| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

Контролна работа по логическо програмиране
9 април 2022 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Универсумът на структурата $\mathcal{M}$ е множеството $\Sigma^*$ на всички думи над поне двубуквената азбука $\Sigma$ и е за езика без формално равенство $\mathfrak{L}$, в който има триместен предикатен символ $p$ и двуместен предикатен символ $r$, които са интерпретирани така:
$\langle u, v, w\rangle \in p^{\mathcal{M}} \longleftrightarrow w$ е конкатенация на $u$ и $v$;
$\langle u, v\rangle \in r^{\mathcal{M}} \longleftrightarrow u$ и $v$ са с равна дължина.
**а)** Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{M}$:
(1) $\{\varepsilon\}$; (2) $\{u \mid$ дължината на $u$ се дели на $3\}$;
(3) $\{u \mid u$ е еднобуквена$\}$;
(4) $\{u \mid u$ започва и завършва с различни букви$\}$;
(5) $\{\langle u, u\rangle \mid u \in \Sigma^*\}$.
**б)** Да се напише такава затворена формула $\varphi$ от $\mathfrak{L}$, че:
(#) $\mathcal{M} \models \varphi \longleftrightarrow \Sigma$ има повече от две букви.
За написаната формула $\varphi$ да се докаже, че (#) е вярно.

**Зад. 2.** Да означим с $\Gamma$ множеството от следните формули:
$\forall x \forall y \exists z\, (p(x, y, z) \& \forall z_1 (p(x, y, z_1) \Rightarrow (z \doteq z_1)))$,
$\forall x (p(c, x, x) \& p(x, c, x))$ и
$\forall x \forall y (p(x, y, c) \Rightarrow ((x \doteq c) \& (y \doteq c)))$.
Нека $\Gamma_1$ е получено от $\Gamma$ с добавянето на формулите
$\exists x\, \exists y\, \exists z\, (p(x, y, z) \& \neg p(y, x, z))$,
$\forall z (\neg (z \doteq c) \Rightarrow \exists x\, \exists y\, (p(x, y, z) \& (\ell(x) \vee \ell(y)))$ и
$\forall x \forall y \forall z ((\ell(x) \& p(y, z, x)) \Rightarrow ((y \doteq c) \vee (z \doteq c)))$.
Да се докаже, че $\Gamma$ и $\Gamma_1$ са изпълними. (Тук $c$ е индивидна константа, а $p$ и $\ell$ са предикатни символи.)

*Пожелаваме ви приятна и успешна работа!*

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

Контролна работа по логическо програмиране
9 април 2022 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека $\Sigma$ е поне двубуквена азбука и $a$ е буква от $\Sigma$. Универсумът на структурата $\mathcal{A}$ е множеството $\Sigma^*$ на всички думи над $\Sigma$ и е за езика с формално равенство $\mathfrak{L}$, в който има двуместен функционален символ $f$ и едноместен функционален символ $g$, които са интерпретирани така:
$f^A(u, v)$ е конкатенацията на думите $u$ и $v$;
$g^A(u)$ е думата, съдържаща само букви $a$, с дължина като на $u$.
**а)** Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{M}$:
(1) $\{\varepsilon\}$; (2) $\{u \mid$ дължината на $u$ се дели на $3\}$;
(3) $\{u \mid u$ е еднобуквена$\}$;
(4) $\{u \mid u$ започва и завършва с различни букви$\}$;
(5) $\{\langle u, v\rangle \mid$ никое непразно собствено начало на $u$ не е край на $v\}$.
**б)** Да се напише такава затворена формула $\varphi$ от $\mathfrak{L}$, че:
($) $\mathcal{A} \models \varphi \longleftrightarrow \Sigma$ има повече от две букви.
За написаната формула $\varphi$ да се докаже, че ($) е вярно.

**Зад. 2.** Да означим с $\Gamma$ множеството от следните формули:
$\forall x \forall y \forall z ((f(x, f(y, z)) \doteq f(f(x, y), z)) \& (f(x, c) \doteq f(c, x)))$,
$\exists x\, \exists y\, \neg (f(x, y) \doteq f(y, x))$ и
$\forall x \forall y ((f(x, y) \doteq c) \Rightarrow ((x \doteq c) \& (y \doteq c)))$.
Нека $\Gamma_1$ е получено от $\Gamma$ с добавянето на формулите
$\exists x\, \exists y\, (\neg (x \doteq y) \& \neg (h(x) \doteq h(y)))$,
$\forall x \forall y (h(f(x, y)) \doteq h(f(h(x), h(y))))$ и $\forall x (h(h(x)) \doteq h(x))$.
Да се докаже, че $\Gamma$ и $\Gamma_1$ са изпълними. (Тук $c$ е индивидна константа, а $f$ и $h$ са функционални символи.)

*Пожелаваме ви приятна и успешна работа!*