# Pencil: Private and Extensible Collaborative Learning without the Non-Colluding Assumption

此次介绍的是清华大学Xuanqi Liu等人发表在NDSS24的论文关于隐私保护机器学习训练的论文:

https://www.ndss-symposium.org/ndss-paper/pencil-private-and-extensible-collaborative-learning-without-the-non-colluding-assumption/

开源代码如下:

https://github.com/lightbulb128/Pencil

### 1. 背景与动机

目前针对隐私保护机器学习训练的工作可以分为以下几类:联邦学习,基于安全多方计算的方案,和基于同态加密的方案。不同的方案在效率、安全性、和扩展性等反面各种不同。如下表所以:1)联邦学习只关注原始数据的隐私,却忽视了每一轮迭代中的模型隐私。2)安全多方计算一般适用的场景是外包计算,即数据提供方将自己的数据以秘密分享的形式分给多个外包服务器,外包服务器调用安全多方计算协议实现模型训练。但是这需要额外的安全假设要求,即外包服务器不能合谋。如果数据提供方作为安全计算节点执行安全计算协议,那么则需要抵抗n-1方合谋的安全协议(例如SPDZ),系统的效率会大大降低。3)基于同态加密的方案因为公私钥的绑定,目前一般只能适用一个数据拥有方。

Category	Representative framework	Techniques used*	Data privacy	Model privacy	Against collusion	Extensibility
Horizontal FL	[39], [10], [9]	Local SGD	<b>√</b>	×	<b>√</b>	$\overline{\hspace{1cm}}$
Vertical FL	[21], [19], [28]	Local SGD ✓		×	$\checkmark$	$\checkmark$
MPC (2 servers)	[3], [42]	GC, SS	✓	✓	×	<b>√</b> †
MPC (3 servers)	[41], [47], [59]	GC, SS	$\checkmark$	$\checkmark$	×	<b>√</b> †
MPC (4 servers)	[11], [33], [14]	GC, SS	$\checkmark$	$\checkmark$	×	<b>√</b> †
MPC $(n \text{ servers})$	[15], [13]	GC, SS	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	<b>√</b> <sup>‡</sup>
Data outsourcing / cloud	[43], [24]	HE	<b>√</b>	×	N/A	×
Data outsourcing / cloud	[56]	HE, DP	✓	×	N/A	×
Pencil	Ours	HE, SS, DP	<b>√</b>	<b>√</b>	<b>√</b>	$\overline{\hspace{1cm}}$

<sup>\*</sup> SGD is for stochastic gradient descent, GC for garbled circuits, SS for secret sharing, HE for homomorphic encryption and DP for differential privacy.

TABLE I: Comparison of prior art related with private collaborative training.

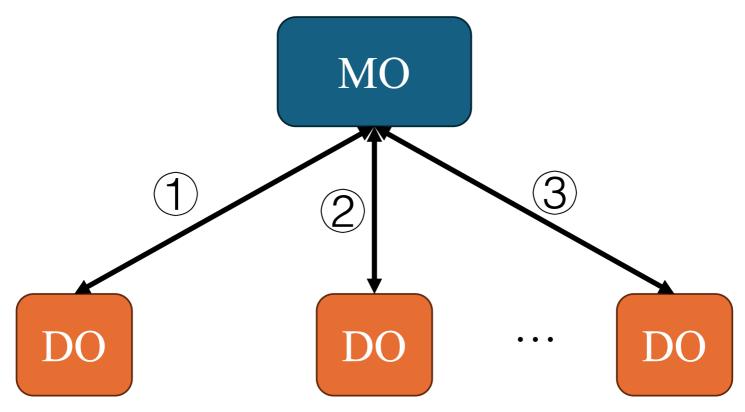
和上述方案不同,Pencil面向的场景是一个模型提供方-多个数据提供方的训练场景,最终训练的模型只公开给模型提供方进行后续工作。因此,上述中的FL无法满足本文的要求(FL中每次迭代训练需要将模型公开给所有数据提供方)。同时,本文试图得到比上述MPC方案更优秀的效率和扩展性,可以很自然的拓展到多个数据提供方;同时,又可以不需要计算服务器不合谋的假设。为了解决这个问题,本文在安全两方计算的基础上提出了框架Pencil。

本文需要基于格的同态加密方案和两方秘密分享,之前已经介绍过相关知识,在此不做赘述。

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> If MO and DOes choose to secretly share their model and data to third-party MPC servers, extensibility is achieved but the approaches are secure only if these servers are not colluding with each other.

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup> The general *n*-PC protocol against collusion suffers from a scalability problem: including more parties would greatly increase the computation overhead. See § VI-E for experimental results.

### 2. 系统架构



如上图所示,Pencil系统中有一个模型拥有方(MO)和多个数据拥有方(DO)。MO维护模型,保存模型的权重参数,DO则拥有私有数据,模型架构和超参数时公开信息。Pencil的模型训练流程和FL有些类似,但是不完全相同,大致如下:

- 1. 在每次训练中,MO的输入为当前模型参数,同时MO选择一个DO进行安全两方计算。本文使用Cheetah和CryptoFlow2的相关协议设计了模型训练中的前向计算和反向传播更新算法。最后更新的权重参数加上差分隐私扰动公开给MO。
- 2. MO得到当前轮次更新的模型,然后再选择下一个DO进行下一轮的计算更新。如此迭代,直到模型收敛。

### 3. 协议设计

### 3.1 线性层协议

模型线性层(例如全连接和卷积)的前向计算则是参考了Cheetah的方案,利用同态加密实现。形式化算法如下:

# **Algorithm 1:** Evaluation of linear layer f

**Input:** The input  $\langle \mathbf{X} \rangle$  shared between MO and DO; MO holds the weights W and the bias b.

**Output:** The output shares  $\langle \mathbf{Y} \rangle$  of  $\mathbf{Y} = \mathbf{W} \circ \mathbf{X} + \mathbf{b}$ .

- 1 DO sends encrypted  $[\![\langle \mathbf{X} \rangle_1]\!]$  to MO;
- 2 MO evaluates  $[\![\mathbf{W} \circ \mathbf{X}]\!] = \mathbf{W} \circ ([\![\langle \mathbf{X} \rangle_1]\!] + \langle \mathbf{X} \rangle_0)$  using homomorphic plaintext-ciphertext additions and multiplications;
- 3 MO chooses random mask s and calculates  $[\![\langle \mathbf{Y} \rangle_1]\!] = [\![\mathbf{W} \circ \mathbf{X}]\!] \mathbf{s};$  MO sends  $[\![\langle \mathbf{Y} \rangle_1]\!]$  back for decryption;
- 4 DO outputs  $\langle \mathbf{Y} \rangle_1$ ; MO outputs  $\langle \mathbf{Y} \rangle_0 = \mathbf{s} + \mathbf{b}$ .

计算得到Y之后,可以得到 $\nabla Y$ ,进而可以根据链式规则计算前一层的权重梯度。算法如下:

# **Algorithm 2:** Weight gradient $\nabla_{\mathbf{W}}$ calculation

**Input:** MO and DO input secret shares of  $\langle \mathbf{X} \rangle$  and  $\langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle$ .

Output: MO receives  $\nabla_{\mathbf{W}} = \nabla_{\mathbf{Y}} \odot \mathbf{X}$ .

- 1 DO sends encrypted  $[\![\langle \mathbf{X} \rangle_1]\!], [\![\langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle_1]\!]$  to MO;
- 2 MO evaluates

$$[\![ \nabla^{\mathsf{cross}}_{\mathbf{W}} ]\!] = \langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle_0 \odot [\![ \langle \mathbf{X} \rangle_1 ]\!] + [\![ \langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle_1 ]\!] \odot \langle \mathbf{X} \rangle_0$$

- 3 MO chooses random mask s and sends  $[\![\nabla^{cross}_{\mathbf{W}} \mathbf{s}]\!]$  back for decryption;
- 4 DO evaluates

$$\widetilde{\nabla_{\mathbf{W}}} = \nabla_{\mathbf{W}}^{\mathsf{cross}} - \mathbf{s} + \langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle_1 \odot \langle \mathbf{X} \rangle_1$$

- 5 DO adds a perturbation e to  $\nabla_{\mathbf{W}}$ ;
- 6 MO finishes by calculating

$$\nabla_{\mathbf{W}} = \widetilde{\nabla_{\mathbf{W}}} + \mathbf{s} + \langle \nabla_{\mathbf{Y}} \rangle_0 \odot \langle \mathbf{X} \rangle_0$$

#### 3.2 线性层预计算优化

在算法1和2中,算法都需要计算大量的明文-同态密文乘法。这些计算在训练的每一步都需要进行,因此会带来大量的开销。本文提出了一种distinguishable却hard的方法来优化上述计算,使得Pencil只需要在预计算做常数次明文-密文乘法,而在线计算则不再需要同态操作。

**给定 u, 变量 v**: 给定**u**,在预计算阶段生成随机**v**',MO和DO可以计算得到 $\langle \mathbf{u}\mathbf{v}' \rangle$ 。进一步,在线计算阶只需要: 1) DO发送 $\mathbf{v} - \mathbf{v}'$  给MO,输出 $\langle \mathbf{u}\mathbf{v} \rangle_1 = \langle \mathbf{u}\mathbf{v}' \rangle_1$ ; 2) MO计算输出 $\langle \mathbf{u}\mathbf{v} \rangle_0 = \mathbf{u}(\mathbf{v} - \mathbf{v}') + \langle \mathbf{u}\mathbf{v}' \rangle_0$ 。

但是上述方案对于不同的 $\mathbf{v}_i$ 需要生成不同的 $\mathbf{u}\mathbf{v}_i'$ 。否则,简单复用的话会泄漏不同 $\mathbf{v}$ 之间的差值。但是,对每一个 $\mathbf{v}_i$ 生成一个 $\mathbf{u}\mathbf{v}_i'$ ,那么就会带来巨大的开销。为了提升效率,本文提出如下方案:

- 1. 首先生成m个随机 $\mathbf{v}_i'$ ,并计算所有 $\mathbf{u}\mathbf{v}_i'$ 的秘密分享。
- 2. 在线计算阶段,对于每一个 $\mathbf{v}$ ,DO生成m个非0的参数 $k_i$ ,计算

$$\widetilde{\mathbf{v}} = v - \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \mathbf{v}_i'$$

3. 最后,两方分别计算

$$egin{aligned} \langle \mathbf{u} \mathbf{v} 
angle_0 &= \mathbf{u} \widetilde{\mathbf{v}} + \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \langle \mathbf{u} \mathbf{v}_i' 
angle_0 \ \langle \mathbf{u} \mathbf{v} 
angle_1 &= \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \langle \mathbf{u} \mathbf{v}_i' 
angle_1 \end{aligned}$$

**变量 u**: 在实际计算中,**u**在预计算阶段是不确定的。因此,所以无法直接用上述优化方法。但是类似的,Pencil可以将上述方法对称的应用到 $\mathbf{u}$ ,即生成多个 $\mathbf{u}_i'$ 用以计算 $\mathbf{u}\mathbf{v}_i'$ 。具体协议如下:

3/9/24, 2:46 PM

# **Algorithm 3:** $P(\circ, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ : Preprocessing optimization for calculating the shares of $\mathbf{u} \circ \mathbf{v}$

**Input:** A predefined linear operation o; in the online phase, MO inputs u and DO inputs v.

**Output:** The two parties receive shares of  $\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v} \rangle$ .

1 Preprocessing  $P_{\mathsf{Prep}}(\circ)$ :

- MO selects m random masks  $\mathbf{u}'_i \sim \mathbf{u}, i \in [m]$ ; 2
- DO selects m random masks  $\mathbf{v}_{i}^{\prime} \sim \mathbf{v}, j \in [m]$ , and 3 sends their encryption  $[v'_i]$  to MO;
- MO selects  $m^2$  masks  $\mathbf{s}_{ij} \sim (\mathbf{u} \circ \mathbf{v}), i, j \in [m];$ MO evaluates  $[\![\langle \mathbf{u}_i' \circ \mathbf{v}_j' \rangle_1]\!] = \mathbf{u}_i' \circ [\![\mathbf{v}_j']\!] \mathbf{s}_{ij}$  for  $i, j \in [m]$ , and sends them back for decryption;
- MO and DO keeps shares of  $\langle \mathbf{u}_i' \circ \mathbf{v}_i' \rangle$  for all 6  $i, j \in [m]$

$$\langle \mathbf{u}_i' \circ \mathbf{v}_j' \rangle_0 = \mathbf{s}_{ij}$$
  
 $\langle \mathbf{u}_i' \circ \mathbf{v}_j' \rangle_1 = \mathbf{u}_i' \circ \mathbf{v}_j' - \mathbf{s}_{ij}$ 

- Online  $P_{Online}(\circ, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ :
- MO randomly picks scalars  $k_i, i \in [m]$ ; MO sends 8 to DO all  $k_i$  and

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \mathbf{u}_i'$$

MO and DO produces shares of  $\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v}'_i \rangle$  for all 9  $j \in [m]$  as

$$\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v}'_j \rangle_0 = \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \langle \mathbf{u}'_i \circ \mathbf{v}'_j \rangle_0$$

$$\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v}'_j \rangle_1 = \tilde{\mathbf{u}} \circ \mathbf{v}'_j + \sum_{i \in [m]} k_i \cdot \langle \mathbf{u}'_i \circ \mathbf{v}'_j \rangle_1$$

DO randomly picks scalars  $\ell_j, j \in [m]$ ; DO sends 10 to MO all  $\ell_j$  and

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \sum_{j \in [m]} \ell_j \cdot \mathbf{v}_j'$$

MO and DO produces shares of  $\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v} \rangle$  as 11

$$\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v} \rangle_0 = \mathbf{u} \circ \tilde{\mathbf{v}} + \sum_{j \in [m]} \ell_j \cdot \langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v}_j' \rangle_0$$

$$\langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v} \rangle_1 = \sum_i \ell_i \cdot \langle \mathbf{u} \circ \mathbf{v}_i' \rangle_1$$

上述代码可以很自然拓展到多个DO,只需要在mask变量 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{v}$ 时选择不同的随机数 $k_i \& \ell_j$ 。

但是上述技术并不满足不可区分性,但是想要从上述协议中抽取具体的数值信息还是困难的。对于不同的m, f,搜索的难度如下:

$\overline{m}$	f	Search space	RSA-k	Time to Break
2	10	20 bits	< 512	62.1 seconds
2	25	50 bits	< 512	2114 years
4	25	100 bits	$\sim 2048$	$2.38 \times 10^{18} \text{ years}$
8	25	200 bits	$\sim 7680$	$3.02 \times 10^{48} \text{ years}$

TABLE IX: Hardness of the adaptive attack against the preprocessing optimization. RSA-k means the RSA modulus bit length offering equivalent security guarantees. Time to break is evaluated or estimated using the CIFAR10 dataset.

#### 3.3 非线性层 & 同态优化

对于非线性层,本文用调用Cheetah和CryptFlow2来计算ReLU、2D-Average池化层、和截断。具体可以看之前的博客。对于同态计算优化,本文利用GPU优化了同态加法、乘法计算效率10×以上。

## 4. 实验评估

本文针对多个模型进行了实验,测试了训练准确率、通信和计算开销等。准确率如下:

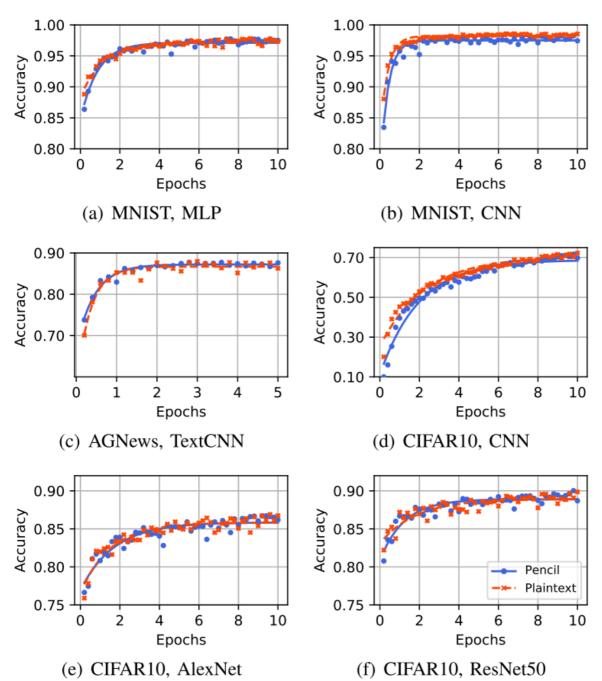


Fig. 1: Test accuracies for trained models. (a)  $\sim$  (d) are for models trained from scratch; (e) and (f) are for models trained via transfer learning.

			Pencil			Pencil <sup>+</sup>				
Scenario	Task	Model	Online			Preprocessing		Online		
			TP <sub>LAN</sub>	$TP_{WAN}$	C	T <sub>prep</sub>	$C_{prep}$	$TP_{LAN}$	$TP_{WAN}$	C
	MNIST	MLP	$9.73 \times 10^4$	$5.12 \times 10^4$	1.66	0.02	3.35	$26.52 \times 10^4$	$19.87 \times 10^4$	0.23
Train from	MNIST	CNN	$7.70 \times 10^4$	$4.43 \times 10^{4}$	1.71	0.02	4.13	$13.72 \times 10^4$	$10.75 \times 10^4$	0.36
	<b>AGNews</b>	TextCNN	$0.37 \times 10^4$	$0.53 \times 10^{4}$	14.62	0.27	19.28	$0.76 \times 10^{4}$	$1.07 \times 10^{4}$	6.74
	CIFAR10	CNN	$0.18 \times 10^4$	$0.12 \times 10^{4}$	44.89	0.70	83.12	$0.22 \times 10^{4}$	$0.15 \times 10^{4}$	34.90
Transfer	CIFAR10	AlexNet	$0.52 \times 10^{4}$	$0.39 \times 10^{4}$	11.33	0.91	46.00	$1.55 \times 10^{4}$	$1.24 \times 10^{4}$	2.90
learning	CIFAR10	ResNet50	$1.83 \times 10^4$	$1.17 \times 10^{4}$	5.48	0.30	15.96	$8.05 \times 10^{4}$	$5.89 \times 10^{4}$	0.82

TABLE III: Training costs for different ML tasks. For the online phase, TP stands for the throughput (samples/hour) of the training system, and subscript LAN, WAN indicate the network settings; C stands for the online communication (MB) per sample. For  $Pencil^+$ , we also report the time ( $T_{prep}$ , hours) and communication ( $C_{prep}$ , GB) of preprocessing. Note that the preprocessing overhead is one-time overhead.