

Práctica 9

Daniel González Alonso

29 de abril de 2017

Resumen

En este documento se describen los problemas y los resultados obtenidos de la práctica 9 del tema 5 de la asignatura Modelos de Investigación Operativa de Ingeniería Informática, Universidad de Valladolid.

1. INTRODUCCIÓN

Esta práctica trata de problemas TSP (*Travelling Salesman Problem*). Los problemas TSP constan de un grafo $G = (N, A)$, donde N son los nodos del grafo y A los arcos entre éstos, con un coste asociado por cada arco, y el objetivo consiste en encontrar el camino Hamiltoniano (un camino que pase por todos los nodos) de coste mínimo. El modelo básico empleado para encontrar la solución de estos problemas es el siguiente:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \sum_i \sum_j c_{i,j} \cdot x_{i,j} \\ \text{Sujeto a} & \sum_i x_{i,j} = 1 \quad \forall j \\ & \sum_j x_{i,j} = 1 \quad \forall i \\ & x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \end{array} \quad (1)$$

Donde $x_{i,j}$ es una variable de decisión que representa si en la solución final el viajante empleará el camino que va desde i hasta j y $c_{i,j}$ es el coste (generalmente distancia) de usar el camino que va desde i hasta j .

El problema de este modelo es que su solución puede constar de varios *subtours*, para que el camino tenga un único *subtour* hay que añadir más restricciones. En el caso de esta práctica se nos pidió emplear restricciones de Tucker y Miller o el uso de un problema auxiliar de redes:

1. Restricciones de Tucker y Miller: Para obtener un único subtour mediante las restricciones de Tucker y Miller basta con introducir las siguientes restricciones al modelo anterior:

$$u_i - u_j + n \cdot x_{i,j} \leq n - 1 \quad 2 \leq i \neq j \leq n \quad (2)$$

Estas restricciones lo que nos garantizan es que en caso de formarse algún subtour, todos contendrían al primer nodo, es decir, que solo haya un subtour.

2. Problema auxiliar de redes: Para obtener un único subtour mediante las el problema auxiliar de redes basta con introducir las siguientes restricciones al modelo anterior:

$$\begin{aligned} \sum_j y_{i,j} - \sum_j y_{j,i} &= b_i & i &= 1 \dots n \\ 0 \leq y_{i,j} &\leq (n-1) \cdot x_{i,j} & \forall i, j \end{aligned} \quad (3)$$

Asignando una oferta al primer nodo de $b_1 = n - 1$ y para el resto de nodos ofertas de $b_i = -1, i = 2 \dots n$. Estas restricciones lo que nos aseguran es que todos los nodos van a estar conectados entre si.

2. DESARROLLO

1. Para esta práctica se nos pide resolver el problema de TSP de forma exacta con los dos modelos vistos: las restricciones de Tucker y Miller y la formulación de redes. Para los ficheros de datos `data/br17.dat` y `data/burma14.dat`.

Este problema se encuentra resuelto mediante *Xpress Mosel* en los ficheros `tsp_tucker_miller_burma14.mos` y `tsp_tucker_miller_br17.mos` para el modelo con las restricciones de Tucker y Miller y en los ficheros `tsp_redes_burma14.mos` y `tsp_redes_br17.mos` en el caso del modelo auxiliar de redes. En ambos casos las soluciones se obtuvieron mediante *NEOS Server* con los cual los ficheros de datos tuvieron que modificarse al formato `.dat`. En el caso del fichero de datos `data/burma14.dat` en vez de incluir una matriz con las distancias entre los nodos, incluía las coordenadas de cada nodo. Con lo cual antes de aplicar los modelos en ambos casos se tuvo que obtener esta matriz de distancia. Para ello se empleó la distancia Euclídea redondeada al entero más cercano. En caso de la distancia de un nodo a si mismo, se introducía en esta matriz en vez de 0 un valor “infinito” (`MAX_INT`).

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

	Modelo con restricciones de Tucker y Miller	Modelo auxiliar de redes
Solución	39	39
Valores de x (arcos)	(1, 12) (2, 11) (3, 14) (4, 5) (5, 8) (6, 15) (7, 16) (8, 17) (9, 10) (10, 2) (11, 13) (12, 6) (13, 3) (14, 1) (15, 7) (16, 4) (17, 9)	(1, 8) (2, 10) (3, 12) (4, 7) (5, 4) (6, 16) (7, 6) (8, 17) (9, 5) (10, 13) (11, 14) (12, 1) (13, 11) (14, 3) (15, 2) (16, 15) (17, 9)

Cuadro 1: Comparación de los resultados del fichero **br17.dat**

	Modelo con restricciones de Tucker y Miller	Modelo auxiliar de redes
Solución	30	30
Valores de x (arcos)	(1, 10) (2, 1) (3, 14) (4, 3) (5, 6) (6, 12) (7, 5) (8, 13) (9, 11) (10, 9) (11, 8) (12, 4) (13, 7) (14, 2)	(1, 2) (2, 14) (3, 4) (4, 12) (5, 7) (6, 5) (7, 13) (8, 11) (9, 10) (10, 1) (11, 9) (12, 6) (13, 8) (14, 3)

Cuadro 2: Comparación de los resultados del fichero **burma14.dat**

2. También se nos pidió de forma voluntaria, resolver mediante uno de los dos modelos anteriores los ficheros de datos **data/n21_1.dat**, **data/n21_2.dat**, **data/n21_3.dat**, **data/n21_4** y **data/n21_5.dat**.

En mi caso emplee la formulación con restricciones de Tucker y Miller. Estos problemas se encuentran resueltos mediante *Xpress Mosel* en los ficheros **tsp_tucker_miller_n21_1.mos**, **tsp_tucker_miller_n21_2.mos**, **tsp_tucker_miller_n21_3.mos**, **tsp_tucker_miller_n21_4.mos** y **tsp_tucker_miller_n21_5.mos** respectivamente. Al igual que para los datos anteriores estos problemas se ejecutaron en *NEOS Server* por lo que hubo que cambiar el formato de los archivos al de los archivos **.dat** para poder ejecutarlos.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

	n21_1	n21_2	n21_3	n21_4	n21_5
Solución	198	174	213	189	193
Valores de x (arcos)	(1, 5) (2, 16) (3, 15) (4, 10) (5, 14) (6, 2) (7, 17) (8, 1) (9, 12) (10, 20) (11, 9) (12, 6) (13, 11) (14, 21) (15, 8) (16, 3) (17, 4) (18, 19) (19, 13) (20, 18) (21, 7)	(1, 21) (2, 14) (3, 15) (4, 8) (5, 19) (6, 4) (7, 6) (8, 9) (9, 5) (10, 12) (11, 10) (12, 17) (13, 18) (14, 1) (15, 2) (16, 11) (17, 20) (18, 16) (19, 3) (20, 7) (21, 13)	(2, 11) (3, 8) (4, 21) (5, 3) (6, 1) (7, 14) (8, 18) (9, 10) (10, 17) (11, 9) (12, 13) (13, 15) (14, 4) (15, 16) (16, 20) (17, 19) (18, 12) (19, 5) (21, 2)	(1, 4) (2, 6) (3, 20) (4, 13) (5, 12) (6, 7) (7, 14) (8, 3) (9, 2) (10, 8) (11, 15) (12, 1) (13, 21) (14, 11) (15, 5) (16, 10) (17, 18) (18, 19) (19, 16) (20, 9) (21, 17)	(1, 12) (2, 4) (3, 18) (4, 19) (5, 11) (6, 3) (7, 16) (8, 1) (9, 2) (10, 7) (11, 6) (12, 14) (13, 15) (14, 20) (15, 5) (16, 13) (17, 8) (18, 9) (19, 21) (20, 10) (21, 17)

Cuadro 3: Comparación de los resultados de los ficheros **n21**