

# 基于 Dubins 路径的智能车辆路径规划算法 \*

宋国浩 ,黄晋英 ,兰艳亭

(中北大学机械与动力工程学院 ,太原 030051)

**摘 要** 路径规划是车辆智能化的核心问题之一 ,而所有路径均可分解为简单的 Dubins 路径。在 Dubins 路径的思想下对智能车辆的行驶路径进行分段研究 ,并利用经典 PID 控制对该算法的执行性能进行检验。研究表明 ,算法能计算出车辆行驶的最短路径 ,减少了车辆行驶的路径长度 ,缩短了行驶时间 ,减少了控制系统的计算量 ,提高了车辆执行系统的执行力度 ,降低了执行误差 ,对最优路径具有较好的选择性。

**关键词** 智能车 ,路径规划 ,Dubins 路径 ,最短路径

**中图分类号** :TP273+.1

**文献标识码** :A

## Intelligent Vehicles Path Planning Algorithm Based on Dubins Path

SONG Guo-hao ,HUANG Jin-ying ,LAN Yan-ting

(School of Mechanical and Power Engineering ,North University of China ,Taiyuan 030051 ,China)

**Abstract** The path planning is one of the core issues of intelligent vehicles. All paths can be decomposed into Dubins path. This paper sectionally researches into the intelligent vehicles' travel path under the idea of Dubins path and carries out tests on the execution performance of the algorithm using PID control strategy. Researches showed that this algorithm can calculate the vehicles' shortest path ,reduce the vehicles' path length ,shorten the time of driving ,reduce the computation amount of the control system ,improve the enforcement of the vehicle execution system ,reduce the execution error ,and have a good selectivity of the optimal path.

**Key words** intelligent vehicles ,path planning ,dubins path ,the shortest path

## 0 引言

路径规划应用在很多领域 ,例如 :军事无人机、航天探测机器人、智能车辆以及监视和侦察等工作<sup>[1-3]</sup>。路径规划在现代汽车领域中是一个研究热门领域 ,需要考虑多方面的因素 ,如 :汽车自身约束条件 ,车辆行驶环境的约束以及其他的行驶问题。在路径规划中 ,首先应考虑车辆的可行行驶性 ,在对车辆行驶路线进行规划时 ,应保证其安全行驶的前提下 ,尽可能大地规划出车辆行使范围。在保证车辆安全行驶的问题中 ,需要使车辆自主地绕开其他影响车辆行驶的物体 ,使车辆避免与障碍物相撞。路径规划算法应具有精确性 ,占有较小的内存 ,并满

足实时性的要求 ,在执行过程中没有明显的延时问题<sup>[4-5]</sup>。此外 ,为了使行驶路径达到最优 ,提高行驶效率 ,还应缩短车辆行驶长度。

目前 ,在有关路径规划的研究中 ,如张明环等<sup>[6]</sup>提出的触须算法 ,此算法是在车辆行驶前 ,首先对车辆将要行驶的路线进行规划 ,让车辆按照规划好的 16\*81 条可使用的路径行驶 ,这样可以使车辆节省大量的反应时间 ,但却不能够处理突变情况 ,研究背景过于理想化 ;王凯等<sup>[7]</sup>提出了改进的人工势场法 ,将此算法应用在智能车路径规划中的避障环节 ,解决了传统人工势场法在路径规划中易陷入局部极小值的问题 ,具有一定的实时性 ,但其受限于所用传感器性能的影响 ,其作用范围较小 ,且易受

收稿日期 2015-05-10

修回日期 2015-06-09

\* 基金项目 :山西省科技攻关基金资助项目(20130321005-04)

作者简介 :宋国浩(1990- ) ,男 ,山东曲阜人 ,在读硕士研究生。研究方向 :机械工程、智能车辆。

外界环境影响 Li JJ 等<sup>[8]</sup>提出了协调避障算法,在车辆行驶过程中,应用一阶运动学、二阶动力学,对障碍物进行无速度监测并绕过障碍物,但其将所有障碍物作为静态处理,不具有灵活性,可能存在两车同时避让却无处可避的局面。

本文根据 Dubins 路径规划算法对车辆行驶路线进行规划控制,此种算法能很好地决策出车辆在行驶过程中的最优路径,并可以解决多障碍物间的避障问题,具有良好的实时性,延时性较小。

## 1 路径的选择

路径规划的主要目的是寻求一条安全、快捷的行驶路线,使车辆完成行驶目的。一般情况下,车辆行驶在已知或者部分已知的区域内,即已知一些静态障碍物。现用  $P(x, y, \theta, v, a)$  来表示车辆行驶状态 ( $x, y$ ) 表示车辆行驶位置, ( $\theta, v, a$ ) 中参数分别表示车辆行驶偏向角、行驶速度和行驶加速度。若车辆从起点  $P_0$  行驶到终点  $P_2$  的路径为  $R(q)$ , 则可以近似表示为:

$$P_0 \xrightarrow{R(q)} P_2 \quad (1)$$

式中  $R(q)$  为产生的路径,  $q$  为路径参数, 表示路径的长度变量 ( $0 \leq q \leq s$ ) 或路径中的角度变量 ( $0 \leq q \leq \theta$ )。  $q$  的具体值取决于行驶中的路况。

对上式进行详细描述如下:

$$P_0(x_0, y_0, \theta_0, v_0, a_0) \xrightarrow{R(q)} P_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, a_2) \quad (2)$$

当车辆行驶过程中,遇到障碍物时,可通过控制系统及时改变参数 ( $\theta, v, a$ ) 来使车辆绕开障碍物。

当然,车辆在行驶过程中,不只有已知的障碍物,还有其他的约束条件,如:在正常行驶条件下,最小时间、最小路径等作为其约束条件。用  $\psi$  表示约束条件,则路径可表示为

$$P_0(x_0, y_0, \theta_0, v_0, a_0) \xrightarrow{\psi R(q)} P_2(x_2, y_2, \theta_2, v_2, a_2) \quad (3)$$

其控制原理示意图如图 1 所示:

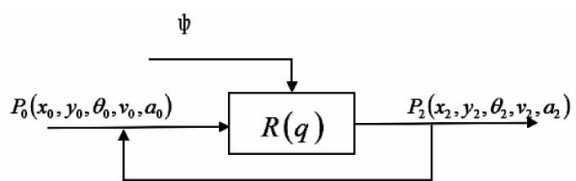


图 1 路径规划示意图

路径规划中的运动学模型,在两自由度下的运动学特性和当前状态可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x} = |v| \cdot \cos \theta \\ \dot{y} = |v| \cdot \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (4)$$

式中  $v$  是车辆行驶速度,  $\theta$  为水平角,  $\omega$  为车辆转动角速度。

当车辆行驶时,路径约束条件是必须考虑的重要因素之一。车辆路径规划的两个重要约束条件是可行性  $\psi_k$  和安全性  $\psi_a$ 。车辆在行驶过程中避免相撞的问题可以表示为  $|x_1 - x_b| > L_1, |y_1 - y_b| > L_2$ 。  $x_1, y_1$  为车辆本身的位置,  $x_b, y_b$  为车辆所监测到的障碍物的位置,  $L_1, L_2$  分别为横向、纵向安全距离。则路径规划中的约束问题可表示为

$$\psi = \begin{cases} \psi_k & R(q) \neq 0 \\ \psi_a & |x_1 - x_b| > L_1, |y_1 - y_b| > L_2 \end{cases} \quad (5)$$

我们期望车辆在行驶过程中能绕过障碍物且最终回到原行驶轨道上。则车辆行驶路径可以简化为 Dubins 路径:一个圆弧(C 路径)或两个相切圆弧(CC 路径)或两个圆弧通过一个共同的相切直线连接(CLC 路径)。这是 Dubins 证明的两个位置点的最短路径<sup>[9]</sup>,  $C$  表示圆弧段,  $L$  表示与圆弧段相切的直线段。可以看出最后一种路径包含前两种路径,本文对 CLC 路径进行研究,即车辆行驶路径为起始转弯、直线行驶、终止转弯。分别对 CLC 路径中的三段 Dubins 路径建立对应的坐标系,坐标系分别为  $O_0$ 、 $O_1$ 、 $O_2$ 。每个基本坐标定义为  $O=[t \ n]$ ,  $t$  是与速度矢量平行的单位切矢量,  $n$  是与  $t$  垂直的单位法矢量。图 2 为 CLC 路径几何图:

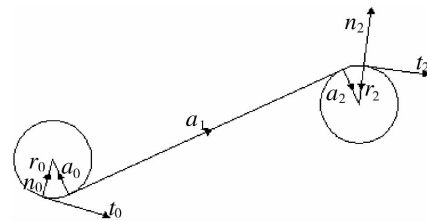


图 2 Dubins 路径

矢量  $r_0$  和  $r_2$  的模表示为初始与终止的转弯半径,其正负代表车辆是向左转弯还是向右转弯,同时也确定了运动曲率  $Q$  的正负,每个矢量定义如下:

$$r_0 = O_0 \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{k_0} \end{pmatrix}, O_0 = [t_0 \ n_0] \quad (6)$$

$$r_2 = O_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{k_2} \end{pmatrix}, O_2 = [t_2 \ n_2] \quad (7)$$

$$a_1 = O_1 \begin{pmatrix} l \\ 0 \end{pmatrix}, O_1 = [t_1 \ n_1] \quad (8)$$

式中  $k_0$  是初始转弯曲率,  $k_2$  是终止转弯曲率,  $l$  是直线行驶的长度。

则车辆行驶时的速度矢量在各坐标系下的变换关系为:

$$t_2 = R(\theta)t_0 \quad (9)$$

式中  $R(\theta)$  是从起始坐标系变换到终止坐标系的旋转矩阵。所以总的旋转角  $\theta$  可表示为:

$$\cos \theta = t_0' \cdot t_2 \quad (10)$$

又因为连接矢量  $a_1$  与  $a_0, a_2$  垂直。

$$t_1 = R(\theta_0)t_0 \quad (11)$$

$t_1$  是  $a_1$  基矢量,  $\theta_0$  是起始圆弧对应的角度。

系统在不同坐标下对车辆行驶的位置进行定义时,在起始坐标系  $O_0$  下定义起点  $P_0$  与终点  $P_2$  的相对位置,如下式表示:

$$P_2 - P_0 = O_0 \cdot P, P = \begin{pmatrix} P_t \\ P_n \end{pmatrix} \quad (12)$$

在起始坐标系内用矢量的和表示这个位置矢量:

$$P - r_0 + r_2 = -a_0 + a_1 + a_2 \quad (13)$$

等式左边表示从起始圆弧中心到终止圆弧中心之间的矢量,所以:

$$d \cdot t_1 = -a_0 + a_1 + a_2 \quad (14)$$

等式中  $d$  表示两圆弧中心之间的距离。

为了减少系统所处理数据的工作量,使系统更加高效地完成车辆在行驶时路径选择减少计算的误差率,希望整个过程能够在同一坐标系下进行运算,其基础就是将连接各坐标系的连接矢量  $a_0, a_1, a_2$  表示在同一坐标系下,则三者表示在起始坐标系  $O_0$  中如下:

$$\begin{cases} a_0 = R(\theta_0) \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{k_0} \end{pmatrix} \\ a_1 = R(\theta_0) \begin{pmatrix} l \\ 0 \end{pmatrix} \\ a_2 = R(\theta_0) \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{k_2} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (15)$$

则,式(14)在转换坐标下,可以表示为:

$$d \cdot t_1 = R(\theta_0) \begin{pmatrix} l \\ \pm \frac{1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \end{pmatrix} \quad (16)$$

由于  $R(\theta)$  为旋转矩阵,所以:

$$\left| \frac{1}{d} \begin{pmatrix} l \\ \pm \frac{1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \end{pmatrix} \right| = 1 \quad (17)$$

即:

$$\left( \frac{l}{d} \right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right)^2 \quad (18)$$

显然,若路径可行,则

$$\left( \frac{l}{d} \right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right)^2 > 0 \quad (19)$$

由式(17)和式(18)可得:

$$t_1 = R(\theta) \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right)^2} \\ \frac{1}{d} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right) \end{pmatrix} \quad (20)$$

又因转换矩阵为:

$$R(\theta_0) = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

可以得到关于角度  $\theta_0$  的等式如下:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_0 \\ \sin \theta_0 \end{pmatrix} = R(d, k_0, k_2) \cdot t_1 \quad (22)$$

其中:

$$R(d, k_0, k_2) = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right)^2} & \frac{1}{d} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right) \\ \frac{1}{d} \left( \frac{\mp 1}{k_2} \pm \frac{1}{k_0} \right) & \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\pm 1}{k_2} \mp \frac{1}{k_0} \right)^2} \end{pmatrix} \quad (23)$$

由已知式(10)求得终止角度如下:

$$\theta_2 = \theta - \theta_0 \quad (24)$$

所以,车辆经过一个CLC路径行驶的总长度为:

$$L = \frac{\theta_0}{k_0} + l + \frac{\theta_2}{k_2} \quad (25)$$

车辆从所求得的可行性的行驶路径中,比较选择最短路径来作为车辆的行驶路径,即  $\min(L)$ 。

而车辆从坐标系  $O_0$  行驶到坐标系  $O_2$  后,其在两个坐标系中存在的关系为:

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & P_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ 1 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} P_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

根据式(26)可知,车辆在行驶过程中,通过坐标转换可以使用同一坐标进行表示,等式中矩阵  $B$  为齐次变换坐标矩阵。

## 2 避障系统控制

由图3可知车辆在行驶过程中,可能存在同时与多个障碍物相遇的问题,在解决此类问题中,首

先根据 Dubins 最短路径算法确定车辆与障碍物间的最短距离以及相对速度。相对速度的表示则可由下式给出：

$$\begin{cases} v_{01} = v_0 - v_1 \\ v_{02} = v_0 - v_2 \\ v_{03} = v_0 - v_3 \\ v_{0i} = v_0 - v_i \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (27)$$

$v_0$  表示车辆行驶的速度  $v_i$  表示第  $i$  个障碍物的行驶速度  $v_{0i}$  表示第  $i$  个障碍物相对于车辆的行驶速度。则第  $i$  个障碍物相对于车辆的最短相遇距离矢量如下式所示：

$$\begin{cases} S_{01} = H_{01} \sin \theta_{01} \\ S_{02} = H_{02} \sin \theta_{02} \\ S_{03} = H_{03} \sin \theta_{03} \\ S_{0i} = H_{0i} \sin \theta_{0i} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (28)$$

$H_{0i}$  表示车辆与第  $i$  个障碍物之间的直线距离  $\theta_{0i}$  表示车辆与第  $i$  个障碍物行驶的速度方向之间的夹角。 $S_{0i}$  表示车辆与第  $i$  个障碍物相遇时的最短距离。

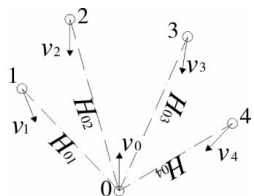


图 3 躲障碍物相遇示意图

因此,若要保证车辆在行驶中的安全性与可行驶,需要根据监测的情况对车辆行驶速度的方向  $\theta_0$  进行调整,使得  $S_{0i}$  大于车辆的安全距离  $L_1, L_2$ 。

在求解与多个障碍物相遇的问题中,通常需要构造 Lyapunov 函数来确定使用函数的稳定性<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} V = \frac{1}{2} \Gamma_0^2 \\ \Gamma_{01} = \Gamma_0 - \Gamma_1 \\ \Gamma_{02} = \Gamma_0 - \Gamma_2 \\ \Gamma_0 = \min(\Gamma_{01}, \Gamma_{02}) \end{cases} \quad (29)$$

其中  $\Gamma_0$  是车辆行驶速度方向与系统期望车辆行驶速度方向之间的角度差,即车辆行驶速度方向角度误差  $\Gamma_1, \Gamma_2$  分别为车辆由行驶速度方向向左或向右旋转到避开障碍物时的安全行驶速度方向的角度。则车辆与多个障碍物相遇的状况下,车辆的行驶速度方向  $\Gamma$  的角速度可表示为:

$$\dot{\Gamma} = \Delta \text{sign}(\Gamma_0) + \Lambda \Gamma_0 \quad (30)$$

其中:  $\text{sign}(\Gamma_0) = \frac{|\Gamma_0|}{\Gamma_0}$ ,  $\Lambda > 0$ 。

上式也可表述为控制车辆避障系统的算法。

由此可知,

$$\frac{dV}{dt} = [\dot{\Gamma} \Gamma_0 - \Delta \text{sign}(\Gamma_0) \Gamma_0] - \Lambda \Gamma_0^2 \leq 0 \quad i = 1 \text{ 或 } 2 \quad (31)$$

其中:

$$\Delta = \min \left( \frac{(v_{01} + v_0)}{v_0 \sqrt{H_{01}^2 - L_1^2}}, \frac{(v_{02} + v_0)}{v_0 \sqrt{H_{02}^2 - L_2^2}} \right) \quad i = 1 \text{ 或 } 2 \quad (32)$$

车辆在行驶过程中,控制系统根据监测装置传递的信息进行控制,监测值用  $\Omega$  表示,其输出为高电平 1 时,表示前方有障碍物,输出为低电平 0 时,表示前方无障碍物。而  $\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2$  分别表示车辆左、中、右 3 个方向的监测值。则车辆行驶决策如表 1。

表 1 车辆行驶决策表

$\Omega_0$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	有无障碍物	决策结果
0	0	0	无	直行
0	0	1	右侧有障碍物	向左转 $\Gamma_1$ 度
0	1	0	中间有障碍物	向右转 $\Gamma_2$ 度
0	1	1	左侧无障碍物	向左转 $\Gamma_1$ 度
1	0	0	左侧有障碍物	向右转 $\Gamma_2$ 度
1	0	1	中间无障碍物车辆可通过	直行
1	0	1	中间无障碍物车辆不可通过	停止或右转 $\Gamma_2$ 度
1	1	0	右侧无障碍物	向右转 $\Gamma_2$ 度
1	1	1	前方有障碍物	停止或右转 $\Gamma_2$ 度

### 3 实验仿真

仿真系统搭建。车辆控制系统根据 Dubins 路径进行路径规划,并将此算法应用 Matlab 软件进行仿真。首先对道路进行设计,为了使道路状况尽可能接近现实路况,设计道路为 15 m\*15 m 的矩形场地,并与改进的人工势场法<sup>[7]</sup>进行对比,然后利用经典 PID 控制对系统的跟随情况进行检验。

将车辆的舵机作为被控对象,图 4 为车辆对输入信号的跟随响应控制的方框图:

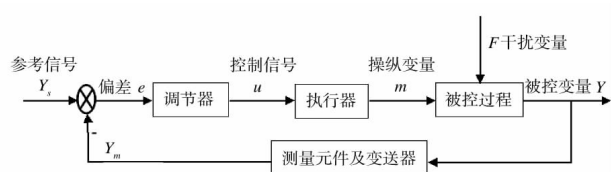


图 4 车辆对输入信号的跟随响应控制方框图

根据车辆的控制方案图可得方块图如下页图 5 所示。

仿真结果及分析。车辆行驶过程中,首先确定目标方向,通过转向、直行等过程绕过监测到的



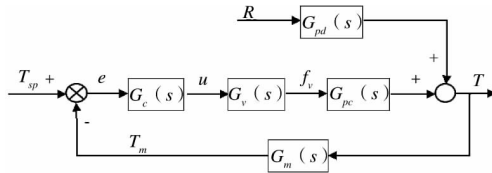


图5 车辆跟随响应控制方块图

障碍物,并在整个过程中实时更新车辆所在位置的坐标。仿真结果如下,其中:黑色为 Dubins 算法行驶路径,蓝色为对比算法行驶路径。

设计如图 6 所示典型路况,场地内设有各种典型矩形障碍物,并包括“一”字形障碍物和“U”形障碍物,检验车辆在典型路况下的行驶路径,验证 Dubins 路径规划算法的可行性。图 7 中设置有随机障碍物,检验车辆在复杂路况下的行驶路径。从两图中可以看出车辆在最短路径下对车辆行驶方位进行调整,在保证车辆行驶安全的条件下,能对路径进行最优选择。

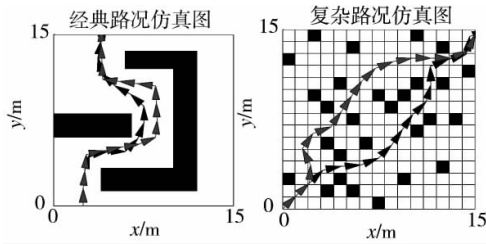


图6 典型路况下车辆行驶路线仿真图

图7 复杂路况下车辆行驶路线仿真图

表2 典型路况仿真结果

	Dubins 路径规划算法	对比算法
行驶时间(s)	2.9	3.5
行驶路径长度(m)	18.6	21.7

表3 复杂路况仿真结果

	Dubins 路径规划算法	对比算法
行驶时间(s)	4.4	5.4
行驶路径长度(m)	28.4	35.7

通过典型路况和复杂路况仿真结果表明,Dubins 路径规划算法能选择最短路径,缩短了车辆行驶时间,能为车辆提供更为合适的路径,并避免了车辆在行驶时陷入局部最优的传统缺陷,车辆在绕过障碍物后可以回到与初始位置相对应的路径上,与其他算法对比可得,Dubins 路径规划算法能更好地完成实验目的。

图 8、图 9 反映了车辆实际行驶路线对控制器设计路线的跟随情况,图 8 可以看出车辆对系统设计的路线具有很好的执行性,其执行偏差在 0.5 m 以内;图 9 可看出,车辆的执行误差在 4 % 以内,而随着车辆行驶状况的逐渐稳定,其执行误差会继续

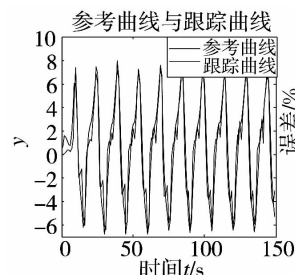


图8 车辆跟踪曲线与参考曲线对比

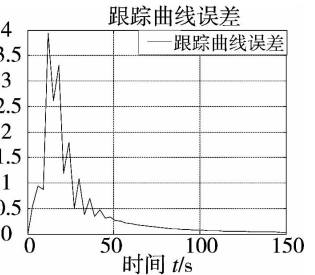


图9 车辆跟踪曲线误差

降低,具有较高的可靠性。

## 4 结论

在如今车辆智能化的趋势下,路径规划已经被越来越多的人研究。本文在 Dubins 路径思想下对车辆行驶路径进行规划,完成了该算法下的仿真实验,并与其他算法进行了对比,算法简洁可行。在此算法理论下,对车辆行驶路径设计了两种不同复杂程度的路况,满足复杂路况下的行驶要求;对比结果表明,Dubins 路径规划算法能计算出最短路径,对最优路径具有良好的选择性;车辆对此算法具有较高的执行性,并具有较低的误差率。

参考文献:

- [1] 吴友谦,裴海龙.基于 Dubins 曲线的无人直升机轨迹规划[J].计算机工程与设计,2011,32(4):1426-1429.
- [2] 朱大奇,颜明重.移动机器人路径规划技术综述[J].控制与决策,2010,25(7):961-967.
- [3] 高强,宋雨,吕东瀚,等.多移动机器人路径规划仿真研究[J].计算机仿真,2014,31(7):325-329.
- [4] GIORDANO P R, VENDITTELLI M. Shortest paths to obstacles for a polygonal Dubins car[J]. Robotics, IEEE Transactions on, 2009, 25(5):1184-1191.
- [5] SAVLA K, FRAZZOLI E, BULLO F. Traveling salesperson problems for the Dubins vehicle [J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2008, 53(6):1378-1391.
- [6] 张明环,张科.智能车避障触须算法中的障碍物探测研究[J].西北工业大学学报,2012,30(5):763-767.
- [7] 王凯,宋星秀,张一闻.利用改进人工势场法的智能车避障路径规划[J].辽宁工程技术大学学报:自然科学版,2014,33(9):1236-1239.
- [8] LI J, ZHANG W, SU H, et al. Coordinated obstacle avoidance with reduced interaction [J]. Neurocomputing, 2014, 139:233-245.
- [9] ANDERSON R P, MILUTINOVIC D. A Stochastic approach to dubins vehicle tracking problems [J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2014, 10:2081-2086.
- [10] [英]楚拉多斯, [英]怀特, [英]尚穆加韦尔.无人机协同路径规划[M].北京:国防工业出版社,2013.