вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E2.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
29 август 2022 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...
2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...
3. $p(\dots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Ще казваме, че списък от тройки $[[a_1, b_1, c_1], [a_2, b_2, c_2], \dots, [a_n, b_n, c_n]]$ е *меню*, ако $a_1, a_2, \dots, a_n$ са елементи на множеството {предястие, основно, десерт} и $b_1, b_2, \dots, b_n$ са естествени числа. Ще казваме, че списък $[d_1, d_2, d_3]$ е *поръчка за менюто* X *с цена* n, ако X съдържа такива елементи [предястие, n_1, d_1], [основно, n_2, d_2] и [предястие, n_3, d_3], че $n_1 + n_2 + n_3 = n$.
Да се дефинира на пролог триместен предикат $p(X, N, M)$, който по дадени меню X и естествено число N генерира в M всички поръчки за X с цена не по-голяма от N.

Зад. 2. Група хора искат да прекосят река, над която няма мостове и има крокодили. Те разполагат с една единствена лодка с едно весло. Лодката има определен капацитет и въпреки че има място за всички не може да издържи повече от w килограма. Освен това, всеки човек може да гребе само определен максимален брой курсове, след което се уморява и може само да се вози. Така, групата може да се представи със списък от двуелементни списъци $[w_i, c_i]$, където w_i е теглото на i-тия член на групата, а $c_i \geqq 0$ е максималният брой курсове, които той може да гребе.
Да се дефинира на пролог триместен предикат `reach`(L, W, N), който по дадени списък L, представящ групата от хора, капацитет на лодката W и естествено число N разпознава дали цялата група може да се прехвърли на другия бряг на реката за по-малко от N курса.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E2.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
29 август 2022 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...

2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...

3. $p(\ldots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Ще казваме, че списък от тройки $[[a_1, b_1, c_1], [a_2, b_2, c_2], \ldots, [a_n, b_n, c_n]]$ е *меню*, ако $a_1, a_2, \ldots, a_n$ са елементи на множеството $\{$предястие, основно, десерт$\}$ и $b_1, b_2, \ldots, b_n$ са естествени числа. Ще казваме, че списък $[d_1, d_2, d_3]$ е *поръчка за менюто* X *с цена* n, ако X съдържа такива елементи $[n_1, \text{предястие}, d_1]$, $[n_2, \text{основно}, d_2]$ и $[n_3, \text{предястие}, d_3]$, че $n_1 + n_2 + n_3 = n$.
Да се дефинира на пролог триместен предикат $p(N, X, M)$, който по дадени естествено число N и меню X генерира в M всички поръчки за X с цена не по-голяма от N.

Зад. 2. Група хора искат да прекосят река, над която няма мостове и има крокодили. Те разполагат с една единствена лодка с едно весло. Лодката има определен капацитет и въпреки че има място за всички може да издържи по-малко от w килограма. Освен това, всеки човек може да гребе само определен максимален брой курсове, след което се уморява и може само да се вози. Така, групата може да се представи със списък от двуелементни списъци $[w_i, c_i]$, където w_i е теглото на i-тия член на групата, а $c_i \geqq 0$ е максималният брой курсове, които той може да гребе.
Да се дефинира на пролог триместен предикат $\texttt{reach}(L, W, N)$, който по дадени списък L, представящ групата от хора, капацитет на лодката W и естествено число N разпознава дали цялата група може да се прехвърли на другия бряг на реката за не повече от N курса.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
29 август 2022 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(p)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ p. Нека $\mathcal{U} = \langle U, p^{\mathcal{U}} \rangle$ е структурата за $\mathcal{L}(p)$ с универсум множеството U от всички точки и всички затворени кръгове в една фиксирана евклидова равнина π и за произволни a и b от U

$\langle a, b\rangle \in p^{\mathcal{U}} \quad\longleftrightarrow\quad a$ е точка от π, b е затворен кръг от π и $a \in b$.

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{U}$:

1. $\{\langle b_1, b_2\rangle \mid b_1$ и b_2 са затворени кръгове от π и $b_1 \subseteq b_2\}$;
2. $\{\langle b_1, b_2\rangle \mid b_1$ и b_2 са затворени кръгове от π и контурите им се допират$\}$;
3. $\{\langle a, b\rangle \mid a$ е точка от контура на затворения кръг $b\}$;
4. $\{\langle a, a_1, a_2\rangle \mid a, a_1$ и a_2 са точки от π, $a_1 \neq a_2$ и a лежи на правата $a_1a_2\}$;
5. $\{\langle a_1, a_2, b\rangle \mid$ отсечката a_1a_2 е диаметър на затворения кръг $b\}$.

Зад. 2. Нека p и r са двуместни предикатни символи. Дадени са следните формули:

φ_1: $\forall x \neg(p(x,x) \vee r(x,x))$,
φ_2: $\forall x \forall y \forall z(p(x,y) \,\&\, r(y,z) \Rightarrow r(x,z))$,
φ_3: $\forall x \forall y(x \doteq y \vee p(x,y) \vee r(x,y))$,
φ_4: $\forall x \exists z_1 \exists z_2(p(x,z_1) \,\&\, r(x,z_2))$,
ψ_n: $\forall x \forall y_1 \ldots \forall y_n(p(x,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, p(x,y_n) \Rightarrow \exists z(p(x,z) \,\&\, p(z,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, p(z,y_n)))$, $n > 0$,
χ_n: $\forall x \forall y_1 \ldots \forall y_n(r(x,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, r(x,y_n) \Rightarrow \exists z(r(x,z) \,\&\, r(z,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, r(z,y_n)))$, $n > 0$.

Нека $\Gamma_0 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \psi_1, \chi_1\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{\neg\psi_2, \chi_2, \neg\chi_3\}$, $\Gamma_2 = \Gamma_0 \cup \{\psi_2, \neg\psi_3\} \cup \{\chi_n \mid n > 5\}$, $\Gamma_3 = \Gamma_0 \cup \{\psi_n \mid n > 1\} \cup \{\chi_n \mid n > 1\}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0, Γ_1, Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 са следните четири формули:

$\forall x \exists y((q(x,y) \Rightarrow p(x,y)) \,\&\, \forall z(p(z,y) \Rightarrow r(x,z)))$,
$\forall x(\exists y p(y,x) \Rightarrow \exists y(p(y,x) \,\&\, \neg\exists z(p(z,y) \,\&\, p(z,x))))$,
$\forall z(\exists x \exists y(\neg q(x,y) \,\&\, \neg p(x,y)) \Rightarrow \forall x q(x,z))$,
$\neg\exists x \exists y \exists z((p(x,y) \,\&\, r(y,z)) \,\&\, \neg p(x,z))$.

С метода на резолюцията да се докаже, че

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists y \forall x \exists z((p(x,x) \vee r(y,z)) \Rightarrow (\neg p(x,x) \,\&\, r(y,z)))$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.I.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
29 август 2022 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(r)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ r. Нека $\mathcal{W} = \langle W, r^{\mathcal{W}} \rangle$ е структурата за $\mathcal{L}(r)$ с универсум множеството W от всички точки и всички отворени кръгове в една фиксирана евклидова равнина π и за произволни a и b от W

$\langle a, b \rangle \in r^{\mathcal{W}} \quad \longleftrightarrow \quad a$ е точка от π, b е отворен кръг от π и $a \in b$.

Да се докаже, че следните множества са определими в $\mathcal{W}$:

1. $\{\langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1$ и b_2 са отворени кръгове от π и $b_1 = b_2\}$;
2. $\{\langle b_1, b_2 \rangle \mid b_1$ и b_2 са отворени кръгове от π и контурите им се допират$\}$;
3. $\{\langle a, b \rangle \mid a$ е точка от контура на отворения кръг $b\}$;
4. $\{\langle a, a_1, a_2 \rangle \mid a, a_1$ и a_2 са точки от π, $a_1 \neq a_2$ и a не лежи на правата $a_1 a_2\}$;
5. $\{\langle a_1, a_2, b \rangle \mid$ отсечката $a_1 a_2$ е хорда, но не е диаметър на контура на отворения кръг $b\}$.

Зад. 2. Нека p и r са двуместни предикатни символи. Дадени са следните формули:

φ_1: $\forall x \neg(p(x,x) \vee r(x,x))$,
φ_2: $\forall x \forall y \forall z (p(x,y) \,\&\, r(y,z) \Rightarrow r(x,z))$,
φ_3: $\forall x \forall y (x \doteq y \vee p(x,y) \vee r(x,y))$,
φ_4: $\forall x \exists z_1 \exists z_2 (p(x,z_1) \,\&\, r(x,z_2))$,
ψ_n: $\forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (p(x,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, p(x,y_n) \Rightarrow \exists z(p(x,z) \,\&\, p(z,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, p(z,y_n)))$, $n > 0$,
χ_n: $\forall x \forall y_1 \dots \forall y_n (r(x,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, r(x,y_n) \Rightarrow \exists z(r(x,z) \,\&\, r(z,y_1) \,\&\, \cdots \,\&\, r(z,y_n)))$, $n > 0$.

Нека $\Gamma_0 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \chi_1\}$, $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{\psi_2, \chi_2, \neg\chi_3\}$, $\Gamma_2 = \Gamma_0 \cup \{\chi_2, \neg\chi_3\} \cup \{\psi_n \mid n > 7\}$, $\Gamma_3 = \Gamma_0 \cup \{\psi_n \mid n > 1\} \cup \{\chi_n \mid n > 1\}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0, Γ_1, Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 са следните четири формули:
$\forall x \exists y (q(y,x) \,\&\, \forall z (q(y,z) \Rightarrow (r(z,x) \vee p(y,z))))$,
$\forall x (\exists y q(x,y) \Rightarrow \exists y (q(x,y) \,\&\, \neg \exists z (q(y,z) \,\&\, q(x,z))))$,
$\forall z_1 (\exists z \exists x \exists y (p(x,y) \,\&\, q(x,z)) \Rightarrow \forall z_2 \neg p(z_1, z_2))$
$\neg \exists x \exists y \exists z ((q(y,x) \,\&\, r(z,y)) \,\&\, \neg q(z,x))$.
С метода на резолюцията да се докаже, че
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists z \forall x \exists y ((q(x,x) \vee r(y,z)) \Rightarrow (\neg q(x,x) \,\&\, r(y,z)))$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!