

ABY³: A Mixed Protocol Framework for Machine Learning

本次介绍的论文是Mohassel, Payman 和 Rindal, Peter发表在CCS'18上的ABY3。

ABY3

ABSTRACT

本文主要包括以下几个方面：

- 设计实现了一个通用的基于三方服务器的隐私保护机器学习框架，基于此，设计实现了新的线性回归、逻辑回归、神经网络模型
- 提出了新的完整的算术电路、布尔电路和Yao电路之间的转化协议
- 提出了新的三方秘密分享下的定点十进制小数乘法、并设计了计算分断线性多项式函数的协议
- 本文考虑了semi-honest和malicious两种情况

INTRODUCTION

本文探索基于三方服务器的隐私保护机器学习框架，改进前人的工作所遇到的挑战有以下几个方面

1. 现有的3PC技术只能适应 \mathbb{Z}_{2^k} 环上的运算，而ML中的计算或者中间参数都是以小数的形式存在，它不能直接应用模运算的代数系统上，现有的解决方案有：
 - 将小数乘上一个大因子使其成为整数，同时使用一个大的模数来避免wrap around，这样的弊端就是当计算大量浮点乘法的时候将不满足结果的正确性，同时采用了更大的模数增加了计算和能信的复杂度
 - 使用基于布尔电路和混乱电路的定点小数乘法方法，但是其效率将又大大增加
2. ML中的涉及到大量的算术计算与布尔运算，往往使用混合协议的方式比使用单一协议的方法要更高效，但是现有的转换协议已成为主要的性能瓶颈

Contributions

1. 设计实现了一种新的秘密分享下的定点数乘法协议，其吞吐量和延迟比优化的布尔电路上的实现方法分别提升了 $50\times$ 和 $24\times$ 。此外该协议不仅在malicious下安全而且能扩展到任意多方计算。
2. 提出新的基于三方的算术、布尔与Yao之间的转化协议，该协议能够抵抗malicious with abort的情况。
3. 提出了delayed re-share技术优化技术，在很大程度上减少向量操作中的通信复杂度，并且提出基于三方的通用扩展OT协议来计算分断多项式函数的方法。
4. 构建了semi-honest和malicious两种设定下的协议模块。
5. 实验表明比对于神经网络任务比secureML快 $55000\times$ ，预测任务比Chameleon快270倍。

OUR FRAMEWORK

Secret Sharing

Arithmetic sharing

- 2-out-of-3 秘密分享

1. $P_1 : (x_1, x_2), (y_1, y_2)$
2. $P_2 : (x_2, x_3), (y_2, y_3)$
3. $P_3 : (x_3, x_1), (y_3, y_1)$

常见类型的计算

- $\langle x + y \rangle := (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$
- $\langle x \rangle \pm c := (x_1 \pm c, x_2, x_3)$
- $\langle cx \rangle := (cx_1, cx_2, cx_3)$
- 处理三方分享下的乘法先本地计算交叉项后，为保持形式的统一需要进行re-sharing的过程
(将 z_i 发送给 P_{i+1})

$$\begin{aligned}\langle xy \rangle &= (x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3) \\ &= (x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3) : P_1 \rightarrow z_1 \\ &\quad + (x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2) : P_2 \rightarrow z_2 \\ &\quad + (x_3y_3 + x_3y_1 + x_1y_3) : P_3 \rightarrow z_3\end{aligned}$$

- 优化：令 $0 = a_1 + a_2 + a_3$ ，那么可以定义sharing为 $\langle x \rangle := (x + a_1, a_2, a_3)$
- 如何生成 $0 = a_1 + a_2 + a_3$
 - P_1, P_2 共有一个随机数种子 k_1 ， P_2, P_3 共有一个随机数种子 k_2 ， P_3, P_1 共有一个随机数种子 k_3
 - 给定一个nonce和伪随机函数 PRG
 - $P_1 : a_1 = PRG_{k_1}(\text{nonce}) - PRG_{k_2}(\text{nonce});$
 - $P_2 : a_2 = PRG_{k_2}(\text{nonce}) - PRG_{k_3}(\text{nonce});$
 - $P_3 : a_3 = PRG_{k_3}(\text{nonce}) - PRG_{k_1}(\text{nonce})$
 - k_i 可以在初始化阶段生成， $k_{i+1} = PRG(k_i)$ ，所以不需要通信

Binary sharing

和 Arithmetic sharing 语义类似，但是计算在模2(mod 2)上。加法和乘法对应为抑或 (\oplus) 和与 (\wedge) 。

Yao's sharing

三方的Yao's sharing, 其中 P_0 作为Evaluator, P_1 和 P_2 做Garbler。

Fixed-point Arithmetic

假设 $\langle x' \rangle = \langle y \rangle \langle z \rangle \in \mathbb{Z}_{2^k}$ 表示是 y, z 在秘文下的乘法，最后将结果以秘密分享的形式表示为 $\langle x' \rangle = (x' + r', -r')$ ，都是定点数表示，其正确结果需要除以 2^d （小数部分用 d -bit 表示），即是说正确的结果应是 $\langle x \rangle = \langle x' / 2^d \rangle$ 。现有的定点截断方法采用的是将 $\langle \tilde{x} \rangle := (\frac{x' + r'}{2^d}, -\frac{r'}{2^d})$ ，也就是说直接在秘文下进行截断，可以证明还原后其值以可忽略的概率使得误差只有最后 1-bit。

这种方式存在两个问题

1. 精确性问题：1) 截断直接抹掉了第 d 位处的进位；2) 如果 $\langle \tilde{x} \rangle$ 的分享值最高符号位与原数的最高符号位不一致（比如一个负数其秘密分享后最高符号位可能都是 0，那么截断后前面 $d + 1$ 位均是 0）那么会导致还原错误；
2. 针对上述问题，可以限制 $|x'| < 2^l \ll 2^k$ ，但是不能扩展到 3-PC 的情况。

基于三方的截断方法一 Π_{trunc1}

令每方有 $\langle x' \rangle = \langle y \rangle \langle z \rangle$ 的 2-out-of-3 分享份额，现在的目标是计算截断 $\langle x \rangle = \langle x' / 2^d \rangle$ （转为两方的设置下来做）。

- 定义在 P_1, P_2 之间的 2-out-of-2 秘密分享 $(x'_1, x'_2 + x'_3)$ ，然后本地截断 $(x'_1 / 2^d, (x'_2 + x'_3) / 2^d)$ ，最后的结果表示为 $\langle x \rangle := (x'_1 / 2^d, (x'_2 + x'_3) / 2^d - r, r)$ ，然后做一次 re-sharing 的步骤。

基于三方的截断方法二 Π_{trunc2}

回顾一下三方秘密分享的步骤为：1) 计算 $\langle x' \rangle$ 的 3-out-of-3 秘密分享；然后，2) 进行 2-out-of-3 秘密分享。 Π_{trunc2} 合并计算过程，从而只需要一轮通信，首先三方使用 bool 电路上的减法生成 $\langle r \rangle = \langle r' / 2^d \rangle$

- Step1 秘密分享 $\langle x' - r' \rangle$
- Step2 定义 $\langle x \rangle := (x' - r') / 2^d + \langle r \rangle$ ，因为这里 $\langle r \rangle = \langle r' / 2^d \rangle$

Parameters: A single 2-out-of-3 (or 3-out-of-3) share $\llbracket x' \rrbracket^A = (x'_1, x'_2, x'_3)$ over the ring \mathbb{Z}_{2^k} and a integer $d < k$.

Preprocess:

1. All parties locally compute $\llbracket r' \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^k)$.
2. Define the sharing $\llbracket r \rrbracket^B$ to be the $k - d$ most significant shares of $\llbracket r' \rrbracket^B$, i.e. $r = r' / 2^d$.
3. The parties compute $\llbracket r'_2 \rrbracket^B, \llbracket r'_3 \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^k)$ and $\llbracket r_2 \rrbracket^B, \llbracket r_3 \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^{k-d})$. r'_2, r_2 is revealed to party 1,2 and r'_3, r_3 to parties 2,3 using the RevealOne routine.
4. Using a ripple carry subtraction circuit, the parties jointly compute $\llbracket r'_1 \rrbracket^B := \llbracket r' \rrbracket^B - \llbracket r'_2 \rrbracket^B - \llbracket r'_3 \rrbracket^B$, $\llbracket r_1 \rrbracket^B := \llbracket r \rrbracket^B - \llbracket r_2 \rrbracket^B - \llbracket r_3 \rrbracket^B$ and reveal r'_1, r_1 to parties 1,3.
5. Define the preprocessed shares as $\llbracket r' \rrbracket^A := (r'_1, r'_2, r'_3)$, $\llbracket r \rrbracket^A := (r_1, r_2, r_3)$.

Online:

1. The parties jointly compute $\llbracket x' - r' \rrbracket^A$ and then compute $(x' - r') := \text{RevealAll}(\llbracket x - r' \rrbracket^A)$.
2. Output $\llbracket x \rrbracket^A := \llbracket r \rrbracket^A + (x' - r') / 2^d$.

Vectorized Multiplication

对于内积计算 $\vec{x} \cdot \vec{y} := \sum_{i=1}^n x_i y_i$, 按照原始的做法将需要调用 n 次安全乘法协议, 需要 $O(n)$ 次通信。本文做了优化, 只需要 $O(1)$ 次通信和一次 truncation-pair $(\langle r' \rangle, \langle r \rangle)$ 。

$$\bullet \quad \langle \vec{x} \rangle \cdot \langle \vec{y} \rangle := \text{reveal}((\sum_{i=1}^n \langle x_i \rangle \langle y_i \rangle) + \langle r' \rangle) / 2^d - \langle r \rangle$$

也就是, 首先每方本地计算 3-out-of-3 的 $\langle x_i \rangle \langle y_i \rangle$, 然后求和, 求掩码, 截断, 最后 2-out-of-3 做 re-sharing。

Malicious Multiplication

Semi-honest 模型下的截断乘法如前所述。但是在 malicious 模型下, 需要验证正确性。本文采用了 Triple Verif. Using Another Without Opening 技术。简单来说, 为了在线验证 $z = xy$, 预计算阶段生成三元组 $c = ab$, 方案如下图。关于如何保证 $c = ab$, 则需要使用 cut-and-choose 技术。

Parameters: The parties hold a triple $(\llbracket x \rrbracket^\Lambda, \llbracket y \rrbracket^\Lambda, \llbracket z \rrbracket^\Lambda)$ to verify that $z = xy \pmod{2^k}$ and an addition uniformly distributed triple $(\llbracket a \rrbracket^\Lambda, \llbracket b \rrbracket^\Lambda, \llbracket c \rrbracket^\Lambda)$ such that $c = ab \pmod{2^k}$.

1. Each party locally compute $\llbracket \rho \rrbracket^\Lambda := \llbracket x \rrbracket^\Lambda - \llbracket a \rrbracket^\Lambda$ and $\llbracket \sigma \rrbracket^\Lambda := \llbracket y \rrbracket^\Lambda - \llbracket b \rrbracket^\Lambda$.
2. The parties run the malicious secure $\text{open}(\llbracket \rho \rrbracket^\Lambda)$ and $\text{open}(\llbracket \sigma \rrbracket^\Lambda)$ protocols and output \perp if either open protocol fails.
3. The parties run the malicious secure $\delta = \text{open}(\llbracket z \rrbracket^\Lambda - \llbracket c \rrbracket^\Lambda - \sigma \llbracket a \rrbracket^\Lambda - \rho \llbracket b \rrbracket^\Lambda - \sigma \rho)$ protocol and output \perp if $\delta \neq 0$ or if the open protocol fails. Otherwise the parties output accept.

Figure 5: Malicious secure arithmetic multiplication protocol $\Pi_{\text{mal-arith-mult}}$.

而结合本文的截断技术2，可以给出面向定点数的malicious安全模型下的乘法如下：

Parameters: A single 2-out-of-3 (or 3-out-of-3) share $\llbracket x' \rrbracket^A = (x'_1, x'_2, x'_3)$ over the ring \mathbb{Z}_{2^k} and a integer $d < k$.

Preprocess:

1. All parties locally compute $\llbracket r' \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^k)$.
2. Define the sharing $\llbracket r \rrbracket^B$ to be the $k - d$ most significant shares of $\llbracket r' \rrbracket^B$, i.e. $r = r' / 2^d$.
3. The parties compute $\llbracket r'_2 \rrbracket^B, \llbracket r'_3 \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^k)$ and $\llbracket r_2 \rrbracket^B, \llbracket r_3 \rrbracket^B \leftarrow \text{Rand}((\mathbb{Z}_2)^{k-d})$. r'_2, r_2 is revealed to party 1,2 and r'_3, r_3 to parties 2,3 using the RevealOne routine.
4. Using a ripple carry subtraction circuit, the parties jointly compute $\llbracket r'_1 \rrbracket^B := \llbracket r' \rrbracket^B - \llbracket r'_2 \rrbracket^B - \llbracket r'_3 \rrbracket^B$, $\llbracket r_1 \rrbracket^B := \llbracket r \rrbracket^B - \llbracket r_2 \rrbracket^B - \llbracket r_3 \rrbracket^B$ and reveal r'_1, r_1 to parties 1,3.
5. Define the preprocessed shares as $\llbracket r' \rrbracket^A := (r'_1, r'_2, r'_3)$, $\llbracket r \rrbracket^A := (r_1, r_2, r_3)$.

Online: On input $\llbracket x \rrbracket^A, \llbracket y \rrbracket^A$,

1. The parties run the malicious secure multiplication protocol of [28, Protocol 4.2] where operations are performed over \mathbb{Z}_{2^k} . This includes:
 1. Run the semi-honest multiplication protocol [28, Section 2.2] on $\llbracket x \rrbracket^A, \llbracket y \rrbracket^A$ to obtain a sharing of $\llbracket z' \rrbracket^A := \llbracket x \rrbracket^A \llbracket y \rrbracket^A$. \oplus and \wedge operations are replaced with $+$, $*$ respectively.
 2. Before any shares are revealed, run the triple verification protocol of [28, Protocol 2.24] using $(\llbracket x \rrbracket^A, \llbracket y \rrbracket^A, \llbracket z' \rrbracket^A)$.
2. In the same round that party i sends z'_i to party $i + 1$ (performed in step 1a), party i sends $(z'_i - r'_i)$ to party $i + 2$.
3. Before any shares are revealed, party $i + 1$ locally computes $(z'_i - r'_i)$ and runs compareview($z'_i - r'_i$) with party $i + 2$. If they saw different values both parties send \perp to all other parties and abort.
4. All parties compute $(z' - r') = \sum_{i=1}^3 (z_i - r'_i)$.
5. Output $\llbracket z \rrbracket^A := \llbracket r \rrbracket^A + (z' - r') / 2^d$.

Figure 6: Single round share malicious secure fixed-point multiplication protocol $\Pi_{\text{mal-mult}}$.

需要注意的是，在malicious 模型下的Vectorized Multiplication 需要对每一次乘法做证明。如此，则通信开销为 $O(n)$ 。但是，对于Matrix Multiplication，则可以在预计算生成用于验证的矩阵三元组（scalar-mult 变为matrix-mult）。那么恶意模型下在线阶段矩阵计算的开销则和半诚实模型开销一致。

Share Conversions

Bit Decomposition $\langle x \rangle^A \rightarrow \langle \vec{x} \rangle^B$

- 基本思路是将 $\langle x \rangle^A = (x_1, x_2, x_3)$ 作为3PC boolean circuit的输入，进行布尔加法运算，最后的结果就是 $\langle x \rangle^A$ 的布尔分享即 $\langle \vec{x} \rangle^B$ 。本文进一步基于FA和PPA做了一些电路的优化，仅需要 $1 + \log k$ 轮通信。

Bit Extraction $\langle x \rangle^A \rightarrow \langle \vec{x}[i] \rangle^B$

- 该协议计算的是 $\langle x \rangle^A$ 将算术分享中的第 i 个位置的值转化为boolean 分享 $\langle \vec{x}[i] \rangle^B$;
- 基本思路同上（相当于只需要剩下的 i -bit 的分享值就可以计算出来），不过只需要 $O(i)$ 个AND门电路和 $O(\log i)$ 通信轮数。

Bit Composition

- 使用Bit Decomposition同样的布尔电路， P_2 和 P_3 生成 x_2 和 x_3 ，并生成其Binary sharing: $\langle -x_2 \rangle^B, \langle -x_3 \rangle^B$ 。将二者输入Boolean Circuit计算 $\langle x_1 \rangle^B = \langle x \rangle^B + \langle -x_2 - x_3 \rangle^B$ ，再把 $\langle x_1 \rangle^B$ 公开给 P_1 和 P_3 ，因此 $\langle x \rangle^A = (x_1, x_2, x_3)$ 。

Joint Yao Input

P_1 是 Evaluator，拥有 k_X^x ，而 P_2, P_3 作为Garbler拥有 $k_X^0 \in \{0, 1\}^\kappa$ ，全局随机偏移 $\Delta \in \{0, 1\}^\kappa$ 满足 $k_X^1 = k_X^0 \oplus \Delta$ 。基于本文的秘密分享方案，本文构造了原语面向将两方共有的输入转化为Yao's sharing。

- 对于 P_1, P_2 共有的输入 x ，在半诚实模型下 P_2 可以直接生成 $\langle x \rangle^Y$ 并将对用sharing发送给 P_1 。
- 但是在恶意模型下，则需要验证 $\langle x \rangle^Y$ 确实是关于 x 的Yao's sharing。在恶意模型下则需要利用 P_3 和承诺技术验证 1) P_2 和 P_3 发送了相同的承诺；2) $Comm(k_X^x)$ 确实是关于 k_X^x 的承诺。为了优化通信，可以让 P_2 发送关于承诺的哈希值；而对于 P_1, P_3 共有的输入，只需要调换 P_2, P_3 的角色即可；3) 对于 P_2, P_3 共有的输入，所有参与方可以利用公共随机数种子生成 $k_X^x \in \{0, 1\}^\kappa$ ，而 P_2, P_3 在本地计算 $k_X^0 = k_X^x \oplus (x\Delta)$ 。

Yao to Binary

- 半诚实下使用Yao's share中key的 $p_x = k_X^0[0]$ (permutation bit)，符合Binary share的定义，因此取 $\langle x \rangle^B = (x \oplus p_x \oplus r, r, p_x)$;
- 在恶意模型下，则需要验证 $x \oplus p_x \oplus r$ 中的 $p_x = k_X^0[0]$ 。这个过程需要使用承诺技术。具体来说， P_1 和 P_2 选择 k_r^r ，其中 P_2 将 $k_r^0 = k_r^r \oplus (r\Delta)$ 发送给 P_3 。而 P_2 和 P_3 则分别将 $C_0 = Comm(k_y^{p_x})$ 和 $C_1 = Comm(k_y^{p_x})$ 发送给 P_1 ，其中 $k_y^0 = k_x^0 \oplus k_r^0$ 。 P_1 发送 $k_y^{x \oplus r} = k_X^x \oplus k_r^r$ 给 P_3 ， P_3 验证 $k_y^{x \oplus r} \in \{k_y^0, k_y^1\}$ 。并且 P_1 验证 $C_{p_x \oplus x \oplus r}$ 是 $k_y^{x \oplus r}$ 的承诺，而且 $C_0 = C_1$ 。最终， $\langle x \rangle^B = (x \oplus p_x \oplus r, r, p_x)$ ，且 P_3 可以在本地计算 $x \oplus p_x \oplus r = k_y^{x \oplus r}[0] \oplus p_r$ 。

Binary to Yao

- 使用Joint Yao Input直接对 $\langle x \rangle^B$ 进行Yao's 秘密分享，并对分享在Yao sharing下做加法。

Yao to Arithmetic

- 通过Yao's circuit 3PC来计算一个加法计算出 $\langle x \rangle^Y$ ，首先Parties 1,2采样 $x_2 \leftarrow \mathbb{Z}_{2^k}$ ，Parties 2,3 采样 $x_3 \leftarrow \mathbb{Z}_{2^k}$ ，然后使用Yao's circuit来计算 $\langle x_1 \rangle^Y = \langle x \rangle^Y - \langle x_2 \rangle^Y - \langle x_3 \rangle^Y$ 。最后就得到了 $\langle x \rangle^A = (x_1, x_2, x_3)$

Arithmetic to Yao

- 直接将 $\langle x_i \rangle^Y$ 使用joint input 转化为 $\langle x_i \rangle^Y$ ，然后在Yao's Circuit下做加法 $\langle x \rangle^Y = \langle x_1 \rangle^Y + \langle x_2 \rangle^Y + \langle x_3 \rangle^Y$ 。

Computing $\langle a \rangle^A \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$

现在已经可以在任意的share上进行转化了，不过对于特定的计算任务仍然可以继续优化，本文提出了一种 $\langle a \rangle^A \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$ 混合计算协议，被应用在分断线性或者多项式函数来近似非线性激活函数的计算中。在半诚实模型下，构造如下：

- 首先提出了Three-Party OT，被形式化定义为 $((m_0, m_1), c, c) \rightarrow (\perp, m_c, \perp)$ ，分三个角色：Sender、Receiver、Helper。
 - Sender和Helper随机生成 $w_0, w_1 \leftarrow \{0, 1\}^k$;
 - Sender发送 $m_0 \oplus w_0, m_1 \oplus w_1$ 给Receiver;
 - Helper发送 w_c 给Receiver，那么Receiver就可以得到 $m_c = m_c \oplus w_c \oplus w_c$ 。
- 基于此，首先来计算 $a \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$ ，其中 $a \in \mathbb{Z}_{2^k}$ 被公开， $b \in \{0, 1\}$ 被Boolean分享
 - P_3 (Sender) 采样 $r \leftarrow \mathbb{Z}_{2^k}$ ，定义 $m_i = (i \oplus b_1 \oplus b_3)a - r, i \in \{0, 1\}$
 - P_2 (Receiver) 取到 $m_{b_2} = (b_2 \oplus b_1 \oplus b_3)a - r = ba - r$
 - P_1 (Helper) 已知 b_2 按照3PC-OT的流程将掩码发给 P_2
 此时，使用zero sharing 得到 (s_1, s_2, s_3) ，一次resharing 后得到 $\langle c \rangle^A = \langle ab \rangle^A = (s_1 + r, ab - r + s_3, s_3)$ 。为了减少通信轮数，可以并行进行 P_3 (Sender) 和 P_1 (Receiver) 之间以 P_2 为了Helper的3-OT。
- 发现上述 a 也可以是算术分享的形式，因此可以计算 $\langle a \rangle^A \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$
 - $\langle a \rangle^A \langle b \rangle^B = a_1 \langle b \rangle^B + (a_2 + a_3) \langle b \rangle^B$
 - P_1 扮演Sender计算第1项， P_3 扮演Sender计算第2项即可
- 总的每方需要1轮共计4k-bit的通信。

但是上述方案并不是推广到恶意模型下。针对恶意模型的方案构造如下：

- $a \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$ ：首先各方本地将 $\langle b \rangle^B = (b_1, b_2, b_3)$ 转化为 $(\langle b_1 \rangle^A, \langle b_2 \rangle^A, \langle b_3 \rangle^A)$ ，然后在算术电路上计算XOR。具体来说先计算 $\langle d \rangle^A = \langle b_1 \oplus b_2 \rangle = \langle b_1 \rangle^A + \langle b_2 \rangle^A - 2\langle b_1 \rangle^A \langle b_2 \rangle^A$ ，类似的进一步计算 $\langle d \oplus b_3 \rangle^A$ ，最终，计算 $\langle ab \rangle^A = a \langle b \rangle^A$ 。
- $\langle a \rangle^A \langle b \rangle^B = \langle ab \rangle^A$ ：首先将 $\langle b \rangle^B$ 转化为 $\langle b \rangle^A$ ，然后使用面向恶意模型的乘法协议计算 $\langle ab \rangle^A$ 。

Polynomial Piecewise Functions

令 f_1, \dots, f_m 表示 $f(x)$ 的分段函数， $f(x) = f_i(x)$ 当 $c_{i-1} < x \leq c_i$ 时成立。因此首先判定 x 落在什么区间（即计算 $\langle x \rangle < c$ ），得到 $b_1, \dots, b_m \in \{0, 1\}$ 满足 $b_i = 1 \leftrightarrow c_{i-1} < x \leq c_i$ ，那么 $f(x) = \sum_i b_i f_i(x)$ 。

Evaluation

本文对各种转化协议的开销做了理论分析，并在面向机器学习下的线性回归（训练和预测）、Logistic回归（训练和预测）和神经网络（仅预测）做了相关实验。

转化协议理论开销分析

Conversion	Semi-honest		Malicious	
	Comm.	Rounds	Comm.	Rounds
$\llbracket x \rrbracket^A \rightarrow \llbracket x \rrbracket^B$	$k + k \log k$	$1 + \log k$	$k + k \log k$	$1 + \log k$
$(\llbracket x \rrbracket^A, i) \rightarrow \llbracket x[i] \rrbracket^B$	k	$1 + \log k$	$2k$	$1 + \log k$
$\llbracket x \rrbracket^B \rightarrow \llbracket x \rrbracket^A$	$k + k \log k$	$1 + \log k$	$k + \log k$	$1 + \log k$
$\llbracket b \rrbracket^B \rightarrow \llbracket b \rrbracket^A$	$2k$	1	$2k$	2
$\llbracket b \rrbracket^Y \rightarrow \llbracket b \rrbracket^B$	$1/3$	1	$2\kappa/3$	1
$\llbracket b \rrbracket^B \rightarrow \llbracket b \rrbracket^Y$	$2\kappa/3$	1	$4\kappa/3$	1
$\llbracket x \rrbracket^Y \rightarrow \llbracket x \rrbracket^A$	$4k\kappa/3$	1	$5k\kappa/3$	1
$\llbracket x \rrbracket^A \rightarrow \llbracket x \rrbracket^Y$	$4k\kappa/3$	1	$8k\kappa/3$	1

Table 1: Conversion costs between arithmetic, binary and Yao representations. Communication (Comm.) is measured in average bits per party. $x \in \mathbb{Z}_{2^k}$ is an arithmetic value, $b \in \{0, 1\}$ is a binary value, κ is the computational security parameter.

机器学习实验开销

Setting	Dimension	Protocol	Batch Size B							
			Online Throughput				Online + Offline Throughput			
			128	256	512	1024	128	256	512	1024
LAN	10	This	11764	10060	7153	5042	11574	9803	6896	4125
		[43]	7889	7206	4350	4263	47	25	11	5.4
	100	This	5171	2738	993	447	5089	2744	1091	470
		[43]	2612	755	325	281	3.7	2.0	1.1	0.6
	1000	This	406	208	104	46	377	200	100	46
		[43]	131	96	45	27	0.44	0.24	0.12	0.06
WAN	10	This	24.6	24.5	24.3	23.9	20.8	20.7	20.6	20.3
		[43]	12.4	12.4	12.4	12.4	2.4	1.6	0.88	0.50
	100	This	24.5	24.1	23.7	23.3	20.7	20.4	20.1	19.4
		[43]	12.3	12.2	11.8	11.8	0.63*	0.37*	0.19*	0.11*
	1000	This	22.2	20.2	17.5	12.6	19.3	17.9	16.5	11.6
		[43]	11.0	9.8	9.2	7.3	0.06*	0.03*	0.02*	0.01*

Figure 2: Linear Regression performance measured in iterations per second (larger = better). Dimension denotes the number of features while batch size denotes number of samples used in each iteration. WAN setting has 40ms RTT latency and 40 Mbps throughput. The preprocessing for [43] was performed either using OT or the DGK cryptosystem with the faster protocol being reported above. The * symbol denotes that the DGK protocol was performed.

Setting	Dimension	Protocol	Batch Size B							
			Online				Online + Offline			
			128	256	512	1024	128	256	512	1024
LAN	10	This	2251	2053	1666	1245	2116	1892	1441	1031
		[43]	188	101	41	25	37	20	8.6	4.4
	100	This	1867	1375	798	375	1744	1276	727	345
		[43]	183	93	46	24	3.6	1.9	1.1	0.6
	1000	This	349	184	95	42	328	177	93	41
		[43]	105	51	24	13.5	0.43	0.24	0.12	0.06
WAN	10	This	4.12	4.10	4.06	3.99	3.91	3.90	3.86	3.79
		[43]	3.10	2.28	1.58	0.99	1.4	0.94	0.56	0.33
	100	This	4.11	4.09	4.03	3.94	3.91	3.89	3.84	3.74
		[43]	3.08	2.25	1.57	0.99	0.52*	0.32*	0.17*	0.01*
	1000	This	4.04	3.95	3.78	3.47	3.84	3.75	3.59	3.32
		[43]	3.01	2.15	1.47	0.93	0.06*	0.03*	0.02*	0.01*

Figure 4: Logistic Regression performance measured in iterations per second (larger = better). See caption of Figure 2.

Model	Protocol	Batch Size	Running Time (ms)		Comm. (MB)
			Online	Total	
Linear	This	1	0.1	3.8	0.002
		100	0.3	4.1	0.008
	SecureML [43]	1	0.2	2.6	1.6
		100	0.3	54.2	160
Logistic	This	1	0.2	4.0	0.005
		100	6.0	9.1	0.26
	SecureML [43]	1	0.7	3.8	1.6
		100	4.0	56.2	161
NN	This	1	3	8	0.5
	SecureML [43]	1	193	4823	120.5
CNN	This*	1	6	10	5.2
	Chameleon [46]	1	1360	2700	12.9
	MiniONN [40]	1	3580	9329	657.5

Figure 3: Running time and communication of privacy preserving inference (model evaluation) for linear, logistic and neural network models in the LAN setting (smaller = better). [43] was evaluated on our benchmark machine and [40, 46] are cited from [46] using a similar machine. The models are for the MNIST dataset with $D = 784$ features. NN denotes neural net with 2 fully connected hidden layers each with 128 nodes along with a 10 node output layer. CNN denotes a convolutional neural net with 2 hidden layers, see [46] details. * This work (over) approximates the cost of the convolution layers with an additional fully connected layer with 980 nodes.

总结

ABY3在三方下实现了Arithmetic, Binary, 和Yao分享之间的转化, 并实现了相关的机器学习计算算子。更重要的, 这是比较早的几篇面向恶意敌手的隐私保护机器学习高效方案。

本篇工作由酸菜鱼和李开运合作完成。