

# 《基于模糊层次分析法的中小企业银行贷款风险分析》

## 摘要

向银行贷款是许多中小微企业生存经营的常用手段，银行要根据中小微企业的各项信息来制定贷款政策。本文应用模糊层次分析法，确定各个影响因素的权重，再对指标进行标准化处理，得到企业的评分，通过评分的高低，构建出银行利润的函数，将问题转化为规划问题，求解得到各个企业的信贷发放优先顺序以及确定银行对不同企业的年利率。

**针对问题一：**分析附件一我们计算出利润率、收入增长率、供求金额比方差、成功交易金额占比等衡量企业信贷风险的指标。做出树状层次图表后通过模糊层次分析法确定各个影响因素的权重，然后通过标准化公式将各个指标变换为百分制评分，结合权重计算出企业的总评成绩。然后根据总评成绩对企业分成 4 个等级，第 4 级的企业不予发放贷款。银行的贷款决策与企业的决策共同构成不完全信息的动态博弈。我们构建了银行年度最大利润的线性规划模型，通过求解目标函数的最大值得到了第 1,2,3 级企业的利率为 0.0465, 0.1185, 0.15；发放贷款的顺序为  $1>2>3$ 。

**针对问题二：**问题二在问题一的基础上减少了信誉评级，所以在进行风险评估时将这一指标删掉，得到了问题二的评估体系。通过标准化公式将各个指标变换为百分制评分，结合权重计算出附件 2 中企业的总评成绩并同样分为 4 类。在排除最后一级的企业后，引入了年度贷款总额为 1 亿元的限制，根据问题一得到的贷款优先顺序对模型及代码进行了相应调整。通过求解目标函数的最大值得到了第 1,2,3 级企业的利率一族解。优先顺序为  $2>1>3$ 。

**针对问题三：**用关键字用程序区分类型，根据国家统计局数据对不同类型企业划分抗风险等级。将问题一中建立好的模型作出调整企业并进行量化计算。在第二问中利用问题二构建好的模型进行相应求解。得到第 1,2,3 级企业的利率一族解。优先顺序为  $2>1>3$ 。

综上所述，本文对中小企业信贷风险进行了量化计算，多种因素作用下的银行决策进行了分析，这对于今后的实际生产和应用具有重要的参考价值。

**关键词：**模糊层次分析法，博弈论，数学规划

## 1.问题重述

### 1.1 背景

银行在对中小微企业提供贷款时，首先要根据中小微企业的盈利状况、供求关系、信誉等对其信贷风险做出评估，随后再依据信贷风险、企业规模等因素确定是否给该企业发放贷款以及贷款额度、利率和期限的信贷策略。

某银行的信贷策略已经规定了对放贷企业的贷款额度范围为 10~100 万元，年利率为 4%~15%;贷款期限为 1 年。附件 1 给出了 123 家企业的发票流水信息和信用评级等信息；附件 2 给出了 302 家无信贷记录的企业的发票流水等信息；附件 3 为 2019 年贷款利率与客户流失率关系的统计数据。

### 1.2 问题提出

问题一：对附件 1 中的企业的信贷风险进行量化，再确定该银行在年度信贷总额固定时的信贷策略。

问题二：对附件 2 中的企业的信贷风险进行量化，再给出该银行在年度信贷总额为 1 亿元时的信贷策略。

问题三：企业的经营状况可能受到突发因素的影响，同一突发因素对不同类型企业的影响往往也不相同。综合考虑企业的信贷风险和可能的突发因素对各企业的影响，给出问题（2）中的信贷策略调整方案。

## 2.问题分析

问题一：要进行信贷风险量化，首先要建立评估体系，可以采用树状图的形式来确定各种影响因素。随后可以用层次分析法确定各因素的权重，但是层次分析法的判断矩阵难以确定，选择采用模糊层次分析法进行权重确定。再将各指标进行相对化处理，结合权重得到总评分；信贷策略的制定题可以将所有企业的决策抽象化成客户流失率，并通过贷款利率与客户流失率的关系，构建关于目标函数银行年度最大利润的规划模型。

问题二：采用问题一中已经建立好的模型和评价方法，加入企业规模的评价方法，稍稍调整即可得到银行信贷策略

问题三：依旧沿用问题一中的评价和决定信贷策略的方法，加入抗风险能力的量化指标，得到这一问的银行信贷策略。

### 3.问题假设与符号说明

#### 3.1 问题假设

- 假设 1:银行决策体现为银行对外发布的信贷政策，政策内容对外公开透明，一旦公布本年内不得修改
- 假设 2:假设所有客户贷款意愿分布函数都相同
- 假设 3:不管银行做出任何决策，未流失客户贷款意愿分布函数不变。

#### 3.2 符号说明

符号	符号含义
$x_i$	企业 $i$
$A_i$	第 $i$ 个一级指标
$B_i$	第 $i$ 个二级指标
$C_i$	第 $i$ 个三级指标
$\alpha_{ij}$	第 $i$ 个公司的第 $j$ 张进项发票的价税合计金额
$\beta_{ij}$	第 $i$ 个公司的第 $j$ 张销项发票的价税合计金额
$p_{ih}$	第 $i$ 个公司第 $h$ 个周期的利润率
$\delta_{ih}$	第 $i$ 个公司第 $h$ 个周期的收入增长率
$k_{ih}$	第 $i$ 个公司第 $h$ 个周期
$s_i^2$	供求金额比方差
$q_{ih}$	第 $i$ 个公司的第 $h$ 周期内成功交易金额占比
$w$	指标的权重
$V$	信贷风险指数

### 4.模型的建立及求解

#### 4.1 风险评估体系的确定

对于中小微企业的风险评估的指标（本文中影响因素与指标的含义相同），我们查找了行业现行的一些方法，首先将评估指标分为财政指标（ $A_1$ ）和非财政指标（ $A_2$ ），并将这两项定为一级指标。根据专家调研和信用评估人员的实际操作经验，直接确定财政指标权重为 70%，非财政指标权重为 30%<sup>[1]</sup>。确定一级指标后，分别分析财政指标和非财政指标所包含的二级指标。

财政指标又可以分为经营状况、资产状况、成长能力等二级指标，再细分可以得一些容易量化的三级指标如流动比率、资产收益率、业务利润率、总资产周

转率、总资产增长率等。本文选用盈利能力 ( $B_1$ )、成长能力 ( $B_2$ ) 作为财政指标下的二级指标, 另外, 题目中要求考虑企业的供求关系, 故将供求关系的稳定性 ( $B_3$ ) 也列入二级指标。考虑到附件主要为企业的发票流水信息, 能够进行的量化的指标有限, 所以我们采用业务利润率 ( $C_1$ ) 来衡量盈利能力; 采用收入增长率 ( $C_2$ ) 来评估成长能力; 对于供求关系稳定性, 用已有的计算量难以进行评估, 本文中以季度供求金额比值的方差 ( $C_3$ ) 和成功交易金额占比 ( $C_4$ ) 来衡量。

非财务指标主要可以分为行业前景风险、经营风险、实际控制人素质等方面。本文选用企业信誉 ( $B_4$ ) 和行业前景 ( $B_5$ ) 作为二级指标并分别用信用评级 ( $C_5$ ) 和行业景气指数 ( $C_6$ ) 来衡量。

由此我们可以确定风险评估体系, 如图 4.1 所示。

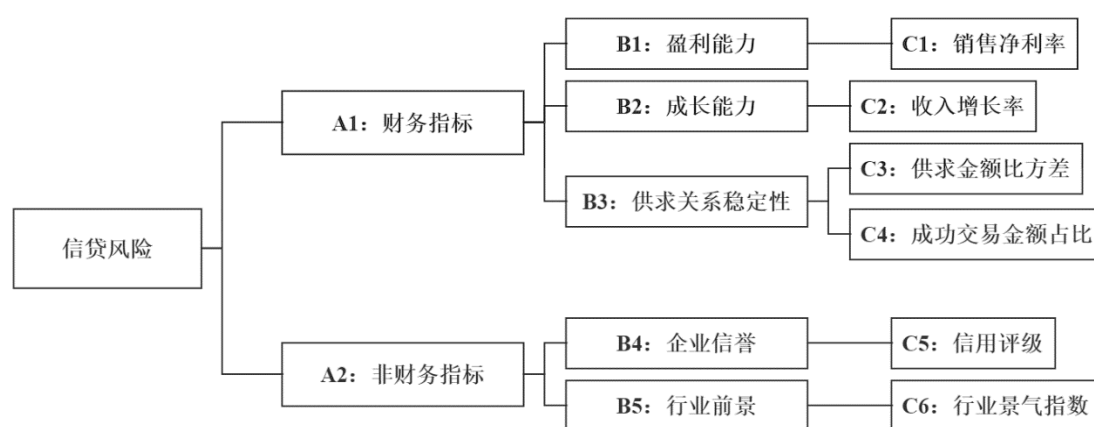


图 4.1 中小微企业信贷风险评估体系

为方便叙述, 以下将记各级指标简记为  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ 。现在介绍各个三级指标计算方法 (记第  $i$  个公司的第  $j$  张进项发票的价税合计金额为  $\alpha_{ij}$ , 销项发票的价税计金额为  $\beta_{ij}$ ,)

#### (1) 利润率

第  $i$  个公司的利润率为  $p_{ih}$ , 则有

$$p_{ih} = \frac{\sum_{j=1}^{\text{第}h\text{周期}} \beta_{ij} - \sum_{j=1}^{\text{第}h\text{周期}} \alpha_{ij}}{\sum_{j=1}^{\text{第}h\text{周期}} \beta_{ij}}$$

利润率越大, 说明企业的盈利能力越强。

#### (2) 收入增长率

记第  $i$  个公司第  $h$  个周期内的收入增长率为  $\delta_{ih}$ , 根据发票流水的日期信息, 取半年为计算周期, 则收入增长率  $\delta_{ih}$  的计算公式如下

$$\delta_{ih} = \frac{\sum_j^{\text{第}h+1\text{周期}} \beta_{ij} - \sum_j^{\text{第}h\text{周期}} \beta_{ij}}{\sum_j^{\text{第}h\text{周期}} \beta_{ij}}$$

收入增长率越大，说明企业的成长能力越强。

### (3) 供求金额比方差

记第  $i$  个公司的供求金额比方差为  $s_i^2$ ，其计算公式为

$$s_i^2 = \frac{\sum_h (k_{ih} - \bar{k}_{ih})^2}{n-1}$$

其中  $n$  为季度总数， $k_{ih}$  表示第  $i$  个公司在发票流水日期区间内的第  $h$  个周期的供求金额的比值，计算式为

$$k_{ih} = \frac{\sum_j^{\text{第}h\text{季度}} \beta_{ij}}{\sum_j^{\text{第}h\text{季度}} \alpha_{ij}}$$

季度供求金额比方差越小，说明供求关系越稳定。

### (4) 成功交易金额占比

记第  $i$  个公司的第  $h$  周期内成功交易金额占比为  $q_{ih}$

$$q_{ih} = \frac{\sum_j^{\text{h周期内有效发票}} \alpha_{ij} + \sum_j^{\text{h周期内有效发票}} \beta_{ij}}{\sum_j^{\text{h周期}} \alpha_{ij} + \sum_j^{\text{h周期内}} \beta_{ij}}$$

成功交易金额占比越大，说明交易的质量越高，供求关系更加稳定。

### (5) 信用评级

信用评级为附件 1 中给出的各公司信用评级。信用评级越高，企业信用越好。

### (6) 抗风险能力

## 4.2 各指标权重的确定

由于各因素对信贷风险的影响程度不同，需要对不同的指标赋予不同的权重，可以采用层次分析法（AHP），但是层次分析法中对于两个因素相比的标度（自然数 1~10）的确定需要较多的背景知识和实际操作经验，且当一致性检验达不到要求时，重新调整判断矩阵中的元素较困难，笔者对此所知甚少，故采用模糊层次分析法（FAHP），在两个因素相比较时更容易判断优先关系。模糊层次分析

法具体操作如下：

设  $U$  代表因素（指标）集合

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

并定义  $u_i > u_j$  表示因素  $u_i$  比  $u_j$  重要， $u_i = u_j$  表示因素  $u_i$  和  $u_j$  同等重要， $u_i < u_j$  表示  $u_i$  不如  $u_j$  重要。

构建优先关系矩阵  $\mathbf{G} = (g_{ij})_n$ ，其中

$$g_{ij} = \begin{cases} 1 & u_i > u_j \\ 0.5 & u_i = u_j \\ 0 & u_i < u_j \end{cases}$$

优先关系矩阵中的元素取值只有三个，因而比较容易对两个因素的重要性进行率判断。

对优先关系矩阵  $\mathbf{G}$  按行求和得

$$r_i = \sum_{k=1}^n g_{ik} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

再令

$$d_{ij} = \frac{r_i - r_j}{2n} + 0.5 \quad (i, j=1, 2, \dots, n)$$

则  $\mathbf{D} = (d_{ij})_{n \times n}$  模糊判断矩阵。 $d_{ij}$  表示  $u_i$  对  $u_j$  的相对重要程度， $d_{ij}=0.5$  时表示  $u_i$  与  $u_j$  同样重要， $d_{ij}$  越大， $u_i$  比  $u_j$  越重要， $d_{ij}$  越小， $u_j$  比  $u_i$  越重要。

得到模糊判断矩阵  $\mathbf{D}$  后，利用方根法求出这一层次指标的权重：

$$w_i = \frac{\bar{d}_i}{\sum_{i=1}^m \bar{d}_i} \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

其中

$$\bar{d}_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n d_{ij}} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

#### 4.2.1 二级指标权重计算

对  $A_1$  各指标的判断：现有银行信贷风险评价体系中会把企业偿债能力和盈利能力作为财务指标中最重要和次重要的两个指标。而对于中小微企业，由于缺少可抵押资产，所以其偿债能力可基本用盈利能力衡量。故本评估体系中盈利能力是最重要的二级指标。另外题干明确说明了银行对于供求关系稳定性好的企业的青睐，然后才会考量企业的成长能力。故做出判断  $B_1$  比  $B_2$ 、 $B_3$  重要， $B_3$  比  $B_2$

重要，列出优先关系矩阵及  $r_i$  如表 4-1 所示；再按照上述方法计算得到模糊判断矩阵和权重  $w$  如表 4-4 所示。

对  $A_2$  各指标的判断：银行在决定贷款策略时必然会优先考虑此前的信用记录，故本文认为  $B_4$  比  $B_5$  重要，列出优先关系矩阵及  $r_i$  如表 2 所示。再按照上述方法计算得到模糊判断矩阵和权重  $w$  如表 4-5 所示。

4.2.2 三级指标权重计算

对  $B_3$  各指标的判断：供求金额比方差可能会更大受到货币、销售周期等因素的影响，且实际情况中部分企业本就会在某些阶段集中进行原料采购。而成功交易金额比主要反映市场对于企业产品的满意度，更能体现该企业的销售稳定性。故做出判断  $C_4$  比  $C_3$  重要，列出优先关系矩阵及  $r_i$  如表 3 所示；再按照上述方法计算得到模糊判断矩阵和权重  $w$  如表 4-6 所示。

表 4-1  $A_1$  优先关系矩阵及  $r_i$

$A_1$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$r_i$
$B_1$	0.5	1	1	2.5
$B_2$	0	0.5	0	0.5
$B_3$	0	1	0.5	1.5

表 4-2  $A_2$  优先关系矩阵及  $r_i$

$A_2$	$B_4$	$B_5$	$r_i$
$B_4$	0.5	1	1.5
$B_5$	0	0.5	0.5

表 4-3  $B_3$  优先关系矩阵及  $r_i$

$B_3$	$C_3$	$C_4$	$r_i$
$C_3$	0.5	0	0.5
$C_4$	1	0.5	1.5

表 4-4  $A_1$  模糊判断矩阵及权重  $w_i$

$A_1$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$w_i$
$B_1$	0.5	0.833	0.667	0.513
$B_2$	0.167	0.5	0.333	0.163
$B_3$	0.333	0.667	0.5	0.324

表 4-5  $A_2$  模糊判断矩阵及权重  $w_i$

$A_2$	$B_4$	$B_5$	$r_i$
$B_4$	0.5	0.75	0.634
$B_5$	0.75	0.5	0.366

表 4-6  $B_3$  模糊判断矩阵及权重  $w_i$

$B_3$	$C_3$	$C_4$	$r_i$
$C_3$	0.5	0.25	0.366
$C_4$	0.75	0.5	0.634

综合上述计算数据，进行归一化，可以得到各三级指标对信贷风险的权重如表 4-7 所示

表 4-6  $B_3$  模糊判断矩阵及权重  $w_i$

一级指标	二级指标	三级指标	权重系数 $w$
$A_1(0.7)$	$B_1(0.513)$	$C_1$	0.359
	$B_2(0.163)$	$C_2$	0.114
	$B_3(0.324)$	$C_3(0.366)$	0.083
		$C_4(0.634)$	0.144
$A_2(0.3)$	$B_4(0.634)$	$C_5$	0.190
	$B_5(0.366)$	$C_6$	0.11

4.3 问题一的求解

4.3.1 123 家有信贷记录企业的信贷风险的评估

在 4.2 中我们得到了各指标的权重，根据问题一中所给出的条件，可以模型进行简化，将行业前景排除出评估体系，为了将评分分差拉大这样我们得到了问题一的评估体系个指标权重如表 4-7 所示

表 4-7 问题一的评估体系指标权重

一级指标	二级指标	三级指标	权重系数 $w$
$A_1(0.7)$	$B_1(0.513)$	$C_1$	0.359
	$B_2(0.163)$	$C_2$	0.114
	$B_3(0.324)$	$C_3(0.366)$	0.083
		$C_4(0.634)$	0.144



$A_2(0.3)$	$B_4(1)$	$C_5$	0.300
------------	----------	-------	-------

为方便量化信贷风险，本文将各三级指标转换为无量纲化的百分制评分（以下简称评分），且分数越高代表该指标越优秀，信贷风险越小，随后根据相应的权重即可计算得到信贷风险总评分  $V$ 。首先计算附件 1 中的各公司的三级指标指标的原始值，并求出平均值（见附件 1），然后利用公式：

$$Y_{ij} = 50 + \frac{\bar{X}_{ij} - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \times 50 \quad (1)$$

将原始值转化为百分制评分。其中  $Y_{ij}$  表示第  $i$  个公司的第  $j$  个三级指标的无量纲化百分制评分（以下简称评分）， $\bar{X}_{ij}$  表示第  $i$  个公司的第  $j$  个三级指标的原始值， $X_{\max}$  和  $X_{\min}$  由下式得到

$$\begin{aligned} X_{\max} &= \max(\bar{X}_{1,j}, \bar{X}_{2,j}, \dots, \bar{X}_{nj}) \\ X_{\min} &= \min(\bar{X}_{1,j}, \bar{X}_{2,j}, \dots, \bar{X}_{nj}) \end{aligned}$$

我们希望评分与企业的各项能力成正相关，故需要对季度供求金额比方差  $s_i^2$  进行数学变换。定义新变量  $S_i$ :

$$S_i = \frac{1}{s_i^2}$$

用  $S_i$  代替  $s_i^2$  进行百分制评分。规定  $C_5$  的各评级分别为 A 为 100 分，B 为 80 分，C 为 60 分，D 为 20 分，由于  $C_5$  已经是百分制评分，不需要用（1）式进行处理。计算得到每个三级指标的评分，然后根据表 4-7 的计算出权重计算出总分  $V$ :

$$V_i = \sum_{j=1}^5 w_j Y_{ij}$$

数据列入附录 1 中。

#### 4.3.2 银行信贷策略的制定

银行的决策目的是使银行的年度总利润最大化，从这一目的出发，需要构建银行年度利润的期望函数  $E_{\text{profit}}$ 。

分析 4.3.1 中得到的信贷风险评分数据,123 个企业中 120 个成功获得评分,最高分为最高得分为 84.46,最低得分为 55.73。观察总评分散点图如图 4.2 所示,我们发现了数据的分段区间内的集中特性,并据此将企业风险划分为 1 级、2 级、3 级、4 级并确定了评分区间为: [85,80), [80,75), [75,70), [70,55]。

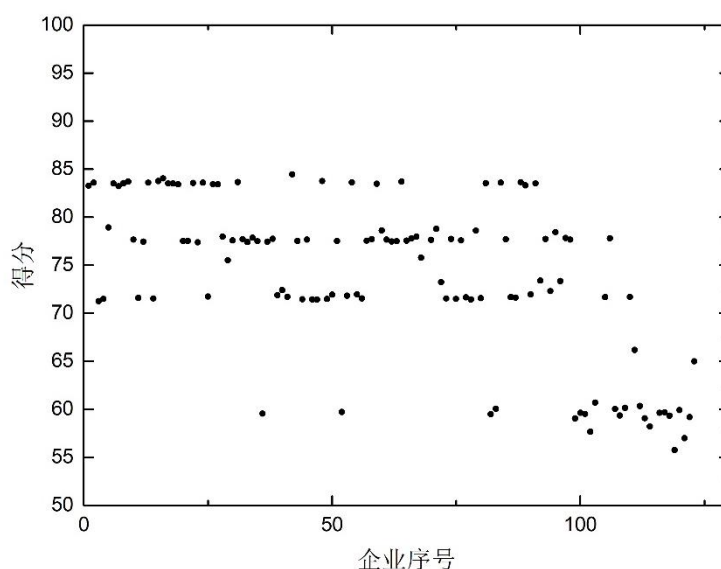


图 4.2 企业信贷风险总分分布图

记第  $i$  级风险企业数量为  $N_i$ , 则 1 级、2 级、3 级企业平均分及企业个数如表 4-8 所示,  $i=1,2,3$ , 下同。

在问题一中我们采用设置每一级企业的贷款利率相同。设单一企业贷款金额意愿分布函数期望的平均值为  $a$ , 容易知道 ( $10 < a < 100$ ); 记第  $i$  级企业的还款概率为  $P_i$ , 企业流失率为  $\varepsilon_i$ , 根据附件三,  $\varepsilon_i$  由企业评级和这一级贷款利率  $l_i$  ( $0.04 < l_i < 0.15$ ) 决定; 实际参与贷款的第  $i$  级企业数量为

$$N_i' = N_i(1 - \varepsilon_i)$$

记第  $i$  级企业贷款总额  $L_i$  为

$$L_i = aN_i'$$

构建单位期望利润的函数  $e_i$ , 其含义为银行借 1 单位 (万元) 给第  $i$  级企业所得到的利润期望:

$$e_i = P_i l_i - (1 - P_i) \times (-1) = P_i l_i + P_i - 1$$

则可以得到  $E_{\text{profit}}$  的表达式

$$E_{\text{profit}} = \sum_{i=1}^3 L_i e_i$$

通过以上关系式我们构建起了以总利润期望  $E_{\text{profit}}$  为目标函数的数学规划模

型，我们只需求解使目标函数达到最大的  $l_i$  就可以得到结果。

将  $l_i$  带入题目限制的最大年利率 0.15，计算出使得  $e_i > 0$  的  $P_i$  最小值为 0.87，也就是说若  $P_i < 0.87$ ，不管银行如何调整年利率都不可能使第  $i$  级企业的单位利润期望为正，这显然与实际情况不符，银行不做亏本生意，于是我们经过实验，最终确定下  $P_i$  的计算公式为

$$P_i = \frac{\text{第}i\text{级平均分}+10}{\text{第}1\text{级平均分}+10}$$

得到的概率与第  $i$  级实际企业数量填入表 4-9

表 4-8 各级企业平均分及数量			
$i$	1	2	2
平均评分	83.57	77.65	71.82
$N_i$	27	39	30

表 4-9 各级企业还款概率及实际数量			
$i$	1	2	3
$P_i$	1	0.937	0.874
$N_i'$	27	39	30

将  $a=\{10,20,...,100\}$  代入上文建立的规划模型，利用 Matlab 求解计算，计算结果如表 4-10 所示

银行的贷款策略为：

- 1) 银行对 1、2、3 级企业的利率为 0.0465，0.1185，0.15；
- 2) 银行年度贷款金额不足时优先贷款顺序为：2>1>3

表 4-10 各级企业贷款利率及 $e_i$			
$i$	1	2	3
$l_i$	0.0465	0.1185	0.15
$e_i$	0.0465	0.0480	0.0051

4.4 问题二的求解

4.4.1 302 家无信贷记录企业的信贷风险评估

附件 2 为无信贷记录的企业发票流水信息，其中没有信誉评级信息，所以只需要对这 302 家企业进行财务指标的评估，各个指标的权重如表 4-11 所示

表 4-11 问题二的评估体系指标权重

一级指标	二级指标	三级指标	权重 $w$
$A_1$ (100%)	$B_1$ (0.454)	$C_1$	0.513
	$B_2$ (0.172)	$C_2$	0.324
	$B_3$ (0.077)	$C_3$ (0.366)	0.060
		$C_4$ (0.634)	0.103

利用类似问题一的方法，对  $C_1$ 、 $C_2$  的计算周期选择为一年，对  $C_3$ 、 $C_4$  的计算周期为半年，为了使评分差距拉开，使用销售利润  $\Omega_{ih}$  代替利润率  $p_{ih}$  作为  $C_1$  计算得到附件 2 各企业的三级指标原始值和评分，记录在附录 2 中。

4.4.2 银行信贷策略的制定

在 4.3 中建立的规划方法上进行改进，首先求得第 1、2、3、4 级别的分数段分别为(100,91)，(91,90)，(90,85)，(85,0)，再求出各级别的还款概率及企业实际数量，列入表 4-12。此时信贷总额为  $A=10^4$ ，在第一题模型上加以修改，限制级企业贷款总值

$$\sum_{i=1}^3 L_i \leq A$$

随后代入  $a=\{10,20,...,100\}$ ，求出贷款利率列入表 4-13。

表 4-12 各级企业还款概率及实际数量

$i$	1	2	3
$P_i$	1	0.987	0.953
$N_i'$	173	89	30

表 4-13 各级企业不同  $a$  贷款利率

$a$	1	2	3
10	0.0465	0.0665	0.1105
20	0.0465	0.0665	0.1105
30	0.0465	0.0665	0.1105
40	0.0465	0.0665	0.1105

50	0.0465	0.0665	0.1105
60	0.0585	0.0665	0.1105
70	0.0745	0.0665	0.1105
80	0.0745	0.0945	0.1105
90	0.0745	0.1185	0.1425
100	0.0825	0.1065	0.1265

因为第 1 级和第 2 级企业的还款概率接近，第 3 级企业的还款概率与前两者有明显差距，且第 2 级企业均进项额远大于第 1 级进项额，再结合问题一中的结论，可以得到三者的优先贷款顺序为  $2>1>3$ 。

#### 4.5 问题三的求解

以新冠疫情为例，在问题二的基础上，加入非财务指标：抗风险能力。查阅统计局给出的各行业 2020 年各行业第一季度和第二季度的行业景气指标<sup>[2]</sup>，我们给附件 3 中的各企业的抗风险能力进行评级，分别为 A：100；B：80；C：60；D：40。其他各项指标同问题一。各个指标的权重如表 4-14 所示

表 4-14 问题三的评估体系指标权重

一级指标	二级指标	三级指标	权重系数 $w$
$A_1(0.7)$	$B_1(0.513)$	$C_1$	0.359
	$B_2(0.163)$	$C_2$	0.114
	$B_3(0.324)$	$C_3(0.366)$	0.083
		$C_4(0.634)$	0.144
$A_2(0.3)$	$B_4(1)$	$C_5$	0.300

首先求得第 1、2、3、4 级别的分数段分别为(100,91)，(91,90)，(90,85)，(85,0)，再求出各级别的还款概率及企业实际数量，列入表 4-15。

$i$	1	2	3
$P_i$	1	0.935	0.871
$N_i'$	39	93	48

接下来的问题与问题 2 相同。将相应数值代入问题 2 的代码，得到结果如下。

表 4-15 各级企业不同  $\alpha$  贷款利率

$a$	1	2	3
10	0.0465	0.1185	0.15
20	0.0465	0.1185	0.15
30	0.0465	0.1185	0.15
40	0.0465	0.1185	0.15
50	0.0465	0.1185	0.15
60	0.0465	0.1385	0.15
70	0.0585	0.1185	0.15
80	0.0665	0.1185	0.15
90	0.0745	0.1185	0.15
100	0.0745	0.1465	0.15

发放贷款的顺序是  $2>1>3$

## 5. 模型的评价与改进

### 5.1 模型的优点

1.在风险量化评估模型中，运用了层次模糊分析法，在结合了实际银行现有风险评价模型的同时，便于非专业人士操作，也保证了模型矩阵的一致性。

2.在银行决策模型中，考虑到了动态博弈中先行动者行为对后行动者行为的影响。并利用这种影响的量化指标，将多个复杂的决策模型进行统一和简化，建立起了以银行年度利润期望为目标函数的数学规划模型，简洁合理。

3.这两个模型的灵活度都较高，都可根据实际应用情况进行相应调整，实用性强。

### 5.2 模型的缺点：

1.在风险量化评估模型的财务因素中，由于缺少例如企业总资产、总负债等能够体现企业总体规模的数据，对企业总规模的考虑不足。

2.在风险量化评估模型的非财务因素中，由于缺少其他因素指标，所以指标略显单一。

3.在银行决策模型中，假设所有企业的贷款意愿金额都相同，处理不够精确。

### 5.3 模型的拓展方向：

- 1.在风险量化评估模型中加入非财务因素的部分加入行业前景指数。
- 2.在银行决策模型中加入根据实际企业规模比确定业的贷款意愿金额比

#### 参考文献

- [1]黄静. 基于模糊层次分析法的银行信贷风险量化研究[D].华中科技大学,2007.
- [2] <http://www.stats.gov.cn/>

附录 1

	$\bar{p}_{ih}$	$Y_{i,1}$	$\bar{\delta}_{ih}$	$Y_{i,2}$	$\bar{S}_i$	$Y_{i,3}$	$\bar{q}_{ih}$	$Y_{i,4}$	$Y_{i,5}$	总分
1	-0.420	99.125	-0.068	52.469	6.360	50.046	0.968	52.336	100	83.258
2	0.719	99.788	0.254	53.161	13.421	50.097	0.966	52.327	100	83.577
3	0.901	99.894	-0.149	52.294	22.756	50.164	0.625	50.446	60	71.251
4	0.755	99.809	-0.275	52.024	3.565	50.026	0.993	52.471	60	71.470
5	-0.043	99.344	6.227	65.999	4.529	50.033	0.994	52.477	80	78.898
6	0.197	99.484	0.284	53.225	4.842	50.035	0.995	52.487	100	83.493
7	0.864	99.872	-0.130	52.334	9.143	50.066	0.591	50.263	100	83.213
8	0.526	99.676	0.252	53.155	9.124	50.066	0.960	52.294	100	83.529
9	0.928	99.909	0.015	52.647	205.743	51.485	0.970	52.346	100	83.680
10	0.980	99.939	-0.020	52.571	89.917	50.649	0.997	52.496	80	77.635
11	0.156	99.460	0.683	54.083	3.379	50.024	0.999	52.508	60	71.585
12	0.537	99.682	-0.291	51.988	5.237	50.038	0.997	52.496	80	77.425
13	0.517	99.670	0.352	53.371	4.801	50.035	0.980	52.401	100	83.564
14	0.504	99.662	0.146	52.928	7.182	50.052	0.989	52.452	60	71.520
15	0.976	99.937	0.563	53.824	32.264	50.233	1.000	52.512	100	83.745
16	0.998	99.950	0.159	52.957	669.442	54.831	1.000	52.512	100	84.032
17	0.167	99.467	0.325	53.313	3.603	50.026	0.976	52.380	100	83.481
18	0.296	99.542	0.184	53.011	3.157	50.023	0.992	52.466	100	83.486
19	-0.016	99.360	0.091	52.809	13.850	50.100	0.979	52.397	100	83.394
20	0.064	99.407	0.476	53.638	11.929	50.086	1.000	52.512	80	77.521
21	-0.024	99.355	0.614	53.933	3.498	50.025	0.984	52.421	80	77.518
22	0.260	99.520	0.524	53.741	2.493	50.018	0.990	52.458	100	83.560
23	0.054	99.401	-0.103	52.393	6.235	50.045	0.995	52.482	80	77.369
24	0.422	99.615	0.405	53.486	22.302	50.161	0.990	52.458	100	83.576
25	0.768	99.816	0.747	54.220	6.207	50.045	0.979	52.398	60	71.714
26	-0.028	99.353	0.140	52.916	7.563	50.055	0.999	52.505	100	83.415
27	-0.001	99.369	0.124	52.882	9.813	50.071	0.995	52.482	100	83.415
28	0.968	99.933	1.281	55.368	78.893	50.569	1.000	52.512	80	77.947
29	1.000	99.951	3.523	60.187	5077.235	86.639	1.000	52.512	60	75.496
30	0.667	99.758	0.181	53.004	5.453	50.039	1.000	52.512	80	77.570
31	0.896	99.891	0.169	52.977	9.951	50.072	0.999	52.509	100	83.617
32	0.938	99.915	0.458	53.598	16.595	50.120	0.992	52.469	80	77.695
33	0.061	99.405	0.024	52.666	8.401	50.061	0.988	52.445	80	77.397
34	0.525	99.675	1.422	55.670	2.520	50.018	0.998	52.503	80	77.842
35	0.122	99.440	0.289	53.235	10.056	50.073	0.999	52.507	80	77.485
36	0.407	99.606	0.356	53.379	8.305	50.060	0.968	52.335	20	59.535
37	-0.022	99.357	0.215	53.077	7.962	50.057	0.988	52.446	80	77.427
38	0.788	99.828	0.728	54.179	4.736	50.034	0.994	52.477	80	77.724
39	0.990	99.945	0.787	54.306	119.505	50.862	0.991	52.464	60	71.848
40	0.865	99.872	3.564	60.275	11.354	50.082	0.929	52.122	60	72.388
41	0.852	99.865	0.644	53.999	13.251	50.096	0.957	52.274	60	71.693



42	0.999	99.951	0.719	54.159	1228.096	58.862	0.940	52.181	100	84.456
43	0.823	99.848	-0.105	52.388	5.979	50.043	0.981	52.408	80	77.518
44	0.085	99.419	0.242	53.134	6.578	50.047	0.981	52.406	60	71.449
45	0.068	99.409	1.187	55.165	4.008	50.029	0.930	52.124	80	77.635
46	0.140	99.451	0.088	52.804	8.318	50.060	0.958	52.281	60	71.406
47	0.168	99.467	-0.124	52.347	37.053	50.267	0.992	52.466	60	71.404
48	0.744	99.802	0.751	54.228	21.792	50.157	0.998	52.501	100	83.734
49	0.432	99.621	0.096	52.820	3.296	50.024	0.966	52.324	60	71.472
50	0.912	99.900	1.537	55.917	8.045	50.058	0.958	52.280	60	71.922
51	0.235	99.506	0.329	53.321	4.332	50.031	0.997	52.496	80	77.513
52	0.253	99.517	1.043	54.855	2.260	50.016	0.997	52.498	20	59.691
53	0.067	99.408	1.635	56.129	7.028	50.051	0.991	52.460	60	71.795
54	0.774	99.819	0.185	53.012	13.157	50.095	0.992	52.466	100	83.592
55	0.506	99.664	3.301	59.709	1.684	50.012	0.544	50.000	60	71.937
56	-0.103	99.310	0.707	54.133	2.704	50.019	0.989	52.449	60	71.528
57	0.304	99.546	0.455	53.592	2.888	50.021	0.969	52.342	80	77.535
58	0.743	99.802	0.705	54.130	7.648	50.055	0.984	52.424	80	77.703
59	0.309	99.549	0.057	52.737	9.775	50.070	0.999	52.506	100	83.467
60	-10.869	93.047	14.292	83.334	0.039	50.000	0.993	52.475	80	78.611
61	0.950	99.922	0.112	52.855	83.970	50.606	0.976	52.382	80	77.641
62	0.859	99.869	-0.080	52.442	6.456	50.047	0.896	51.938	80	77.465
63	0.342	99.569	0.088	52.804	3.503	50.025	0.998	52.503	80	77.477
64	0.989	99.945	0.211	53.068	83.044	50.599	1.000	52.512	100	83.691
65	0.314	99.552	0.351	53.369	2.787	50.020	0.994	52.481	80	77.532
66	-1.959	98.230	3.253	59.607	0.303	50.002	0.997	52.496	80	77.769
67	0.813	99.842	1.665	56.192	12.245	50.088	0.992	52.470	80	77.962
68	1.000	99.951	0.103	52.835	6928.685	100.000	1.000	52.512	60	75.767
69	0.989	99.945	2.480	57.946	-	-	0.873	51.815	60	-
70	0.383	99.592	0.689	54.095	3.569	50.026	0.974	52.371	80	77.614
71	-0.716	98.953	6.324	66.207	0.495	50.004	0.998	52.500	80	78.782
72	-2.054	98.175	9.161	72.306	0.145	50.001	1.000	52.512	60	73.199
73	0.871	99.876	-0.120	52.357	16.364	50.118	0.964	52.313	60	71.517
74	0.932	99.911	0.577	53.855	9.047	50.065	0.977	52.385	80	77.707
75	0.555	99.692	-0.140	52.313	3.867	50.028	0.999	52.508	60	71.467
76	0.754	99.808	0.142	52.920	5.252	50.038	0.998	52.499	80	77.577
77	0.818	99.845	0.359	53.386	9.477	50.068	0.991	52.465	60	71.641
78	0.635	99.739	-0.401	51.752	8.868	50.064	1.000	52.512	60	71.423
79	-3.650	97.247	7.938	69.677	0.111	50.001	1.000	52.512	80	78.566
80	0.513	99.668	0.242	53.134	1.552	50.011	1.000	52.512	60	71.551
81	0.416	99.612	0.133	52.900	7.555	50.054	0.998	52.503	100	83.506
82	0.442	99.627	0.041	52.703	3.770	50.027	0.992	52.469	20	59.482
83	-84.870	50.000	1.497	55.832	0.008	50.000	0.997	52.498	80	60.025
84	0.675	99.762	0.289	53.234	4.146	50.030	0.985	52.427	100	83.585
85	0.825	99.849	0.497	53.683	5.973	50.043	1.000	52.512	80	77.681

86	0.958	99.926	-0.932	50.610	1.662	50.012	1.400	54.716	60	71.673
87	0.647	99.746	0.318	53.298	5.035	50.036	1.000	52.512	60	71.600
88	0.696	99.774	0.506	53.702	2.561	50.018	0.983	52.417	100	83.641
89	-0.773	98.920	0.347	53.359	0.234	50.002	1.000	52.512	100	83.307
90	0.840	99.858	1.646	56.152	6.117	50.044	0.968	52.336	60	71.941
91	0.442	99.626	0.067	52.758	7.986	50.058	0.997	52.493	100	83.494
92	0.323	99.557	7.860	69.509	1.732	50.012	0.987	52.440	60	73.367
93	0.803	99.836	0.766	54.261	10.895	50.079	0.960	52.292	80	77.714
94	0.721	99.789	3.399	59.921	2.076	50.015	0.874	51.819	60	72.268
95	0.999	99.950	-0.081	52.441	1461.339	60.546	1.000	52.512	80	78.447
96	0.994	99.948	6.761	67.146	116.707	50.842	1.000	52.512	60	73.317
97	0.979	99.939	0.457	53.596	211.096	51.523	0.984	52.425	80	77.814
98	0.800	99.835	0.613	53.932	5.924	50.043	0.917	52.054	80	77.638
99	-2.076	98.162	0.284	53.224	0.313	50.002	1.000	52.512	20	59.020
100	0.956	99.925	1.086	54.948	30.400	50.219	0.677	50.733	20	59.611
101	0.851	99.865	-0.244	52.091	4.975	50.036	1.000	52.512	20	59.505
102	-8.213	94.592	0.192	53.026	0.254	50.002	0.914	52.038	20	57.647
103	0.382	99.591	5.111	63.600	1.767	50.013	0.944	52.201	20	60.672
104	0.998	99.950	0.016	52.648	-	-	0.666	50.671	60	-
105	0.989	99.945	-0.295	51.981	296.816	52.142	0.965	52.319	60	71.668
106	0.890	99.887	0.997	54.757	7.832	50.056	0.965	52.322	80	77.791
107	0.539	99.683	2.129	57.190	1.262	50.009	1.000	52.512	20	60.018
108	0.354	99.575	-0.522	51.492	1.858	50.013	1.000	52.512	20	59.330
109	0.992	99.947	1.538	55.920	241.225	51.741	1.000	52.512	20	60.112
110	0.987	99.944	0.147	52.929	121.185	50.874	1.000	52.512	60	71.698
111	1.084	100.000	-1.216	50.000	0.656	50.005	9.629	100.000	20	66.150
112	-0.964	98.809	4.743	62.809	0.550	50.004	0.961	52.295	20	60.313
113	-1.268	98.632	-0.309	51.949	0.359	50.003	1.000	52.512	20	59.043
114	-5.380	96.240	-0.248	52.081	0.142	50.001	0.982	52.415	20	58.185
115	0.973	99.935	-	-	-	-	1.000	52.512	20	-
116	0.965	99.931	0.120	52.873	20.084	50.145	1.000	52.512	20	59.626
117	0.986	99.943	0.091	52.810	92.331	50.666	1.000	52.512	20	59.667
118	-0.357	99.162	-0.043	52.522	0.644	50.005	0.996	52.492	20	59.296
119	-22.654	86.191	4.380	62.030	0.027	50.000	1.000	52.512	20	55.726
120	0.814	99.843	1.423	55.672	6.442	50.046	1.000	52.512	20	59.906
121	-12.112	92.324	0.495	53.678	0.113	50.001	1.000	52.512	20	56.975
122	-0.647	98.993	-0.243	52.091	0.602	50.004	0.963	52.310	20	59.160
123	0.925	99.908	22.046	100.000	9.519	50.069	1.000	52.512	20	64.984

附录 2

	$\bar{\Omega}_{ih}$	$Y_{i,1}$	$\bar{\delta}_{ih}$	$Y_{i,2}$	$\bar{S}_i$	$Y_{i,3}$	$\bar{q}_{ih}$	$Y_{i,4}$	
1	4694242	95.124	0.975	94.829	893.651	100.000	0.992	99.987	95.822
2	29324685	100.000	-0.284	94.769	61.656	53.450	0.999	99.999	95.512
3	25036967	99.151	0.157	94.790	27.714	51.551	0.995	99.992	94.969

4	24492411	99.043	0.061	94.786	19.600	51.097	0.999	99.999	94.885
5	22908555	98.730	1.600	94.859	6.155	50.344	0.989	99.981	94.701
6	19442724	98.044	0.503	94.807	19.703	51.102	1.000	100.000	94.38
7	18627175	97.882	0.050	94.785	4.272	50.239	0.971	99.948	94.233
8	-2374018	93.725	109.971	100.000	1.464	50.082	0.907	99.833	93.769
9	11921683	96.555	-1.672	94.703	3.691	50.207	0.979	99.963	93.525
10	8572737	95.892	0.307	94.797	49.889	52.791	0.984	99.971	93.371
11	7078658	95.596	1.657	94.861	18.356	51.027	0.994	99.989	93.136
12	7293645	95.639	1.051	94.833	5.757	50.322	1.000	100.000	93.108
13	-1600991	93.878	58.264	97.547	6.113	50.342	0.998	99.996	93.085
14	6425776	95.467	2.314	94.892	17.626	50.986	1.000	100.000	93.079
15	1480476	94.488	37.803	96.576	4.999	50.280	0.992	99.986	93.078
16	6694725	95.520	-0.366	94.765	20.414	51.142	0.991	99.984	93.073
17	3431739	94.874	3.512	94.949	14.679	50.821	0.998	99.996	92.783
18	4013080	94.989	0.484	94.806	6.695	50.375	0.998	99.997	92.769
19	3659975	94.919	0.929	94.827	6.103	50.341	0.974	99.953	92.733
20	3769623	94.941	-1.455	94.714	0.913	50.051	1.000	100.000	92.695
21	2736263	94.736	1.675	94.862	13.568	50.759	1.000	100.000	92.681
22	664504	94.326	0.409	94.802	69.640	53.896	1.000	100.000	92.639
23	-118436	94.171	18.358	95.654	0.103	50.006	1.000	100.000	92.602
24	-157137	94.164	18.558	95.663	0.022	50.001	1.000	100.000	92.601
25	-253822	94.145	15.114	95.500	17.036	50.953	0.992	99.985	92.594
26	487193	94.291	10.552	95.283	11.298	50.632	1.000	100.000	92.581
27	-424083	94.111	15.027	95.496	17.668	50.989	1.000	100.000	92.579
28	-258131	94.144	18.040	95.639	0.205	50.011	0.971	99.948	92.578
29	1824073	94.556	-0.810	94.744	2.129	50.119	0.995	99.990	92.51
30	1856792	94.562	-1.162	94.728	0.578	50.032	1.000	100.000	92.504
31	1323233	94.457	-0.333	94.767	5.821	50.326	1.000	100.000	92.48
32	-864832	94.024	15.048	95.497	0.012	50.001	1.000	100.000	92.475
33	790039	94.351	-3.002	94.640	30.052	51.681	0.999	99.998	92.466
34	-97680	94.175	8.664	95.194	0.002	50.000	1.000	100.000	92.455
35	97962	94.214	6.691	95.100	1.974	50.110	1.000	100.000	92.451
36	-12718	94.192	7.684	95.147	0.034	50.002	1.000	100.000	92.448
37	-668007	94.063	11.341	95.321	2.851	50.160	1.000	100.000	92.448
38	190890	94.233	0.350	94.799	24.333	51.361	0.996	99.992	92.437
39	1104228	94.413	-2.216	94.678	5.828	50.326	0.996	99.993	92.428
40	1313638	94.455	-5.413	94.526	9.382	50.525	0.955	99.919	92.405
41	67806	94.208	3.165	94.933	3.156	50.177	1.000	100.000	92.398
42	72474	94.209	2.075	94.881	6.464	50.362	1.000	99.999	92.392
43	856784	94.364	-1.743	94.700	1.664	50.093	0.965	99.937	92.391
44	-57869	94.183	3.854	94.966	0.492	50.028	1.000	100.000	92.387
45	-22142	94.190	0.023	94.784	13.569	50.759	1.000	100.000	92.375
46	206056	94.236	0.812	94.821	1.481	50.083	0.994	99.989	92.369
47	-288492	94.138	4.115	94.978	0.001	50.000	1.000	100.000	92.365

48	-57321	94.183	1.721	94.864	0.955	50.053	1.000	100.000	92.355
49	-852164	94.026	6.574	95.095	2.690	50.150	0.979	99.962	92.351
50	2019	94.195	0.439	94.804	1.897	50.106	1.000	100.000	92.345
51	181477	94.231	-0.987	94.736	1.989	50.111	0.999	99.998	92.341
52	-219423	94.151	0.834	94.822	3.987	50.223	1.000	100.000	92.335
53	-5664	94.194	0.255	94.795	0.009	50.000	1.000	100.000	92.335
54	-73634	94.180	0.188	94.792	0.016	50.001	1.000	100.000	92.327
55	-157347	94.164	0.586	94.810	0.199	50.011	1.000	100.000	92.325
56	6962	94.196	-0.512	94.758	0.123	50.007	1.000	100.000	92.325
57	-86728	94.178	0.053	94.785	0.027	50.002	1.000	100.000	92.324
58	-189268	94.157	0.649	94.813	0.253	50.014	1.000	100.000	92.323
59	-236294	94.148	0.877	94.824	0.007	50.000	1.000	100.000	92.321
60	-96335	94.176	-0.131	94.776	0.014	50.001	1.000	100.000	92.32
61	-185413	94.158	0.361	94.800	0.336	50.019	1.000	100.000	92.319
62	-382989	94.119	1.625	94.860	0.080	50.004	0.998	99.997	92.318
63	-130291	94.169	-0.012	94.782	0.003	50.000	0.991	99.983	92.316
64	-53656	94.184	-1.001	94.735	1.642	50.092	1.000	100.000	92.316
65	-926550	94.011	4.911	95.016	0.863	50.048	1.000	100.000	92.316
66	-285188	94.138	0.813	94.821	0.004	50.000	1.000	100.000	92.315
67	-401420	94.115	1.466	94.852	0.115	50.006	0.997	99.995	92.313
68	-74192	94.180	-1.232	94.724	2.231	50.125	1.000	100.000	92.313
69	-270209	94.141	0.542	94.808	0.017	50.001	1.000	100.000	92.312
70	-282840	94.139	0.434	94.803	0.002	50.000	1.000	100.000	92.309
71	-12988	94.192	-1.470	94.713	0.620	50.035	0.991	99.983	92.308
72	-172612	94.161	-0.429	94.762	0.020	50.001	1.000	100.000	92.307
73	-217357	94.152	-0.230	94.772	0.199	50.011	1.000	100.000	92.307
74	-158788	94.163	-0.612	94.754	0.002	50.000	1.000	100.000	92.306
75	-41967	94.186	-1.861	94.694	2.651	50.148	0.974	99.954	92.303
76	-495065	94.097	-1.624	94.706	13.826	50.774	0.999	99.998	92.303
77	-297906	94.136	-0.075	94.779	0.420	50.023	1.000	100.000	92.302
78	-197063	94.156	-0.844	94.743	0.651	50.036	1.000	100.000	92.301
79	-256338	94.144	-0.375	94.765	0.002	50.000	1.000	100.000	92.3
80	-315702	94.132	-0.026	94.781	0.001	50.000	0.998	99.997	92.299
81	-190374	94.157	-0.914	94.739	0.024	50.001	1.000	100.000	92.298
82	-380780	94.119	0.198	94.792	0.249	50.014	1.000	100.000	92.297
83	-341118	94.127	-0.485	94.760	2.152	50.120	0.998	99.996	92.296
84	-275421	94.140	-0.505	94.759	0.001	50.000	1.000	100.000	92.296
85	-354727	94.125	0.375	94.800	0.928	50.052	0.948	99.908	92.295
86	-438679	94.108	0.148	94.790	1.468	50.082	1.000	100.000	92.294
87	-394411	94.117	0.167	94.791	0.007	50.000	1.000	100.000	92.294
88	-342498	94.127	-0.866	94.742	3.234	50.181	0.996	99.992	92.293
89	-75334	94.180	-2.044	94.686	0.002	50.000	1.000	100.000	92.292
90	-373890	94.121	-0.094	94.778	0.001	50.000	1.000	100.000	92.292
91	-555831	94.085	0.812	94.821	1.049	50.059	0.998	99.996	92.291

92	-325923	94.130	-0.707	94.749	0.004	50.000	1.000	100.000	92.288
93	-572678	94.081	0.220	94.793	3.190	50.178	1.000	100.000	92.287
94	-374830	94.121	-0.475	94.760	0.114	50.006	1.000	100.000	92.287
95	-1973	94.194	-2.016	94.687	0.684	50.038	0.909	99.837	92.286
96	-422487	94.111	-0.241	94.771	0.004	50.000	1.000	100.000	92.285
97	-575207	94.081	0.547	94.809	0.839	50.047	1.000	100.000	92.284
98	-307881	94.134	-1.241	94.724	0.004	50.000	1.000	100.000	92.281
99	-513152	94.093	-0.030	94.781	0.586	50.033	1.000	100.000	92.281
100	-818405	94.033	-1.772	94.699	17.482	50.978	1.000	100.000	92.28
101	-903184	94.016	0.240	94.794	10.636	50.595	1.000	100.000	92.279
102	-535942	94.089	-0.017	94.782	0.620	50.035	1.000	100.000	92.279
103	-405828	94.114	-2.828	94.648	9.386	50.525	1.000	100.000	92.278
104	-493876	94.097	0.085	94.787	0.630	50.035	0.956	99.921	92.277
105	-603864	94.075	0.155	94.790	0.005	50.000	1.000	100.000	92.273
106	-661748	94.064	0.517	94.807	0.001	50.000	1.000	100.000	92.272
107	-112140	94.173	-3.032	94.639	0.262	50.015	0.973	99.952	92.269
108	-810073	94.034	1.855	94.871	2.027	50.113	0.906	99.832	92.267
109	-644175	94.067	0.056	94.785	0.001	50.000	1.000	100.000	92.267
110	-410441	94.114	-2.339	94.672	3.647	50.204	0.999	99.997	92.266
111	-998650	93.997	0.748	94.818	7.098	50.397	0.997	99.995	92.265
112	-610047	94.074	-0.436	94.762	0.001	50.000	1.000	100.000	92.263
113	-759553	94.044	0.101	94.787	1.913	50.107	1.000	100.000	92.262
114	-855975	94.025	1.034	94.832	0.000	50.000	1.000	100.000	92.26
115	-604263	94.075	-0.717	94.749	0.000	50.000	1.000	100.000	92.259
116	-620680	94.072	-0.224	94.772	0.524	50.029	0.956	99.921	92.259
117	-601460	94.076	-1.003	94.735	0.044	50.002	1.000	100.000	92.255
118	-650722	94.066	-0.631	94.753	0.256	50.014	0.980	99.964	92.253
119	-1637587	93.871	0.898	94.825	21.860	51.223	1.000	100.000	92.252
120	-1016491	93.994	0.729	94.817	0.879	50.049	1.000	100.000	92.242
121	-826705	94.031	-0.446	94.762	0.001	50.000	1.000	100.000	92.241
122	-831966	94.030	-0.341	94.766	0.202	50.011	0.987	99.976	92.24
123	-1806171	93.837	4.513	94.997	3.123	50.175	0.967	99.941	92.222
124	-1185947	93.960	-0.003	94.783	3.066	50.172	0.991	99.984	92.22
125	-1151421	93.967	-0.189	94.774	1.078	50.060	1.000	100.000	92.215
126	-1642495	93.870	2.209	94.887	4.797	50.268	1.000	100.000	92.215
127	-1120795	93.973	-0.567	94.756	0.812	50.045	1.000	100.000	92.212
128	-1128847	93.971	-0.665	94.751	1.296	50.073	1.000	100.000	92.211
129	-1604637	93.877	1.384	94.848	6.045	50.338	0.996	99.993	92.209
130	-1284030	93.941	-0.454	94.761	0.779	50.044	0.994	99.989	92.196
131	-1208677	93.956	-0.699	94.750	0.320	50.018	0.961	99.930	92.192
132	-1750063	93.848	-0.210	94.773	10.535	50.589	1.000	100.000	92.186
133	-1357584	93.926	-0.557	94.756	0.002	50.000	1.000	100.000	92.185
134	-1653002	93.868	1.014	94.831	1.365	50.076	1.000	100.000	92.184
135	-3136033	93.574	0.096	94.787	49.884	52.791	1.000	100.000	92.182

136	-1526382	93.893	0.193	94.792	0.032	50.002	0.998	99.996	92.179
137	-1711188	93.856	1.070	94.833	0.554	50.031	0.999	99.998	92.176
138	-1571291	93.884	0.083	94.787	0.000	50.000	1.000	100.000	92.173
139	-1156706	93.966	-3.176	94.632	3.113	50.174	0.980	99.963	92.172
140	-1606218	93.877	-2.400	94.669	10.847	50.607	0.980	99.964	92.164
141	-2162334	93.767	3.043	94.927	0.127	50.007	0.999	99.999	92.159
142	-1957376	93.807	1.076	94.834	2.423	50.136	0.998	99.997	92.157
143	-2062432	93.787	0.684	94.815	5.978	50.334	0.998	99.996	92.152
144	-1712623	93.856	-0.357	94.766	0.001	50.000	1.000	100.000	92.152
145	-1876716	93.823	-0.069	94.779	3.249	50.182	1.000	100.000	92.151
146	-1835180	93.831	0.214	94.793	0.477	50.027	0.998	99.997	92.15
147	-2005164	93.798	0.837	94.822	2.325	50.130	0.999	99.997	92.148
148	-1418728	93.914	-4.050	94.591	6.469	50.362	0.993	99.988	92.146
149	-1953115	93.808	0.390	94.801	0.248	50.014	0.999	99.998	92.14
150	-2083724	93.782	0.737	94.818	2.299	50.129	0.992	99.986	92.138
151	-2034405	93.792	0.033	94.784	0.326	50.018	0.994	99.989	92.125
152	-1450638	93.908	-5.959	94.500	8.767	50.491	0.997	99.995	92.121
153	-2375952	93.724	1.221	94.841	1.659	50.093	0.976	99.957	92.11
154	-942223	94.008	-8.726	94.369	0.894	50.050	1.000	100.000	92.105
155	-2275674	93.744	-0.340	94.767	1.922	50.108	0.998	99.996	92.101
156	-2410286	93.718	1.881	94.872	1.077	50.060	0.886	99.795	92.098
157	-2215543	93.756	-0.385	94.764	0.465	50.026	0.970	99.946	92.097
158	-2333462	93.733	-0.198	94.773	0.006	50.000	1.000	100.000	92.092
159	-155685	94.164	-15.735	94.036	4.273	50.239	0.991	99.983	92.086
160	-2788897	93.643	1.767	94.867	2.793	50.156	1.000	99.999	92.085
161	-2440302	93.712	-0.332	94.767	0.398	50.022	0.999	99.999	92.08
162	-623268	94.071	-12.619	94.184	1.289	50.072	1.000	100.000	92.079
163	-2844040	93.632	2.013	94.878	1.021	50.057	1.000	100.000	92.077
164	-346197	94.126	-14.570	94.091	0.540	50.030	0.996	99.993	92.073
165	-1500096	93.898	-4.693	94.560	2.255	50.126	0.709	99.479	92.061
166	-2804678	93.640	0.103	94.788	0.030	50.002	0.999	99.999	92.048
167	-3028276	93.595	-0.102	94.778	6.850	50.383	0.995	99.991	92.044
168	-267222	94.142	-17.000	93.976	0.160	50.009	0.997	99.994	92.043
169	-3178989	93.565	-0.021	94.782	9.950	50.557	0.969	99.944	92.036
170	-3260995	93.549	0.636	94.813	2.333	50.131	0.999	99.999	92.018
171	-3197311	93.562	0.578	94.810	0.604	50.034	0.995	99.990	92.017
172	-3149188	93.571	0.110	94.788	0.145	50.008	0.985	99.972	92.011
173	-3780902	93.446	3.043	94.927	2.166	50.121	1.000	100.000	92.002
174	-3512658	93.499	0.077	94.786	1.025	50.057	0.966	99.939	91.973
175	-3709089	93.461	0.455	94.804	2.521	50.141	0.972	99.950	91.965
176	-3744392	93.454	0.103	94.788	0.348	50.019	0.931	99.877	91.941
177	-4350645	93.334	0.437	94.803	11.174	50.625	0.995	99.991	91.933
178	-4147069	93.374	0.348	94.799	0.211	50.012	0.997	99.995	91.916
179	-4116467	93.380	-0.369	94.765	0.051	50.003	1.000	100.000	91.908

180	-4859250	93.233	0.967	94.829	14.918	50.835	0.992	99.985	91.901
181	101799	94.215	-30.948	93.314	8.035	50.450	1.000	100.000	91.893
182	-4472444	93.309	-0.210	94.773	6.285	50.352	0.971	99.948	91.89
183	-4414513	93.321	0.209	94.793	1.049	50.059	0.999	99.998	91.89
184	-3294648	93.543	-0.083	94.779	0.003	50.000	0.417	98.956	91.888
185	-4372144	93.329	-0.357	94.766	0.132	50.007	1.000	100.000	91.882
186	-4442617	93.315	-0.194	94.773	4.565	50.255	0.943	99.899	91.882
187	-4476974	93.309	0.313	94.798	0.015	50.001	1.000	100.000	91.882
188	-4463972	93.311	-0.257	94.770	2.137	50.120	0.994	99.990	91.88
189	-4892095	93.226	2.255	94.890	1.328	50.074	0.999	99.999	91.874
190	-4584893	93.287	-0.091	94.778	0.135	50.008	0.997	99.995	91.864
191	-4223894	93.359	-2.245	94.676	0.480	50.027	0.925	99.865	91.856
192	-4972812	93.210	1.174	94.838	2.421	50.135	0.999	99.998	91.852
193	-5209794	93.163	1.554	94.856	0.741	50.041	0.993	99.987	91.828
194	-5456517	93.115	0.804	94.821	0.597	50.033	0.995	99.991	91.791
195	-2724409	93.655	-17.380	93.958	0.310	50.017	0.996	99.992	91.788
196	-6120256	92.983	-0.103	94.778	18.661	51.044	0.993	99.987	91.77
197	-6024457	93.002	2.768	94.914	0.002	50.000	1.000	100.000	91.762
198	-6633886	92.882	2.233	94.889	19.084	51.068	0.990	99.983	91.754
199	-5900811	93.027	-0.110	94.777	0.640	50.036	0.982	99.967	91.729
200	-4276225	93.348	-11.981	94.214	3.306	50.185	0.941	99.894	91.713
201	-7984733	92.614	11.062	95.307	1.386	50.078	0.997	99.995	91.695
202	-6131809	92.981	-1.498	94.712	0.871	50.049	1.000	100.000	91.689
203	-6372695	92.933	0.095	94.787	0.287	50.016	0.998	99.996	91.686
204	-7899147	92.631	0.084	94.787	43.421	52.429	0.997	99.994	91.676
205	-6727640	92.863	0.330	94.798	4.737	50.265	0.997	99.994	91.669
206	-5745963	93.057	-1.208	94.725	0.456	50.026	0.611	99.304	91.659
207	-6677718	92.873	-0.673	94.751	0.002	50.000	1.000	100.000	91.643
208	-6994702	92.810	-0.433	94.762	0.000	50.000	1.000	100.000	91.615
209	-8364044	92.539	7.766	95.151	1.695	50.095	0.991	99.984	91.606
210	-7207647	92.768	-0.258	94.770	0.245	50.014	0.997	99.994	91.596
211	-7313468	92.747	0.146	94.790	0.907	50.051	0.999	99.998	91.594
212	-7406451	92.729	0.642	94.813	1.283	50.072	0.994	99.989	91.592
213	-7776421	92.655	-0.106	94.778	1.673	50.094	0.998	99.996	91.545
214	-14245815	91.375	42.241	96.787	0.728	50.041	0.992	99.986	91.535
215	-7879767	92.635	-1.102	94.730	2.470	50.138	0.977	99.960	91.518
216	-8416334	92.529	0.632	94.813	4.318	50.242	0.992	99.985	91.499
217	-8436424	92.525	0.961	94.828	0.967	50.054	0.996	99.993	91.492
218	-8261246	92.559	-1.040	94.733	0.165	50.009	0.999	99.999	91.477
219	-8421334	92.528	0.001	94.783	0.330	50.018	0.995	99.990	91.476
220	-8592613	92.494	0.793	94.820	0.003	50.000	1.000	100.000	91.471
221	-8956792	92.422	0.104	94.788	1.605	50.090	0.998	99.997	91.429
222	-9503416	92.313	-0.894	94.740	0.833	50.047	0.958	99.924	91.348
223	-9708562	92.273	-0.172	94.775	0.175	50.010	0.997	99.994	91.343

224	-9912579	92.232	0.498	94.806	2.428	50.136	0.996	99.993	91.34
225	-9812352	92.252	0.225	94.793	0.142	50.008	0.998	99.996	91.339
226	-9983729	92.218	0.314	94.798	1.009	50.056	1.000	100.000	91.326
227	-10039319	92.207	-0.043	94.781	2.455	50.137	1.000	100.000	91.32
228	-10131293	92.189	0.264	94.795	0.300	50.017	0.998	99.997	91.307
229	-10112053	92.193	-0.138	94.776	0.536	50.030	1.000	100.000	91.304
230	-10413386	92.133	0.769	94.819	4.699	50.263	0.988	99.978	91.299
231	-10672157	92.082	1.280	94.843	5.053	50.283	1.000	99.999	91.284
232	-10616891	92.093	0.498	94.806	1.475	50.083	0.984	99.972	91.263
233	-10637744	92.089	0.019	94.784	2.901	50.162	0.980	99.964	91.258
234	-10587638	92.099	-0.162	94.775	0.012	50.001	1.000	100.000	91.254
235	-11076434	92.002	0.471	94.805	2.958	50.165	0.999	99.998	91.224
236	-11153087	91.987	0.924	94.827	3.236	50.181	0.984	99.970	91.221
237	-11130010	91.991	-0.464	94.761	0.067	50.004	1.000	100.000	91.194
238	322569	94.259	-84.971	90.751	31.499	51.762	0.999	99.999	91.164
239	-902020	94.016	-73.158	91.312	9.892	50.553	0.996	99.993	91.148
240	-12359694	91.748	-0.007	94.782	0.180	50.010	0.998	99.996	91.076
241	-13077436	91.606	3.781	94.962	1.068	50.060	1.000	100.000	91.065
242	-13084660	91.605	-0.091	94.778	5.129	50.287	0.987	99.977	91.016
243	-13887427	91.446	0.174	94.791	0.154	50.009	0.979	99.962	90.92
244	-14010685	91.421	0.003	94.783	0.118	50.007	0.999	99.999	90.909
245	-14033878	91.417	-0.377	94.765	2.086	50.117	0.997	99.994	90.907
246	-14000829	91.423	-0.846	94.743	2.183	50.122	0.990	99.983	90.902
247	-14249541	91.374	-0.308	94.768	0.148	50.008	0.985	99.973	90.877
248	-14670068	91.291	0.088	94.787	1.395	50.078	0.998	99.996	90.847
249	-15866872	91.054	6.664	95.099	0.746	50.042	0.978	99.960	90.821
250	-15558058	91.115	4.332	94.988	0.240	50.013	0.975	99.956	90.814
251	-13951399	91.433	-6.749	94.463	2.220	50.124	0.975	99.956	90.814
252	-16352295	90.958	0.874	94.824	3.771	50.211	0.982	99.968	90.694
253	-16311797	90.966	0.049	94.785	0.001	50.000	1.000	100.000	90.676
254	-1448955	93.908	-101.185	89.982	0.606	50.034	1.000	100.000	90.631
255	-17485520	90.733	-0.022	94.782	1.949	50.109	0.994	99.989	90.561
256	-18323341	90.567	-0.070	94.779	1.705	50.095	0.971	99.948	90.47
257	-18379882	90.556	-0.616	94.753	0.345	50.019	0.987	99.976	90.454
258	-19256042	90.383	0.343	94.799	2.353	50.132	0.998	99.997	90.389
259	-19504966	90.334	-0.368	94.765	0.143	50.008	0.975	99.955	90.341
260	-22967369	89.648	21.248	95.791	0.016	50.001	1.000	100.000	90.326
261	-20370784	90.162	0.219	94.793	1.372	50.077	1.000	100.000	90.271
262	-21277413	89.983	2.843	94.918	0.959	50.054	0.993	99.988	90.216
263	-23810839	89.481	1.240	94.841	0.016	50.001	1.000	100.000	89.933
264	-25201740	89.206	0.224	94.793	0.002	50.000	1.000	100.000	89.776
265	-25425847	89.161	0.284	94.796	1.065	50.060	0.994	99.989	89.756
266	-25994154	89.049	4.002	94.973	0.014	50.001	1.000	100.000	89.753
267	-26318012	88.985	-0.128	94.777	4.336	50.243	0.997	99.995	89.671



268	-27621814	88.727	1.020	94.831	0.110	50.006	0.956	99.921	89.534
269	-29150462	88.424	9.052	95.212	0.162	50.009	0.982	99.967	89.507
270	-29380071	88.379	0.228	94.793	0.154	50.009	0.987	99.976	89.349
271	-25468544	89.153	-31.822	93.273	0.549	50.031	1.000	100.000	89.258
272	-30489629	88.159	1.041	94.832	0.000	50.000	1.000	100.000	89.251
273	-31058379	88.046	0.476	94.805	9.348	50.523	1.000	100.000	89.216
274	-31140419	88.030	2.555	94.904	0.062	50.003	1.000	100.000	89.209
275	-31814898	87.897	0.136	94.789	0.315	50.018	0.991	99.983	89.102
276	-32343999	87.792	2.904	94.920	0.071	50.004	1.000	100.000	89.092
277	-31271378	88.004	0.324	94.798	0.003	50.000	0.557	99.206	89.079
278	-33422097	87.578	0.544	94.808	0.489	50.027	1.000	100.000	88.947
279	-34871548	87.292	1.763	94.866	0.006	50.000	1.000	100.000	88.817
280	-35690175	87.129	0.287	94.796	0.003	50.000	0.995	99.992	88.711
281	-38736833	86.526	0.283	94.796	0.705	50.039	0.999	99.999	88.404
282	-38885642	86.497	0.104	94.788	3.421	50.191	0.981	99.966	88.392
283	-39057374	86.463	0.355	94.800	0.087	50.005	0.974	99.953	88.366
284	-39420837	86.391	-0.142	94.776	0.008	50.000	0.951	99.912	88.317
285	-39751392	86.325	0.778	94.820	0.022	50.001	0.998	99.997	88.306
286	-40748997	86.128	-0.405	94.763	0.212	50.012	0.991	99.984	88.186
287	-50284782	84.240	0.169	94.791	0.543	50.030	0.993	99.988	87.228
288	-52121910	83.877	-0.161	94.775	0.003	50.000	1.000	100.000	87.036
289	-52138174	83.873	-0.247	94.771	0.012	50.001	0.948	99.906	87.023
290	-7345308	92.741	-9.157	94.348	0.001	50.000	-26.931	50.000	86.295
291	-60052463	82.307	0.014	94.783	0.004	50.000	0.923	99.862	86.219
292	-65271432	81.273	-0.113	94.777	0.017	50.001	0.996	99.993	85.701
293	-80442906	78.270	0.703	94.816	0.056	50.003	0.971	99.948	84.168
294	-84858008	77.396	-0.477	94.760	0.000	50.000	1.000	100.000	83.706
295	-1411949	93.915	-566.844	67.890	1.834	50.103	0.961	99.931	83.474
296	-96273755	75.136	-0.106	94.778	0.911	50.051	0.985	99.972	82.553
297	-136396218	67.193	0.571	94.810	0.863	50.048	0.999	99.999	78.491
298	-6996946	92.810	-943.931	50.000	0.031	50.002	1.000	100.000	77.111
299	-223247539	50.000	-0.169	94.775	0.002	50.000	1.000	99.999	69.657
300	-484111	94.099	-	-	0.003	50.000	1.000	100.000	-
301	-25982	94.190	-	-	-	-	1.000	100.000	-
302	-52110	94.184	-	-	0.007	50.000	1.000	100.000	-