *адитивен*, ако за всеки три негови елемента (S_1, W_1) , (S_2, W_2) и (S_3, W_3) , за които S_1 и S_2 нямат общи елементи, а елементите на S_3 са точно тези, които са елементи на S_1 или на S_2 , е вярно равенството $W_1 + W_2 = W_3$. Да се дефинира на пролог предикат `is_additive(L)`, който проверява дали даден премерен списък L е адитивен.

Зад. 2. *Магически квадрат* е квадратна матрица, за която сумите на елементите във всеки ред, във всеки стълб, в главния и във вторичния диагонал са равни. За един магически квадрат M казваме, че е *съставен от числата* в даден списък от естествени числа L , ако всяко число се среща в L толкова пъти, колкото и в M .

Да се дефинира на пролог предикат `gen_magic_square(L, S)`, който по даден списък от естествени числа L при преудовлетворяване генерира в S всички списъци от редовете на магическите квадрати, съставени от числата в L .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!