вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
O.I.1					
Име:					

Устен изпит по логическо програмиране
5 февруари 2021 год.

Зад. 1. а) Какво означава едно множество от съждителни формули да е неизпълнимо? Нека $\Gamma \cup \{\psi\}$ е множество от съждителни формули. Да се докаже, че $\Gamma \models \psi$ точно тогава, когато $\Gamma \cup \{\neg\psi\}$ е неизпълнимо.
б) Да се опише алгоритъм, който по дадено крайно множество от съждителни формули Γ разпознава дали то е изпълнимо.

Зад. 2. Нека S е множество от дизюнкти, а D е дизюнкт.
а) Какво е *резолютивен извод от* S? Какво означава $S \overset{r}{\vdash} D$?
б) Нека $S \overset{r}{\vdash} D$. Докажете, че има такова крайно подмножество S_0 на S, че $S_0 \overset{r}{\vdash} D$.

Зад. 3. Нека S е множество от съждителни дизюнкти, което е затворено относно правилото за резолюцията и не съдържа празния дизюнкт. Да се докаже, че S има булев модел.

Зад. 4. Нека Π е множество от съждителни правила и факти, а N е множество от съждителни цели. Да се докаже, че ако $\Pi \cup N$ е неизпълнимо, то съществуват крайно подмножество Π_0 на Π и цел G от N, такива че $\Pi_0 \overset{r}{\vdash} G$.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
O.I.2					
Име:					

Устен изпит по логическо програмиране
5 февруари 2021 год.

Зад. 1. а) Нека $\Gamma \cup \{\psi\}$ е множество от съждителни формули. Какво означава $\Gamma \models \psi$? Да се докаже, че за всяка съждителна формула φ е в сила $\Gamma \models \varphi \Longrightarrow \psi$ точно тогава, когато $\Gamma, \varphi \models \psi$.
б) Да се опише алгоритъм, който по дадено крайно множество от съждителни формули Γ разпознава дали то е неизпълнимо.

Зад. 2. Нека S е множество от съждителни дизюнкти. Да се докаже, че ако всяко крайно подмножество на S е изпълнимо, то и S е изпълнимо.

Зад. 3. Нека A е фамилия от множества.
а) Какво е *трансверзала за* A? Какво е *минимална трансверзала за* A?
б) Да се докаже, че ако A е безкрайно и изброимо множество, чиито елементи са непразни крайни множества, то A има минимална трансверзала.

Зад. 4. а) Нека S е множество от съждителни хорнови дизюнкти и M е непразно множество от модели на S. Да се докаже, че сечението на M е също модел на S.
б) Вярно ли е, че всяка хорнова програма има най-малък модел?

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
III.1					
Име:					

Теоретичен изпит по логическо програмиране (2020/2021)
5 II 2021 г.

Зад. 1. Конгруентни ли са формулите: а) $\forall x \forall y \forall y\, p(x,y)$ и $\forall y \forall x \forall x\, p(y,x)$; б) $\forall x \forall x \forall y\, p(y,x)$ и $\forall y \forall x \forall x\, p(x,y)$? в) $\forall y \forall z \forall x\, p(x,y)$ и $\forall y \forall x \forall x\, p(x,y)$; г) $\forall x \forall x\, q(x)$ и $\forall x\, q(x)$?

Зад. 2. Намерете $(p(x_1,z) \vee x_1 + x_2 = f(t,y))[s]$ и $\forall x_3\, (p(x_3,z) \Rightarrow \exists y\, (f(y,x_3) = x_2 + z))[s]$, където s е субституцията $x_1, x_2, x_3, y, z, t := f(x_1 + x_2, z), y + x_3, y, f(y,y), (t + x_3) + x_1, x_1 + f(x_2,t)$.

Зад. 3. Формулирайте дефинициите на 1) оценка и 2) стойност на терм в структура при оценка. Ако структурата $\mathbf{M}$ е с универсум реалните числа, $f^{\mathbf{M}}(a,b) = a+b$ и $g^{\mathbf{M}}(a,b) = ab$, намерете терм, чиято стойност в $\mathbf{M}$ при коя да е оценка v е равна на $(v(x))^2 + v(y)$.

Зад. 4. Празното запитване е изпълнимо във всяка структура или не е изпълнимо в никоя структура? Обосновете се!

Зад. 5. Приложете алгоритъма за унификация към системата $\{h(z, f(y), g(z)) = h(x, t, y), f(x) = y\}$.

Зад. 6. Да се докаже, че ако празният дизюнкт е тъждествено верен в структурата $\mathbf{M}$, то универсумът на $\mathbf{M}$ съдържа само един елемент.

Може да използвате без доказателство всички твърдения от лекциите или записките, но трябва да посочите кои твърдения използвате.
Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
III.2					
Име:					

Теоретичен изпит по логическо програмиране (2020/2021)
5 II 2021 г.

Зад. 1. Γ е крайно множество от формули. Докажете, че можем по такъв начин да заменим всяка формула в Γ с конгруентна на нея, че никои две формули в полученото множество не съдържат квантори с една и съща променлива. Къде във Вашите разсъждения използвате крайността на Γ?

Зад. 2. Формулирайте дефинициите на 1) субституция и 2) резултат от прилагане на субституция към терм. Намерете $f(x,x)[x,y := y,y]$, $f(g(x),x)[x,y := y,y]$, $f(g(x),x)[x,y := g(x),y]$ и $f(g(x),x)[x,y := x,g(y)]$.

Зад. 3. Структурата $\mathbf{M}$ е с универсум реалните числа, $f^{\mathbf{M}}(a,b) = a+b$ и $g^{\mathbf{M}}(a,b) = ab$. Оценката v в $\mathbf{M}$ е такава, че $v(x) = 5$, $v(y) = -2$, $v(z) = 3$ и за всички останали променливи $v(v) = 0$. Да се докаже, че съществува и да се посочи такава оценка w в $\mathbf{M}$, че за всеки терм τ е изпълнено $[\![\tau]\!]^{\mathbf{M}}w = [\![\tau[x,z := f(x,y), g(z,x)]]\!]^{\mathbf{M}}v$.

Зад. 4. Логическата програма съдържа клауза $p(f(x),y)$:- $r(x,y)$. Намерете състояние, към което може да се сведе състоянието $\langle ?\text{-}p(x,y) \parallel x = y \rangle$.

Зад. 5. Приложете алгоритъма за унификация към системата $\{h(y) = t, g(y, f(z), z) = g(h(x), y, x)\}$.

Зад. 6. Формулирайте дефинициите за непосредствена(съждителна) и либерална резолвента.

Може да използвате без доказателство всички твърдения от лекциите или записките, но трябва да посочите кои твърдения използвате.
Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
O.II.1					
Име:					

Устен изпит по логическо програмиране
5 февруари 2021 год.

Зад. 5. Нека $\mathcal{L}$ е език на предикатното смятане, а $\mathcal{L}_1$ е разширението на $\mathcal{L}$ с една нова индивидна константа c. Нека φ е формула от $\mathcal{L}$ с $\mathrm{Var}^{free}[\varphi] \subseteq \{y\}$. Нека $\mathcal{A}$ е структура за $\mathcal{L}$. Да се докаже, че следните са еквивалентни:

(i) $\mathcal{A} \models \varphi$; (ii) $\mathcal{A} \models \forall y \varphi$;

(iii) $\varphi[y/c]$ е вярна във всяко обогатяване на $\mathcal{A}$ до структура за $\mathcal{L}_1$.

Зад. 6. Нека $\mathcal{L}$ е предикатен език от първи ред, а $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ са структури за $\mathcal{L}$.

а) Какво означава h е *изоморфно влагане на* $\mathcal{A}$ *в* $\mathcal{B}$?

б) Нека h е изоморфно влагане на $\mathcal{A}$ в $\mathcal{B}$. Нека τ е терм и $\tau[x_1, \dots, x_n]$. Да се докаже, че за произволни $a_1, \dots, a_n$ от универсума на $\mathcal{A}$ е в сила равенството
$h(\tau^{\mathcal{A}}[\![a_1, \dots, a_n]\!]) = \tau^{\mathcal{B}}[\![h(a_1), \dots, h(a_n)]\!]$.

в) Нека h е изоморфно влагане на $\mathcal{A}$ в $\mathcal{B}$. Нека φ е затворена универсална формула от $\mathcal{L}$. Да се докаже, че ако $\mathcal{B} \models \varphi$, то $\mathcal{A} \models \varphi$.

Зад. 7. Нека φ е предикатна формула, а x и y са индивидни променливи. Да се докаже, че ако y няма свободни участия във φ и свободните участия на x във φ не са в област на действие на квантор по y, то $\forall x \varphi$ и $\forall y \varphi[x/y]$ са логически еквивалентни.

Зад. 8. Нека $\mathcal{L}$ е език на предикатното смятане без формално равенство и $\mathrm{Const}_{\mathcal{L}} \neq \varnothing$.
а) Какво означава $\mathcal{A}$ е *ербранова структура за* $\mathcal{L}$?
б) Нека Δ е множество от затворени универсални формули от $\mathcal{L}$. Да се докаже, че следните са еквивалентни:

(1) Δ няма модел;

(2) Δ няма ербранов модел;

(3) има крайно подмножество на $\mathrm{CSI}(\Delta)$, което е булево неизпълнимо.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
O.II.2					
Име:					

Устен изпит по логическо програмиране
5 февруари 2021 год.

Зад. 5. Нека $\mathcal{L}$ е език на предикатното смятане, а $\mathcal{L}_1$ е разширението на $\mathcal{L}$ с една нова индивидна константа c. Нека φ е формула от $\mathcal{L}$ с $\mathrm{Var}^{free}[\varphi] \subseteq \{y\}$. Нека $\mathcal{A}$ е структура за $\mathcal{L}$. Да се докаже, че следните са еквивалентни:

(i) φ е изпълнима в $\mathcal{A}$; (ii) $\mathcal{A} \models \exists y \varphi$;

(iii) $\varphi[y/c]$ е вярна в някое обогатяване на $\mathcal{A}$ до структура за $\mathcal{L}_1$.

Зад. 6. Нека $\mathcal{L}$ е предикатен език от първи ред, а $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ са структури за $\mathcal{L}$.

а) Какво означава h *е изоморфизъм на* $\mathcal{A}$ *върху* $\mathcal{B}$?

б) Нека h е изоморфизъм на $\mathcal{A}$ върху $\mathcal{B}$. Нека τ е терм и $\tau[x_1, \dots, x_n]$. Да се докаже, че за произволни $a_1, \dots, a_n$ от универсума на $\mathcal{A}$ е в сила равенството
$h(\tau^{\mathcal{A}}[\![a_1, \dots, a_n]\!]) = \tau^{\mathcal{B}}[\![h(a_1), \dots, h(a_n)]\!]$.

в) Нека h е изоморфизъм на $\mathcal{A}$ върху $\mathcal{B}$. Нека φ е формула от $\mathcal{L}$. Да се докаже, че ако $\varphi[x_1, x_2, \dots, x_n]$, то за произволни $a_1, \dots, a_n$ от универсума на $\mathcal{A}$ е в сила:
$\mathcal{A} \models \varphi[\![a_1, a_2, \dots, a_n]\!] \longleftrightarrow \mathcal{B} \models \varphi[\![a_1, a_2, \dots, a_n]\!]$.

Зад. 7. Нека φ е предикатна формула, а x и y са индивидни променливи. Да се докаже, че ако x няма свободни участия във φ и свободните участия на y във φ не са в област на действие на квантор по x, то $\exists y \varphi$ и $\exists x \varphi[y/x]$ са логически еквивалентни.

Зад. 8. Нека $\mathcal{L}$ е език на предикатното смятане без формално равенство.
а) Какво означава $\mathcal{A}$ е *свободна ербранова структура за* $\mathcal{L}$?
б) Нека Γ е множество от безкванторни формули от $\mathcal{L}$. Да се докаже, че следните са еквивалентни:

(1) Γ е изпълнимо;

(2) има такава свободна ербранова структура $\mathcal{A}$ за $\mathcal{L}$, че $\mathcal{A} \models_{Id} \Gamma$, където $Id(x) = x$ за всяка индив. променлива x;

(3) всяко крайно подмножество на Γ е булево изпълнимо.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
IV.1					
Име:					

Теоретичен изпит по логическо програмиране (2020/2021)
5 II 2021 г.

Зад. 1. Да се докаже, че стойността на кой да е терм τ в ербранова структура **H** при оценка v е равна на резултата от прилагането на v като субституция към терма τ. Каква е стойността на τ в **H**, когато τ не съдържа променливи?

Зад. 2. Да се докаже, че за всяка формула може да се намери еквивалентна на нея формула в пренексна нормална форма.

Зад. 3. Докажете теоремата за коректност на метода на резолюциите.

В доказателствата може да използвате наготово всички твърдения (не помощни леми), които на лекциите или в записките са били доказани **преди** *твърденията, които тук се иска да бъдат доказани.*
Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
IV.2					
Име:					

Теоретичен изпит по логическо програмиране (2020/2021)
5 II 2021 г.

Зад. 1. Ако φ е затворена формула, а v е оценка в структурата **M**, да се докаже, че φ е вярна в **M** при оценка v тогава и само тогава, когато φ е тъждествено вярна в **M**, тогава и само тогава, когато φ е изпълнима в **M**.

Зад. 2. Да се докаже, че за всяка формула може да се намери еквивалентна на нея формула в отрицателна нормална форма.

Зад. 3. Опишете алгоритъма за унификация и докажете, че завършва след краен брой стъпки.

В доказателствата може да използвате наготово всички твърдения (не помощни леми), които на лекциите или в записките са били доказани **преди** *твърденията, които тук се иска да бъдат доказани.*
Пожелаваме ви приятна и успешна работа!