**Taller tres de series de tiempo multivariadas aplicadas**

**Grupo 2:**


- **Juan Pablo Rodriguez**
- **Yosef Guevara Salamanca**

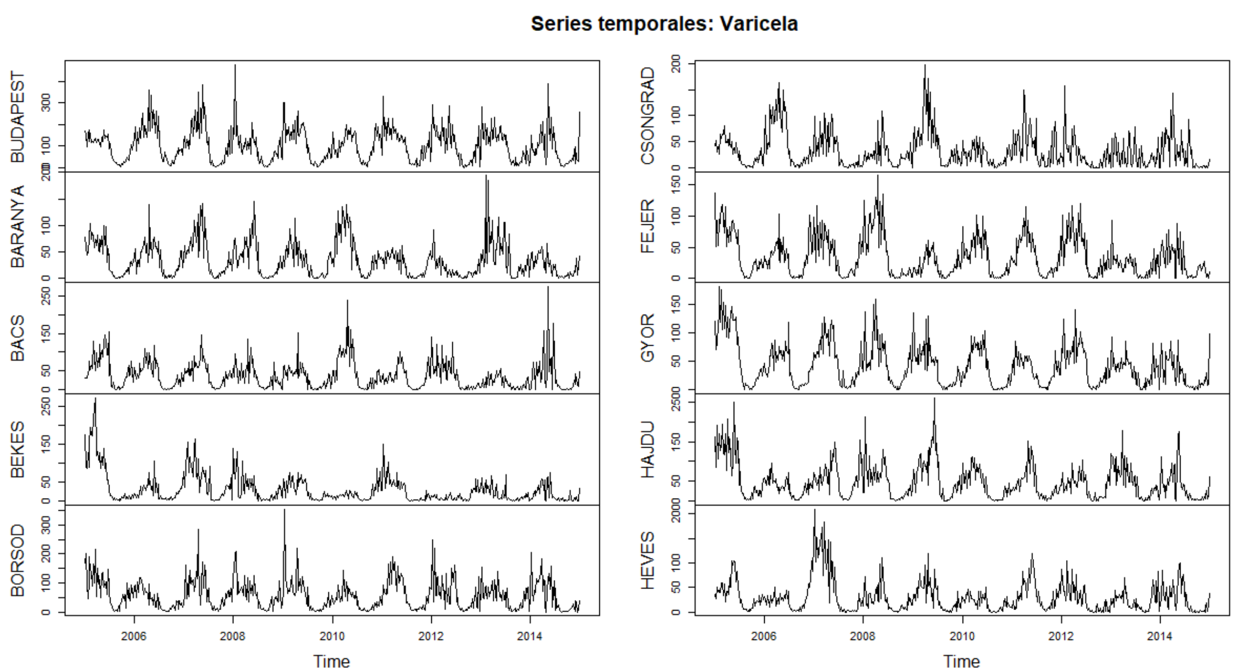

1. Encuentre un vector de series de tiempo multivariado con m ≥ 10. • Construya el modelo de componentes principales con covarianza muestral y correlación muestral. • Haga un reporte de análisis, incluyendo el código.

Cargue de base de datos

La base a continuación muestra los datos de contagios de varicela en 10 condados de Hungria. 522 semanas. Arrancando la medición el 3 de enero de 2005 y termina el 29 de diciembre de 2014

```
varic <- read.csv("VIRUOK.csv", header = TRUE,sep=";")
varic<-as.data.frame(varic)

mvaric<-ts(varic,freq=365.25/7,start=decimal_date(ymd("2005-01-03")))
head(mvaric)

## Time Series:
## Start = 2005.00547945205
## End = 2005.1013042296
## Frequency = 52.1785714285714
##          BUDAPEST BARANYA BACS BEKES BORSOD CSONGRAD FEJER GYOR HAJDU HEVE
S
## 2005.005      168      79   30   173    169       42   136  120   162     3
6
## 2005.025      157      60   30    92    200       53    51   70    84     2
8
## 2005.044       96      44   31    86     93       30    93   84   191     5
1
## 2005.063      163      49   43   126     46       39    52  114   107     4
2
## 2005.082      122      78   53    87    103       34    95  131   172     4
0
## 2005.101      174      76   77   152    189       26    74  181   157     4
4

tail(mvaric)

## Time Series:
## Start = 2014.89459649518
## End = 2014.99042127273
## Frequency = 52.1785714285714
##          BUDAPEST BARANYA BACS BEKES BORSOD CSONGRAD FEJER GYOR HAJDU HEVE
```

```
S
## 2014.895       16       15    14      2       3        0      9    23      6
0
## 2014.914       95       12    41      6      39        0     16    15     14     1
0
## 2014.933       43       39    31     10      34        3      2    30     25     1
9
## 2014.952       35        7    15      0       0        0      7     7      4
2
## 2014.971       30       23     8      0      11        4      1     9     10     1
7
## 2014.990      259       42    49     32      38       15     11    98     61     3
8

#str(mvaric)
#summary(mvaric)
plot(mvaric,  main = "Series temporales: Varicela ")
```




Matriz de covarianzas actual : Esta es la matriz que se debe minimizar.

```
cov(mvaric)

##           BUDAPEST   BARANYA      BACS     BEKES    BORSOD  CSONGRAD      FE
JER
## BUDAPEST 5830.066 1473.5389 1661.4216 1348.6685 2508.3848 1523.7130 1250.7
470
## BARANYA  1473.539 1060.6239  658.7662  565.6131  830.0215  512.9745  548.8
904
## BACS     1661.422  658.7662 1357.4136  522.2892  929.6158  510.7380  659.2
003
```

```
## BEKES     1348.668  565.6131  522.2892 1415.1208  993.6599  456.0988  612.6
804
## BORSOD    2508.385  830.0215  929.6158  993.6599 2573.0700  771.3973  917.3
825
## CSONGRAD 1523.713  512.9745  510.7380  456.0988  771.3973 1141.7782  446.5
713
## FEJER     1250.747  548.8904  659.2003  612.6804  917.3825  446.5713  985.8
337
## GYOR      1766.950  737.9832  835.2418  843.7622 1109.5743  583.2123  809.7
063
## HAJDU     1986.644  811.7074  875.7764  939.7649 1372.1244  621.2190  817.4
839
## HEVES     1267.851  479.3608  576.6580  567.9478  812.9314  473.5118  560.2
050
##               GYOR     HAJDU     HEVES
## BUDAPEST 1766.9503 1986.6439 1267.8512
## BARANYA   737.9832  811.7074  479.3608
## BACS      835.2418  875.7764  576.6580
## BEKES     843.7622  939.7649  567.9478
## BORSOD   1109.5743 1372.1244  812.9314
## CSONGRAD  583.2123  621.2190  473.5118
## FEJER     809.7063  817.4839  560.2050
## GYOR     1297.0296 1079.5523  627.7050
## HAJDU    1079.5523 1990.1267  710.2797
## HEVES     627.7050  710.2797 1014.9162
```

Matriz de correlaciones

```
chin<-cor(mvaric)
chin
```

```
##           BUDAPEST   BARANYA      BACS     BEKES    BORSOD  CSONGRAD     F
EJER
## BUDAPEST 1.0000000 0.5925761 0.5905912 0.4695390 0.6476369 0.5905757 0.521
7121
## BARANYA  0.5925761 1.0000000 0.5490280 0.4616810 0.5024384 0.4661484 0.536
7883
## BACS     0.5905912 0.5490280 1.0000000 0.3768410 0.4974181 0.4102525 0.569
8485
## BEKES    0.4695390 0.4616810 0.3768410 1.0000000 0.5207331 0.3588156 0.518
7229
## BORSOD   0.6476369 0.5024384 0.4974181 0.5207331 1.0000000 0.4500507 0.576
0005
## CSONGRAD 0.5905757 0.4661484 0.4102525 0.3588156 0.4500507 1.0000000 0.420
9186
## FEJER    0.5217121 0.5367883 0.5698485 0.5187229 0.5760005 0.4209186 1.000
0000
## GYOR     0.6425584 0.6292031 0.6294789 0.6227996 0.6073732 0.4792486 0.716
0622
## HAJDU    0.5832341 0.5586997 0.5328399 0.5599923 0.6063555 0.4121103 0.583
```

```
6292
## HEVES    0.5212144 0.4620264 0.4913004 0.4739108 0.5030522 0.4398705 0.560
0542
##               GYOR     HAJDU     HEVES
## BUDAPEST 0.6425584 0.5832341 0.5212144
## BARANYA  0.6292031 0.5586997 0.4620264
## BACS     0.6294789 0.5328399 0.4913004
## BEKES    0.6227996 0.5599923 0.4739108
## BORSOD   0.6073732 0.6063555 0.5030522
## CSONGRAD 0.4792486 0.4121103 0.4398705
## FEJER    0.7160622 0.5836292 0.5600542
## GYOR     1.0000000 0.6719367 0.5470986
## HAJDU    0.6719367 1.0000000 0.4997743
## HEVES    0.5470986 0.4997743 1.0000000
```

```
xtable(chin)
```

```
## % latex table generated in R 4.1.0 by xtable 1.8-4 package
## % Mon Jun 28 17:47:52 2021
## \begin{table}[ht]
## \centering
## \begin{tabular}{rrrrrrrrrrr}
##   \hline
##  & BUDAPEST & BARANYA & BACS & BEKES & BORSOD & CSONGRAD & FEJER & GYOR &
HAJDU & HEVES \\
##   \hline
## BUDAPEST & 1.00 & 0.59 & 0.59 & 0.47 & 0.65 & 0.59 & 0.52 & 0.64 & 0.58 &
0.52 \\
##   BARANYA & 0.59 & 1.00 & 0.55 & 0.46 & 0.50 & 0.47 & 0.54 & 0.63 & 0.56 &
0.46 \\
##   BACS & 0.59 & 0.55 & 1.00 & 0.38 & 0.50 & 0.41 & 0.57 & 0.63 & 0.53 & 0.
49 \\
##   BEKES & 0.47 & 0.46 & 0.38 & 1.00 & 0.52 & 0.36 & 0.52 & 0.62 & 0.56 & 0
.47 \\
##   BORSOD & 0.65 & 0.50 & 0.50 & 0.52 & 1.00 & 0.45 & 0.58 & 0.61 & 0.61 &
0.50 \\
##   CSONGRAD & 0.59 & 0.47 & 0.41 & 0.36 & 0.45 & 1.00 & 0.42 & 0.48 & 0.41
& 0.44 \\
##   FEJER & 0.52 & 0.54 & 0.57 & 0.52 & 0.58 & 0.42 & 1.00 & 0.72 & 0.58 & 0
.56 \\
##   GYOR & 0.64 & 0.63 & 0.63 & 0.62 & 0.61 & 0.48 & 0.72 & 1.00 & 0.67 & 0.
55 \\
##   HAJDU & 0.58 & 0.56 & 0.53 & 0.56 & 0.61 & 0.41 & 0.58 & 0.67 & 1.00 & 0
.50 \\
##   HEVES & 0.52 & 0.46 & 0.49 & 0.47 & 0.50 & 0.44 & 0.56 & 0.55 & 0.50 & 1
.00 \\
##    \hline
## \end{tabular}
## \end{table}
```

Observamos que todas las correlaciones son superiores a 0.4 , esto nos da indicios de correlaciones de fuerza media entre las series de casos de varicela por condado.

### Ejecución de PCA

Sin correlación:

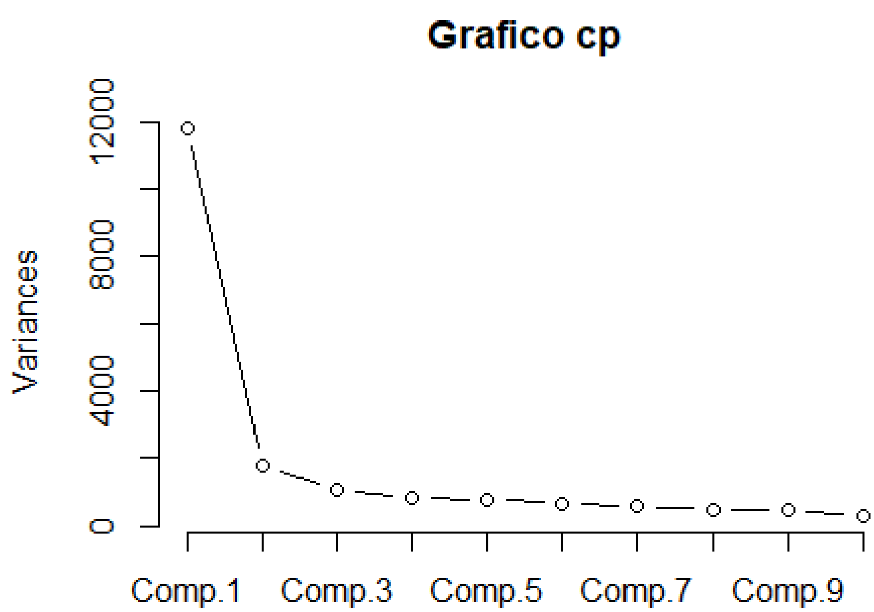
```
pca <- princomp(mvaric,cor=F)
pca

## Call:
## princomp(x = mvaric, cor = F)
##
## Standard deviations:
##    Comp.1    Comp.2    Comp.3    Comp.4    Comp.5    Comp.6    Comp.7    C
omp.8
## 108.72068  41.89031  32.47392  28.71967  27.74088  25.73724  23.48420  21.
74903
##    Comp.9   Comp.10
##  20.93456  16.76646
##
##  10  variables and  522 observations.

lds <- pca$loadings
lds

##
## Loadings:
##          Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9 Co
mp.10
## BUDAPEST  0.643  0.700         0.181  0.148  0.161
## BARANYA   0.214        -0.249                      -0.518  0.704 -0.314
## BACS      0.241        -0.372 -0.599         0.263        -0.467 -0.374
## BEKES     0.224 -0.368         0.668 -0.261  0.359 -0.120 -0.241 -0.270  0
.159
## BORSOD    0.374 -0.233  0.832 -0.296               -0.104
## CSONGRAD  0.200  0.118 -0.114        -0.541 -0.719 -0.158 -0.312
## FEJER     0.206 -0.258 -0.135 -0.177 -0.163  0.106                0.642  0
.616
## GYOR      0.270 -0.237 -0.220               0.153 -0.187         0.462 -0
.740
## HAJDU     0.315 -0.385 -0.108  0.171  0.671 -0.467  0.184
## HEVES     0.193 -0.146 -0.124        -0.357         0.775  0.340 -0.224 -0
.163
##
##                Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Com
p.9
## SS loadings       1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0
1.0
## Proportion Var    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1
0.1
```

```
## Cumulative Var    0.1    0.2    0.3    0.4    0.5    0.6    0.7    0.8
0.9
##                  Comp.10
## SS loadings         1.0
## Proportion Var      0.1
## Cumulative Var      1.0
```

Podemos observar 10 componentes del modelo: Podemos apreciar que en la primera componente todos los alfa son positivos y mayores a 0.19 , y tenemos participación de todas los condados . En la segunda componente desaparece el condado de Baranya y de Bacs , y empezamos a ver algunos componentes con alfas negativos ( la gran mayoría) Para el componente 3 , desaparecen los condados de Budapest y Bekes .

Las 3 ecuaciones de componentes son las siguientes:

```
screeplot(pca,type="lines",main="Grafico cp")
```




Podemos ver la proporción en que cada componente explica la varianza total :El quiebre de el grafico de componentes principales permite determinar que el quiebre está en el tercer componente. Calculamos para este modelo la varianza y con estas los porcentajes de la varianza total

```
varpca<-(pca$sdev)^2
vtpca<-sum(varpca)
popca<-varpca/vtpca
varpca
```

```
##     Comp.1     Comp.2     Comp.3     Comp.4     Comp.5     Comp.6     Comp
.7
## 11820.1873  1754.7985  1054.5553   824.8195   769.5564   662.4055   551.50
78
##     Comp.8     Comp.9    Comp.10
##   473.0202   438.2560   281.1141
```

```
vtpca
```

```
## [1] 18630.22
```

```
popca
```

```
##     Comp.1     Comp.2     Comp.3     Comp.4     Comp.5     Comp.6     Comp
.7
## 0.63446309 0.09419097 0.05660456 0.04427320 0.04130689 0.03555543 0.029602
86
##     Comp.8     Comp.9    Comp.10
## 0.02538994 0.02352393 0.01508915
```

Usando el principio de Pareto, podemos decidir solamente tomar los componentes del modelo de análisis por componentes principales hasta donde el total de la varianza sea igual al 80 % , en este caso se tomaría hasta la componente numero4 , que suma 82.84% de la varianza (63.44+9.41+5.66+4.44) . Pero, por el principio de parsimonia , y recordando la conclusión del grafico anterior ,tomaremos solamente hasta la componente número 3 , es decir representaríamos el 78.44 % de la varianza total.

con Correlacion:

```
pca2 <- princomp(mvaric,cor=T)
pca2
```

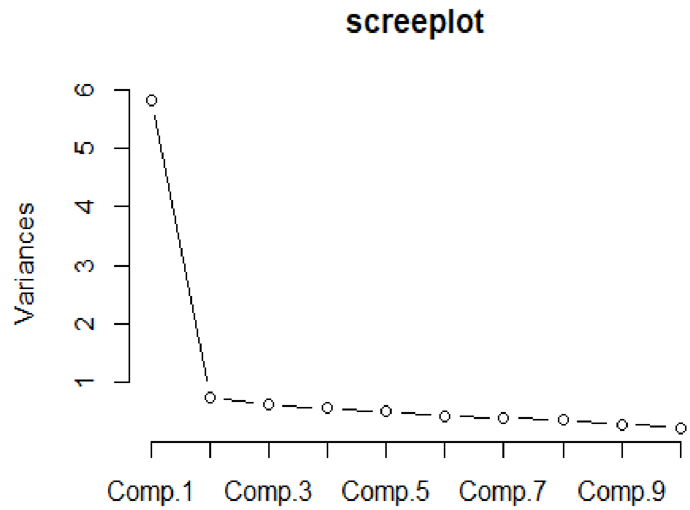
```
## Call:
## princomp(x = mvaric, cor = T)
##
## Standard deviations:
##    Comp.1    Comp.2    Comp.3    Comp.4    Comp.5    Comp.6    Comp.7    C
omp.8
## 2.4132962 0.8689343 0.7928900 0.7532979 0.7082114 0.6585880 0.6306460 0.61
30899
##    Comp.9   Comp.10
## 0.5383369 0.4755210
##
##  10  variables and  522 observations.
```

```
lds <- pca2$loadings
lds
```

```
##
## Loadings:
##            Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9 Co
mp.10
```

```
## BUDAPEST  0.336  0.344         0.186  0.268  0.175  0.191  0.175  0.680  0
.314
## BARANYA   0.314  0.131 -0.244  0.326 -0.507  0.471 -0.413  0.200 -0.164
## BACS      0.308  0.132 -0.639                       0.570        -0.358
## BEKES     0.291 -0.489  0.497  0.114 -0.310         0.448  0.242 -0.136  0
.207
## BORSOD    0.323         0.203  0.164  0.677        -0.265  0.324 -0.394 -0
.190
## CSONGRAD  0.269  0.682  0.420        -0.239 -0.355        -0.194 -0.245
## FEJER     0.328 -0.236 -0.196 -0.254        -0.569 -0.438         0.108  0
.440
## GYOR      0.359 -0.175 -0.113        -0.156 -0.255                0.366 -0
.772
## HAJDU     0.329 -0.234         0.258  0.155  0.131        -0.844         0
.118
## HEVES     0.297         0.110 -0.820         0.457                       -0
.101
##
##                Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Com
p.9
## SS loadings       1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    1.0    
1.0
## Proportion Var    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    0.1    
0.1
## Cumulative Var    0.1    0.2    0.3    0.4    0.5    0.6    0.7    0.8    
0.9
##                Comp.10
## SS loadings        1.0
## Proportion Var     0.1
## Cumulative Var     1.0
```

```
scs <- pca2$scores
screeplot(pca2,type="lines",main="screeplot")
```



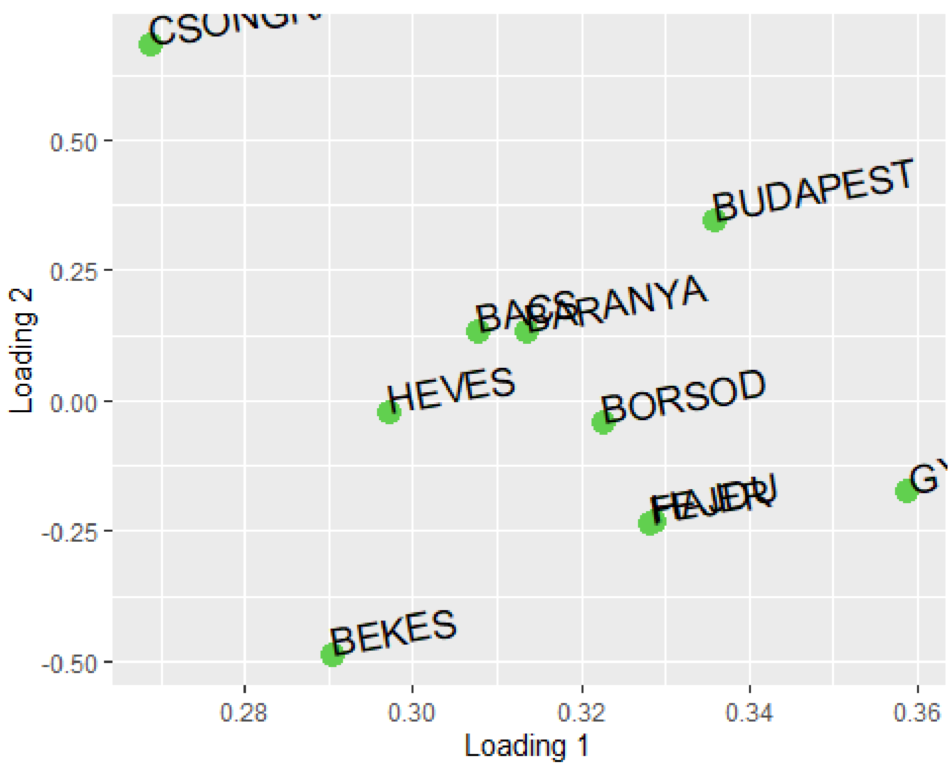

Podemos ver la proporción en que cada componente explica la varianza total: El quiebre de el grafico de componentes principales permite determinar que el quiebre está en el tercer o cuarto componente.

```
varpca2<-(pca2$sdev)^2
vtpca2<-sum(varpca2)
popca2<-varpca2/vtpca2
varpca2

##    Comp.1    Comp.2    Comp.3    Comp.4    Comp.5    Comp.6    Comp.7    C
omp.8
## 5.8239987 0.7550469 0.6286746 0.5674577 0.5015634 0.4337382 0.3977144 0.37
58792
##    Comp.9   Comp.10
## 0.2898066 0.2261203

vtpca2

## [1] 10

popca2

##     Comp.1     Comp.2     Comp.3     Comp.4     Comp.5     Comp.6     Comp
.7
## 0.58239987 0.07550469 0.06286746 0.05674577 0.05015634 0.04337382 0.039771
44
##     Comp.8     Comp.9    Comp.10
## 0.03758792 0.02898066 0.02261203
```

Usando el principio de Pareto, podemos decidir solamente tomar los componentes del modelo de análisis por componentes principales hasta donde el total de la varianza sea igual al 80 % , en este caso se tomaría hasta la componente número 3 , que suma 72.06% de la varianza (58.23+7.55+6.28) .

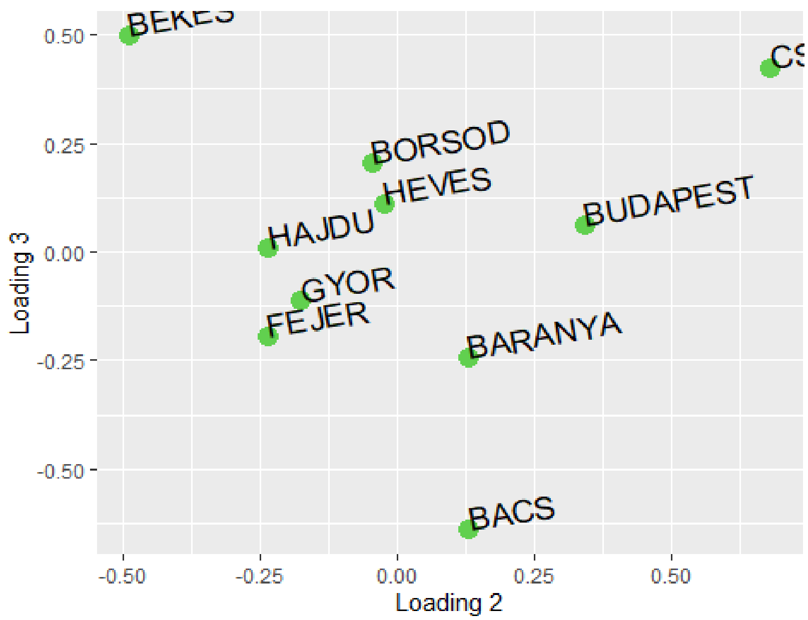
Grafico Sectores por los primeros dos loadings Sacar los 3 pares de graficos C1-C2 , C2-C3 , C1-C3

```
C <- as.data.frame(cbind(lds[,1],lds[,2]))
C

##                 V1          V2
## BUDAPEST 0.3359339  0.34381675
## BARANYA  0.3136152  0.13073070
## BACS     0.3078807  0.13207901
## BEKES    0.2906153 -0.48876792
## BORSOD   0.3226918 -0.04498673
## CSONGRAD 0.2688433  0.68193882
## FEJER    0.3284033 -0.23574358
## GYOR     0.3589387 -0.17488224
## HAJDU    0.3287373 -0.23365133
## HEVES    0.2972969 -0.02333325

ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=rownames(C))) +
 geom_point(size=4,col=3) +
 geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
 xlab("Loading 1") +
 ylab("Loading 2")
```



Los grupos que logramos identificar son: 1.Bacs , Heaves y Baranya. 2. Jadu ,Fejer y Borsod Budapest ,Gyor y Csongrad son condados que no pertenecen a ningún cluster como tal. Este ultimo condado se puede observar que aporta en gran medida a el loading 2 , mas no al loading 1, mientras que budapest aporte a ambos en alta cantidad , y Gyor aporta mas a el loading 1 que el loading 2.

```
C <- as.data.frame(cbind(lds[,2],lds[,3]))
C

##                   V1           V2
## BUDAPEST  0.34381675  0.060005225
## BARANYA   0.13073070 -0.243735566
## BACS      0.13207901 -0.639361949
## BEKES    -0.48876792  0.497256076
## BORSOD   -0.04498673  0.203127447
## CSONGRAD  0.68193882  0.419778393
## FEJER    -0.23574358 -0.196151970
## GYOR     -0.17488224 -0.113435558
## HAJDU    -0.23365133  0.008218108
## HEVES    -0.02333325  0.109816312

ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=rownames(C))) +
 geom_point(size=4,col=3) +
 geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
 xlab("Loading 2") +
 ylab("Loading 3")
```




El clúster más notorio en este plano es Heves , Borsod ,Gyor ,Fejer y Hajdu.

Se puede observar igualmente que Csongrad aporta tanto para el loading 2 como para el loading 3

```
C <- as.data.frame(cbind(lds[,1],lds[,3]))
C

##                 V1           V2
## BUDAPEST 0.3359339  0.060005225
## BARANYA  0.3136152 -0.243735566
## BACS     0.3078807 -0.639361949
## BEKES    0.2906153  0.497256076
## BORSOD   0.3226918  0.203127447
## CSONGRAD 0.2688433  0.419778393
## FEJER    0.3284033 -0.196151970
## GYOR     0.3589387 -0.113435558
## HAJDU    0.3287373  0.008218108
## HEVES    0.2972969  0.109816312

ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=rownames(C))) +
 geom_point(size=4,col=3) +
 geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
 xlab("Loading 1") +
 ylab("Loading 3")
```

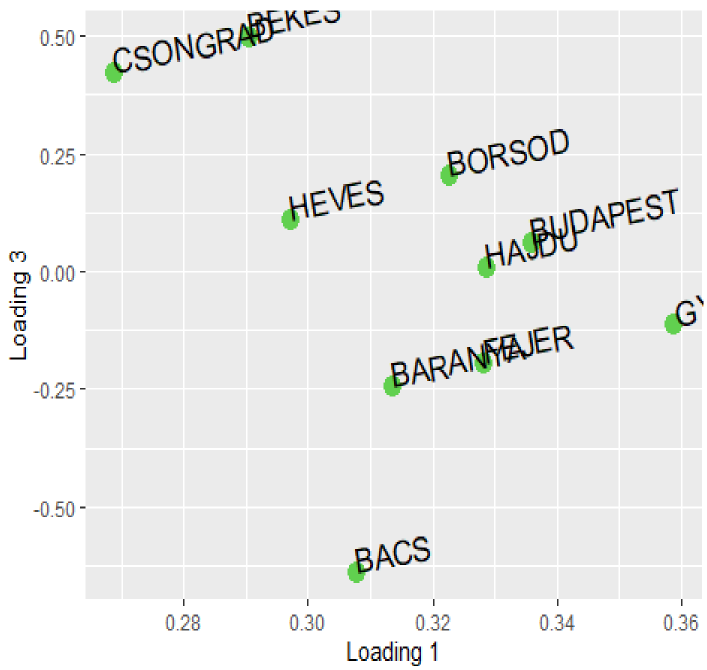
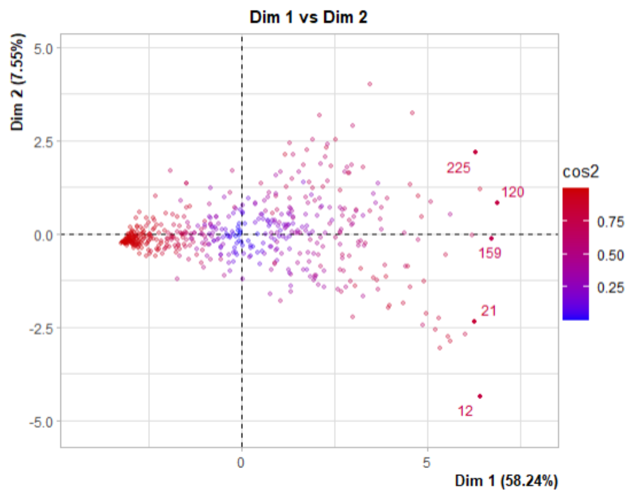


Gráfico Series de tiempo por scores sobre las dos primeras 2 componentes

```
C <- as.data.frame(cbind(scs[,1],scs[,2]))
             palette(rainbow(400))
             ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=substring(rownames(C),1,4))) +
               geom_path() +
               geom_point(size=4,col=1:nrow(C)) +
               geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
               xlab("Scoring 1") +
               ylab("Scoring 2")             palette("default")
```




Se observan los siguientes grupos: 1. Borsod , Hajdu , Budapest , Baranya y Fejer. 2. Csongrad y Beres El condado de gyor aporta mucho al eje numero 1 pero no al eje numero 3

Gráfico Series de tiempo por scores sobre las componentes 1 y 3

```
C <- as.data.frame(cbind(scs[,1],scs[,2]))
              palette(rainbow(400))
              ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=substring(rownames(C),1,4))) +
                geom_path() +
                geom_point(size=4,col=1:nrow(C)) +
                geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
                xlab("Scoring 1") +
                ylab("Scoring 2")

palette("default")
```

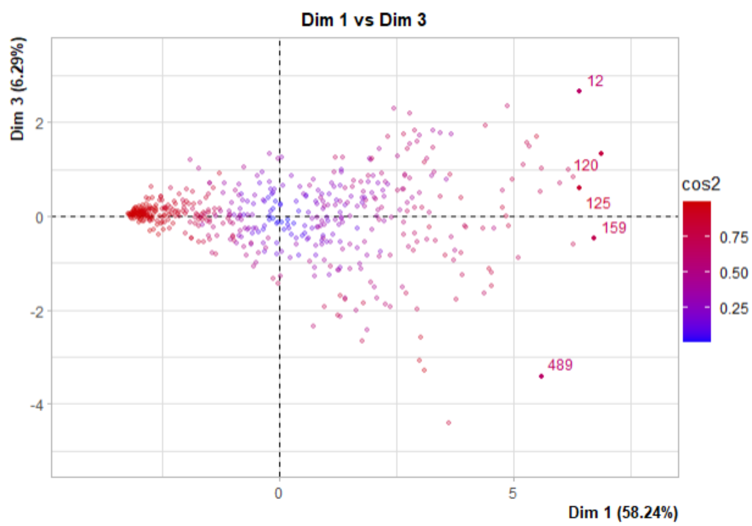
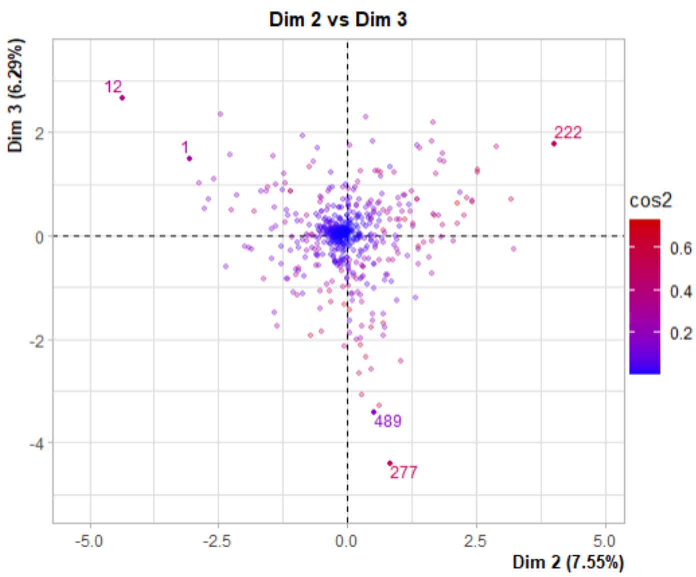


Gráfico Series de tiempo por scores sobre las componentes 2 y 3

```
C <- as.data.frame(cbind(scs[,2],scs[,3]))
palette(rainbow(400))
ggplot(C,aes(C[,1],C[,2],label=substring(rownames(C),1,4))) +
  geom_path() +
  geom_point(size=4,col=1:nrow(C)) +
  geom_text(vjust=0,hjust=0,angle = 10,size=5) +
  xlab("Scoring 1") +
  ylab("Scoring 2")palette("default")
```



2. Considere los retornos mensuales del portafolio 1,2, y 5 de Enero 1961 a Septiembre 2011. (Nombre: m-dec15678-6111.txt )

Se carga la libreria.

```
library(MTS)
```

Se cargan el DataSet

```
da=read.table("m-dec15678-6111.txt",header=T)
head(da)
```

```
##       date      dec1      dec5      dec6      dec7      dec8
## 1 19610131  0.058011  0.081767  0.084824  0.087414  0.099884
## 2 19610228  0.029241  0.055524  0.067772  0.079544  0.079434
## 3 19610330  0.025896  0.041304  0.055696  0.065426  0.069637
## 4 19610428  0.005667  0.000780  0.005113  0.022786  0.019822
## 5 19610531  0.019208  0.049590  0.047651  0.031453  0.047365
## 6 19610630 -0.024670 -0.040046 -0.058176 -0.056580 -0.054167
```

Se crea una lista que contiene los deciles 1,5 y 8 de los portafolios que contienen los retornos acciones de las bolsas NYSE, AMEX, y NASDAQ. Cuales valores son transformados mediante logaritmos

```
x=log(da[,2:6]+1)*100
```

Se crea una matriz que contiene los retornos de los deciles 1,5 y 8

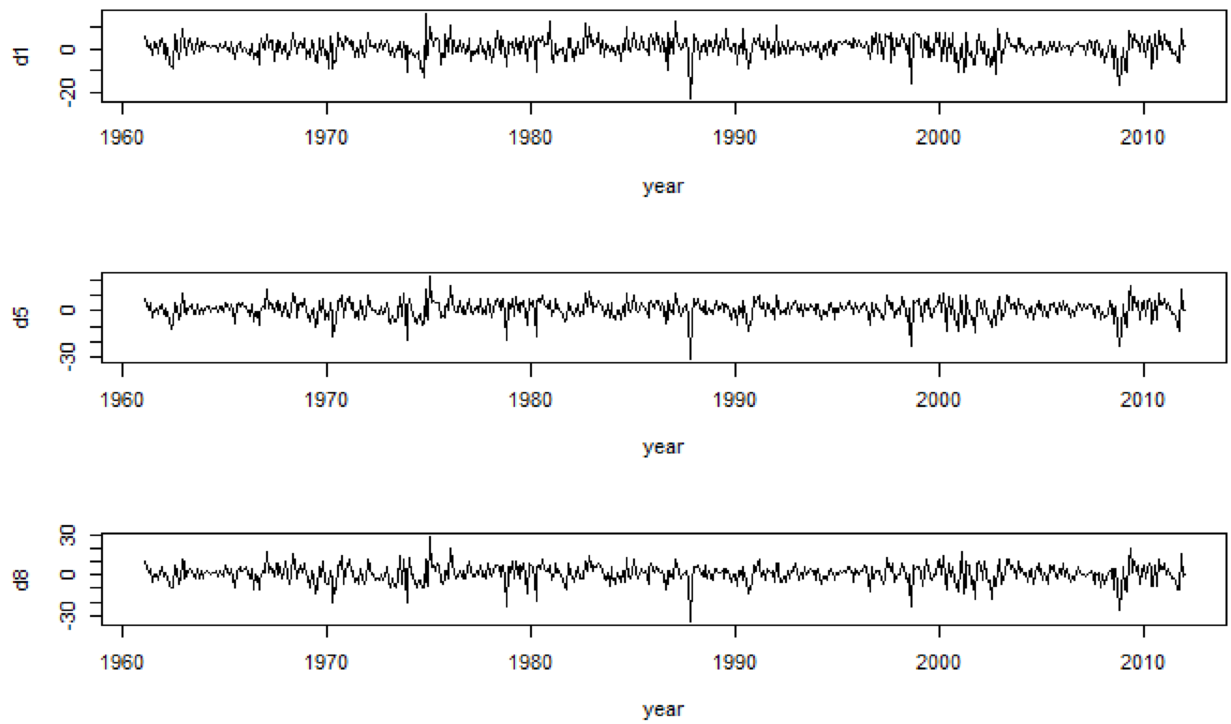
```
rtn=cbind(x$dec1,x$dec5,x$dec8)
```

Luego de ello se genera un vector que actuara como indice temporal, que ira desde 1961 a 2012, donde cada año es dividido en 12 meses.

```
tdx=c(1:612)/12+1961
```

Posterior a ello se grafican los logaritmos de los rendimientos mensuales.

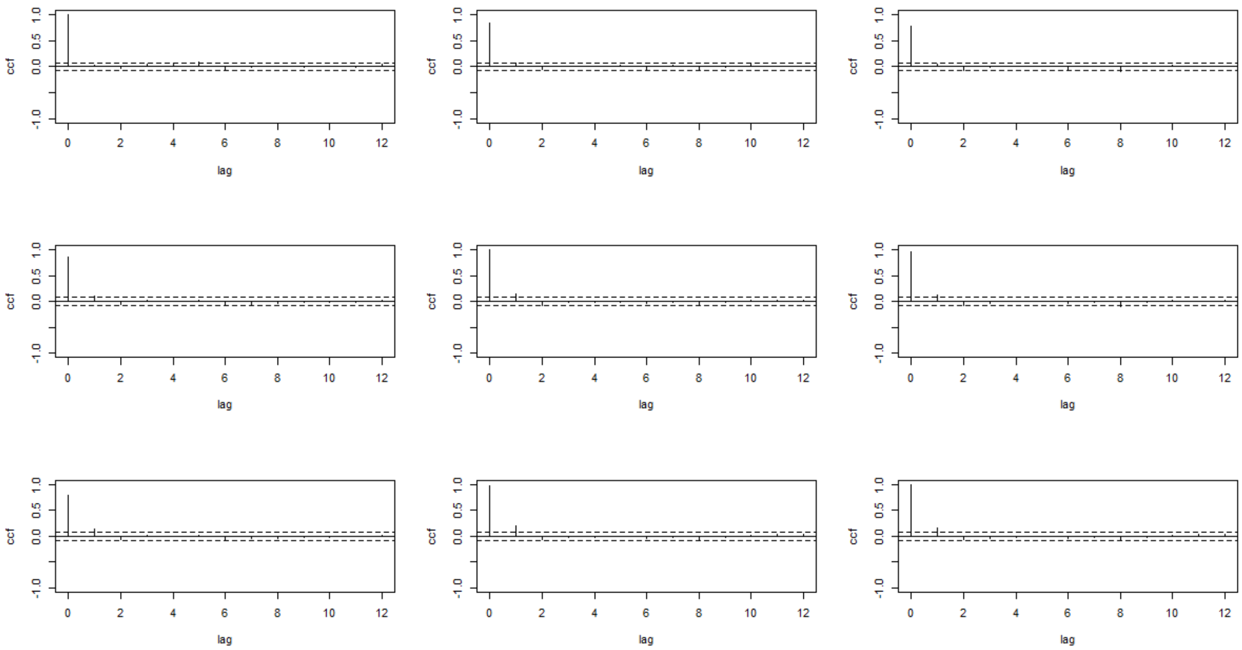
```
par(mfrow=c(3,1))
plot(tdx,rtn[,1],type="l",xlab="year",ylab="d1")
plot(tdx,rtn[,2],type="l",xlab="year",ylab="d5")
plot(tdx,rtn[,3],type="l",xlab="year",ylab="d8")
```



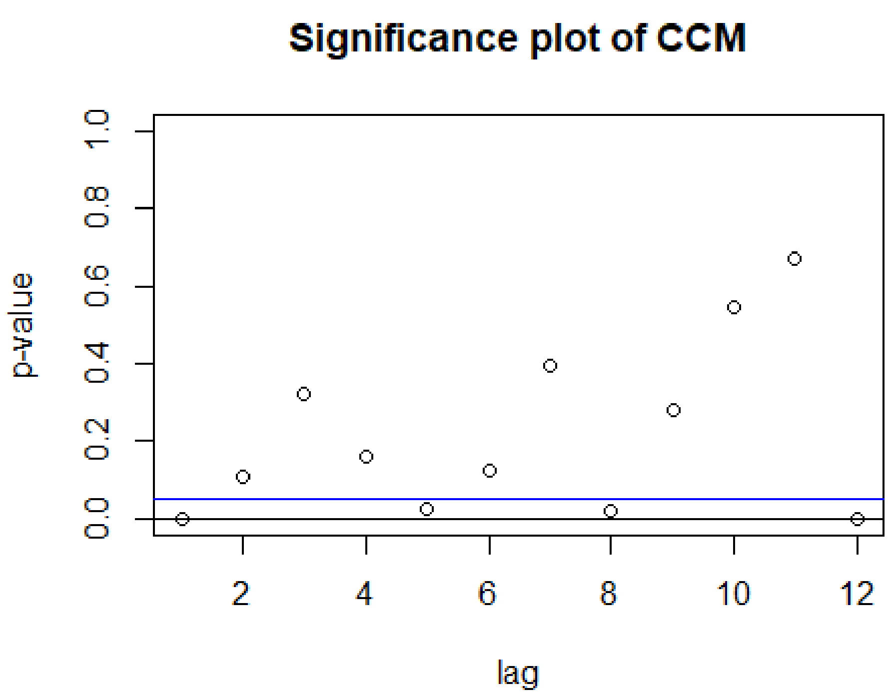

a) Especifique un modelo VMA para el retorno

Para el identificar el orden del modelo primero calcularemos la correlación-cruzada de los retornos

```
ccm(rtn)

## [1] "Covariance matrix:"
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,] 18.4 20.2 21.8
## [2,] 20.2 30.7 34.3
## [3,] 21.8 34.3 41.2
## CCM at lag:  0
##       [,1]  [,2]  [,3]
## [1,] 1.000 0.851 0.791
## [2,] 0.851 1.000 0.964
## [3,] 0.791 0.964 1.000
## Simplified matrix:
## CCM at lag:  1
## . . .
## + + +
## + + +
## CCM at lag:  2
## . . .
## . . .
## . . .
## CCM at lag:  3
```



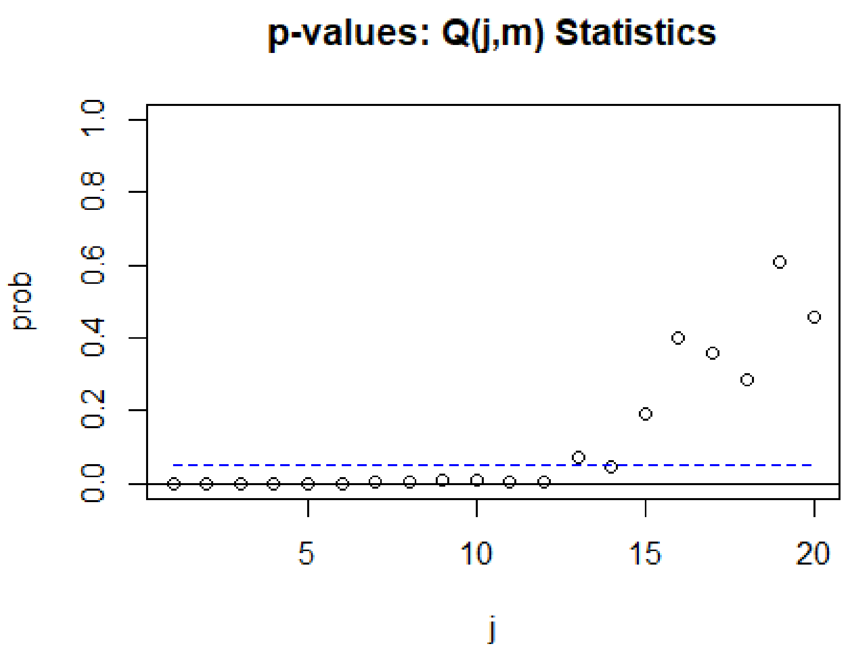

```
## Hit Enter for p-value plot of individual ccm:
```




Gracias al gráfico de correlación cruzada de los retornos se aprecia una dependencia significativa dinámica en el **lag-1**, lo cual es un primer indicativo que un modelo **VMA(1)** sería el apropiado para estas series. No obstante, se resalta que la prueba **Ljung-Box** los **lag-5** y **lag-8** también poseen cierta significancia.

A continuación, se usan los retornos para crear a **zt** y correr el comando **VMAorder**, para especificar el orden del proceso VMA usando la prueba **Ljung-Box**

```
zt <- rtn
VMAorder(zt,lag=20)

## Q(j,m) Statistics:
##            j     Q(j,m)   p-value
##  [1,]   1.00    289.86      0.00
##  [2,]   2.00    245.19      0.00
##  [3,]   3.00    230.80      0.00
##  [4,]   4.00    220.44      0.00
##  [5,]   5.00    207.33      0.00
##  [6,]   6.00    188.41      0.00
##  [7,]   7.00    174.40      0.00
##  [8,]   8.00    164.90      0.00
##  [9,]   9.00    145.01      0.01
## [10,]  10.00    134.08      0.01
## [11,]  11.00    126.17      0.01
## [12,]  12.00    119.47      0.00
## [13,]  13.00     90.13      0.07
## [14,]  14.00     83.01      0.05
## [15,]  15.00     62.89      0.19
## [16,]  16.00     46.80      0.40
## [17,]  17.00     38.47      0.36
## [18,]  18.00     30.68      0.28
## [19,]  19.00     15.79      0.61
## [20,]  20.00      8.76      0.46
```



Podemos ver que se los $Q_k(1{,}20), \ldots, Q_k(12{,}20)$, son significativos al 5, por lo cual los resultados no son concluyentes, sin embargo al como parte del principio de parsimonia y apoyados sobre los resultados de la correlación-cruzada, se determina que el orden del modelo es **VMA(1)**.

b) Haga la estimación del modelo con MV.

Para este punto se utiliza el comando VMA para estimar el modelo usando verosimilitud condicional Gaussiana donde $q = 1$, representa el orden de nuestro modelo.

```
VMA1 <- VMA(zt, q = 1)
```

```
## Number of parameters:  12
## initial estimates:  0.7025 0.8981 0.9552 0.1131 -0.2658 0.1142 0.1528 -0.5
369 0.242 0.1711 -0.7186 0.3289
## Par. Lower-bounds:  0.495 0.634 0.6518 0.0185 -0.4344 -0.0118 0.0324 -0.75
15 0.0815 0.0327 -0.9651 0.1445
## Par. Upper-bounds:  0.9099 1.1622 1.2586 0.2077 -0.0972 0.2402 0.2733 -0.3
223 0.4025 0.3095 -0.472 0.5132
## Final   Estimates:  0.7158762 0.9198663 0.9833664 0.07989616 -0.2626063 0.
1257202 0.1041787 -0.535717 0.26051 0.1213884 -0.7180216 0.3481091
##
## Coefficient(s):
##        Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##  [1,]   0.71588     0.18333    3.905 9.43e-05 ***
##  [2,]   0.91987     0.25930    3.548 0.000389 ***
##  [3,]   0.98337     0.30212    3.255 0.001134 **
##  [4,]   0.07990     0.07552    1.058 0.290087
##  [5,]  -0.26261     0.13723   -1.914 0.055662 .
##  [6,]   0.12572     0.10209    1.232 0.218133
##  [7,]   0.10418     0.09690    1.075 0.282321
##  [8,]  -0.53572     0.17257   -3.104 0.001907 **
##  [9,]   0.26051     0.12794    2.036 0.041738 *
## [10,]   0.12139     0.11230    1.081 0.279733
## [11,]  -0.71802     0.20017   -3.587 0.000334 ***
## [12,]   0.34811     0.14863    2.342 0.019176 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  0.7158762 0.9198663 0.9833664
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##        [,1]   [,2]  [,3]
## [1,] 0.0799 -0.263 0.126
## [2,] 0.1042 -0.536 0.261
## [3,] 0.1214 -0.718 0.348
##
## Residuals cov-matrix:
```

```
##           [,1]     [,2]     [,3]
## [1,] 18.21362 19.76509 21.13788
## [2,] 19.76509 29.54105 32.70033
## [3,] 21.13788 32.70033 39.00978
## ----
## aic=  6.026387
## bic=  6.11299
```

Podemos decir entonces que el modelo estimado por verosimilitud condicional Gaussiana esta dado por:

$$z_t = \begin{bmatrix} 0.72 \\ 0.92 \\ 0.98 \end{bmatrix} + a_t - \begin{bmatrix} 0.080 & -0.263 & 0.126 \\ 0.104 & -0.536 & 0.261 \\ 0.121 & -0.718 & 0.348 \end{bmatrix} a_{t-1}, \hat{\sum}_a = \begin{bmatrix} 18.214 & 19.765 & 21.138 \\ 19.765 & 29.541 & 32.700 \\ 21.138 & 32.700 & 39.001 \end{bmatrix}$$

c) Refine el modelo para una t mayor 1.645.

Haciendo uso del comando **refVMA** se refinara el modelo haciendo 0 a todos aquellos parametros no significativos (inferiores) para un umbral de 1.645.

```
r.VMA <- refVMA(VMA1, thres = 1.645)

## Number of parameters:  8
## initial estimates:  0.7159 0.9199 0.9834 0.2626 0.5357 -0.2605 0.718 -0.34
81
## Par. Lower-bounds:  0.3492 0.4013 0.3791 -0.0118 0.1906 -0.5164 0.3177 -0.
6454
## Par. Upper-bounds:  1.0825 1.4385 1.5876 0.5371 0.8809 -0.0046 1.1184 -0.0
508
## Final   Estimates:  0.7147405 0.9180014 0.9817448 0.01265214 0.2603929 -0.
2741884 0.3176887 -0.3695367
##
## Coefficient(s):
##    Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##     0.71474     0.17130    4.172 3.01e-05 ***
##     0.91800     0.23515    3.904 9.46e-05 ***
##     0.98174     0.28688    3.422 0.000621 ***
##     0.01265     0.03280    0.386 0.699654
##     0.26039     0.09348    2.786 0.005342 **
##    -0.27419     0.07238   -3.788 0.000152 ***
##     0.31769     0.11777    2.697 0.006987 **
##    -0.36954     0.09280   -3.982 6.83e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  0.7147405 0.9180014 0.9817448
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##      [,1]   [,2]   [,3]
```

```
## [1,]    0 0.0127  0.000
## [2,]    0 0.2604 -0.274
## [3,]    0 0.3177 -0.370
##
## Residuals cov-matrix:
##          [,1]     [,2]     [,3]
## [1,] 18.46597 20.24380 21.73191
## [2,] 20.24380 30.78095 34.31556
## [3,] 21.73191 34.31556 41.12705
## ----
## aic=  6.098651
## bic=  6.156386
```

d) Escriba el modelo ajustado

El modelo refinado esta dado entonces por:

$$z_t = \begin{bmatrix} 0.715 \\ 0.918 \\ 0.982 \end{bmatrix} + a_t - \begin{bmatrix} 0 & 0.0127 & 0.000 \\ 0 & 0.2604 & -0.274 \\ 0 & 0.3177 & -0.370 \end{bmatrix} a_{t-1}, \hat{\sum}_a = \begin{bmatrix} 18.467 & 20.245 & 21.732 \\ 20.245 & 30.781 & 34.316 \\ 21.733 & 34.321 & 41.127 \end{bmatrix}$$

e) Use el modelo para pronosticar los retornos

```
prd.VMA <- VMApred(r.VMA)

## Forecasts at origin:  612
## [1] 0.7165 0.8994 0.9521
## Standard Errors of predictions:
## [1] 4.297 5.548 6.413
```

**Tabla comparativa entre el promedio del retorno y su estimado**

| Decil | Promedio retorno | Promedio predicción | % de diferencia |
|---|---|---|---|
| dec1 | 0.7143 | 0.7165 | 0.003 |
| dec5 | 0.9171 | 0.8994 | 0.019 |
| dec8 | 0.9805 | 0.9521 | 0.028 |

**Tabla comparativa entre la desviación estándar del retorno y su estimado**

| Decil | sd retorno | sd predicción | % de diferencia |
|---|---|---|---|
| dec1 | 4.297 | 4.294 | 0.000 |
| dec5 | 5.548 | 5.536 | 0.002 |
| dec8 | 6.413 | 6.418 | 0.000 |

Se aprecia fatalmente que la diferencia entre los valores estimados para el vector $\mu$, como la desviación estandár $\sigma$, no superan el 5 de diferencia, por lo que es posible hablar de nuestro modelo estimado se ajsuta correctamente a un proceso $VMA$ para los retornos de las acciones de las bolsas NYSE, AMEX, y NASDAQ entre 1961 y 2012.

f) Obtenga los intervalos de confianza del 95%.

Los intervalos de confianza del 95% para nuestro modelo están dados por:

**Limite superior**.

```
upper<-prd.VMA$pred+1.96*prd.VMA$se

upper

##          [,1]     [,2]     [,3]
## [1,] 9.13902 11.77361 13.52163
```

**Limite inferior**.

```
lower<-prd.VMA$pred-1.96*prd.VMA$se
lower

##            [,1]      [,2]      [,3]
## [1,] -7.706022 -9.974776 -11.61748
```

**Tabla de intervalos de confianza del 95 % para los retornos**.

| Decil | Estimado | Lim. Inferior | Lim. Superior |
|---|---|---|---|
| dec1 | 0.714 | -7.706 | 9.139 |
| dec5 | 0.917 | -9.975 | 11.774 |
| dec8 | 0.981 | -11.617 | 13.522 |

En otras palabras:

- El 95% de los retornos estará entre $-7.706$ y $9.139$ para el decil 1.
- El 95% de los retornos estará entre $-9.975$ y $11.774$ para el decil 5.
- El 95% de los retornos estará entre $-11.617$ y $13.522$ para el decil 8.

Estos intervalos de confianza son bastantes amplios debido a que la desviación estándar es grande para cada valor de $\mu$.

3.Haga una simulación de un modelo VARMA(2,1)

Se carga la librería

```
library(MTS)
```

Se establecen los parámetros del modelo VARMA(2,1), que tiene la forma:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

```
p1=matrix(c(.816,-1.116,-.623,1.074),2,2)
p2=matrix(c(-.643,.615,.592,-.133),2,2)
phi=cbind(p1,p2)
t1=matrix(c(0,-.801,-1.248,0),2,2)
Sig=matrix(c(4,2,2,5),2,2)
```

Cuyos parametros son:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.816 & -0.623 \\ -1.116 & 1.074 \end{bmatrix}, \phi_2 = \begin{bmatrix} -0.643 & 0.592 \\ 0.615 & -0.133 \end{bmatrix}, \theta_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1.248 \\ -0.801 & 0 \end{bmatrix}, \sum_a = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

a) Genere 500 muestras del modelo VARMA(2,1).

Se establece una semilla para que sea posible replicar los resultados de la simulación, esta simulación se lleva a cabo con 500 muestras.

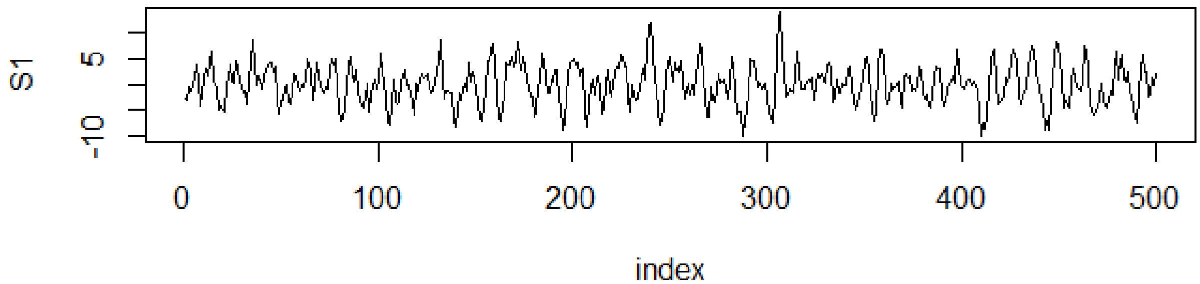
```
set.seed(123)
m1=VARMAsim(500,arlags=c(1,2),malags=c(1),phi=phi,
                theta=t1,sigma=Sig)
```

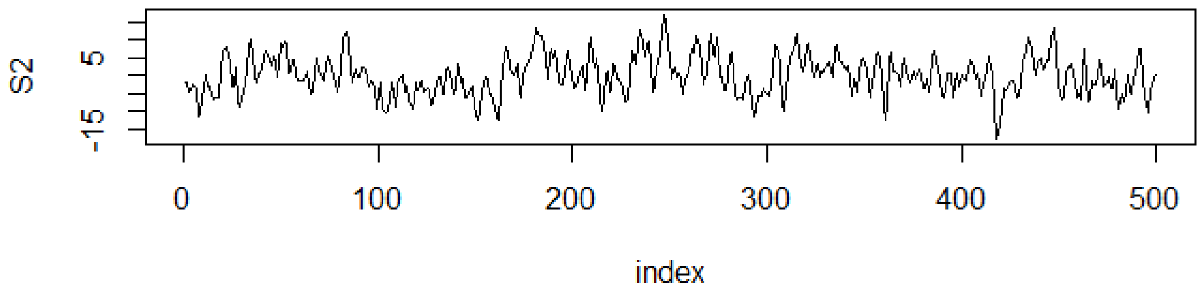
A continuación, se extraen los valores de las series calculadas por la simulación.

```
zt = m1$series
```

Luego de esto se visualizan las series simuladas.

```
par(mfrow=c(2,1))
plot(zt[,1],type="l",xlab="index",ylab="S1")
plot(zt[,2],type="l",xlab="index",ylab="S2")
```




b) Ajuste el modelo VARMA(2,1))

Para ajustar el modelo VARMA utilizamos el siguiente comando. Donde $p$ es el orden del modelo autoregresivo y $q$ es el orden del modelo de promedio móvil.

```
m2 = VARMA(zt,p=2,q=1)

## Number of parameters:  14
## initial estimates:  0.044 0.047 0.8812 -0.4603 -0.6048 0.4338 -1.1538 1.10
59 0.6403 -0.175 -0.1188 1.0655 0.7111 0.0039
## Par. lower-bounds:  -0.1469 -0.1637 0.7628 -0.5948 -0.731 0.3179 -1.2845 0
.9573 0.5009 -0.3029 -0.2772 0.9018 0.5362 -0.1769
## Par. upper-bounds:  0.2348 0.2577 0.9996 -0.3257 -0.4785 0.5497 -1.0231 1.
2545 0.7797 -0.047 0.0396 1.2292 0.886 0.1847
## Final   Estimates:  -0.02464951 -0.02234764 0.7976173 -0.5816991 -0.622185
6 0.5497242 -1.222008 1.098673 0.6872336 -0.1584941 0.03963374 1.150714 0.825
841 -0.008606726
##
## Coefficient(s):
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##  [1,] -0.024650    0.179965   -0.137   0.8911
##  [2,] -0.022348    0.150164   -0.149   0.8817
##  [3,]  0.797617    0.095762    8.329  < 2e-16 ***
##  [4,] -0.581699    0.104687   -5.557 2.75e-08 ***
##  [5,] -0.622186    0.117103   -5.313 1.08e-07 ***
##  [6,]  0.549724    0.080537    6.826 8.75e-12 ***
##  [7,] -1.222008    0.075164  -16.258  < 2e-16 ***
##  [8,]  1.098673    0.087665   12.533  < 2e-16 ***
```

```
##  [9,]  0.687234    0.097231    7.068 1.57e-12 ***
## [10,] -0.158494    0.063948   -2.478   0.0132 *
## [11,]  0.039634    0.095627    0.414   0.6785
## [12,]  1.150714    0.106489   10.806  < 2e-16 ***
## [13,]  0.825841    0.074845   11.034  < 2e-16 ***
## [14,] -0.008607    0.095364   -0.090   0.9281
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  -0.02464951 -0.02234764
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,]  0.798 -0.582
## [2,] -1.222  1.099
## AR( 2 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,] -0.622  0.550
## [2,]  0.687 -0.158
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##         [,1]     [,2]
## [1,] -0.0396 -1.15071
## [2,] -0.8258  0.00861
##
## Residuals cov-matrix:
##          [,1]     [,2]
## [1,] 3.915255 1.952316
## [2,] 1.952316 5.268900
## ----
## aic=  2.878423
## bic=  2.996432
```

Al ajustar nuestro modelo tenemos que este dado por:

$$z_t = \begin{bmatrix} -0.025 \\ -0.022 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.798 & -0.582 \\ -1.222 & 1.099 \end{bmatrix} z_{t-1} + \begin{bmatrix} -0.622 & 0.550 \\ 0.687 & -0.158 \end{bmatrix} z_{t-2} + a_t - \begin{bmatrix} -0.040 & -1.151 \\ -0.826 & 0.009 \end{bmatrix} a_{t-1}, \hat{\Sigma}_a = \begin{bmatrix} 3.915 & 1.952 \\ 1.952 & 5.269 \end{bmatrix}$$

Podemos ver con claridad que las diferencias entre las matrices $\phi_1$, $\phi_2$, $\theta_1$ y $sigma$ son minimas, por lo que se puede hablar que existe un buen ajuste del modelo

c) Escriba los modelos ajustados

Haciendo uso del comando **refVARMA** se refinará el modelo haciendo 0 a todos aquellos parámetros no significativos (inferiores) para un umbral de 0.8. Este modelo se refinará múltiples veces para verificar la calidad del mismo mediante el uso de los criterios de información $AIC$ y $BIC$.

```
m2a = refVARMA(m2,thres=0.8)
```

```
## Number of parameters:  10
## initial estimates:  0.7976 -0.5817 -0.6222 0.5497 -1.222 1.0987 0.6872 -0.
1585 1.1507 0.8258
## Par. lower-bounds:  0.6061 -0.7911 -0.8564 0.3887 -1.3723 0.9233 0.4928 -0
.2864 0.9377 0.6762
## Par. upper-bounds:  0.9891 -0.3723 -0.388 0.7108 -1.0717 1.274 0.8817 -0.0
306 1.3637 0.9755
## Final   Estimates:  0.8183532 -0.6335804 -0.6677967 0.5923068 -1.183326 1.
084903 0.6466335 -0.1499602 1.212943 0.7742532
##
## Coefficient(s):
##   Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##    0.81835     0.02829   28.924  < 2e-16 ***
##   -0.63358     0.09837   -6.441 1.19e-10 ***
##   -0.66780     0.06805   -9.813  < 2e-16 ***
##    0.59231     0.08416    7.038 1.95e-12 ***
##   -1.18333     0.06239  -18.967  < 2e-16 ***
##    1.08490     0.03267   33.208  < 2e-16 ***
##    0.64663     0.05535   11.683  < 2e-16 ***
##   -0.14996     0.02668   -5.620 1.91e-08 ***
##    1.21294     0.10116   11.990  < 2e-16 ***
##    0.77425     0.06497   11.916  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  0 0
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,]  0.818 -0.634
## [2,] -1.183  1.085
## AR( 2 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,] -0.668  0.592
## [2,]  0.647 -0.150
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##        [,1]  [,2]
## [1,]  0.000 -1.21
## [2,] -0.774  0.00
##
## Residuals cov-matrix:
##          [,1]     [,2]
## [1,] 3.946365 1.966623
## [2,] 1.966623 5.275611
## ----
## aic=  2.870379
## bic=  2.954671
```

El modelo refinado **m2a** del modelo **m1** con $thres = 0.8$, por lo cual todos los coeficientes que tengan un $tvalue$ menor a 0.8 fueron reducidos a 0 este dado por:

$$z_t = \begin{bmatrix} 0.818 & -0.634 \\ -1.183 & 1.085 \end{bmatrix} z_{t-1} + \begin{bmatrix} -0.668 & 0.592 \\ 0.647 & -0.150 \end{bmatrix} z_{t-2} + a_t - \begin{bmatrix} 0.00 & -1.21 \\ -0.774 & 0.00 \end{bmatrix} a_{t-1}, \hat{\Sigma}_a = \begin{bmatrix} 3.946 & 1.967 \\ 1.967 & 5.276 \end{bmatrix}$$

```
m2b = refVARMA(m2a,thres=1)

## Number of parameters:  10
## initial estimates:  0.8184 -0.6336 -0.6678 0.5923 -1.1833 1.0849 0.6466 -0
.15 1.2129 0.7743
## Par. lower-bounds:  0.7618 -0.8303 -0.8039 0.424 -1.3081 1.0196 0.5359 -0.
2033 1.0106 0.6443
## Par. upper-bounds:  0.8749 -0.4368 -0.5317 0.7606 -1.0586 1.1502 0.7573 -0
.0966 1.4153 0.9042
## Final   Estimates:  0.8183533 -0.6335805 -0.6677967 0.5923064 -1.183326 1.
084903 0.6466338 -0.1499607 1.212943 0.7742531
##
## Coefficient(s):
##   Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##    0.81835     0.02829   28.924  < 2e-16 ***
##   -0.63358     0.09838   -6.440 1.19e-10 ***
##   -0.66780     0.06805   -9.813  < 2e-16 ***
##    0.59231     0.08416    7.038 1.95e-12 ***
##   -1.18333     0.06239  -18.967  < 2e-16 ***
##    1.08490     0.03267   33.208  < 2e-16 ***
##    0.64663     0.05535   11.683  < 2e-16 ***
##   -0.14996     0.02668   -5.620 1.91e-08 ***
##    1.21294     0.10116   11.990  < 2e-16 ***
##    0.77425     0.06497   11.916  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  0 0
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,]  0.818 -0.634
## [2,] -1.183  1.085
## AR( 2 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,] -0.668  0.592
## [2,]  0.647 -0.150
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##        [,1]  [,2]
## [1,]  0.000 -1.21
## [2,] -0.774  0.00
##
```

```
## Residuals cov-matrix:
##          [,1]     [,2]
## [1,] 3.946365 1.966622
## [2,] 1.966622 5.275611
## ----
## aic=  2.870379
## bic=  2.954671
```

El modelo refinado **m2b** del modelo **m2a** con $thres = 1$ este dado por:

$$z_t = \begin{bmatrix} 0.818 & -0.634 \\ -1.183 & 1.085 \end{bmatrix} z_{t-1} + \begin{bmatrix} -0.668 & 0.592 \\ 0.647 & -0.150 \end{bmatrix} z_{t-2} + a_t - \begin{bmatrix} 0.00 & -1.21 \\ -0.774 & 0.00 \end{bmatrix} a_{t-1}, \hat{\Sigma}_a = \begin{bmatrix} 3.946 & 1.967 \\ 1.967 & 5.276 \end{bmatrix}$$

```
m2c = refVARMA(m2b,thres=1)

## Number of parameters:  10
## initial estimates:  0.8184 -0.6336 -0.6678 0.5923 -1.1833 1.0849 0.6466 -0
.15 1.2129 0.7743
## Par. lower-bounds:  0.7618 -0.8303 -0.8039 0.424 -1.3081 1.0196 0.5359 -0.
2033 1.0106 0.6443
## Par. upper-bounds:  0.8749 -0.4368 -0.5317 0.7606 -1.0586 1.1502 0.7573 -0
.0966 1.4153 0.9042
## Final   Estimates:  0.8183533 -0.6335805 -0.6677967 0.5923064 -1.183326 1.
084903 0.6466338 -0.1499607 1.212943 0.7742531
##
## Coefficient(s):
##   Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
##    0.81835     0.02829   28.924  < 2e-16 ***
##   -0.63358     0.09837   -6.440 1.19e-10 ***
##   -0.66780     0.06805   -9.813  < 2e-16 ***
##    0.59231     0.08416    7.038 1.95e-12 ***
##   -1.18333     0.06239  -18.967  < 2e-16 ***
##    1.08490     0.03267   33.208  < 2e-16 ***
##    0.64663     0.05535   11.683  < 2e-16 ***
##   -0.14996     0.02668   -5.620 1.91e-08 ***
##    1.21294     0.10116   11.990  < 2e-16 ***
##    0.77425     0.06497   11.916  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## ---
## Estimates in matrix form:
## Constant term:
## Estimates:  0 0
## AR coefficient matrix
## AR( 1 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,]  0.818 -0.634
## [2,] -1.183  1.085
## AR( 2 )-matrix
##        [,1]   [,2]
## [1,] -0.668  0.592
```

```
## [2,]  0.647 -0.150
## MA coefficient matrix
## MA( 1 )-matrix
##        [,1]  [,2]
## [1,]  0.000 -1.21
## [2,] -0.774  0.00
##
## Residuals cov-matrix:
##          [,1]     [,2]
## [1,] 3.946365 1.966622
## [2,] 1.966622 5.275611
## ----
## aic=  2.870379
## bic=  2.954671
```

El modelo refinado **m2c** del modelo **m2b** con $thres = 1$ este dado por:

$$z_t = \begin{bmatrix} 0.818 & -0.634 \\ -1.183 & 1.085 \end{bmatrix} z_{t-1} + \begin{bmatrix} -0.668 & 0.592 \\ 0.647 & -0.150 \end{bmatrix} z_{t-2} + a_t - \begin{bmatrix} 0.00 & -1.21 \\ -0.774 & 0.00 \end{bmatrix} a_{t-1}, \widehat{\Sigma}_a = \begin{bmatrix} 3.946 & 1.967 \\ 1.967 & 5.276 \end{bmatrix}$$

**Tabla comparativa de los criterios de información de los modelos VARMA(2,1)**

| Modelo | AIC | BIC | Umbral |
|---|---|---|---|
| m1 | 2.87 | 2.99 | Sin refinar |
| m2a | 2.87 | 2.95 | 0.8 |
| m2b | 2.87 | 2.95 | 1 |
| m2c | 2.87 | 2.95 | 1 |

Esta tabla nos permite apreciar que no existe ningún cambio en los valores de las matrices $\phi_1, \phi_2, \theta_1$ y $sigma$,pues el **thres=1** establecido es muy bajo y todos los valores para el modelo refinado son significativos, por lo que no tiene sentido incrementarlo. No obstante, los criterios de información muestran que existe una pequeña diferencia entre el modelo **refinado** y el **no refinado** como lo muestra la ecuación estimada del modelo **VARMA** y el criterio $BIC$

d) Interprete la FACE de los residuos.

Para calcular el FACE se calcula las matrices de correlación cruzada extendidas y la tabla asociada de dos vías de valores p de las estadísticas Ljung-Box de nuestra serie simulada. Donde ***maxp*** es el orden máximo del orden **AR** y ***maxq*** es el orden máximo del orden **MA**.

```
zt=m1$series
m2=Eccm(zt,maxp=5,maxq=6)
```

```
## p-values table of Extended Cross-correlation Matrices:
## Column: MA order
## Row   : AR order
##        0      1      2      3      4      5      6
## 0 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
## 1 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0002 0.0044
```

```
## 2 0.0000 0.9478 0.8493 0.3954 0.9369 0.4122 0.9717
## 3 0.0000 0.9187 0.6528 0.8545 0.0947 0.9520 0.9931
## 4 0.0002 0.9283 0.9815 0.9081 1.0000 0.8287 0.8726
## 5 0.0009 0.1516 0.9998 1.0000 0.9835 0.9983 0.9964
```

**Tabla de comportamiento asintótico de valores p de dos vías para una serie temporal VARMA(2,1) de dos dimensiones del modelo**

| Orden AR | Orden MA | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | X | X | X | X | X | X | X |
| 1 | X | X | X | X | X | X | X |
| 2 | X | O | O | O | O | O | O |
| 3 | X | O | O | O | O | O | O |
| 4 | X | O | O | O | O | O | O |
| 5 | X | O | O | O | O | O | O |

Esta tabla muestra el patrón asintótico del modelo **VARMA(2,1),** donde $X$ de nota un valor significativo y $O$ un valor no significativo. Se aprecia con claridad que el modelo es un **VARMA(2,1)**, pues los valores significativos de para los procesos **AR** ocupan las primeras 2 filas y los valores significativos del proceso **MA** ocupan la primera columna, es decir que el primer 0 o valor no significativo se encuentra en la fila 2 columna 1.

**Si este proceso se repite sobre los residuales de uno del modelo refinados.**

```
rsd <- m2a$residuals
Eccm(rsd, maxp = 5, maxq = 6)
```

```
## p-values table of Extended Cross-correlation Matrices:
## Column: MA order
## Row   : AR order
##        0      1      2      3      4      5      6
## 0 0.8861 0.7994 0.6640 0.6613 0.5807 0.5252 0.5194
## 1 0.9251 0.8114 0.4400 0.4058 0.4845 0.1684 0.7946
## 2 0.9568 0.6952 0.6685 0.6592 0.9291 0.8471 0.7917
## 3 0.9922 0.8429 0.8698 0.6703 0.9294 0.8077 0.8480
## 4 0.9989 0.9858 0.9991 0.9812 0.4109 0.3910 0.7628
## 5 0.9999 0.9679 0.9999 0.9936 0.6510 0.4906 0.6510
```

Donde se ve evidencia no existe una correlación entre los residuales, pues todos los valores no son significativos al ser ellos mayores que 0.05, es decir los residuales son independientes entre sí.

**Tabla de comportamiento asintótico de valores p de dos vías para una serie temporal VARMA(2,1) de dos dimensiones de los residuales**

| Orden AR | Orden MA | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |