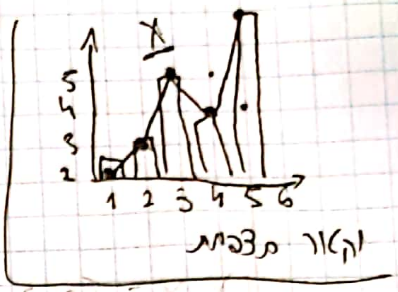
Yuval S k
204025258

ASSignment 05



1) $P(x|k)=\begin{cases}(1.85-k)^{x-1}\cdot k & x\in\{1,2,3\dots\}\\ 0 & x\le 0\end{cases}$

$P_0(k)=\exp(-0.75\cdot k)$ $\quad 0<k<1.85$

נתון $\underline{X}=[2,3,5,4,8]$ $\quad$ k אינו נתון

a) MAP: $\hat{k}=\arg\max_k \overset{\text{posterior}}{P(k|\underline{X})}$ $\quad$ אחורי

$\hat{k}=\arg\max_k \dfrac{P(x|k)\cdot P(k)}{\cancel{P(x)}}$ $\quad$ לפי בייס

$P(x)$ uniform

כי כל x_i הוא עם

$=\exp(-0.75\cdot k)\cdot\prod_i P(x_i|k)$ $\quad$ לפי הנחת הבלתי תלות:

$=\exp(-0.75\cdot k)\cdot\left[(1.85-k)^1\cdot k\cdot(1.85-k)^2 k(1.85-k)^4 k(1.85-k)^3 k(1.85-k)^7\cdot k\right]$

$F(\exp(-0.75k)\cdot[\ \ ])$

נזכור כלל לייבניץ גזירת מכפלה:

$(u\cdot v\cdot w)'=u'vw+uv'w+uvw'$

$F=\underbrace{e^{-0.75k}}_{u}\cdot\underbrace{k^5}_{v}\cdot\underbrace{(1.85-k)^{17}}_{w}$

נגזור ונשווה לאפס (נק' קיצון)

$u'=-0.75e^{-0.75k}$ $\quad v'=5k^4$ $\quad w'=17\cdot(1.85-k)^{16}\cdot(-1)$

$\frac{dF}{dk}=-0.75\cdot e^{-0.75k}\cdot k^5\cdot(1.85-k)^{17}+e^{-0.75k}\cdot 5k^4\cdot(1.85-k)^{17}+e^{-0.75k}\cdot k^5\cdot(-17)\cdot(\ )^{16}$

$e^{-0.75k}\cdot k^4\cdot(1.85-k)^{16}\cdot\left[-0.75\cdot k\cdot(1.85-k)+5\cdot(1.85-k)-17k\right]$

$\left[0.75k^2-0.75\cdot1.85\cdot k+5\cdot1.85-5k-17k\right]$

$=$ $e^{\dots}$ $\quad\left[0.75k^2-1.3875k+9.25-22k\right]$

$e^{-0.75k}\cdot k^4\cdot(1.85-k)^{16}\{0.75k^2-23.3875k+9.25\}=0$

$\underbrace{\cancel{k_1=0}\quad \cancel{k_2=1.85}}_{\text{פסולים בגלל ת.ח.}}$ $\quad \cancel{k_3=30.8}$ $\quad$ כמובן:

$\boxed{\hat{k}_4=0.4}$

0.4 $\quad$ 30.8

$0<k<1.85$

נבדוק שאכן מקסימום: מספיק לבדוק סימנים ולכן:

$\frac{dF}{dk}(k=0.4)=(\ )\cdot(+)(+)<0$

(נק' מקסימום!)

b) $\underline{X} = [2,3,5,4,8,37]$

אחרי בייס ונרמול $P(x)$.

$$\hat{k} = \operatorname{argmax}_k P(\underline{X}|k)\cdot P(k)$$

$$= e^{-0.75k}\cdot \prod_i P(\underline{X}|k) = e^{-0.75k}\cdot\left[(1.85-k)^1\cdot k\cdot(1.85-k)^2\cdot k\cdot(1.85-k)^4 k (1.85-k)^3 \cdot k\cdot(1.85-k)^7\cdot k\cdot(1.85-k)^{36}\cdot k\right]$$

נוציא גורם משותף:

$$F = e^{-0.75\cdot k}\cdot(1.85-k)^{53}\cdot k^6$$

נגזור לפי לייבניץ:

$$\frac{dF}{dk} = -0.75e^{-0.75k}(1.85-k)^{53}k^6 + e^{-0.75k}\cdot 53(1.85-k)^{52}\cdot(-1)k^6 + e^{-0.75k}(1.85-k)^{53}\cdot 6k^5$$

$$= e^{-0.75k}\, k^5\, (1.85-k)^{52}\left[-0.75\cdot(1.85-k)\cdot k - 53\cdot k + (1.85-k)\cdot 6\right]$$

$$= \quad \cancel{k_1=0} \quad \cancel{k_2=1.85}$$

נבדוק שורשים רגילים

$$= -1.3875k + 0.75k^2 - 53k + 11.1 - 6k = 0$$

$$= 0.75k^2 - 60.3875k + 11.1 = 0$$

נזכר ת.ה $0<k<1.85$

$$\boxed{\hat{k}_3 = 0.184} \quad \cancel{k_4 = 80.33}$$

נבדוק שהוא מקסימום:

$$\frac{dF}{d^2k} = (-)\cdot(+)(+) < 0$$

c) $P_0(k) = \begin{cases} 1/1.85 & 0<k<1.85 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ פריור אחיד:

Since the prior is uniform, we can omit it!
it wont affect the estimator for 5 observation $\hat{k} = 0.4$ //

d) Since the Prior probability is the same and not extrimly different, the Maximum Liklyhood is the same as MAP.

2) See file ag5o5exa2.py
+ fig ass05exo2.png

a) for each angle from $1^\circ - 360^\circ$
$0 \le i \le 2\pi$
we stimulate a response of neuron.
We have $\theta = [0, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi]$
where $r_i = \{55 \cdot \cos(\theta - \theta_i)\}_+$

$2\pi = 360^\circ$
$6.28 \sim 360^\circ$
$\frac{6.28}{360} \sim 1^\circ$

population Vector $\vec{V} = \sum \underbrace{\frac{r_i - r_0}{r_{max}}}_{\text{גודל}} \cdot \underbrace{\vec{V_i}}_{\text{כיוון}}$

b) $[0^\circ, 120^\circ, 240^\circ]$ optimal direction
55 55 55

(x, y) for each neuron
3 X 2
$[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$ for each θ → 2 X 360
3 X 360 (X, Y)

c) each $\frac{2}{3}\pi$, Since the nevrons will fire simultaniously.

360 X 1
θ - (x, y)
vec dir
כיוון
360 X 1 = 360 X 2 2 X 1
pop_vec = 360 X 1