

Práctica 5

Daniel González Alonso

13 de marzo de 2017

Resumen

En este documento se describen los problemas y los resultados obtenidos de la práctica 5 del tema 2 de la asignatura Modelos de Investigación Operativa de Ingeniería Informática, Universidad de Valladolid.

1. INTRODUCCIÓN

Esta práctica trataba sobre problemas de P-mediana y P-centro. Para estos problemas primero se va a explicar como se han resuelto los apartados y los modelos empleados:

- En los problemas de P-mediana el objetivo consiste en encontrar los puntos donde se van a abrir las instalaciones asegurando que la distancia total para cubrir la demanda sea mínima. El modelo empleado para los problemas de P-mediana es el siguiente:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i \cdot d_{i,j} \cdot y_{i,j} \\ \text{Sujeto a} & \sum_{j=1}^n y_{i,j} = 1 \quad i = 1, \dots, m \\ & y_{i,j} \leq x_j \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \\ & \sum_{j=1}^n x_j = P \\ & x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \\ & y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \end{array} \quad (1)$$

Donde h_i representa la demanda del punto i , $d_{i,j}$ contiene las distancias del punto i al punto j , P es el número de instalaciones que van a ser abiertas, x_j es la variable de decisión que indica 1 si una instalación va a ser abierta en el punto j o 0 en caso contrario y por último $y_{i,j}$ es la variable de decisión que dice si el punto j queda asignado a la instalación i en caso de valer 1 o 0 en caso contrario.

- En los problemas de P-centro el objetivo es minimizar el tiempo de respuesta máximo entre un punto de demanda y la instalación más cercana. El modelo empleado para los problemas de P-centro es el siguiente:

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & w \\
\text{Sujeto a} & \sum_{j=1}^n y_{i,j} = 1 \quad i = 1, \dots, m \\
& \sum_{j=1}^n t_{i,j} \cdot y_{i,j} \leq w \quad i = 1, \dots, m \\
& y_{i,j} \leq x_j \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \\
& \sum_{j=1}^n x_j = p \\
& x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \\
& y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n
\end{array} \tag{2}$$

Donde x_j si instalamos en el punto j en caso de valer 1 o 0 en caso contrario. $y_{i,j}$ indica si la demanda del punto i queda cubierta por una instalación en el punto j en caso de valer 1 o 0 en caso contrario. $t_{i,j}$ es el tiempo de servicio desde el punto i hasta el punto j , p es el número total de instalaciones que se van a abrir y por último w es el tiempo máximo de respuesta entre un punto de demanda y su punto de respuesta más cercano.

2. EJERCICIOS

2.1. PRÁCTICA 5.1 (P-MEDIANA Y P-CENTRO)

Para este problema se nos da una matriz con las distancias entre 12 puntos de población y se nos pide resolver los problemas de P-centro y P-mediana con valores de P entre 1 y 12:

1. P-mediana: Para este apartado tras resolver los problemas se nos pide calcular la distancia promedio con los distintos valores de P , la cual se calcula como el valor objetivo $\sum_{i=1}^n \frac{z}{h_i}$. También se nos pide hallar la distancia máxima de una población a su centro asignado. Este problema está resuelto en el archivo `5_1_p_mediana.mos` y los datos del problema en el archivo `5_1_p_mediana.dat`. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Valor de P	Distancia promedio	Distancia máxima
1	25.7946	48
2	17	33
3	13.1784	30
4	10.1838	28
5	7.80541	28
6	5.85405	28
7	4.03784	15
8	2.87027	15
9	1.97838	15
10	1.13514	15
11	0.324324	12
12	0	0

Cuadro 1: Resultados del problema 5.1 P-mediana

2. P-centro: Para este apartado tras resolver los problemas se nos pide calcular la distancia máxima, en este caso, al tratar del problema de P-centro, solo tenemos que mostrar el valor objetivo. El problema se encuentra resuelto en el archivo `5_1_p_centro.mos` y sus datos en el fichero `5_1_p_centro.dat`. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Valor de P	Distancia máxima
1	47
2	33
3	22
4	21
5	19
6	18
7	15
8	15
9	12
10	12
11	12
12	0

Cuadro 2: Resultados del problema 5.1 P-centro

2.2. PRÁCTICA 5.2 DE P-MEDIANA

Para este problema se nos pide resolver los problemas de los ficheros de datos `aint1.dat` y `aint5.dat` con un valor de $P = 5$ mediante *Xpress Mosel* en NEOS Server. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- Para el fichero de datos *aint1* ($n = 22, m = 356$) resuelto en el fichero `5_2_aint1.mos`, con $P = 5$ el valor obtenido para z fue de $1,49545e+7$.
- Para el fichero de datos *aint5* ($n = 19, m = 328$) resuelto en el fichero `5_2_aint5.mos`, con $P = 5$ el valor obtenido para z fue de $9,84719e+6$.

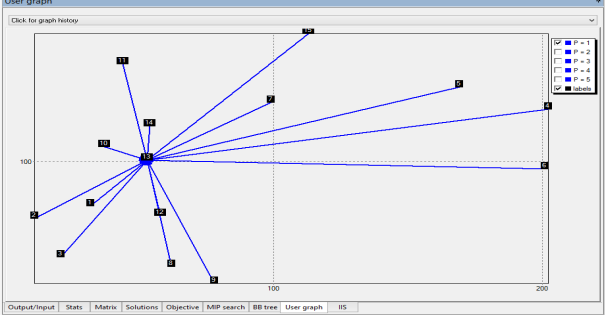
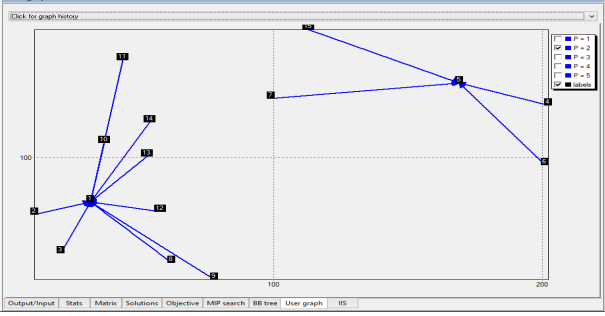
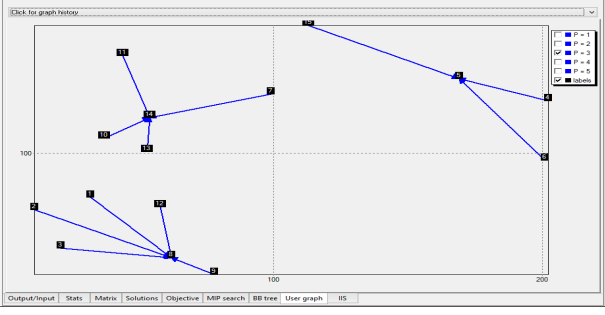
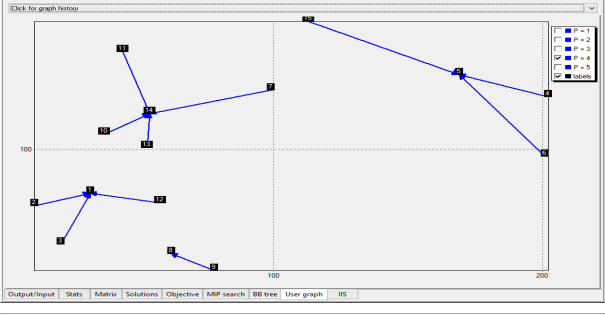
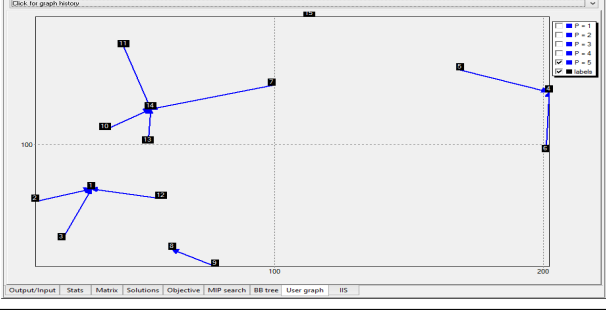
2.3. PÁCTICA 5.3 DE P-MEDIANA

Para este problema se nos da de datos los fichero `coordenadas_15.dat`, el cual contiene las coordenadas en el eje X y en el eje Y de 15 puntos así como sus respectivas demandas h_i . Con estos datos se nos pide calcular mediante la P-mediana la distancia total, la distancia promedio y la gráfica con la asignación para los valores de P entre 1 y 5.

Este problema se ha resuelto mediante *Xpress Mosel* en el fichero `5.3.mos`. Para poder resolver este problema lo primero que se ha hecho ha sido una inicialización de los datos y el posterior calculo de las distancias $d_{i,j}$ mediante la fórmula de la distancia euclídea:

$$d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3)$$

Los resultados obtenidos han sido los siguientes (las imágenes se pueden encontrar en la carpeta `./images`):

Valor de P	Distancia total	Distancia promedio	Gráfico
1	1,33042e+6	72.9997	
2	869089	47.6867	
3	643283	35.2967	
4	513316	28.1655	
5	398820	21.8831	

Cuadro 3: Resultados del problema 5.3 P-mediana