вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
EI.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
16 юни 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(p, f)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ p и двуместен функционален символ f. Нека $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}(p, f)$ с универсум $\mathbb{R}$ и за произволни a и b от $\mathbb{R}$:

$\langle a, b\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow a$ и b са естествени числа и $a < b$.

$f^{\mathcal{A}}(a, b) = a.b$.

Да се докаже, че:

1. множеството на естествените числа $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ е определимо в $\mathcal{A}$;
2. множеството на простите числа е определимо в $\mathcal{A}$;
3. числото 2 е определимо в $\mathcal{A}$;
4. числата -1 и -2 са определими в $\mathcal{A}$;
5. съществува реално число, което не е определимо в $\mathcal{A}$.

Зад. 2. Нека p е едноместен предикатен символ, а r е двуместен предикатен символ. Дадени са следните формули:

φ_1: $\forall x\forall y\forall z(r(x, y) \,\&\, r(y, z) \Rightarrow r(x, z))$,
φ_2: $\forall x(p(x) \Rightarrow \exists y(r(x, y) \,\&\, \forall z(r(x, z) \Rightarrow \neg r(z, y))))$,
φ_3: $\forall x(\neg p(x) \Rightarrow \exists y(r(y, x) \,\&\, \neg\exists z(r(y, z) \,\&\, r(z, x))))$,
φ_4: $\forall x\forall y(p(x) \,\&\, \neg p(y) \Rightarrow r(x, y))$,
φ_5: $\exists x p(x) \Leftrightarrow \exists x\neg p(x)$.

Нека $\Gamma_0 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{\varphi_4\}$, $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5\}$ и $\Gamma_3 = \Gamma_1 \cup \{\neg\varphi_5\}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0, Γ_1, Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 са следните четири формули:

$\forall x\exists y((q(x, y) \Rightarrow p(x, y)) \,\&\, \forall z(p(z, y) \Rightarrow r(x, z)))$,
$\forall x(\exists y p(y, x) \Rightarrow \exists y(p(y, x) \,\&\, \neg\exists z(p(z, y) \,\&\, p(z, x))))$,
$\forall z(\exists x\exists y(\neg q(x, y) \,\&\, \neg p(x, y)) \Rightarrow \forall x q(x, z))$,
$\neg\exists x\exists y\exists z((p(x, y) \,\&\, r(y, z)) \,\&\, \neg p(x, z))$.

С метода на резолюцията да се докаже, че

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists y\forall x\exists z((p(x, x) \vee r(y, z)) \Rightarrow (\neg p(x, x) \,\&\, r(y, z)))$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
EI.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
16 юни 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека $\mathcal{L}(q, g)$ е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство с двуместен предикатен символ q и двуместен функционален символ g. Нека $\mathcal{A}$ е структурата за $\mathcal{L}(q, g)$ с универсум $\mathbb{Q}$ и за произволни a и b от $\mathbb{Q}$:

$\langle a, b\rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow a$ и b са естествени числа и $a > b$.

$f^{\mathcal{A}}(a, b) = a.b$.

Да се докаже, че:

1. множеството на положителните естествени числа $\{1, 2, \dots\}$ е определимо в $\mathcal{A}$;
2. числото 2 е определимо в $\mathcal{A}$;
3. множеството на нечетните числа е определимо в $\mathcal{A}$;
4. числата -1 и -2 са определими в $\mathcal{A}$;
5. съществува множество от рационални числа, което не е определимо в $\mathcal{A}$.

Зад. 2. Нека p е едноместен предикатен символ, а r е двуместен предикатен символ. Дадени са следните формули:

φ_1: $\forall x\forall y\forall z(r(x, y) \,\&\, r(y, z) \Rightarrow r(x, z))$,
φ_2: $\forall x(p(x) \Rightarrow \exists y(r(x, y) \,\&\, \neg\exists z(r(x, z) \,\&\, r(z, y))))$,
φ_3: $\forall x(\neg p(x) \Rightarrow \exists y(r(y, x) \,\&\, \forall z(r(y, z) \Rightarrow \neg r(z, x))))$,
φ_4: $\forall x\forall y(p(x) \,\&\, \neg p(y) \Rightarrow r(x, y))$,
φ_5: $\forall x p(x) \Leftrightarrow \forall x\neg p(x)$.

Нека $\Gamma_0 = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ $\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{\varphi_4\}$, $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\neg\varphi_5\}$ и $\Gamma_3 = \Gamma_1 \cup \{\varphi_5\}$. Да се докаже кои от множествата Γ_0, Γ_1, Γ_2 и Γ_3 са изпълними и кои са неизпълними.

Зад. 3. Нека φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 са следните четири формули:

$\forall x\exists y(q(y, x) \,\&\, \forall z(q(y, z) \Rightarrow (r(z, x) \vee p(y, z))))$,
$\forall x(\exists y q(x, y) \Rightarrow \exists y(q(x, y) \,\&\, \neg\exists z(q(y, z) \,\&\, q(x, z))))$,
$\forall y(\exists z\exists x\exists y(p(x, y) \,\&\, q(x, z)) \Rightarrow \forall x\neg p(y, x))$
$\neg\exists x\exists y\exists z((q(y, x) \,\&\, r(z, y)) \,\&\, \neg q(z, x))$.

С метода на резолюцията да се докаже, че

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \exists z\forall x\exists y((q(x, x) \vee r(y, z)) \Rightarrow (\neg q(x, x) \,\&\, r(y, z)))$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.II.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
16 юни 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!
За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...
2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...
3. $p(\dots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Да се дефинира на пролог предикат `slice`$(L, Begin, End, N, S)$, който по даден списък L и три положителни цели числа $Begin$, End и N генерира в S списъка на всички елементи на L, които са с номера, делящи се на N и са между $Begin$ и End.

Зад. 2. Господин Уили Уонка има поредното предизвикателство пред себе си. Наскоро получил писмо от кралицата на Обединеното кралство, че за рождения ден на един от внуците си тя желае господин Уонка да му построи шоколадов палат. За строежа умпа-лумпите трябвало да пренесат от склада до строителната площадка огромни шоколадови блокове с не непременно едно и също тегло, а всеки умпа-лумпа, макар и издръжлив, има горна граница на тежестта, която може да носи наведнъж. Господин Уонка привикал помощ от Лумпаландия и направил два списъка: *Blocks* от двуелементни списъци от номер на шоколадов блок и теглото му в килограми и *Umpas* от двуелементни списъци от номер на умпа-лумпа и колко килограма би могъл да носи наведнъж. За всяко пренасяне на блок участвалите умпа-лумпи получават по една червена точка. Имало достатъчно време и господин Уонка решил да натренира умпа-лумпите като използва за пренасянето максимален брой от тях, при това за всяко пренасяне на блок да няма излишен носач.
Да се дефинира на пролог предикат `chocolatePalace`$(Blocks, Umpas, RedPoints)$, който по дадени списъци $Blocks$ и $Umpas$ генерира в $RedPoints$ броя на червените точки, които господин Уонка трябва да раздаде.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
E.II.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране
16 юни 2021 год.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!
За всеки дефиниран предикат да се попълни подходящият/те шаблон(и):

1. При параметри ..., предикатът ... разпознава дали ...
2. При параметри ..., предикатът ... генерира ... в ...
3. $p(\dots)$ е истина тогава и само тогава, когато ... Следното условие е достатъчно, за да няма зацикляне с предиката: ...

Решения на задачи, в които това отсъства, ще бъдат оценявани с 0 точки.

Зад. 1. Да се дефинира на пролог предикат `slice`$(L, Begin, End, N, S)$, който по даден списък L и три положителни цели числа $Begin$, End и N генерира в S списъка всички елементи на L, които са с номера, делящи се на N и не са между $Begin$ и End.

Зад. 2. Господин Уили Уонка има поредното предизвикателство пред себе си. Наскоро получил писмо от кралицата на Обединеното кралство, че за рождения ден на един от внуците си тя желае господин Уонка да му построи шоколадов палат. За строежа умпа-лумпите трябвало да пренесат от склада до строителната площадка огромни шоколадови блокове с не непременно едно и също тегло, а всеки умпа-лумпа, макар и издръжлив, има горна граница на тежестта, която може да носи наведнъж. Господин Уонка привикал помощ от Лумпаландия и направил два списъка: *Blocks* от двуелементни списъци от номер на шоколадов блок и теглото му в килограми и *Umpas* от двуелементни списъци от номер на умпа-лумпа и колко килограма би могъл да носи наведнъж. За всяко пренасяне на блок участвалите умпа-лумпи получават по една синя точка. Имало достатъчно време и господин Уонка решил да използва минимален брой умпа-лумпи за пренасянето.
Да се дефинира на пролог предикат `chocolatePalace`$(Blocks, Umpas, BluePoints)$, който по дадени списъци $Blocks$ и $Umpas$ генерира в $BluePoints$ броя на сините точки, които господин Уонка трябва да раздаде.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!