



## Taller #2 de series de tiempo multivariadas aplicadas

Fecha Entrega: 10/05/2021

### Grupo 2

- Juan Pablo Rodríguez
- Yosef Shmuel Guevara salamanca

1. Haga un análisis de la prueba de hipótesis de correlación cruzada. Interprete los resultados.

```
library(MTS)
library(mvtnorm)
```

Con el fin de establecer si existe la presencia de una tendencia, estacionalidad, valores atípicos ó discontinuidades, de tal manera que podamos verificar si las series son estacionarias o no.

```
# Crea una matriz de identidad I(2)
sig=diag(2)
```

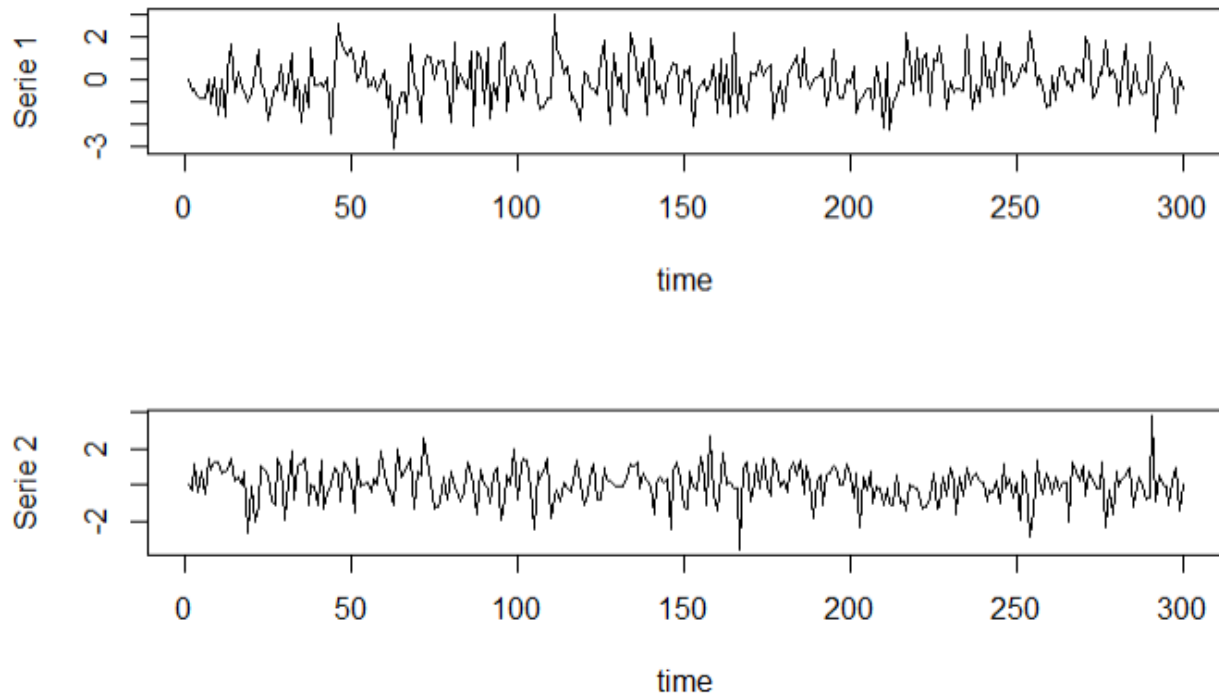
Esta proporciona una función de densidad y un generador de números aleatorios para la distribución normal multivariante con media definida y matriz de covarianza igual a sigma.

```
# Establece una semilla para que el código sea reproducibles
set.seed(753)
x=rmvnorm(300,rep(0,2),sig)
head(x)
```

```
##           [,1]      [,2]
## [1,]  0.009379924  0.007604379
## [2,] -0.493215899 -0.297656241
## [3,] -0.372977119  1.207550043
## [4,] -0.710810573 -0.363314647
## [5,] -0.845900330  0.809566366
## [6,] -0.775860999 -0.522425013
```

Se grafican las series de tiempo

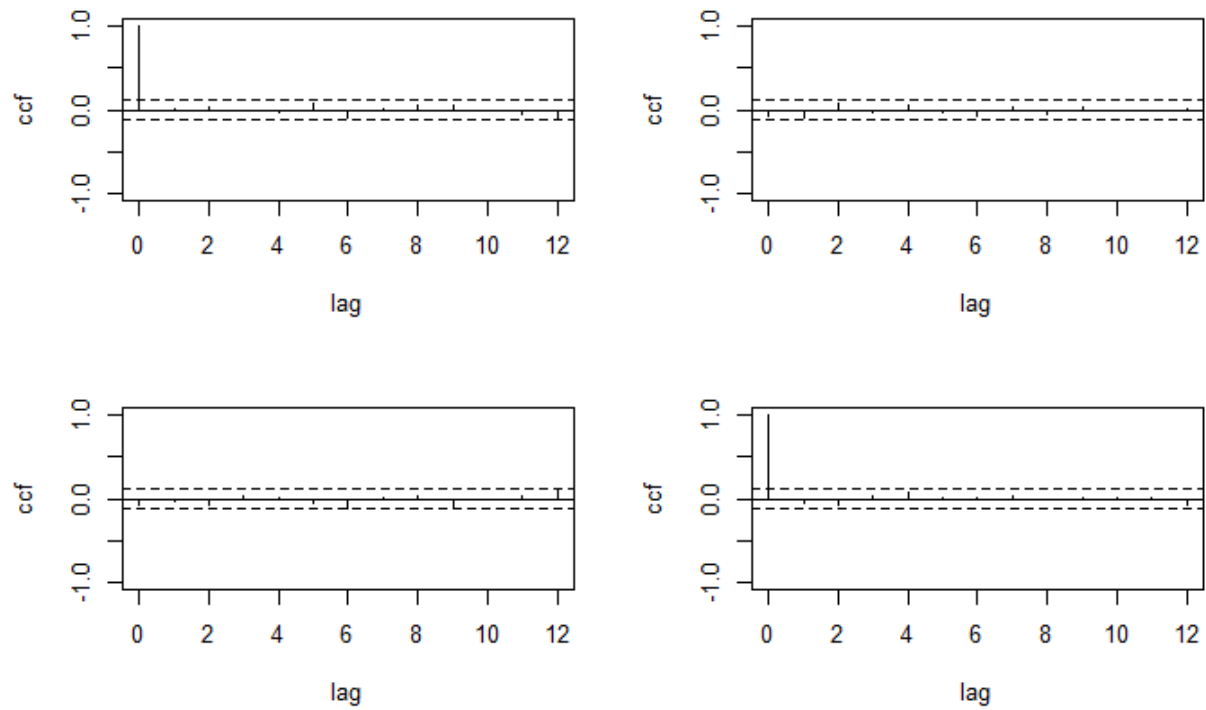
```
colnames(x) <- c("Serie 1", "Serie 2")  
MTSplot(x)
```



Luego de ello podemos realizar el cálculo de las matrices de correlación cruzada mediante el comando CCM, bajo un intervalo de confianza del 95%. Donde en los casos para en que la correlación está por debajo de los límites no existe correlación entre las variables para esos rezagos pues se acepta la hipótesis nula de que la correlación es igual a cero.

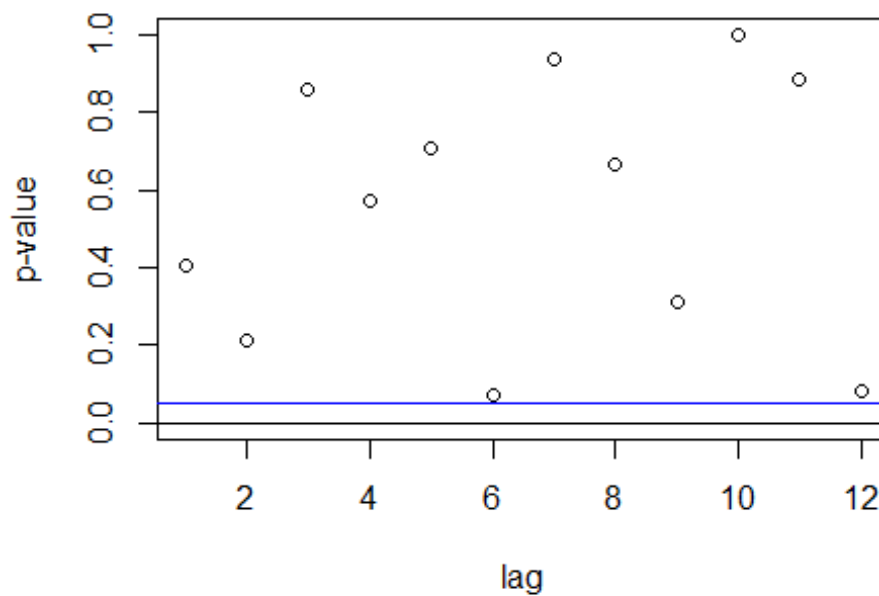
```
ccm(x)  
  
## [1] "Covariance matrix:"  
##      Serie 1 Serie 2  
## Serie 1  1.0324 -0.0827  
## Serie 2 -0.0827  1.0183  
## CCM at lag:  0  
##      [,1] [,2]  
## [1,]  1.0000 -0.0807  
## [2,] -0.0807  1.0000  
## Simplified matrix:  
## CCM at lag:  1  
## . .  
## . .  
## CCM at lag:  2  
## . .  
## . .
```

```
## CCM at lag: 3
```



```
## Hit Enter for p-value plot of individual ccm:
```

### Significance plot of CCM



También podemos comprobarlo detectando la existencia de una dependencia dinámica lineal en la Data. Mediante la prueba Ljung-Box, en la cual:

$H_0$ : Los residuales se distribuyen de forma independiente, la correlación de los datos es 0

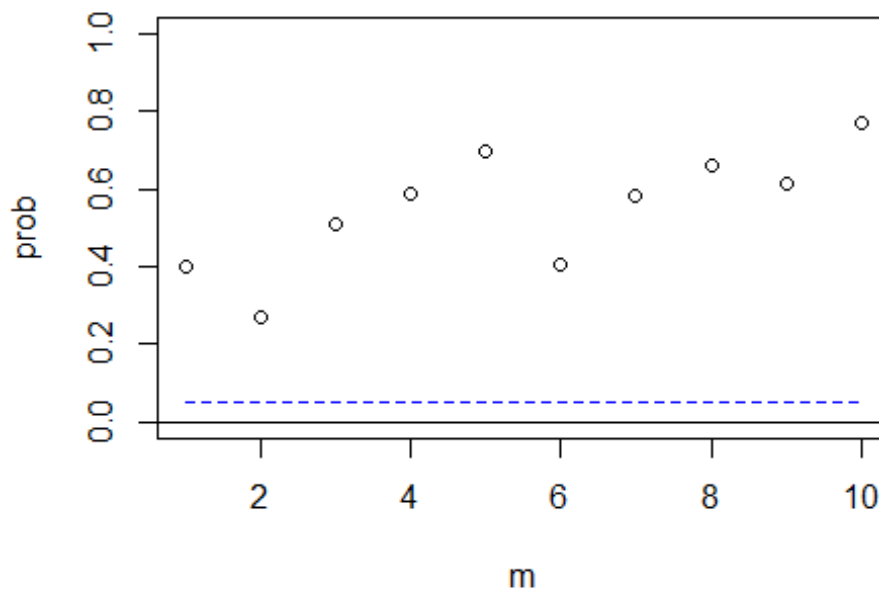
$H_a$ : Los residuales no se distribuyen de forma independiente, los datos muestran una correlación serial.

```
LB <- mq(x, lag = 10)
```

```
## Ljung-Box Statistics:
```

##		m	Q(m)	df	p-value
##	[1,]	1.00	4.05	4.00	0.40
##	[2,]	2.00	9.92	8.00	0.27
##	[3,]	3.00	11.23	12.00	0.51
##	[4,]	4.00	14.15	16.00	0.59
##	[5,]	5.00	16.32	20.00	0.70
##	[6,]	6.00	24.96	24.00	0.41
##	[7,]	7.00	25.79	28.00	0.58
##	[8,]	8.00	28.19	32.00	0.66
##	[9,]	9.00	32.97	36.00	0.61
##	[10,]	10.00	33.12	40.00	0.77

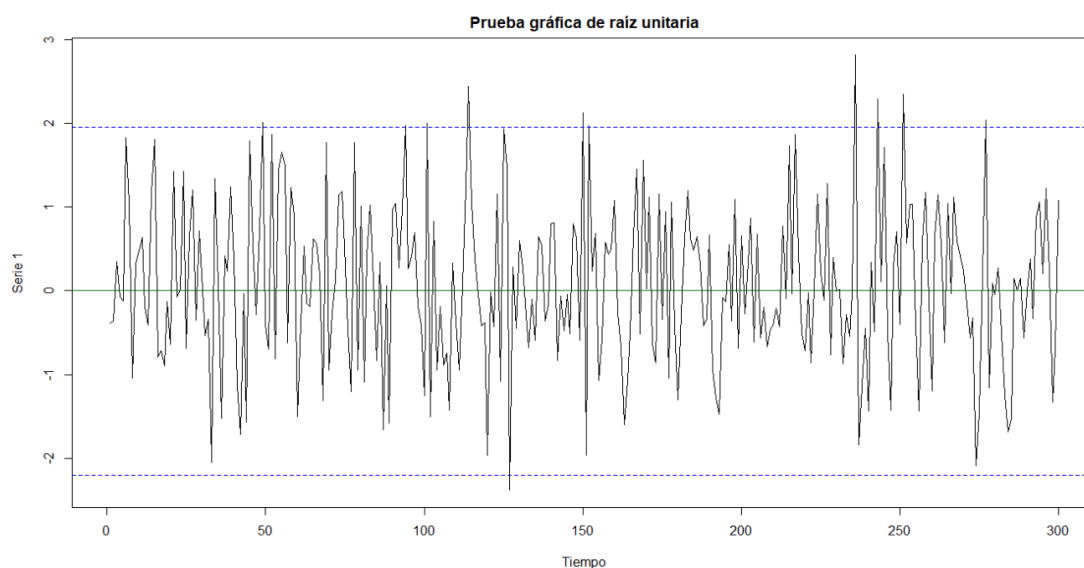
**p-values of Ljung-Box statistics**



Los valores p de  $Q_k(m)$  de la prueba son superiores a 0.05, confirmado que hay hay cero CCM. Por lo que no se rechaza la hipótesis nula para todos los lag, esto significa que los residuales de nuestro modelo son independientes.

## 2. Comente otras pruebas de raíz unitaria

Las Pruebas de raíz unitaria buscan establecer si una serie es estacionaria, aunque siempre es recomendable graficar primero para darnos una idea de su comportamiento



En el grafico anterior podemos ver que la media es aparentemente constante al igual que su varianza.

- **Phillips-Perron:** Es una variante de la prueba de Dickey-Fuller, la cual permite que los errores  $u_t$ , no sean ruido blanco, esta prueba requiere una estimación del espectro del error  $u_t$ , esta hace uso del test de Dickey-Fuller simple, pero el (error estándar), es ajustado por el efecto de las autocorrelaciones estimadas de  $u_t$ , usando ponderación mediante kernel, para cubrir los rezagos utilizados, donde es posible incluir una constante, y una tendencia lineal.

$$\Delta y_t = \beta' D_t + y_{t-1} + u_t$$

$$u_t \sim I(0)$$

Esta prueba no necesita de lags, debido a que esta prueba es robusto a una correlación serial y a heterocedasticidad en los errores  $u_t$ , de la regresión de prueba modificando directamente los estadísticos de prueba  $t_{\pi=0}$  y  $T$  por  $Z_t$  y  $Z_\pi$ .

$$Z_t = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} t_{\pi=0} - \frac{1}{2} \frac{\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \frac{SE(\hat{\pi})T}{\hat{\sigma}^2}$$

$$Z_\pi = T_{\hat{\pi}} - \frac{T^2 SE(\hat{\pi})}{\hat{\sigma}^2} (\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2)$$

Los términos  $\hat{\lambda}^2$  y  $\hat{\sigma}^2$  son estimaciones consistentes de los parámetros de varianza.

$$\lambda^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^T E[u_t^2]$$

$$\lambda^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T E[T^{-1} S_t^2] = LVR$$

$$S_t = \sum_{t=1}^T u_t$$

La varianza muestral de los residuales de los mínimos cuadrados para  $\hat{u}_t$ , es una estimación consistente de  $\hat{\sigma}^2$  y la estimación de la varianza a largo plazo de Newey-West de  $u_t$  utilizando  $\hat{u}_t$  consistente de la estimación de  $\hat{\lambda}^2$ .

Resultado: Bajo la hipótesis nula de que  $H_0: \pi = 0$ , los estadísticos  $Z_t$  y  $Z_\pi$  para la prueba PP. tienen las mismas distribuciones asintóticas que el estadístico  $t$  del ADF y el estadístico de sesgo normalizado. Aunque el 2004 Davison y Mckinnon mostraron que este test no se comporta tan bien como el Dickey-fuller en muestras finitas.

- **Contraste Elliot, Rothenberg and Stock (ERS):**
- 

El estudio del punto óptimo de ERS se basa en la cuasi-regresión de diferenciación que se define.

$$D(Y_t | a) = D(X_t | a)\delta(a) + \varepsilon_t$$

Definir los residuos de la ecuación como  $\hat{\varepsilon}_t(a) = D(Y_t | a) - D(X_t | a)\hat{\delta}(a)$  y dejar que  $SSR(a) = \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2(a)$ , sea la suma de los residuos al cuadrado. El ERS (posible) el punto óptimo de la estadística de prueba de la hipótesis nula que  $a = 1$  frente a la alternativa  $a = \bar{a}$  es definido como:

$$P_t = \frac{SSR(\bar{a}) - \bar{a}SSR(1)}{f_0}$$

Donde  $f_0$ , es un estimador del espectro residual en la frecuencia cero. Para calcular la prueba de ERS, debe especificar el conjunto de regresores exógenos  $x_t$  y un método para estimar  $f_0$ . Los valores críticos para la estadística de prueba ERS se calculan por interpolación de los resultados de la simulación prevista por el ERS para  $T = (50, 100, 200, \infty)$ .

- **KPSS ( Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin):** A diferencia de las pruebas ADF y PP, esta no toma la presencia de una raíz unitaria como hipótesis nula, cabe resaltar que esta prueba es de tendencia estacionaria, pues es posible que la serie temporal no sea estacionaria, no tenga raíz unitaria y , sin embargo, tenga tendencia estacionaria, es decir que la media puede crecer o disminuir en el tiempo como producto de una perturbación pero siempre convergerá a la media.

$$y_t = \beta' D_t + \mu_t + u_t, u_t \sim I(0)$$

$$u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Siendo  $D_t$  el componente determinístico y el contraste de hipótesis:

$$H_0: \sigma_\varepsilon^2 = 0, y_t \sim I(0)$$

$$H_a: \sigma_\varepsilon^2 > 0, y_t \sim I(1)$$

Estadístico de prueba KPSS es el multiplicador de Lagrange (LM) o estadística de puntuación para probar  $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ :

$$KPSS = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_t^2}{\hat{\lambda}^2}$$

$$\hat{S}_t = \sum_{j=1}^t \hat{u}_j$$

Donde  $u_t$  es el residual de la regresión de  $y_t$  sobre  $D_t$ ,  $\widehat{\lambda^2}$  es una estimación consistente de la varianza a largo plazo de  $u_t$  usando  $\hat{u}_t$ . Los resultados asintóticos asumen que,  $H_0: y_t \sim I(0)$  es verdadero.

- Si  $D_t = 1$  entonces:

$$KPSS \Rightarrow \int_0^1 V_1(r) dr$$

$$V_1(r) = W(r) - rW(1)$$

- Si  $D_t = (1, t)$  entonces:

$$KPSS \xrightarrow{d} \int_0^1 V_2(r) dr$$

$$V_2(r) = W(r) + r(2 - 3r)W(1) + 6r(r^2 - 1) \int_0^1 W(s) ds$$

Nota:  $V_1(r)$  es llamado Brownian bridge, y satisface que  $V_1(0) = V_1(1) = 0$

<i>Right tail quantiles</i>					
Distribution	0.9	0.925	0.95	0.975	0.99
$\int_0^1 V_1(r) dr$	0.349	0.396	0.446	0.592	0.762
$\int_0^1 V_2(r) dr$	0.12	0.133	0.149	0.184	0.229

Tabla de distribución de los cuartiles del estadístico KPSS.

Los valores críticos de las distribuciones asintóticas deben obtenerse por métodos de simulación. La prueba de estacionariedad es una prueba de cola derecha unilateral de modo que se rechaza el nulo de estacionariedad al nivel  $100 - \alpha\%$  si el estadístico de la prueba KPSS es mayor que el cuantil  $100 - (1 - \alpha)\%$  de la distribución asintótica apropiada.

- **Prueba de NG y Perron (NP)**

NG y Perron (2001) construye cuatro pruebas estadísticas que se basan en los datos del GLS sin tendencia  $Y_t^d$ . Estas pruebas estadísticas modifican las formas del estadístico Phillips y Perron  $Z_a$  y  $Z_t$ , el estadístico Bhargava (1986)  $R_1$  y el estadístico ERS punto óptimo. En primer lugar, definimos el término:

$$K = \frac{\sum_{t=1}^T (Y_{t=1}^d)^2}{T^2}$$



Las estadísticas modificadas pueden escribirse como:

$$\begin{aligned}
 MZ_a^d &= \frac{T^{-1}(Y_{t=1}^d)^2 - f_0}{2K} \\
 MZ_t^d &= MZ_a \times MSB \\
 MSB &= \left(\frac{K}{f_0}\right)^{0.5} \\
 MP_T^d &= \begin{cases} \frac{\bar{c}^2 k - \bar{c} T^{-1}(Y_t^d)^2}{f_0}, & X_1 = (1) \\ \frac{\bar{c}^2 k + (1 - \bar{c}) T^{-1}(Y_t^d)^2}{f_0}, & X_1 = (1, t) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Donde:

$$\bar{c} = \begin{cases} -7, & X_1 = (1) \\ -13.5 & X_1 = (1, t) \end{cases}$$

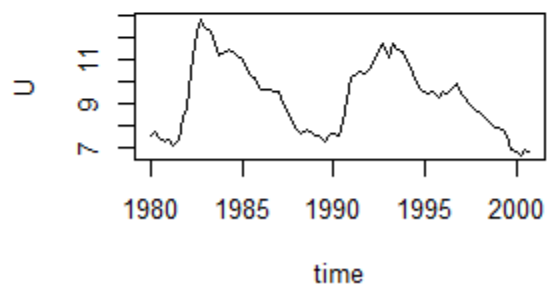
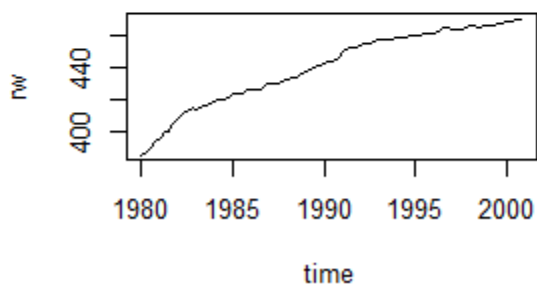
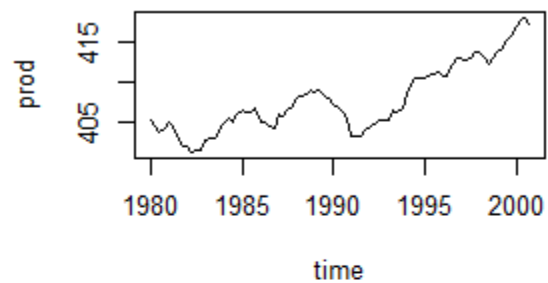
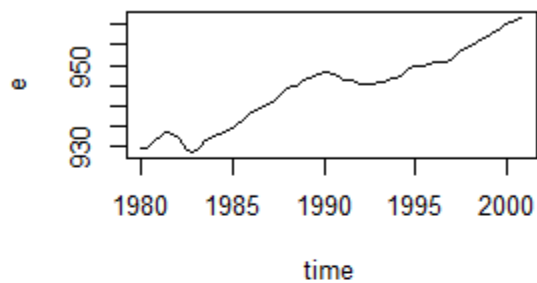
Las pruebas NP requieren una especificación para  $X_t$  y la elección de un método para la estimación de  $f_0$ .

3. Con las series Canada haga un análisis de raíz unitaria teniendo en cuenta diferentes configuraciones. Analice los resultados.

```
library("vars");
library(MTS)
library(mvtnorm)
library(urca)
data("Canada");
head(Canada)

##           e      prod      rw      U
## [1,] 929.6105 405.3665 386.1361 7.53
## [2,] 929.8040 404.6398 388.1358 7.70
## [3,] 930.3184 403.8149 390.5401 7.47
## [4,] 931.4277 404.2158 393.9638 7.27
## [5,] 932.6620 405.0467 396.7647 7.37
## [6,] 933.5509 404.4167 400.0217 7.13

par(mfrow=c(2,2))
plot(Canada[,1], xlab= "time", ylab = "e")
plot(Canada[,2], xlab= "time", ylab = "prod")
plot(Canada[,3], xlab= "time", ylab = "rw")
plot(Canada[,4], xlab= "time", ylab = "U")
```



Para identificar que componente corresponde a que modelo del t-test tenemos que:

- Con Unit root:  $\Delta y_t = \tau y_{t-1} u_t$
- Con drift:  $\Delta y_t = \tau y_{t-1} u_t$
- Con Trend:  $\Delta y_t = \tau y_{t-1} u_t$

Se crea la siguiente función para facilitar el proceso de análisis, tomara como argumentos un objeto **ur.df**, el nivel de **significancia** y el número de **lags** a analizar.

```
s.autoUrca <-function(df,T.type,Lags=1, lv="5pct", analysis = TRUE){  
  
  ## Enter the DF to analyze  
  ## Enter the Test type to use, either "none", "drift" or "trend".  
  
  
  ur <- ur.df(df, type = T.type,lags = Lags)  
  test <- summary(ur)  
  cat("Statistic:", "\n")  
  print(test@teststat)  
  cat("\n")  
  cat("Critical:", "\n")  
  print(test@cval)  
  
  if(analysis == TRUE){  
  
    interp_urdf(ur,level=lv)  
  
  }  
  
}  
  
s.autoUrca(Canada[,1],"none",1,analysis = F)  
  
## Statistic:  
##          tau1  
## statistic 2.07132  
##  
## Critical:  
##    1pct  5pct 10pct  
## tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Para el **Empleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “none”, no se rechaza la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $t_{estadístico} > \tau_{\alpha_1}$ .

```
s.autoUrca(Canada[,2], "none", 1, analysis = F)
```

```
## Statistic:
##          tau1
## statistic 1.379896
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Para la **Productividad**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “none”, no se rechaza la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $t_{estadístico} > \tau_{\alpha_1}$ .

```
s.autoUrca(Canada[,3], "none", 1, analysis = F)
```

```
## Statistic:
##          tau1
## statistic 3.470613
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Para el **Salario real**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “none”, no se rechaza la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $t_{estadístico} > \tau_{\alpha_1}$ .

```
s.autoUrca(Canada[,4], "none", 1, analysis = F)
```

```
## Statistic:
##          tau1
## statistic -0.5041275
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

Para el **Desempleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “none”, no se rechaza la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $t_{estadístico} > \tau_{\alpha_1}$ .

```
s.autoUrca(Canada[,1], "drift", 1, analysis = F)
```

```
## Statistic:
##          tau2      phi1
## statistic -0.2996982  2.173219
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.51 -2.89 -2.58
## phi1  6.70  4.71  3.86
```

Para el **Empleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**drift**”,  $\tau_2$ : no se rechaza la primera hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{2\text{estadístico}} > \tau_{2\text{crítico}}$ ,  $\phi_1$ : no se rechaza la segunda hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay drift, pues  $\phi_{1\text{estadístico}} < \phi_{1\text{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,2],"drift",1,analysis = F)
```

```
## Statistic:
##           tau2      phi1
## statistic -0.1143872 0.9485251
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.51 -2.89 -2.58
## phi1  6.70  4.71  3.86
```

Para la **Productividad**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**drift**”,  $\tau_2$ : no se rechaza la primera hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{2\text{estadístico}} > \tau_{2\text{crítico}}$ ,  $\phi_1$ : no se rechaza la segunda hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay drift, pues  $\phi_{1\text{estadístico}} < \phi_{1\text{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,3],"drift",1,analysis = F)
```

```
## Statistic:
##           tau2      phi1
## statistic -4.366742 18.14043
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.51 -2.89 -2.58
## phi1  6.70  4.71  3.86
```

Para el **Salario real**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**drift**”,  $\tau_2$ : se rechaza la primera hipótesis nula, es decir que no existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{2\text{estadístico}} < \tau_{2\text{crítico}}$ ,  $\phi_1$ : se rechaza la segunda hipótesis nula, es decir que no existe una raíz unitaria y hay drift, pues  $\phi_{1\text{estadístico}} > \phi_{1\text{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,4],"drift",1,analysis = F)
```

```
## Statistic:
##           tau2      phi1
## statistic -2.220116 2.476187
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.51 -2.89 -2.58
## phi1  6.70  4.71  3.86
```

Para el **Desempleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**drift**”,  $\tau_2$ : no se rechaza la primera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{2_{estadístico}} > \tau_{2_{crítico}}$ ,  $\phi_1$ : no se rechaza la segunda la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay drift, pues  $\phi_{1_{estadístico}} < \phi_{1_{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,1], "trend", 1, analysis = F)

## Statistic:
##           tau3      phi2      phi3
## statistic -2.728571 4.077051 3.81146
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau3 -4.04 -3.45 -3.15
## phi2  6.50  4.88  4.16
## phi3  8.73  6.49  5.47
```

Para el **Empleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**trend**”,  $\tau_3$ : no se rechaza la primera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{3_{estadístico}} > \tau_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_3$ : no se rechaza la segunda la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend, pues  $\phi_{3_{estadístico}} < \phi_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_2$ : no se rechaza la tercera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend y no hay drift, pues  $\phi_{2_{estadístico}} < \phi_{2_{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,2], "trend", 1, analysis = F)

## Statistic:
##           tau3      phi2      phi3
## statistic -2.021648 2.44827 2.678632
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau3 -4.04 -3.45 -3.15
## phi2  6.50  4.88  4.16
## phi3  8.73  6.49  5.47
```

Para la **Productividad**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “**trend**”,  $\tau_3$ : no se rechaza la primera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{3_{estadístico}} > \tau_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_3$ : no se rechaza la segunda la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend, pues  $\phi_{3_{estadístico}} < \phi_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_2$ : no se rechaza la tercera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend y no hay drift, pues  $\phi_{2_{estadístico}} < \phi_{2_{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,3],"trend",1,analysis = F)

## Statistic:
##           tau3      phi2      phi3
## statistic -2.816297 13.41979 11.30111
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau3 -4.04 -3.45 -3.15
## phi2  6.50  4.88  4.16
## phi3  8.73  6.49  5.47
```

Para la **Salario real**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “trend”,  $\tau_3$ : no se rechaza la primera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{3_{estadístico}} > \tau_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_3$ : se rechaza la segunda la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y hay trend, pues  $\phi_{3_{estadístico}} > \phi_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_2$ : no se rechaza la segunda la tercera nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend y podría haber o no drift, pues  $\phi_{2_{estadístico}} < \phi_{2_{crítico}}$

```
s.autoUrca(Canada[,4],"trend",1,analysis = F)

## Statistic:
##           tau3      phi2      phi3
## statistic -2.465241 2.345759 3.506757
##
## Critical:
##      1pct  5pct 10pct
## tau3 -4.04 -3.45 -3.15
## phi2  6.50  4.88  4.16
## phi3  8.73  6.49  5.47
```

Para el **Desempleo**, con un nivel de significancia del 5% para un modelo tipo “trend”,  $\tau_3$ : no se rechaza la primera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria, pues  $\tau_{3_{estadístico}} > \tau_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_3$ : no se rechaza la segunda la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend, pues  $\phi_{3_{estadístico}} < \phi_{3_{crítico}}$ ,  $\phi_2$ : no se rechaza la tercera la hipótesis nula, es decir que existe una raíz unitaria y no hay trend y no hay drift, pues  $\phi_{2_{estadístico}} < \phi_{2_{crítico}}$

4. Con los datos anteriores haga un análisis del modelo VAR(1) . interprete los resultados

Lo primero es cargar las librerías

```
library(tseries)

## Registered S3 method overwritten by 'quantmod':
##   method           from
##   as.zoo.data.frame zoo

library(ppcor)

## Loading required package: MASS

library(TSA)

##
## Attaching package: 'TSA'

## The following objects are masked from 'package:stats':
##
##   acf, arima

## The following object is masked from 'package:utils':
##
##   tar

library(forecast)

## Registered S3 methods overwritten by 'forecast':
##   method           from
##   fitted.Arima     TSA
##   plot.Arima       TSA

library(ggplot2)
library(Ecdat)

## Loading required package: Ecfun

##
## Attaching package: 'Ecfun'

## The following object is masked from 'package:forecast':
##
##   BoxCox

## The following object is masked from 'package:base':
##
##   sign

##
## Attaching package: 'Ecdat'
```



```

## The following object is masked from 'package:MASS':
##
##      SP500

## The following object is masked from 'package:datasets':
##
##      Orange

library(vars)

## Loading required package: strucchange

## Loading required package: zoo

##
## Attaching package: 'zoo'

## The following objects are masked from 'package:base':
##
##      as.Date, as.Date.numeric

## Loading required package: sandwich

## Loading required package: urca

## Loading required package: lmtest

library("vars")
data("Canada")
Canada <- as.data.frame(Canada)
attach(Canada)

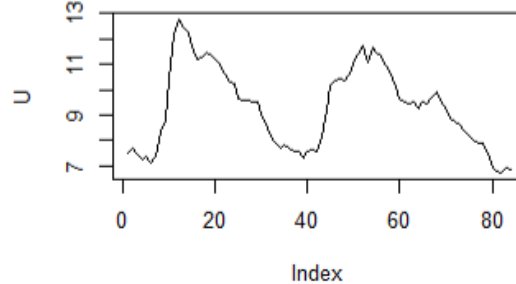
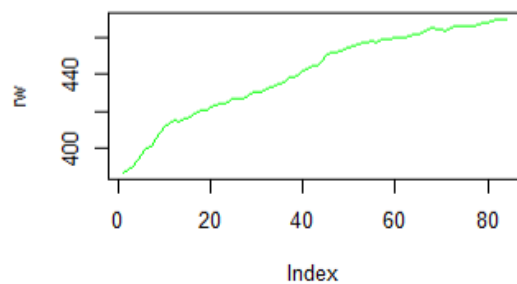
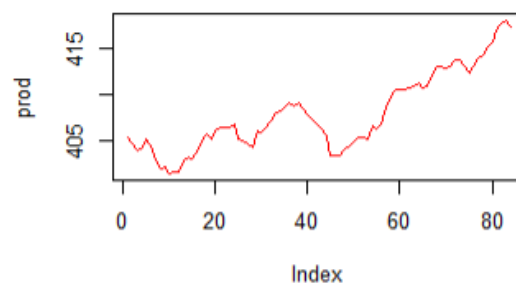
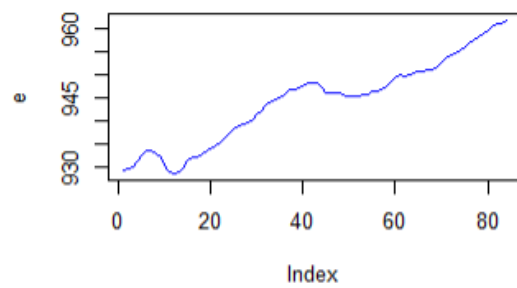
```

Como resultado del ejercicio anterior se verifico que ninguna de las series es estacionaria, por lo que se aplica el comando ndiff para verificar cuantas veces se tiene que diferenciar la variable para lograr la estacionariedad.

```

par(mfrow=c(2,2))
plot(e, typ= "l", col="blue",)
plot(prod, typ= "l", col="red")
plot(rw, typ= "l", col="green")
plot(U, typ= "l", col="black")

```



```
n_diferenciar <- function(df){
  for(i in 1:ncol(df)){
    cat("Se debe diferencia la ST ", names(df)[i], " :", ndiffs(df[,i]), "
veces.\n")
  }
}

n_diferenciar(Canada)

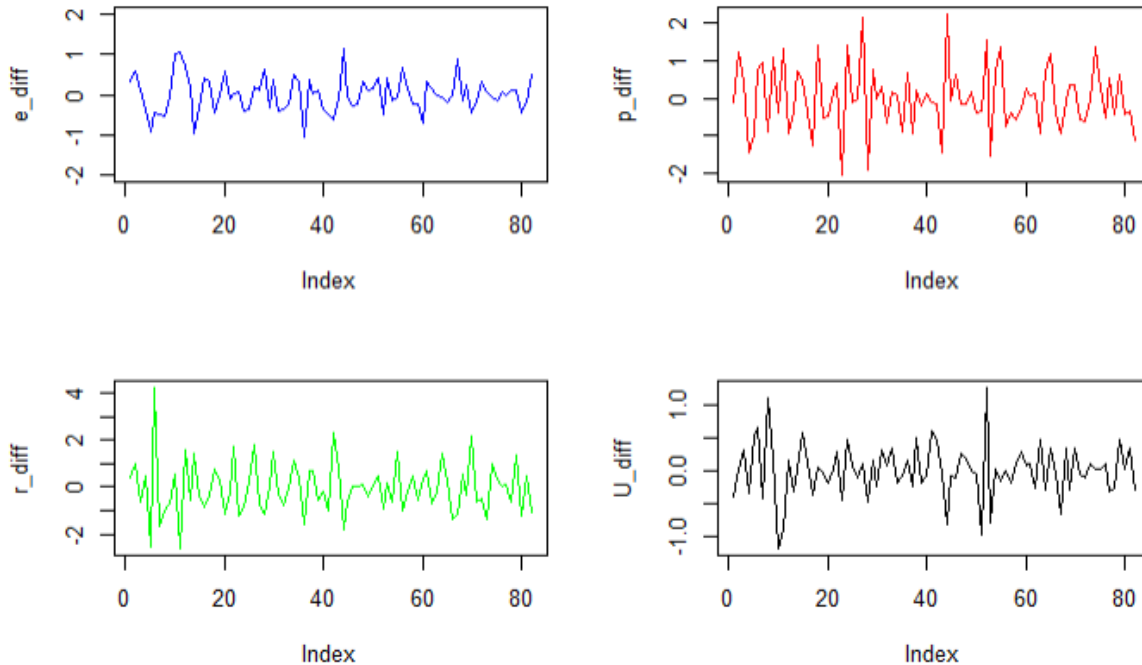
## Se debe diferencia la ST e : 1 veces.
## Se debe diferencia la ST prod : 1 veces.
## Se debe diferencia la ST rw : 2 veces.
## Se debe diferencia la ST U : 0 veces.
```

Se ve que el numero máximo de veces que se debe diferenciar es 2 veces, el salario real, por lo que debemos balancear todos nuestros datos diferenciando 2 veces.

```
e_diff <- diff(diff(e))
p_diff <- diff(diff(prod))
r_diff <- diff(diff(rw))
U_diff <- diff(diff(U))

par(mfrow=c(2,2))
plot(e_diff, typ= "l", col="blue", ylim=c(-2,2))
plot(p_diff, typ= "l", col="red")
```

```
plot(r_diff, typ= "l", col="green")
plot(U_diff, typ= "l", col="black")
```



Luego de ellos agrupamos todas nuestras variables diferenciadas

```
C_diff <- cbind(e_diff,p_diff,r_diff,U_diff)
head(C_diff)

##           e_diff      p_diff      r_diff  U_diff
## [1,]  0.3209324 -0.09831846  0.4047038 -0.40
## [2,]  0.5948968  1.22584107  1.0193505  0.03
## [3,]  0.1250183  0.43005025 -0.6228307  0.30
## [4,] -0.3453840 -1.46091531  0.4561370 -0.34
## [5,] -0.9083477 -0.96763639 -2.5272136  0.51
## [6,] -0.4352332  0.75581860  4.2521779  0.66
```

Según lo solicitado se crea un modelo  $Var(1)$ .

```
Var1 <- VAR(C_diff, p=1)
Var1

##
## VAR Estimation Results:
## =====
##
## Estimated coefficients for equation e_diff:
## =====
## Call:
```

```

## e_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##      e_diff.l1      p_diff.l1      r_diff.l1      U_diff.l1      const
##  0.2437043698  0.1051242926 -0.0109235307  0.1316591590  0.0008584818
##
##
## Estimated coefficients for equation p_diff:
## =====
## Call:
## p_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##      e_diff.l1      p_diff.l1      r_diff.l1      U_diff.l1      const
## -0.096424511 -0.356151335  0.112218954 -0.525788329  0.008302001
##
##
## Estimated coefficients for equation r_diff:
## =====
## Call:
## r_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##      e_diff.l1      p_diff.l1      r_diff.l1      U_diff.l1      const
## -0.38732862  0.03056301 -0.40369660  0.23499624 -0.04113010
##
##
## Estimated coefficients for equation U_diff:
## =====
## Call:
## U_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##      e_diff.l1      p_diff.l1      r_diff.l1      U_diff.l1      const
## -0.43166871 -0.05179674 -0.03068857 -0.50579479  0.00296543

```

Se generan 4 ecuaciones una para cada una de las series donde:

- $e\_diff.l1$  = Resago empleo
- $p\_diff.l1$  = Resago produccion
- $U\_diff.l1$  = Resago desempleo
- $rw\_diff.l1$  = Resago salario real
- $const$  = Constante
- $trend$  = Tendencia

Por consiguiente, para todas las series de tiempo diferenciadas tenemos que:

**e:**

$$Z1_t = 0.244\phi_1 + 0.105\phi_2 - 0.011\phi_3 + 0.132\phi_4 + 0.0008$$

**Producción:**

$$Z2_t = -0.096\phi_1 - 0.356\phi_2 + 0.112\phi_3 - 0.526\phi_4 + 0.008$$

## Salario real:

$$Z3_t = -0.38\phi_1 + 0.031\phi_2 - 0.403\phi_3 + 0.235\phi_4 - 0.04$$

## rw:

$$Z4_t = -0.431\phi_1 - 0.05\phi_2 - 0.031\phi_3 - 0.505\phi_4 + 0.003$$

Se genera summary de nuestro modelo para verificar la estabilidad.

```
summary(Var1)

##
## VAR Estimation Results:
## =====
## Endogenous variables: e_diff, p_diff, r_diff, U_diff
## Deterministic variables: const
## Sample size: 81
## Log Likelihood: -260.855
## Roots of the characteristic polynomial:
## 0.4982 0.4982 0.2632 0.1976
## Call:
## VAR(y = C_diff, p = 1)
##
##
## Estimation results for equation e_diff:
## =====
## e_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## e_diff.l1  0.2437044  0.1421622   1.714  0.0906 .
## p_diff.l1  0.1051243  0.0577048   1.822  0.0724 .
## r_diff.l1 -0.0109235  0.0438557  -0.249  0.8040
## U_diff.l1  0.1316592  0.1533162   0.859  0.3932
## const      0.0008585  0.0479474   0.018  0.9858
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 0.4314 on 76 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.07359, Adjusted R-squared: 0.02483
## F-statistic: 1.509 on 4 and 76 DF, p-value: 0.2079
##
##
## Estimation results for equation p_diff:
## =====
## p_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## e_diff.l1 -0.096425  0.259918  -0.371  0.71168
## p_diff.l1 -0.356151  0.105503  -3.376  0.00116 **
```

```

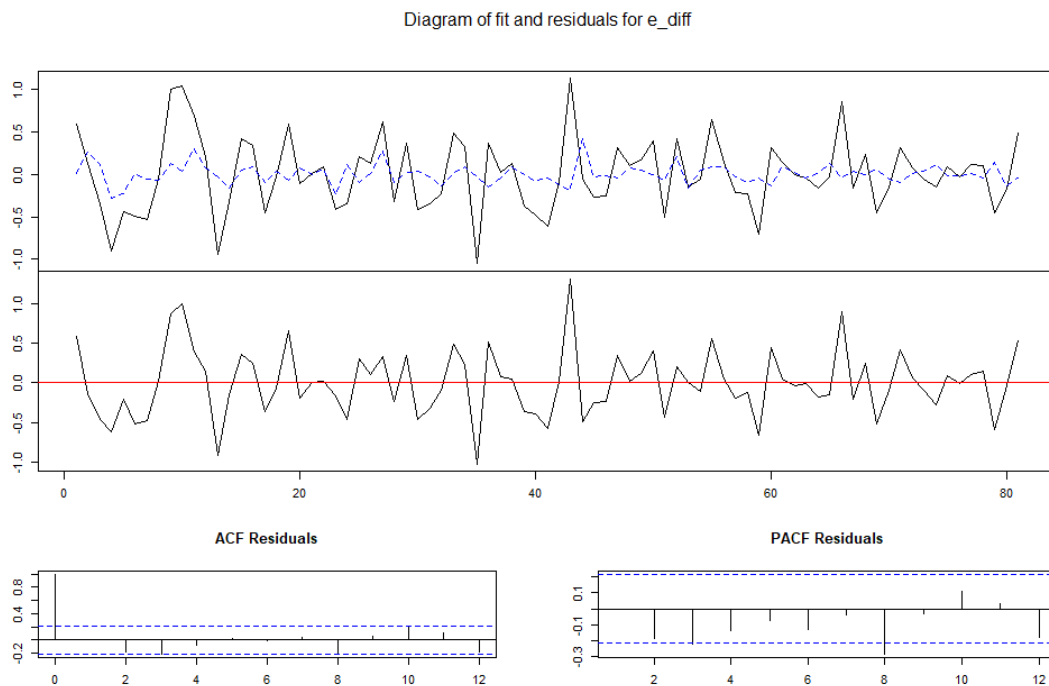
## r_diff.l1  0.112219    0.080182    1.400  0.16572
## U_diff.l1 -0.525788    0.280311   -1.876  0.06453 .
## const      0.008302    0.087663    0.095  0.92480
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 0.7888 on 76 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.2035, Adjusted R-squared: 0.1616
## F-statistic: 4.855 on 4 and 76 DF, p-value: 0.001533
##
##
## Estimation results for equation r_diff:
## =====
## r_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## e_diff.l1 -0.38733    0.34099  -1.136 0.259564
## p_diff.l1  0.03056    0.13841   0.221 0.825827
## r_diff.l1 -0.40370    0.10519  -3.838 0.000255 ***
## U_diff.l1  0.23500    0.36774   0.639 0.524725
## const     -0.04113    0.11501  -0.358 0.721606
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 1.035 on 76 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.1878, Adjusted R-squared: 0.1451
## F-statistic: 4.394 on 4 and 76 DF, p-value: 0.002999
##
##
## Estimation results for equation U_diff:
## =====
## U_diff = e_diff.l1 + p_diff.l1 + r_diff.l1 + U_diff.l1 + const
##
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## e_diff.l1 -0.431669    0.122477  -3.524 0.000722 ***
## p_diff.l1 -0.051797    0.049715  -1.042 0.300769
## r_diff.l1 -0.030689    0.037783  -0.812 0.419196
## U_diff.l1 -0.505795    0.132087  -3.829 0.000262 ***
## const      0.002965    0.041308   0.072 0.942959
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 0.3717 on 76 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.2097, Adjusted R-squared: 0.1682
## F-statistic: 5.043 on 4 and 76 DF, p-value: 0.001169
##
##

```

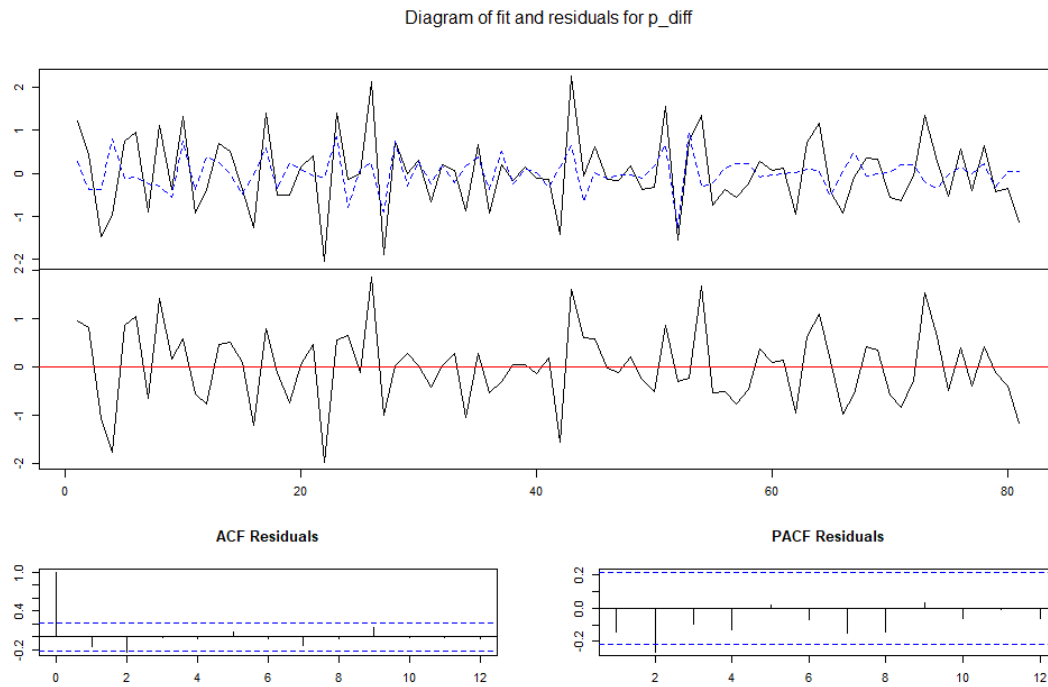
```
##
## Covariance matrix of residuals:
##      e_diff  p_diff  r_diff  U_diff
## e_diff  0.18611 -0.03244 -0.04605 -0.10100
## p_diff -0.03244  0.62213  0.18575  0.03371
## r_diff -0.04605  0.18575  1.07073  0.05646
## U_diff -0.10100  0.03371  0.05646  0.13814
##
## Correlation matrix of residuals:
##      e_diff  p_diff  r_diff  U_diff
## e_diff  1.00000 -0.09533 -0.1032 -0.6299
## p_diff -0.09533  1.00000  0.2276  0.1150
## r_diff -0.10315  0.22759  1.0000  0.1468
## U_diff -0.62992  0.11499  0.1468  1.0000
```

Como todas las raíces del polinomio característico son menores a 1, nuestro modelo es estable y su orden es 1.

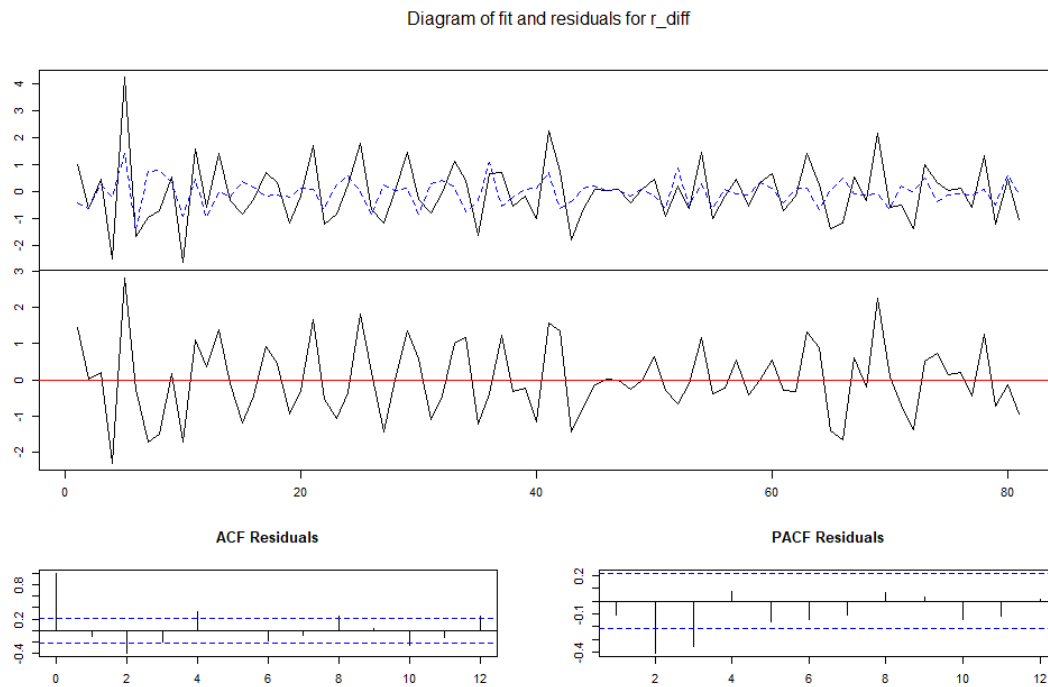
### Resultados para e\_diff:



## Resultados para p\_diff:

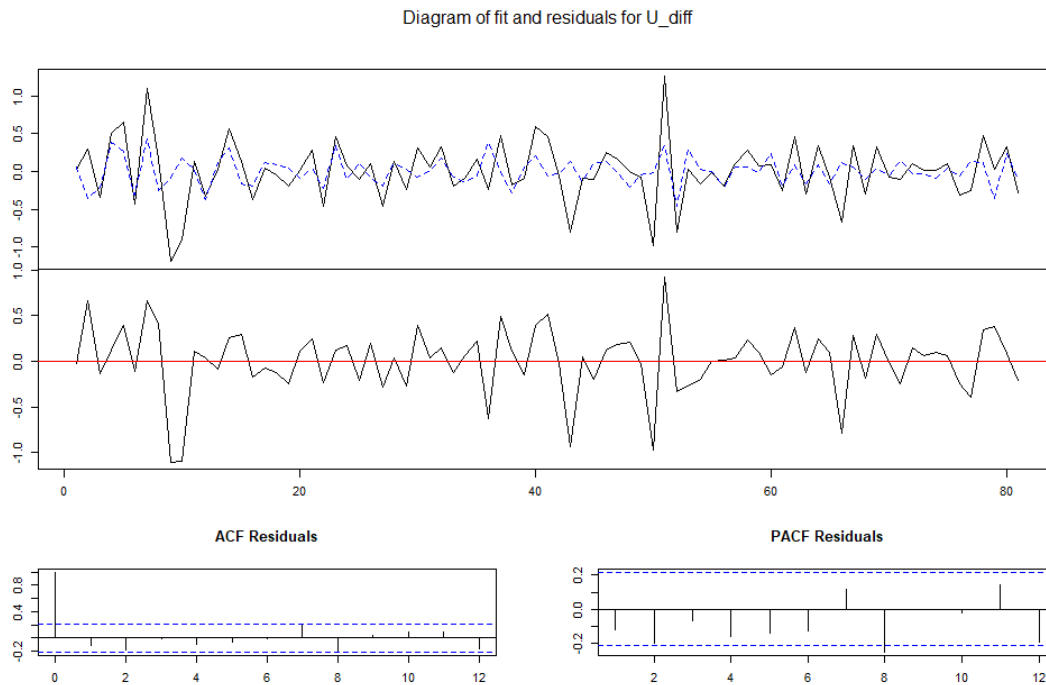


## Resultados para r\_diff:





## Resultados para U\_diff:



## Pruebas de especificación:

Luego de esto procedemos a realizar la prueba de autocorrelacion seria de los residuales

$H_0$ : Los residuales no están correlacionados  $> 0.05$ , No rechazar  $H_0$   $H_a$ : Los residuales están correlacionados  $< 0.05$ , rechazar  $H_0$ , hay presencia de correlación serial

```
seriala <- serial.test(Var1, lags.pt=1, type="PT.asymptotic")
seriala$serial
```

```
##
## Portmanteau Test (asymptotic)
##
## data: Residuals of VAR object Var1
## Chi-squared = 7.7619, df = 0, p-value < 2.2e-16
```

En nuestro caso se rechaza  $H_0$ : Los residuales están correlacionados, hay presencia de correlación serial.

## Prueba de normalidad de residuales

$H_0$ : Los residuales se distribuyen normal  $> 0.05$ , No se rechaza  $H_0$ :

$H_a$ : Los residuales No se distribuyen normal  $< 0.05$ , se rechaza  $H_0$ :

```
normalidad <- normality.test(Var1)
normalidad$jb.mul
```

```
## $JB
##
## JB-Test (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Var1
## Chi-squared = 5.4146, df = 8, p-value = 0.7125
##
##
## $Skewness
##
## Skewness only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Var1
## Chi-squared = 3.1735, df = 4, p-value = 0.5292
##
##
## $Kurtosis
##
## Kurtosis only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Var1
## Chi-squared = 2.2412, df = 4, p-value = 0.6915
```

En este caso No se rechaza  $H_0$  los residuales se distribuyen normal.

### Prueba de Homocedasticidad de la varianza de los residuales.

$H_0$ : La varianza de los residuales es cte.  $> 0.05$ , No se rechaza  $H_0$ :

$H_a$ : La varianza de los residuales No es cte.  $< 0.05$ , se rechaza  $H_0$ :

```
arch1 <- arch.test(Var1, lags.multi = 1)
arch1$arch.mul

##
## ARCH (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object Var1
## Chi-squared = 170.39, df = 100, p-value = 1.458e-05
```

Se rechaza  $H_0$ : la varianza de los residuales No es constante.

### Modelo impulso respuesta.

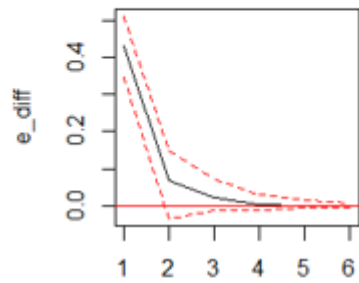
```
imr_ed <- irf(Var1, response = "e_diff", n.ahead = 5, bool=T)
imr_pd <- irf(Var1, response = "p_diff", n.ahead = 5, bool=T)
imr_rd <- irf(Var1, response = "r_diff", n.ahead = 5, bool=T)
imr_Ud <- irf(Var1, response = "U_diff", n.ahead = 5, bool=T)
```

A continuación, graficamos el impulso respuesta de todas nuestras variables.

## Impulso respuesta del Empleo ante un choque de la producción, salario y desempleo

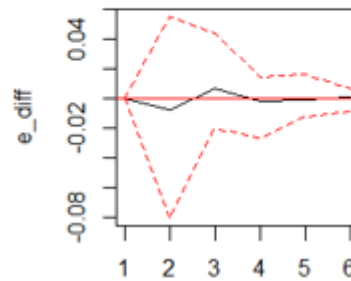
```
plot(imr_ed)
```

Orthogonal Impulse Response from  $e\_diff$



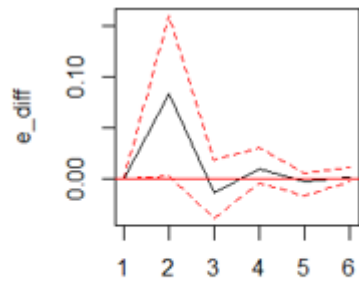
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from  $r\_diff$



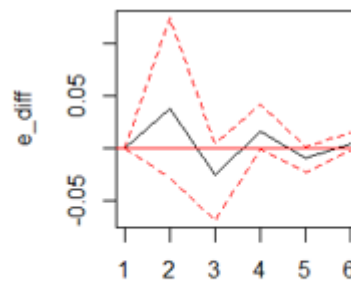
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from  $p\_diff$



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from  $U\_diff$

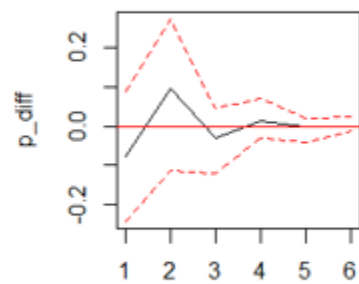


95 % Bootstrap CI, 100 runs

## Impulso respuesta de la Producción ante un choque del empleo, salario y desempleo

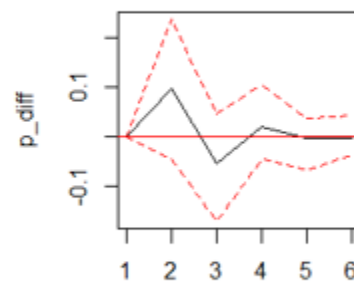
```
plot(imr_pd)
```

Orthogonal Impulse Response from e\_diff



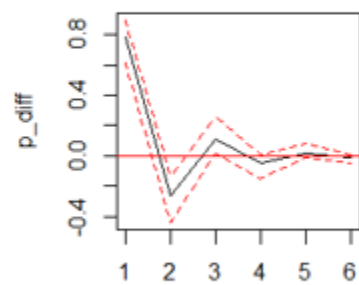
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from r\_diff



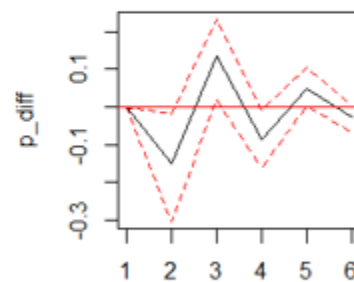
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from p\_diff



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from U\_diff

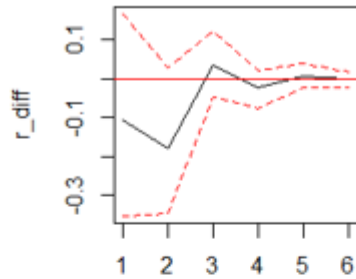


95 % Bootstrap CI, 100 runs

## Impulso respuesta del Salario ante un choque del empleo, desempleo y producción

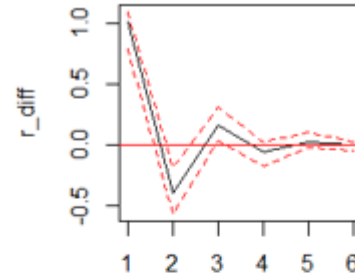
```
plot(imr_rd)
```

Orthogonal Impulse Response from e\_diff



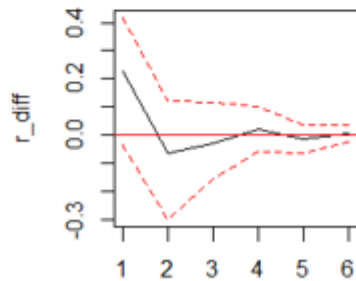
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from r\_diff



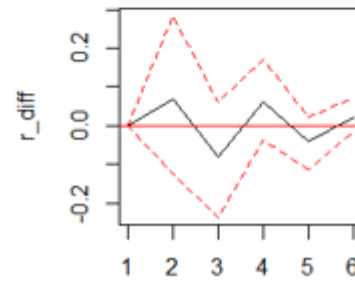
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from p\_diff



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from U\_diff

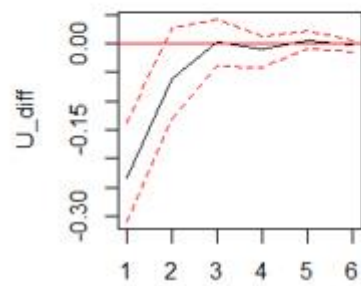


95 % Bootstrap CI, 100 runs

## Impulso respuesta del Desempleo ante un choque del empleo, salario y producción

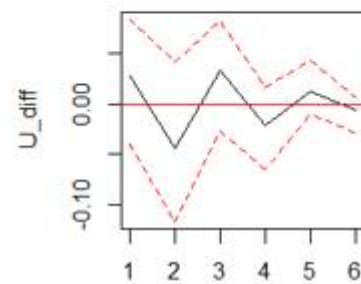
```
plot(imr_Ud)
```

Orthogonal Impulse Response from e\_diff



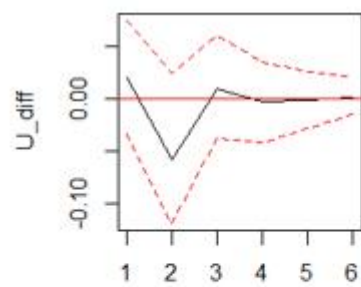
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from r\_diff



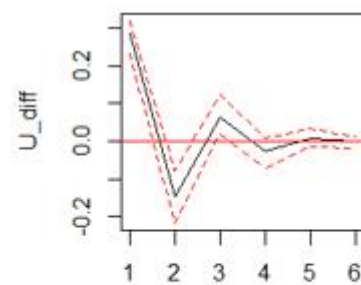
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from p\_diff



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Orthogonal Impulse Response from U\_diff



95 % Bootstrap CI, 100 runs

### **5. Replique el código visto en clase**

El código se puede descargar siguiendo el siguiente link.

<https://drive.google.com/drive/folders/19EGxoYx75ZZLjqleUmQ5XjiVJB84ZqFV?usp=sharing>

### **6. De acuerdo con las variables macroeconómicas Inversión, ingreso y consumo. Reconstruya las funciones impulso respuesta e interprete los resultados.**

Cargue Base e1 donde se tiene que: invest= inversión income=ingreso cons=consumo

```
data <- read.table("http://www.jmulti.de/download/datasets/e1.dat", skip = 6, header = TRUE)
```

En este caso nuestra especificación de orden de causalidad será: 1. Inversión (Tiene efecto sobre el ingreso y el consumo), 2. Ingreso (Tiene efecto sobre consumo) Convertir el objeto a serie de tiempo , creando una serie desde 1960 hasta 1984 , con datos para cada trimestre el año

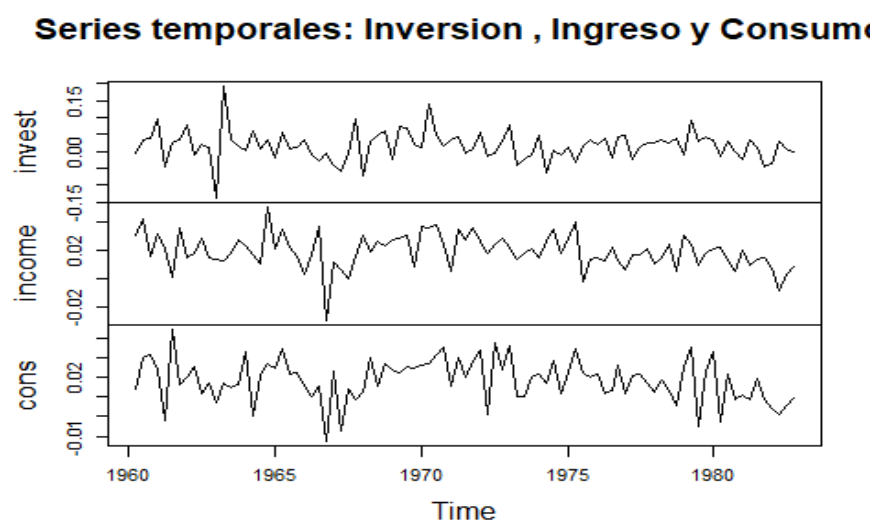
```
data <- ts(data, start = c(1960, 1), frequency = 4)
```

Para este caso se parte de que los datos necesitan ser transformados, en este caso se realiza diferenciación de las variables (Volver la serie de tiempo estacionaria) y aplicamos también el logaritmo(estabilizar la varianza)

```
data <- diff(log(data))
```

Grafico de los datos transformados

```
plot(data, main = "Series temporales: Inversion , Ingreso y Consumo ")
```



Se puede observar que las series son estacionarias, después de haberlas transformado.

### ***ESTIMACIÓN DEL MODELO VAR (2)***

Se elige estimar este modelo sin tendencia ni constante y con 2 rezagos

```
model <- VAR(data, p = 2, type = "none")#Corrida del modelo
model#Observar los coeficientes

##
## VAR Estimation Results:
## =====
##
## Estimated coefficients for equation invest:
## =====
## Call:
## invest = invest.l1 + income.l1 + cons.l1 + invest.l2 + income.l2 + cons.l2
##
##   invest.l1  income.l1    cons.l1  invest.l2  income.l2    cons.l2
## -0.2599780  0.2805008  0.4791271 -0.1269697  0.1148770  0.4239844
##
##
## Estimated coefficients for equation income:
## =====
## Call:
## income = invest.l1 + income.l1 + cons.l1 + invest.l2 + income.l2 + cons.l2
##
##   invest.l1  income.l1    cons.l1  invest.l2  income.l2    cons.l2
##  0.02736507 -0.05089977  0.52462131  0.05264148  0.10713313  0.27006531
##
##
## Estimated coefficients for equation cons:
## =====
## Call:
## cons = invest.l1 + income.l1 + cons.l1 + invest.l2 + income.l2 + cons.l2
##
##   invest.l1  income.l1    cons.l1  invest.l2  income.l2    cons.l2
## -0.01297051  0.36043761 -0.06870644  0.04090256  0.45111179  0.10129000

model_summary<-summary(model)#Resumen del modelo

# Obtencion de la matriz de varianzas y covarianzas

model_summary$covres

##           invest      income      cons
## invest 1.950064e-03 4.597436e-05 1.244373e-04
## income 4.597436e-05 1.432736e-04 8.158259e-05
## cons   1.244373e-04 8.158259e-05 1.157403e-04

model_summary$corres

##           invest      income      cons
## invest 1.00000000 0.08697775 0.2619292
## income 0.08697775 1.00000000 0.6335371
## cons   0.26192917 0.63353707 1.0000000
```

Las funciones impulso respuesta que se evaluarán son las que tienen interpretación lógica según el orden de causalidad definido anteriormente. Necesitamos que la función impulso respuesta sea ortogonal, que nos ayuda a que no hallan ruidos provenientes de relaciones

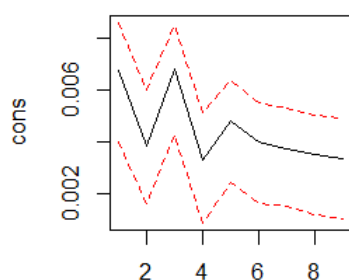


entre las variables, ya que como se ve en la matriz de correlaciones, hay relaciones contemporáneas.

### ***Función impulso respuesta Income - Consume:***

```
fuincons <- irf(model, impulse = "income", response = "cons",  
  n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)  
#fuincons  
plot(fuincons)
```

Orthogonal Impulse Response from income



95 % Bootstrap CI, 1000 runs

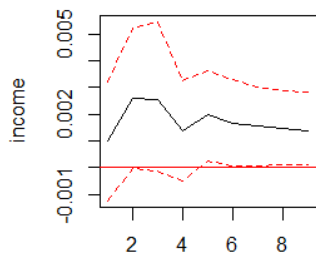
Interpretación: Un choque de una desviación estandar en el ingreso , hace que el consumo disminuya en un 0.0067% en el primer trimestre , llegando al máximo de impacto en el tercer trimestre 0.0068% , y después cayendo a impactos menores de 0.0048% en los trimestres siguientes, disminuyendo hasta 0.0033% en el trimestre 8.

### ***Impulso respuesta invest - income:***

Como se observó anteriormente también debemos usar la función impulso respuesta ortogonal

```
fuinvinc <- irf(model, impulse = "invest", response = "income", n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)  
#fuinvinc  
plot(fuinvinc)
```

Orthogonal Impulse Response from invest



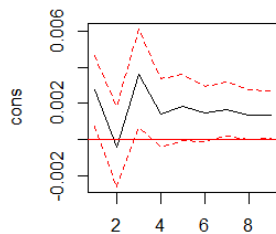
95 % Bootstrap CI, 1000 runs

Interpretación: Para un choque una desviación estandar en la inversión, la respuesta tiene su máximo en el trimestre 2, en donde se observa un aumento porcentual en el ingreso de 0.0026%, posterior a dicho trimestre el impacto de este choque disminuye hasta llegar a ser 0.0013% en el trimestre 8.

### ***Impulso respuesta: Inversión y consumo***

```
fuinvco <- irf(model, impulse = "invest", response = "cons",
               n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)
#fuinvco
plot(fuinvco)
```

Orthogonal Impulse Response from invest



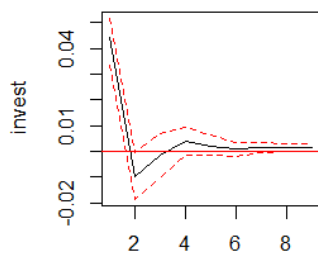
95 % Bootstrap CI, 1000 runs

Interpretación: Para un choque una desviación estandar en la inversión el consumo disminuye en un 0.0027% , alcanzando su máximo en el periodo 3 , 0.0036% , y posterior a dicho trimestre la respuesta disminuye hasta 0.001347% en el periodo 8.

### ***Impulso respuesta: Inversión contra inversión***

```
fuinv2 <- irf(model, impulse = "invest", response = "invest",
               n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)
#fuinv2
plot(fuinv2)
```

Orthogonal Impulse Response from invest



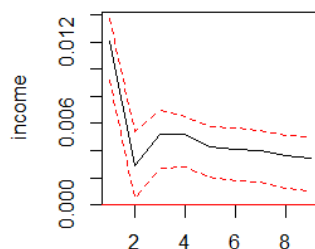
95 % Bootstrap CI, 1000 runs

Interpretación: Para un choque una desviación estandar en la inversión en el trimestre 1 la inversión disminuye en un 0.0033% , siendo este su máximo impacto , y posterior a dicho trimestre el impacto disminuye hasta 0.001351% en el periodo 8.

### ***Impulso respuesta: Ingreso contra ingreso***

```
fuinc2 <- irf(model, impulse = "income", response = "income",
              n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)
#fuinc2
plot(fuinc2)
```

Orthogonal Impulse Response from income



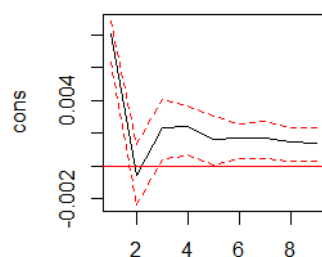
95 % Bootstrap CI, 1000 runs

Interpretación Impulso respuesta ingreso ingreso : Para un choque una desviación estandar en el ingreso en el trimestre 1 la inversion disminuye en un 0.012% , siendo este su maximo impacto , y posterior a dicho trimestre el impacto disminuye hasta 0.0034% en el periodo 8.

### ***Impulso respuesta : Consumo contra consumo***

```
fuinc2 <- irf(model, impulse = "cons", response = "cons",
              n.ahead = 8, ortho = TRUE, runs = 1000, seed = 12345)
#fuinc2
plot(fuinc2)
```

Orthogonal Impulse Response from cons



95 % Bootstrap CI, 1000 runs

Interpretación: Para un choque una desviación estandar en el consumo en el trimestre 1 el consumo disminuye en un 0.0080%, siendo este su máximo impacto , y posterior a dicho trimestre el impacto disminuye hasta 0.001432% en el periodo 8.

### **7. De acuerdo con el punto 6. Evalúe los residuos del modelo: Normalidad, ARCH.**

Se evaluará con respecto al VAR (2) realizado en el punto anterior.

Podemos observar por la gráfica de residuales que distribuyen como ruido blanco, lo cual es un buen indicador.

**Pruebas de normalidad** H0= Los errores pertenecen a una distribución normal multivariada.  
H1=Los errores no pertenecen a una distribución normal multivariada.

```
normality.test(model)

## $JB
##
##   JB-Test (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object model
## Chi-squared = 26.054, df = 6, p-value = 0.0002176
##
##
## $Skewness
##
##   Skewness only (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object model
## Chi-squared = 2.8649, df = 3, p-value = 0.4129
##
##
## $Kurtosis
##
##   Kurtosis only (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object model
## Chi-squared = 23.189, df = 3, p-value = 3.688e-05
```

Para estas pruebas de hipótesis podemos decir que la simetría es parecida a la de una normal multivariada, pero la curtosis no.

**ARCH MULTIVARIADO** Esta prueba realiza pruebas Portmanteau Q y multiplicador de Lagrange para: H0= Los residuos del modelo son homocedasticos H1=Los residuos del modelo no son homocedasticos

```
arch.test(model)

##
##  ARCH (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object model
## Chi-squared = 187.58, df = 180, p-value = 0.3339
```

Por el valor p podemos concluir que no se puede rechazar H0, por tanto los residuos del modelo son homocedasticos.

## 8. Implemente el código para simular el siguiente VAR (2)

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.0 \\ -0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0.2 & -0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t,1} \\ \varepsilon_{t,2} \end{bmatrix}$$

Esta clase de modelos dependen del primer y segundo rezago, y siguen esta forma:

$$\begin{bmatrix} z_t \\ z_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ I_k & 0_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-1} \\ z_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_t \\ 0 \end{bmatrix},$$

Para esta simulación se tiene que:

$$z_{t-1} = x_t$$

$$z_t = Y_t$$

Se realizará la simulación por medio de la función VAR.sim , del paquete tsDyn , el cual permite estimar un VAR multivariado.

Para esto fue necesario crear y determinar lo siguiente:

- Una matriz de 2 filas y 4 columnas en donde se une la matriz  $A1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.0 \\ -0.3 & 0.4 \end{bmatrix}$  y  $A2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0.2 & -0.3 \end{bmatrix}$
- Se estableció un número de 300 observaciones para crear(n)
- Al ser un VAR(2), se debe incluir 2 rezagos.
- Se decidió no incluir en el modelo tendencia o constante.

A continuación, se presenta el código que se usó para la simulación y la grafica de una trayectoria ejemplo con los parámetros anteriormente descritos, como se nota la serie es estacionaria.

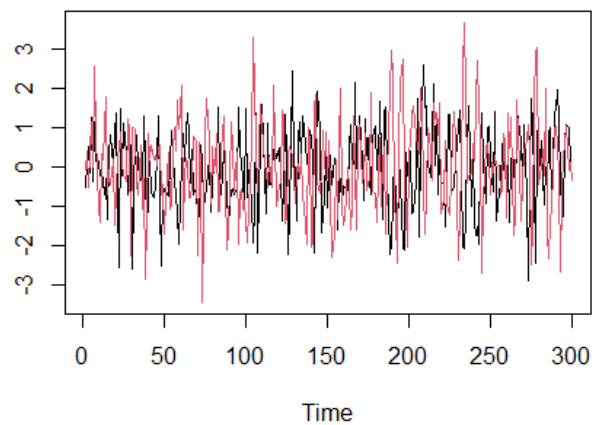
```

- A <- matrix(c(0.2, 0, -0.1, 0.1, -0.3, 0.4, 0.2, -0.3), byrow = TRUE, nrow = 2, ncol = 4)#Creando la matriz de 2 x4 que une ambas matrices
A

- ##      [,1] [,2] [,3] [,4]
  ## [1,]  0.2  0.0 -0.1  0.1
  ## [2,] -0.3  0.4  0.2 -0.3

- var2 <- VAR.sim(B = A, lag = 2, include = "none", n = 300)#Corriendo la simulación del modelo
  ts.plot(var2, type="l", col=c(1,2))#Graficando

```



9. En el artículo *Enso.pdf* de ambiente atmosférico se relaciona el fenómeno del niño con el material particulado. Por favor haga una sinopsis del artículo resaltando el material visto en clase.

### **1. Conceptos y datos de partida:**

- Entiéndase PM 10 como las partículas que miden menos de 10 micrómetros.
- Se tomaron las mediciones en la península de Corea, en 151 estaciones de monitoreo del aire, en el periodo de 2001 a 2015. En estas se tomó cada hora la concentración de PM10 cada hora.
- Se establecen las concentraciones de material particulado como:
- Altas: 81-10 Microgramos sobre metro cúbico, concentración “Mala”
- Muy altas: 151 Microgramos sobre metro cúbico, concentración “Muy mala”
- Se usaron igualmente
- Pregunta clave:
- La necesidad del problema es determinar la variabilidad de largo plazo de la concentración de PM10 y así poder proponer medidas para disminuir sus impactos.

### **2. ¿Qué influye en la concentración de PPM?**

- Si el área es un área de altas emisiones
- Las características externas tienen más influencia a finales de primavera e invierno (Mayores concentraciones de PM10).
- Presión atmosférica
- Partículas de PM10 “transferidas” de China.
- Fenómeno del Niño oscilación del sur – ENSO – este fenómeno tiene una correlación positiva con las precipitaciones en diciembre, además de ser sensible a la variabilidad estacional.

### **3. Datos y métodos usados**

De los datos se sabe que la media en toda la península fue de 52.5 microgramos sobre metro cúbico, y que sobre esta media existen mediciones mayores a 58, provenientes de ciudades , así como medias menores de 46 , provenientes de la zona costera.

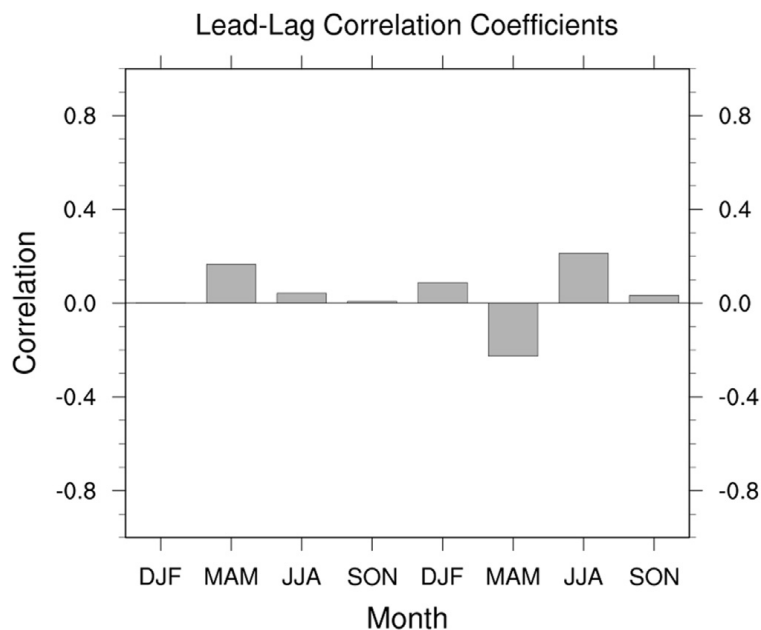
Se usaron entonces las transformaciones a medias estacionales, y a un modelo que permite mostrar el promedio de 5 días, de la concentración de PM10, lo que sirve para remover las fluctuaciones.

Se define el índice ENSO como la media mensual de las anomalías de temperatura de la superficie del mar en la zona de estudio. Esto se usó para mirar los cambios de PM10 en las estaciones de otoño, invierno y primavera.

Se usó el método de correlación con atraso y adelanto, este método logró capturar las influencias de ENSO, tanto en su fase de desarrollo como de decaimiento.

#### 4. Resultados

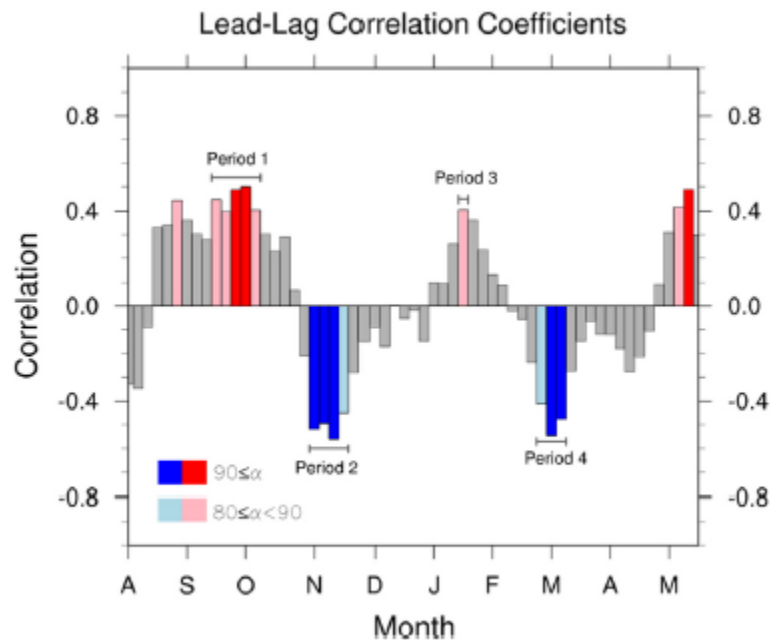
Al hacer el análisis de las medio por temporadas de la PM10 teniendo en cuenta el NDJF NINO3, se podía observar una correlación entre este índice y la concentración , de forma que en invierno esta era positiva y negativa en primavera mostrando un comportamiento de estacionalidad , pero la variabilidad volvía dichos análisis estadísticamente inválidos.



Se encontró igualmente que se mostraba una variabilidad subestacional en las variables afectadas por las estaciones, como la precipitación, y como consiguiente, las PM 10 se veían también con variabilidad subestacional al tener relación directa con las precipitaciones.

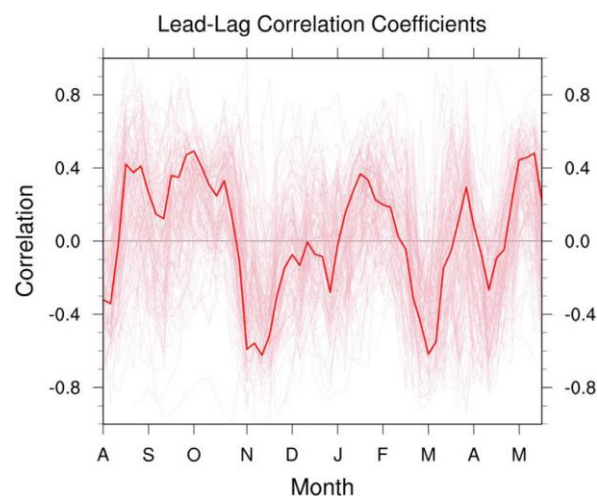


Al realizar la gráfica de los coeficiente de correlación, con un nivel de confianza del 90% , se puede notar:



Periodos marcados de correlación positiva (mediados de Agosto a Noviembre y Enero a principios de Febrero), intercalados con periodos de correlación negativa (Noviembre a Diciembre, febrero a abril).

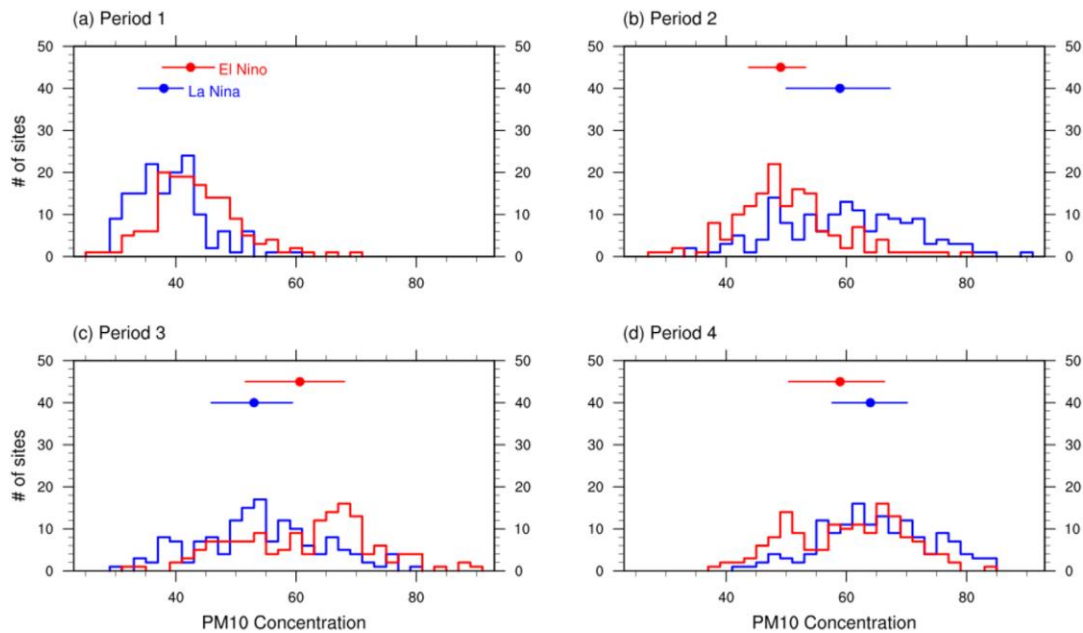
Cabe resaltar que los resultados anteriores podrían ser consecuencia directa de las medidas de telemetría y registro de los datos realizado para ENSO, pues es realidad es el promedio de los valores de PM10 en 151 estaciones de medición, como se aprecia el signo de estas correlaciones se alterna en intervalos de uno a dos meses, anulando mutuamente al calcular la media estacional; pero mostrando una estacionalidad similar a la interpretada anteriormente.



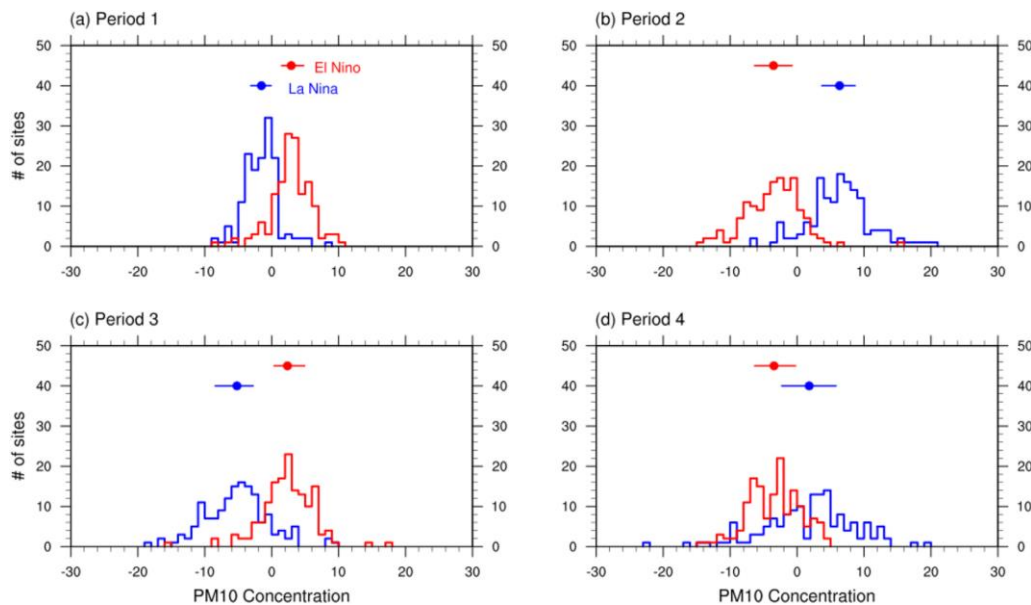
En el siguiente gráfico se aprecia que entre los años entre 2001 y 2015, durante los cuales el índice NDJF NINO3 superaron  $\pm 0,5$  desviaciones estándar, se clasificaron en fenómeno de EL Nino (2002, 2006, 2009 y 2014) y La Niña (2005, 2007, 2010 y 2011).

	Pentad	Date	Correlation	$\Delta PM_{10}$ ( $\mu g\ m^{-3}$ )
Period 1	52–56 (–1) <sup>a</sup>	Sep 13–Oct 7 (–1)	0.445	2.92
Period 2	62–65 (0)	Nov 2–21 (0)	–0.506	–3.52
Period 3	5 (0)	Jan 21–25 (0)	0.40	2.36
Period 4	13–15 (+1)	Mar 2–16 (+1)	–0.473	–3.44

Mediante el histograma de los valores valores medios censados por el PM10, se aprecia una correlación positiva del índice ENSO que muestran valores más alto para los años clasificados como fenómeno del Niño que para los clasificados como fenómeno de la Niña. Lo opuesto ocurre para los periodos 2 y 4. . ENSO en el periodo 4 sugiere que la variabilidad de PM10 relacionada con el ENSO en la Península de Corea puede estar asociada a la variabilidad de las precipitaciones.

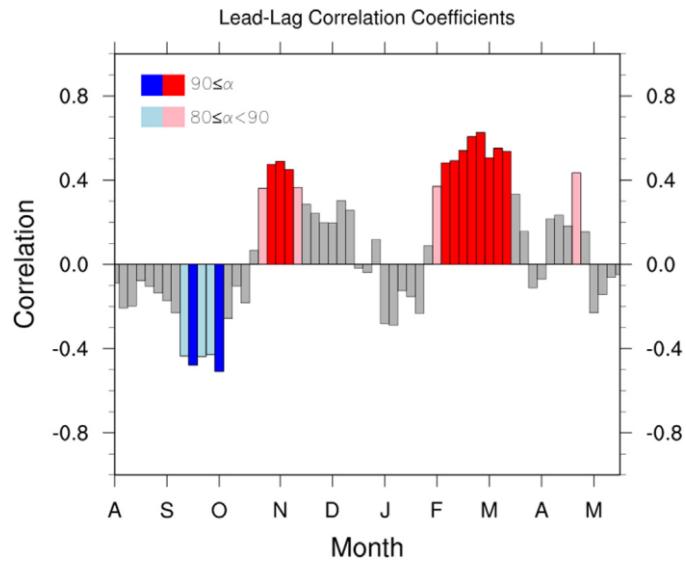


Por otro lado, al graficar las dependencias de fase de ENSO con PM10, las relaciones entre estas variables se ven más claramente. Para los periodos 1 y 3, En los periodos 1 y 3, la concentración media de PM10 aumentó (disminuyó) con un fuerte sesgo positivo (negativo) en los años de El Niño (La Niña), y los rangos del percentil 25 al 75 también son claramente distinguibles. El periodo 2 muestra el patrón opuesto.



En el periodo 4, mientras que la mayoría de las regiones analizadas tuvieron valores negativos durante los periodos de El Niño, la distribución en el periodo de La Niña abarcó tanto valores positivos como negativos, lo que indica que hubo diferencias regionales en la respuesta de PM10 a ENSO en el periodo 4.

Aunque la fuerte correlación entre NDJF NINO3 y la precipitación durante un largo periodo muestra los coeficientes de correlación con PM10 al nivel de confianza del 80% en el periodo 4 fue breve en comparación con los otros implica es decir que para periodos humedad se espera que haya una mayor acumulación de partículas y por lo tanto un valor de PM10, sin embargo los factores meteorológicos generan una alta variabilidad al no existir un periodo de lluvias determinado durante todo el año.



No obstante, de la gráfica anterior se puede deducir que se esperaría que los periodos entre Noviembre a principios de Enero y de finales de Febrero hasta Abril, haya una gran cantidad de material particulado dada la humedad en el ambiente generada por las lluvias. Siendo estos resultados opuestos a los del análisis inicial.

10. En el artículo *ejemplos de correlación cruzada.pdf* interprete las correlaciones que se registran en el documento.

## 1. Correlación cruzada análisis:

- Usado para cuantificar similitud
- La correlación cruzada puede ser usada para comparar superficies en 2D o de áreas 3D topográficas. Ahorita esto se usa para comparar, hasta punto a punto, dos materiales.
- Las aplicaciones se hacen para mirar el material de referencia de balas y coberturas de estas, saber si una bala fue disparada de una misma arma.
- Igualmente se puede usar para comparar la medición de una misma superficie medida con varias técnicas, o un material original y sus réplicas.
- Interpretación de la correlación.
- En este artículo se da el ejemplo de la rugosidad:
- Si los 2 perfiles son idénticos la función de correlación cruzada va a ser igual a 1.
- Si los 2 perfiles son similares mas no idénticos la correlación cruzada será mayor a 0 pero menor a 1.

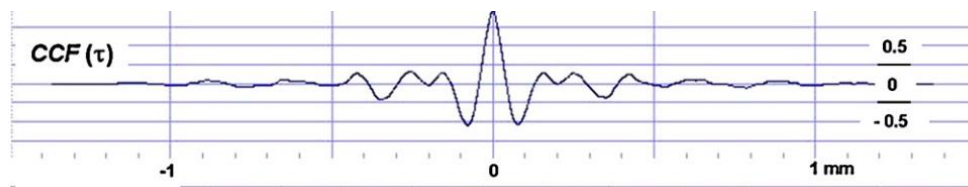
Esto se complementa con la diferencia de perfiles relativos, la cual entre más cercana a cero sea más se parecerán los 2 perfiles.

## 2. Análisis de los ejemplos:

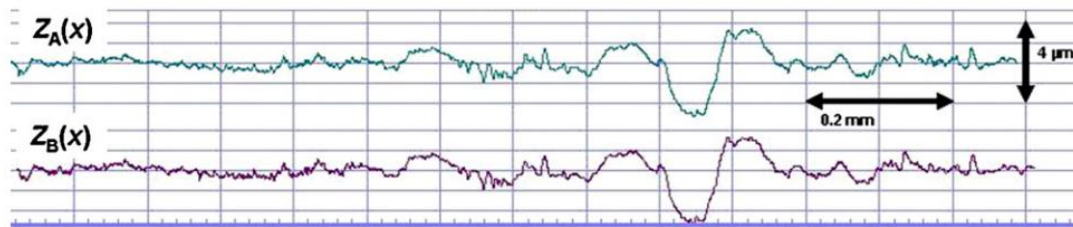
### • EJEMPLO BALÍSTICA

Se comparó el área grabada de las balas (LEA) “maestras” contra las réplicas.

Se busca que los patrones de rugosidad de las superficies sean iguales entre réplicas y con la bala maestra, es decir, que el área grabada en tierra sea igual.



Se puede interpretar para la correlación cruzada de los LEA 5, se observa una correlación cruzada alta entre la réplica que fue medida con microscopia con focal, y la maestra medida con perfilado, podemos ver que al aumentarse el rezago o diferencias en milímetros la correlación cruzada comienza a acercarse más a cero.

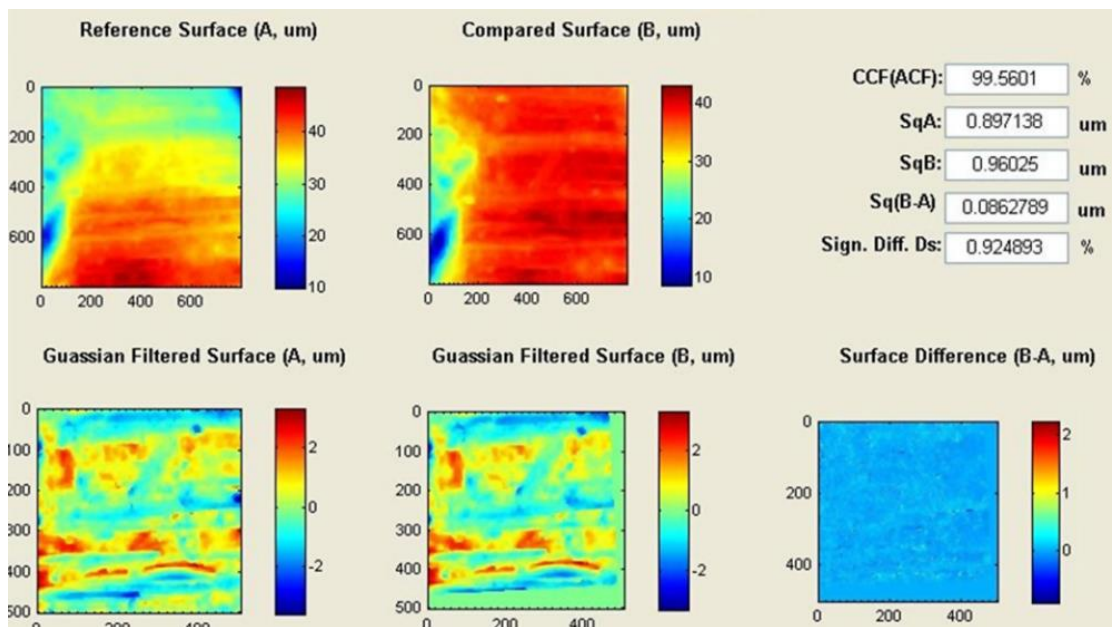


Igualmente, con una vista rápida de las 2 graficas  $Z(a)$  y  $Z(b)$  podemos ver que los perfiles son muy parecidos, y como dice el texto, la diferencia es muy pequeña (cercana al 1.6%). Es de anotar que para los otros perfiles se obtuvo también diferencias pequeñas, en excepción para el LEA (6), que vendría a ser la comparación todos contra todos, que tuvo como diferencia 32.5%, la cual es bastante significativa.

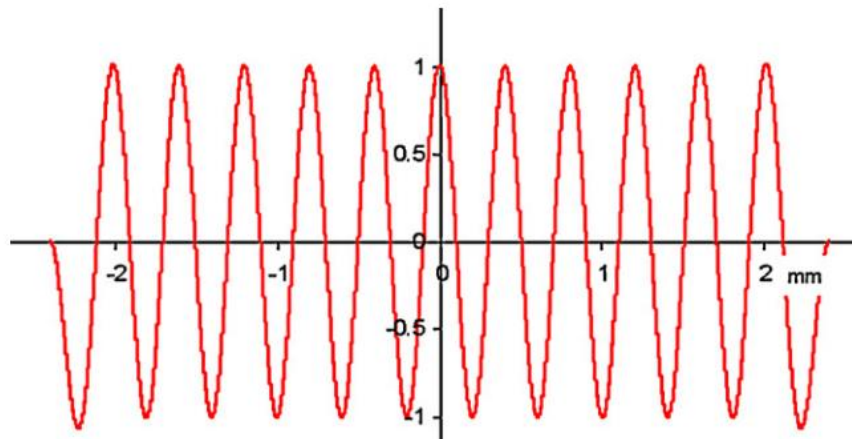
Se puede interpretar que entre más réplicas se comparen entre sí, como es lo esperado, se encuentren más diferencias.

- **EJEMPLO TOPOGRÁFICO:**

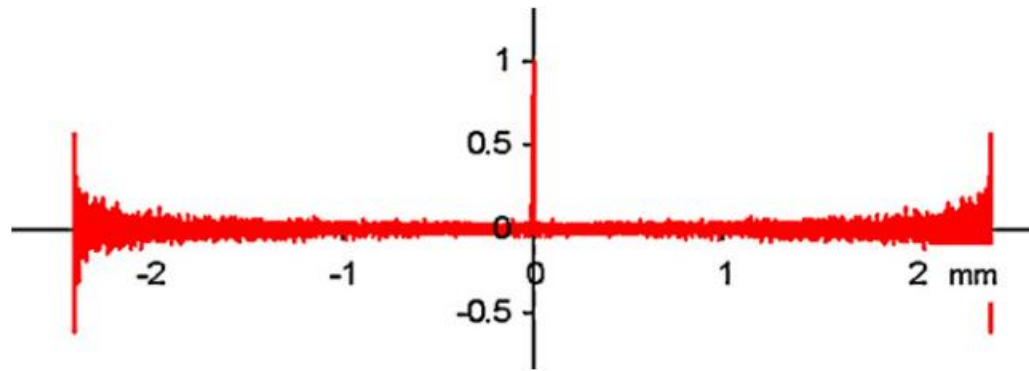
Se han creado sitios interactivos para comparar los perfiles de superficie filtrados y las imágenes topográficas, con el fin de establecer parámetros. Los sitios web permiten comparar resultados que se saben ya acertados con los calculados por el usuario.



Se puede observar que las superficies obtenidas con la convolución estándar, la transformada rápida de Fourier y la aproximación rápida gaussiana tiene una correlación casi perfecta, siendo evidenciada está en la comparación de la diferencia de las superficies A y B, en la que se ve que las diferencias son muy cercanas a 0.



Para la correlación cruzada de filtrar un perfil sinusoidal con la convolución simple y con la transformada rápida de Fourier, se obtienen igualmente resultados muy buenos cercanos al 1.



Para la comparación entre el modelo de convolución simple y el de filtro gaussiano rápido, dichos modelos se parecen en 0, debido a que los métodos rápidos son aproximaciones a la función gaussiana real, y en este caso es una muy buena aproximación. Para los demás valores de tau, no se presenta una correlación cruzada.



11. Brevemente explique los siguientes términos:

- **Estacionariedad:**

El comportamiento de una serie de tiempo, su forma, sus movimientos y su apariencia visual dependen de la distribución de probabilidad que gobierna el mecanismo de generación de datos, o procesos estocásticos, que la produce.

A su vez, dichas características probabilísticas pueden cambiar o no en el tiempo. Si cambian en el tiempo será mucho más difícil modelar y más riesgoso hacer inferencias y predicciones con base a la información provista por los datos de la serie de tiempo disponible.

Pero si esta condición no cambia se conoce como estacionariedad, será más fácil modelar y hacer predicciones porque podremos confiar en la estabilidad de la especificación y de los parámetros estimados, aun por fuera de la muestra. Es decir, si la función acumulativa es independiente del tiempo.

En general las series estacionarias ( $y_t$ ) están definidas por:

- a.  $E(y_t) = E(y_{t-k})$ , es decir constante en el tiempo.
- b.  $\text{Var}(y_t) = \sigma^2$ , es decir constante en el tiempo.
- c.  $\text{cov}(y_t, y_{t-k}) = \text{cov}(y_{t-i}, y_{t-i-k})$ , será constante mientras estén separadas en  $K$  periodos.

- **Ruido Blanco:**

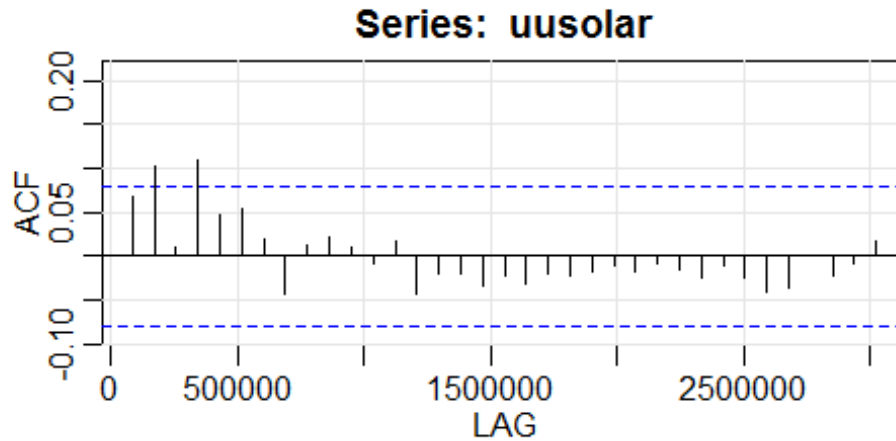
Es la serie estocástica más aleatoria, es decir es un proceso independiente e idénticamente distribuido (iid), es ruido blanco si:

$$x_i \sim iid(\mu, \sigma^2)$$

Donde usualmente  $\mu = 0$ , el ruido blanco no tiene que ser simétrico. Un ejemplo de ruido blanco es el lanzamiento de un dado, pues cada lanzamiento es independiente y la probabilidad no cambia, es decir que no es pronosticable por su propio pasado.

- **Correlograma:**

Conocido también como gráfico de autocorrelación, es una herramienta que permite ver la correlación de estadísticas, de la muestra  $r_h$  vs.  $h$  en el tiempo. Un ejemplo de ello se puede ver a continuación.



- **Función impulso respuesta:**

La respuesta al impulso en un “golpe” instantáneo o impulso a un sistema, al dar un choque unitario a uno de los  $m$  errores del vector  $\varepsilon_t$ . Permitiendo estudiar la estabilidad de un sistema. Si este es estable el efecto del choque decae con el tiempo.

Si  $x_t$  is una unidad impulso si en el tiempo  $t = 0$ :

$$x_t = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Entonces su salida es:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} v_i x_{t-i} = v_t$$

- **Proceso estocástico:**

Es una secuencia de variables aleatorias ordenadas por un índice  $t$ , usualmente el tiempo, se representa como:

$$x_t = (\dots, x_1, x_2, x_3, \dots)$$

Cabe resalta que un proceso estocástico no es una serie de valores o datos ya conocidos a través del tiempo, por el contrario, es como un experimento aleatorio que consiste en asignar valores a  $X_t$ , como por ejemplo lanzar un dado 100 veces, por cada ronda obtendremos un resultado diferente.

- **Estadística Q:**

El estadístico Q es un resultado de la prueba Box-Pierce o, en una versión modificada que proporciona mejores propiedades en muestras pequeñas, de la prueba Ljung-Box. Sigue la distribución chi-cuadrado.

Es usado para comprobar si una serie de observaciones a lo largo del tiempo son aleatorias e independientes, si las observaciones no son independientes, una observación puede estar correlacionada con otra observación  $k$  unidades de tiempo más tarde, esto es llamado autocorrelación. La autocorrelación puede disminuir la precisión de un modelo y llevar a una interpretación errónea de los datos, por ejemplo, las ventas mensuales pueden verse afectadas por tendencias estacionales, como que cada año se produce un aumento de las ventas cuando la gente compra los juguetes de Navidad.

Por lo tanto, una observación de las ventas mensuales en un año podría estar correlacionada con una observación de las ventas mensuales 12 meses después. Antes de elegir un modelo, se debe evaluar la autocorrelación de las diferencias mensuales de las ventas.

El estadístico Q de Ljung-Box (LBQ) comprueba la hipótesis nula de que las autocorrelaciones hasta el rezago  $k$  son iguales a cero (es decir, los valores de los datos son aleatorios e independientes hasta un determinado número de rezagos, en este caso 12). Si el LBQ es mayor que un valor crítico especificado, las autocorrelaciones de uno o más rezagos pueden ser significativamente diferentes de cero, lo que indica que los valores no son aleatorios e independientes a lo largo del tiempo.

- **Tendencia estocástica:**

Es un componente estocástico cuya varianza tiende a infinito con el paso del tiempo, un ejemplo de ello es un random walk. Las tendencias estocasticas están definidas por:

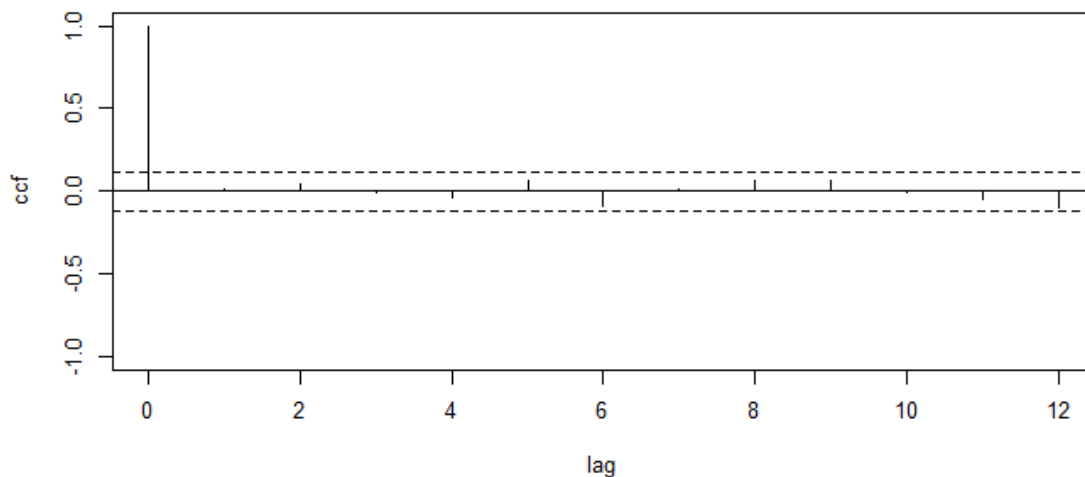
$$ST: y_t = \beta + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

- $\beta$ , es un parámetro.
- $y_{t-1}$ , es una variable aleatoria.
- $\varepsilon_t$ , es un ruido gaussiano (ruido blanco).

- **Correlación cruzada:**

Esta describe el grado de correlación entre 2 series de tiempo diferentes, es usada para determinar si el cambio de una de las series puede potencialmente causar un cambio en la otra. Por ejemplo, si una acción en el tiempo  $t$  tiene efecto en el GDP en el tiempo  $t + 2$ , significara que es un indicador de lag.



- **Raíz unitaria:**

Es una tendencia estocástica en la serie temporal. Algunas veces se le llama “Random walk with drift” es decir:

$$y_t = y_0 + \delta_1 t + \sum \varepsilon_t$$

Si la serie tiene una raíz unitaria, ésta presenta un patrón sistemático que es impredecible. Es decir no es estacionario. La raíz unitaria sesga la significancia de las variables presentando un buen ajuste y puede llegar a considerarse que hay una relación entre ellas cuando en realidad no la hay.

12. La Inversión en Estado Unidos, presenta el siguiente comportamiento.

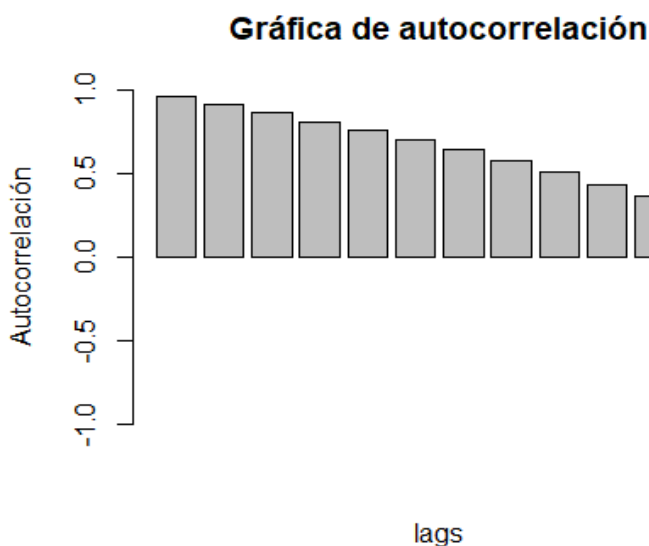
```
LAG <- seq(1:12)
AC <- c(0.963,0.916,0.863,0.811,0.759,0.704,0.645,0.580,0.511,0.437,0.361,0.288)
Qstat <- c(91.476,186.54,266.38,337.52,400.57,455.35,501.74,539.77,569.60,591.62,606.86,616.62)
prob <- rep(0,12)
```

```
tabla <- cbind(LAG,AC,Qstat,prob)
tabla <- as.data.frame(tabla)
head(tabla)
```

##	LAG	AC	Qstat	prob
## 1	1	0.963	91.476	0
## 2	2	0.916	186.540	0
## 3	3	0.863	266.380	0
## 4	4	0.811	337.520	0
## 5	5	0.759	400.570	0
## 6	6	0.704	455.350	0

- Haga un análisis de la gráfica.

```
barplot(AC, ylim=c(-1,1), main = "Gráfica de autocorrelación", xlab="lags", ylab="Autocorrelación")
```



La gráfica de la autocorrelación muestra un decaimiento paulatino lo cual es un indicativo de la existencia de una tendencia en nuestra serie de tiempo, lo que sugiere la estacionalidad y un modelo AR(p).

- Compruebe la hipótesis de raíz unitaria

Para el **Ljung-Box** test tenemos que:

- $H_0$ : La serie es aleatoria o es un ruido blanco o es i.i.d.
- $H_a$ : La serie exhibe una correlación serial, es decir no es aleatoria.

Rechazamos la hipótesis nula y decimos que el modelo muestra falta de ajuste si:

$$Q > \chi^2_{1-\alpha, h}$$

El valor encontrado en la tabla de distribución chi-cuadrado para el nivel de significación  $\alpha$  y  $h$  grados de libertad.

Para nuestro caso, suponiendo que “ $h = 1$ ”, pues es un modelo AR(3).

$$616.62 \gg \chi^2_{1-0.05, 12}$$

Por lo que se rechaza  $H_0$  en favor de  $H_a$ , la serie exhibe una correlación serial no aleatoria. Es decir que no es un ruido blanco o puede presentar una raíz unitaria, siendo esta serie no estacionaria.

- Escriba la ecuación que se utiliza para hacer la prueba de ADF.

Como no se cuentan con los datos del PACF, por simplicidad diremos que es un modelo AR(3)

Para este caso tendríamos que el modelo AR(3) esta dado por:

$$AR(3): y_t = \theta_1 y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \theta_3 y_{t-3} + \varepsilon_t$$

Con raíz unitaria:

$$\theta(1) = 1 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = 0$$

Re escribiendo AR(3):

$$\Delta y_t = (\theta_1 - 1)y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \theta_3 y_{t-3} + \varepsilon_t$$

luego al  $\pm \theta_3 y_{t-2}$  a ambos lados:

$$= (\theta_1 - 1)y_{t-1} + (\theta_2 - \theta_3)y_{t-2} - \theta_3(y_{t-2} - y_{t-3}) + \varepsilon_t$$

luego al  $\pm(\theta_2 + \theta_3)y_{t-1}$  a ambos lados:

$$= (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - 1)y_{t-1} + (\theta_2 + \theta_3)(y_{t-1} - y_{t-2}) - \theta_3(y_{t-2} - y_{t-3}) + \varepsilon_t$$

Con:

$$\delta = (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - 1)$$

$$\beta_1 = (y_{t-1} - y_{t-2}) \text{ y } \beta_2 = \theta_2$$

Por otro lado  $\Delta y_1 = (y_{t-1} - y_{t-2})$ ,  $\Delta y_2 = (y_{t-2} - y_{t-3})$

Finalmente tenemos que:

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + \varepsilon_t$$

Entonces el operador Lag sobre la ecuación original:

Con  $L = y_{t-1}$

$$AR(3): y_t = \mu + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \theta_3 L^3 + \varepsilon_t$$

$$AR(3): y_t = \theta_1 + 4\theta_2 + 27\theta_3 + \varepsilon_t$$

Y en su forma re-escrita para la aplicación del **ADF**:

$$\Delta y_t = \mu + \delta L + \beta_1 (L - L^2) + \beta_2 (L^2 - L^3) + \varepsilon_t$$

Según los datos entregados tenemos que:

$$\Delta y_t = \mu + \delta L - 3\beta_1 - 23\beta_2 + \varepsilon_t$$

En este caso la raíz unitaria existe si  $\delta = 0$  ó  $-\delta = 0$ .

Es decir  $H_0: \delta = 0$  vs.  $H_a: \delta < 0$

### 13. Ajuste el modelo VAR (4) con la tasa de interés y la inflación. (R, DP) visto en clase.

· **Escriba en forma matricial los resultados**

· **Efectúe las pruebas multivariadas sobre los residuos. (Escriba las hipótesis correspondientes)**

Cargue Base interest-inflation donde se tiene que:

DP- Delta log gdp deflator , Esto quiere decir el deflactor del producto interno bruto, es el cociente entre el PIB nominal y el real. Es muy usado para medir la inflación. Como vemos esta diferenciado y con logaritmo, para hacerlo estacionario y estabilizar la varianza respectivamente.

R- nominal long term interest rate, Esto quiere decir tasa de interés nominal a largo plazo, explicada como los bonos del estado con vencimiento a diez años

```
intinfla <- read.table("intinfla.txt", header = TRUE)
intinfla<-as.data.frame(intinfla)
R<-intinfla$R
```

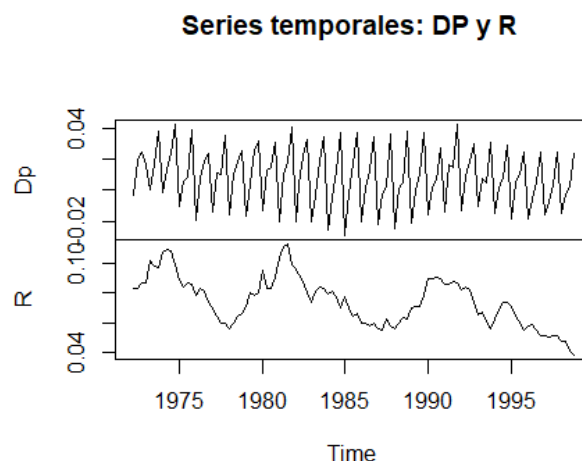
Convertir el objeto a serie de tiempo, creando una serie desde 1960 hasta 1984, con datos para cada trimestre el año

```
intinfla <- ts(intinfla, start = c(1972, 2), frequency = 4)
head(intinfla)
```

```
##              Dp      R
## 1972 Q2 -0.003132580 0.083
## 1972 Q3  0.018871300 0.083
## 1972 Q4  0.024803600 0.087
## 1973 Q1  0.016277600 0.087
## 1973 Q2  0.000289679 0.102
## 1973 Q3  0.016829000 0.098
## 1973 Q4  0.038583500 0.097
```

#### **Gráfico de los datos**

```
plot(intinfla, main = "Series temporales: DP y R ")
```





Por dudas en si la variable R es estacionaria se corre el Dickey Fuller test.

```
adf.test(R)

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: R
## Dickey-Fuller = -2.7095, Lag order = 4, p-value = 0.2824
## alternative hypothesis: stationary
```

Se puede comprobar que podemos rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad, luego R es estacionaria y puede ser analizada.

**Correr el modelo VAR (4), orden p = 4, sin ningún tipo de tendencia o constante**

```
var4 <- VAR(intinfla, p = 4, type = "none")
var4

##
## VAR Estimation Results:
## =====
##
## Estimated coefficients for equation Dp:
## =====
## Call:
## Dp = Dp.l1 + R.l1 + Dp.l2 + R.l2 + Dp.l3 + R.l3 + Dp.l4 + R.l4
##
##          Dp.l1          R.l1          Dp.l2          R.l2          Dp.l3          R.l3
## -0.13309746  0.17610695 -0.11519350  0.07060713 -0.12105976 -0.16458500
##          Dp.l4          R.l4
##  0.82607809 -0.02306974
##
##
## Estimated coefficients for equation R:
## =====
## Call:
## R = Dp.l1 + R.l1 + Dp.l2 + R.l2 + Dp.l3 + R.l3 + Dp.l4 + R.l4
##
##          Dp.l1          R.l1          Dp.l2          R.l2          Dp.l3          R.l
## 3
##  0.028275673  1.162583613  0.047161876 -0.227667331  0.054921807  0.21538861
## 8
##          Dp.l4          R.l4
## -0.003400703 -0.172154066

summary(var4)

##
## VAR Estimation Results:
## =====
## Endogenous variables: Dp, R
## Deterministic variables: none
## Sample size: 103
## Log Likelihood: 774.541
```

```

## Roots of the characteristic polynomial:
## 0.9903 0.9885 0.988 0.988 0.8615 0.5938 0.5395 0.5395
## Call:
## VAR(y = intinfla, p = 4, type = "none")
##
##
## Estimation results for equation Dp:
## =====
## Dp = Dp.l1 + R.l1 + Dp.l2 + R.l2 + Dp.l3 + R.l3 + Dp.l4 + R.l4
##
##      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Dp.l1 -0.13310    0.05608  -2.373   0.0196 *
## R.l1   0.17611    0.11553   1.524   0.1308
## Dp.l2 -0.11519    0.05617  -2.051   0.0430 *
## R.l2   0.07061    0.17838   0.396   0.6931
## Dp.l3 -0.12106    0.05565  -2.175   0.0321 *
## R.l3  -0.16458    0.17864  -0.921   0.3592
## Dp.l4  0.82608    0.05580  14.804 <2e-16 ***
## R.l4  -0.02307    0.11625  -0.198   0.8431
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 0.006284 on 95 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.9149, Adjusted R-squared: 0.9077
## F-statistic: 127.6 on 8 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Estimation results for equation R:
## =====
## R = Dp.l1 + R.l1 + Dp.l2 + R.l2 + Dp.l3 + R.l3 + Dp.l4 + R.l4
##
##      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## Dp.l1  0.028276    0.049189   0.575   0.5668
## R.l1   1.162584    0.101335  11.473 <2e-16 ***
## Dp.l2  0.047162    0.049266   0.957   0.3409
## R.l2  -0.227667    0.156456  -1.455   0.1489
## Dp.l3  0.054922    0.048813   1.125   0.2634
## R.l3   0.215389    0.156685   1.375   0.1725
## Dp.l4 -0.003401    0.048943  -0.069   0.9448
## R.l4  -0.172154    0.101958  -1.688   0.0946 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Residual standard error: 0.005512 on 95 degrees of freedom
## Multiple R-Squared: 0.9952, Adjusted R-squared: 0.9947
## F-statistic: 2437 on 8 and 95 DF, p-value: < 2.2e-16
##
##
## Covariance matrix of residuals:
##           Dp           R
## Dp  3.945e-05 -3.786e-06
## R  -3.786e-06  3.032e-05

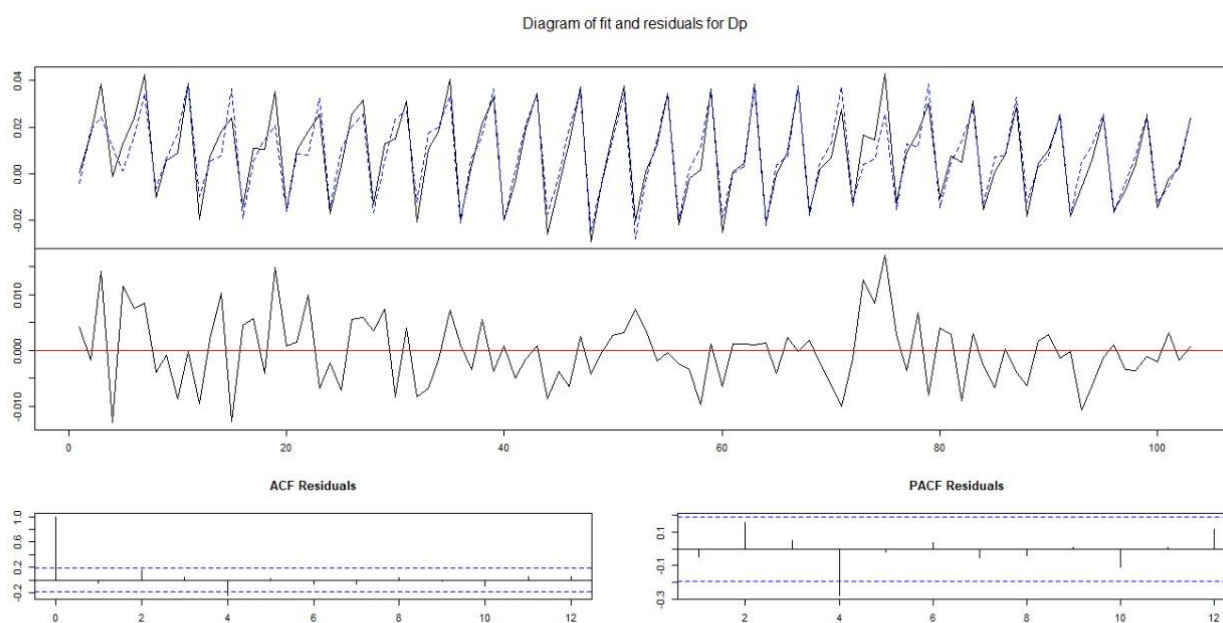
```

```
##
## Correlation matrix of residuals:
##      Dp      R
## Dp  1.0000 -0.1095
## R   -0.1095 1.0000
```

Luego el modelo en forma matricial se escribiría de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} R(t) \\ Dp(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1625 & 0.028 \\ 0.1761 & -0.1331 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-1} \\ Dp_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.227 & 0.0471 \\ 0.070 & -0.1151 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-2} \\ Dp_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2153 & 0.054 \\ -0.1645 & -0.1210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-3} \\ Dp_{t-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1721 & -0.034 \\ -0.02307 & 0.116 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-4} \\ Dp_{t-4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u1(t) \\ u2(t) \end{bmatrix}$$

### Gráfico y análisis de los residuales del modelo.



Se puede observar que se producen residuales tipo ruido blanco que es un buen indicador del modelo.

A continuación, se correrán los test para el modelo VAR 4, Test de normalidad de Jarque - Bera y test ARCH de homocedasticidad.

Se evaluarán todos los test con un alfa del 0.05

- a. Test de normalidad:  $H_0$ = Los errores pertenecen a una distribución normal multivariada.  
 $H_1$ =Los errores no pertenecen a una distribución normal multivariada.

```
normality.test(var4)
```

```
## $JB
##
## JB-Test (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object var4
## Chi-squared = 2.4346, df = 4, p-value = 0.6564
##
##
## $Skewness
##
## Skewness only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object var4
## Chi-squared = 2.1962, df = 2, p-value = 0.3335
##
##
## $Kurtosis
##
## Kurtosis only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object var4
## Chi-squared = 0.23834, df = 2, p-value = 0.8877
```

Tenemos entonces: Para la simetría, se observa un valor p de 0.3335, mayor a 0.05, por lo tanto, se decide no rechazar  $H_0$ , y decir que los errores del modelo tienen una simetría que se asemeja a la normal multivariada.

Para la curtosis, se observa un valor p de 0.8877, mayor a 0.05, por lo tanto, se decide no rechazar  $H_0$ , y decir que los errores de modelo tienen una curtosis que se asemeja a la normal multivariada.

b. Test ARCH: ARCH MULTIVARIADO Esta prueba realiza pruebas Portmanteau Q y multiplicador de Lagrange para:  $H_0$ = Los residuos del modelo son homocedasticos  $H_1$ =Los residuos del modelo no son homocedasticos

```
arch.test(var4)
##
## ARCH (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object var4
## Chi-squared = 63.28, df = 45, p-value = 0.03732
```

Para este test, se observa un valor p de 0.03737, con dicho valor menor a 0.05, podemos rechazar la hipótesis nula y decir que los residuos del modelo no son homocedasticos.