Revisões

Conceitos

Domínio

Domínio de uma função *f* (D_f) é o conjunto de partida cujos elementos se chamam objetos.

Contradomínio

Contradomínio de uma função *f* (D'_f) é o conjunto dos elementos do conjunto de chegada que correspondem a algum objeto. A estes elementos chamam-se imagens.

Monotonia

Uma função *f* diz-se monótona num intervalo do seu domínio se é apenas crescente ou decrescente nesse intervalo.

Vizinhança

Qualquer intervalo centrado num número real *a* chama-se vizinhança de centro *a*.

Por exemplo, o intervalo]4,5; 5,5[é uma vizinhança de centro 5 e raio 0,5 e representa-se por $V_{0,5}(5)$.

$$V_\delta(a) =]a-\delta; a+\delta[$$

Como resolver equações

Equações polinomiais do 1º grau

1. Desembaraçar de parêntesis;
2. Desembaraçar de denominadores;
3. Separar os termos com incógnita para o primeiro membro e os termos independentes para o segundo (sem esquecer de trocar os sinais dos termos que mudarem de membro);
4. Reduzir os termos semelhantes;
5. Passar o coeficiente da incógnita para o segundo membro a dividir.

Exemplo:

$$\frac{3x+1}{2} = \frac{2x-1}{3} + 1 \Leftrightarrow 9x + 3 = 4x - 2 + 6 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

Equações polinomiais do 2º grau

1. Escrever a equação na forma canónica $ax^2 + bx + c = 0$;
2. Aplicar a fórmula resolvente para equações do 2º grau: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Exemplo:

$$x(x-2) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4*2*(-4)}}{2*1} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{20}}{2} \vee x = \frac{2-\sqrt{20}}{2}$$

Equações polinomiais do tipo $x^n = k$

- n par
  - se k > 0, então $x^n = k \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{k} \vee x = \sqrt[n]{k}$
  - se k = 0, então $x^n = 0 \Leftrightarrow x = 0$
  - se k < 0, então $x^n = k \Leftrightarrow x \in \emptyset$
- n ímpar
  - $\forall_k \in P, x^n = k \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{k}$

Exemplos:

a) $x^4 = 81 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{81} \Leftrightarrow x = 4$
b) $x^6 = 0 \Leftrightarrow x = 0$
c) $x^8 = -256 \Leftrightarrow x \in \emptyset$
d) $x^3 = 125 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{125} \Leftrightarrow x = 5$
e) $x^7 = -128 \Leftrightarrow x = \sqrt[7]{-128} \Leftrightarrow x = -2$

Equações com módulo

1. Escrever a equação na forma canónica |f(x)| = d: o primeiro membro deverá conter apenas o módulo, sendo o segundo membro uma constante;
   a. d > 0, então $|f(x)| = d \Leftrightarrow f(x) = d \vee f(x) = -d$
   b. d = 0, então $|f(x)| = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$
   c. d < 0, então $|f(x)| = d \Leftrightarrow x \in \emptyset$

Exemplos:

a) $|3x-4| - 2 = 0 \Leftrightarrow |3x-4| = 2 \Leftrightarrow 3x - 4 = 2 \vee 3x - 4 = -2 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{2}{3}$

b) $|2x+8|=0 \Leftrightarrow 2x+8=0 \Leftrightarrow x=-4$

c) $2-|4+5x|=3 \Leftrightarrow |4+5x|=-1 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

Equações irracionais

Equações que contêm a incógnita sob um símbolo de radical.

1. Isolar o radical num dos membros, ou caos haja dois, isolar um em cada membro;
2. Elevar ambos os membros ao quadrado (nesta etapa deve ser usado ⇒ em vez de ⇔;
3. Se a equação obtida for racional, resolve-se da forma habitual, caso contrário voltar ao primeiro passo;
4. Verificar as soluções obtidas na equação inicial;
5. Indicar o conjunto-solução (as soluções que verificam a equação inicial).

Exemplos:

a) $1+\sqrt{x+5}=x \Leftrightarrow \sqrt{x+5}=x-1 \Rightarrow \left(\sqrt{x+5}\right)^2=(x-1)^2 \Leftrightarrow x+5=x^2-2x+1 \Leftrightarrow$

$-x^2+3x-4=0 \overset{F.R.}{\Leftrightarrow} x=-1 \vee x=4$

$x=4 \rightarrow 1+\sqrt{4+5}=4 \Leftrightarrow 1+3=4 \Leftrightarrow 4=4$

$x=-1 \rightarrow 1+\sqrt{-1+5}=-1 \Leftrightarrow 1+2=-1 \Leftrightarrow 3=-1$

$C.S.=\{4\}$

b) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1} \Rightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2=\left(1+\sqrt{2x-1}\right)^2 \Leftrightarrow$

$3x+1=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1 \Leftrightarrow x+1=2\sqrt{2x-1} \Rightarrow (x+1)^2=\left(2\sqrt{2x-1}\right)^2 \Leftrightarrow$

$x^2+2x+1=4(2x-1) \Leftrightarrow x^2+2x+1=8x-4 \Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \overset{F.R.}{\Leftrightarrow} x=5 \vee x=$
1

$x=5 \rightarrow \sqrt{3*5+1}-\sqrt{2*5-1}=1 \Leftrightarrow 4-3=1 \Leftrightarrow 1=1$

$x=1 \rightarrow \sqrt{3*1+1}-\sqrt{2*1-1}=1 \Leftrightarrow 2-1=1$

$C.S.=\{1;5\}$

Equações fracionárias

Equações que contêm a incógnita no denominador.

1. Passar todos os termos da equação para o primeiro membro;
2. Reduzir ao mesmo denominador, sem os eliminar;
3. Numerador = 0 $\wedge$ $\text{Denominador} \neq 0$;

Exemplo:

$\frac{5x^2+2x}{x^2-4} - 5 = \frac{4}{3x+6} \Leftrightarrow \frac{5x^2+2x}{(x-2)(x+2)} - 5 = \frac{4}{3(x+2)} \Leftrightarrow \frac{3(5x^2+2x)}{3(x-2)(x+2)} - \frac{5(3(x-2)(x+2))}{3(x-2)(x+2)} = \frac{4(x-2)}{3(x+2)(x-2)} \Leftrightarrow$
$\frac{3(5x^2+2x)-15(x-2)(x+2)-4(x-2)}{3(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{15x^2+6x-15x^2+60-4x+8}{3(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+68}{3(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow 2x +$
$68 = 0 \wedge 3(x-2)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x = -34 \wedge (x \neq 2 \vee x \neq -2) \Leftrightarrow x = -34$

Equações exponenciais

$f(x) = a^x$ é injetiva: $a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2, a > 1, x_1, x_2 \in D_f$

Exemplos:

a) $3^{x^2} = 9^x \Leftrightarrow 3^{x^2} = (3^2)^x \Leftrightarrow 3^{x^2} = 3^{2x} \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow$
$x = 0 \vee x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

b) $32^x = \sqrt{2} \Leftrightarrow (2^5)^x = 2^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 5x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$

c) $9^{3x-2} = 3^{4x} * 81 \Leftrightarrow (3^2)^{3x-2} = 3^{4x} * 3^4 \Leftrightarrow 3^{6x-2} = 3^{4x+4} \Leftrightarrow 6x - 2 = 4x + 4 \Leftrightarrow x = 4$

d) $2^{x+2} + 2^{-x} = 5 \Leftrightarrow 2^{x+2} + \frac{1}{2^x} = 5 \Leftrightarrow 2^{x+2} * 2^x + 2^x * \frac{1}{2^x} = 5 * 2^x \Leftrightarrow 2^{2x+2} + 1 = 5 *$
$2^x \Leftrightarrow 2^{2x} * 2^2 + 1 - 5 * 2^x \Leftrightarrow (2^x)^2 * 2^2 + 1 - 5 * 2^x = 0 \xLeftrightarrow{MV\ y=2^x} y^2 * 4 + 1 - 5 * y =$
$0 \Leftrightarrow 4y^2 - 5y + 1 = 0 \overset{FR}{\Leftrightarrow} y = \frac{1}{4} \vee y = 1 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{4} \vee 2^x = 1 \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2^2} \vee 2^x = 2^0 \Leftrightarrow$
$2^x = 2^{-2} \vee 2^x = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$

e) $5^{x+1} = 6 - 5^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+1} = 6 - \frac{1}{5^x} \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^x * 6 - 1 \Leftrightarrow 5^{2x} * 5 - 5^x * 6 + 1 = 0$
$\xLeftrightarrow{MV\ y=5^x} 5y^2 - 6y + 1 = 0 \overset{FR}{\Leftrightarrow} y = 1 \vee y = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^x = 1 \vee 5^x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^x = 5^0 \vee 5^x =$
$5^{-1} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

f) $4^x + 2 * 4^{-x} = 3 \Leftrightarrow 4^x + \frac{2}{4^x} = 3 \Leftrightarrow 4^{2x} + 2 = 3 * 4^x \Leftrightarrow 4^{2x} - 3 * 4^x + 2 = 0$
$\xLeftrightarrow{MV\ y=4^x} y^2 - 3y + 2 = 0 \overset{FR}{\Leftrightarrow} y = 2 \vee y = 1 \Leftrightarrow 4^x = 2 \vee 4^x = 1 \Leftrightarrow (2^2)^x = 2 \vee 4^x =$
$4^0 \Leftrightarrow 2x = 1 \vee x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = 0$

Equações com logaritmos

O primeiro passo na resolução de uma equação com logaritmos é a determinação do Domínio.

$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2, \forall_{x_1, x_2} \in D, a > 1$

Exemplos:

a) $2\log_7(x-1) = \log_7(x+5)$

$D = \{x \in \mathbb{R}: x-1>0 \wedge x+5>0\} \Leftrightarrow D = \{x \in \mathbb{R}: x>1 \wedge x>-5\} \Leftrightarrow D =]1;+\infty[$

$2\log_7(x-1) = \log_7(x+5) \wedge x \in]1;+\infty[\Leftrightarrow \log_7(x-1)^2 = \log_7(x+5) \wedge --- \Leftrightarrow$

$(x-1)^2 = x+5 \Leftrightarrow x^2-2x+1-x-5 = 0 \wedge --- \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \wedge ---$

$\overset{FR}{\Leftrightarrow} (x=-1 \vee x=4) \wedge x \in]1;+\infty[\Leftrightarrow x=4$

b) $\log_2(5-3x)+7=6$

$D = \{x \in \mathbb{R}: 5-3x>0\} \Leftrightarrow D = \left]-\infty;\frac{5}{3}\right[$

$\log_2(5-3x)+7=6 \wedge x \in \left]-\infty;\frac{5}{3}\right[\Leftrightarrow \log_2(5-3x) = -1 \wedge --- \Leftrightarrow \log_2(5-3x) =$

$\log_2 2^{-1} \wedge --- \Leftrightarrow 5-3x = 2^{-1} \wedge --- \Leftrightarrow x = \frac{9}{6} \wedge x \in \left]-\infty;\frac{5}{3}\right[\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

c) $\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 = 0$

$D = \{x \in \mathbb{R}: x>0\} \Leftrightarrow D = \mathbb{R}^+$

$\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 = 0 \wedge x \in \mathbb{R}^+ \xLeftrightarrow{MV\ y=\ln x} y^2-3y+2=0 \wedge --- \overset{FR}{\Leftrightarrow} (y=1 \vee y=$

$2) \wedge --- \Leftrightarrow (\ln x = 1 \vee \ln x = 2) \wedge --- \Leftrightarrow (x=e \vee x=e^2) \wedge x \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow x=e \vee x=$

e^2

Como resolver inequações

Inequações polinomiais do 1º grau

1. Desembaraçar de parêntesis;
2. Desembaraçar de denominadores;
3. Isolar no primeiro membro os termos com incógnita e no segundo os termos independentes (trocar o sinal dos termos que mudarem de membro);
4. Reduzir os termos semelhantes;
5. Se o coeficiente da incógnita for negativo, trocar os sinais dos termos dos dois membros e do sentido da desigualdade;
6. Passar o coeficiente da incógnita para o segundo membro a dividir;
7. Obter o intervalo de solução.

Exemplo:

$x - \frac{4x-2}{3} \leq 2x+2 \Leftrightarrow 3x-4x+2 \leq 6x+6 \Leftrightarrow 3x-4x-6x \leq 6-2 \Leftrightarrow -7x \leq 4 \Leftrightarrow 7x \geq$

$-4 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{7} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{4}{7};+\infty\right[$

Inequações polinomiais do 2º grau

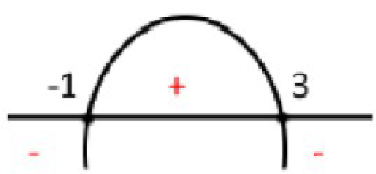
1. Escrever a equação na forma canónica $ax^2 + bx + c </>/\leq/\geq 0$;
2. Em cálculos auxiliares:
    a. Determinar os zeros de $ax^2 + bx + c$;
    b. Fazer um esquema da função $ax^2 + bx + c$;
3. Com base no esquema, indicar o intervalo de solução.

Exemplo:

$$4x + 6 \leq 2x^2 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$$

C.A.

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \overset{F.R.}{\Longleftrightarrow} x = -1 \vee x = 3$$



Inequações polinomiais de grau superior a 2

1. Escrever a equação na forma canónica $p(x) </>/\leq/\geq 0$;
2. Em cálculos auxiliares:
    a. Determinar os zeros de *p(x)*, sendo aplicada a seguir a regra de Ruffini;
    b. Decompor *p(x)* em fatores;
    c. Elaborar uma tabela de sinais em que cada linha corresponde a um fator da decomposição de p*(x)*;
3. Indicar o intervalo de solução.

Exemplo:

$$60 - 12x^2 \leq 2x(5 - x^2) \Leftrightarrow 60 - 12x^2 \leq 10x - 2x^3 \Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 - 10x + 60 \leq 0 \Leftrightarrow$$
$$2\left(x + \sqrt{5}\right)\left(x - \sqrt{5}\right)(x - 6) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty; -\sqrt{5}\right] \cup \left[\sqrt{5}; 6\right]$$

C.A.

p(x) = $2x^3 - 12x^2 - 10x + 60$

Através da calculadora obtém-se que x = 6 é um zero de *p(x)*.

	2	-12	-10	60
6		+12	0	-60
	2	0	-10	0

Q(x) = $2x^2 - 10$

$Q(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 10 \Leftrightarrow 0 \overset{F.R.}{\Leftrightarrow} x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

Zeros de *p(x)* = $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}; 6\} \Rightarrow p(x) = 2x^3 - 12x^2 - 10x + 60 = 2(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})(x-6)$

x	-∞	$-\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$		6	+∞
2	+	+	+	+	+	+	+
$x+\sqrt{5}$	-	0	+	+	+	+	+
$x-\sqrt{5}$	-	-	-	0	+	+	+
x – 6	-	-	-	-	-	0	+
p(x)	-	0	+	0	-	0	+

Inequações fracionárias

1. Passar todos os termos para o primeiro membro;
2. Reduzir todos os termos ao mesmo denominador sem eliminar denominadores;
3. Em cálculos auxiliares:
    a. Determinar os zeros do numerador e do denominador;
    b. Construir uma tabela de sinais;
4. Indicar o intervalo de solução

Exemplo:

$\frac{2x^2+x}{x-5} \geq 3x + 12 \Leftrightarrow \frac{2x^2+x}{x-5} - \frac{(3x+12)(x-5)}{(x-5)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2+x-(3x+12)(x-5)}{x-5} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\frac{2x^2+x-3x^2+15x-12x+60}{x-5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x+60}{x-5} \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -6] \cup]5; 10]$

C.A.

Zeros do numerador: $-x^2 + 4x + 60 = 0 \overset{F.R.}{\Leftrightarrow} x = -6 \lor x = 10$

Zeros do denominador: $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

x	-∞	-6		5		10	+∞
$-x^2 + 4x + 60$	-	0	+	+	+	0	-
x - 5	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{-x^2 + 4x + 60}{x - 5}$	+	0	-	S.S.	+	0	-

Inequações com módulos

1. Escrever a inequação na forma canónica: $|f(x)| < / > / \leq / \geq d$;
2. Se d > 0:
   a. $|f(x)| < d \Leftrightarrow f(x) < d \land f(x) > -d$;
   b. $|f(x)| > d \Leftrightarrow f(x) > d \lor f(x) < -d$.

Exemplos:

a) $|5x + 2| + 4 < 7 \Leftrightarrow |5x + 2| < 3 \Leftrightarrow 5x + 2 < 3 \land 5x + 2 > -3 \Leftrightarrow x < \frac{1}{5} \land x > -1 \Leftrightarrow$

$x \in \left]-1; \frac{1}{5}\right[$

b) $|3 - 4x| \geq 5 \Leftrightarrow 3 - 4x \geq 5 \lor 3 - 4x \leq -5 \Leftrightarrow x \leq -\frac{2}{4} \lor x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{2} \lor x \geq 2 \Leftrightarrow$

$x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty[$

Inequações exponenciais

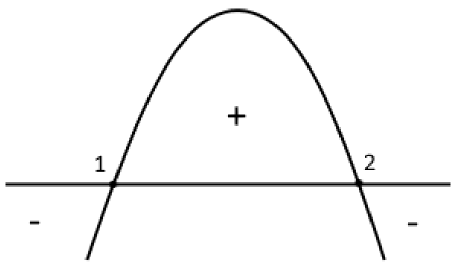
$f(x) = a^x, a > 1 \text{ é estritamente crescente: } a^{x_1} < a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 < x_2, a > 1, \forall_{x_1, x_2} \in D_f$

Exemplo:

$5^{3x-x^2} \geq 25 \Leftrightarrow 5^{3x-x^2} \geq 5^2 \Leftrightarrow 3x - x^2 \geq 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2]$

C.A.

$-x^2 + 3x - 2 = 0 \overset{FR}{\Leftrightarrow} x = 1 \lor x = 2$



Inequações com logaritmos

O primeiro passo na resolução de uma inequação com logaritmos é a determinação do Domínio.

$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2, \forall_{x_1,x_2} \in D, a > 1$

Exemplos:

a) $\log_2(5-x) > 3 + \log_2(x+1)$

$D = \{x \in \mathbb{R}: 5 - x > 0 \wedge x + 1 > 0\} \Leftrightarrow D = \{x \in \mathbb{R}: x < 5 \wedge x > -1\} \Leftrightarrow D =]-1;5[$

$\log_2(5-x) > 3 + \log_2(x+1) \wedge x \in]-1;5[\Leftrightarrow \log_2(5-x) > \log_2 2^3 + \log_2(x+1) \wedge$ $---\Leftrightarrow \log_2(5-x) > \log_2\left(2^3(x+1)\right) \wedge ---\Leftrightarrow \log_2(5-x) > \log_2(8x+8) \wedge --$ $-\Leftrightarrow 5 - x > 8x + 8 \wedge ---\Leftrightarrow -9x > 3 \wedge ---\Leftrightarrow x < -\frac{3}{9} \wedge x \in]-1;5[\Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \Leftrightarrow$ $x \left]-1;-\frac{1}{3}\right[$

b) $\log_3(x^2 - 2x) \leq 1$

$D = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 2x > 0\} \xLeftrightarrow{\text{Resolução em C.A.}} D = x < 0 \wedge x > 2$

$\log_3(x^2 - 2x) \leq 1 \wedge (x < 0 \wedge x > 2) \Leftrightarrow \log_3(x^2 - 2x) \leq \log_3 3^1 \wedge ---\Leftrightarrow x^2 - 2x \leq$ $3 \wedge ---\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \wedge --- \xLeftrightarrow{\text{Resolução em C.A.}} x \in [-1;3] \wedge (x < 0 \wedge x > 2) \Leftrightarrow$ $x \in [-1;0[\cup]2;3]$

Regras operatórias com radicais

- $a\sqrt[n]{x} \pm b\sqrt[n]{x} = (a \pm b)\sqrt[n]{x}, \forall_x \in \mathbb{R}_0^+, \forall_n \in \mathbb{N}$
- $\sqrt[n]{x} * \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}, \forall_{x,y} \in \mathbb{R}_0^+, \forall_n \in \mathbb{N}$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}, \forall_{x,y} \in \mathbb{R}_0^+, \forall_n \in \mathbb{N}$
- $(\sqrt[n]{x})^p = \sqrt[n]{x^p}, \forall_x \in \mathbb{R}_0^+, \forall_{n,p} \in \mathbb{N}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}} = \sqrt[np]{x}, \forall_x \in \mathbb{R}_0^+, \forall_{n,p} \in \mathbb{N}$

Conjunção e junção de condições

- Interseção: $\wedge$: $\cap$
- Reunião: $\vee$: $\cup$

Negação de condições

$\sim(x > 1) = x \leq 1$

$\sim(x \geq 1) = x < 1$

Leis de De Morgan

$\sim\left(a(x) \wedge b(x)\right) \Leftrightarrow \left(\sim\left(a(x)\right) \vee \sim\left(b(x)\right)\right) \Rightarrow \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$\sim\left(a(x) \vee b(x)\right) \Leftrightarrow \left(\sim\left(a(x)\right) \wedge \sim\left(b(x)\right)\right) \Rightarrow \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Redução de condições de circunferências

a) $x^2 + y^2 - 10x - 4y = 7 \Leftrightarrow (x^2 - 10x + 5^2) + (y^2 - 4y + 2^2) = 7 + 25 + 4 \Leftrightarrow$
$(x-5)^2 + (y-2)^2 = 36$
C(5; 2), r = 6

b) $x^2 + 4x + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 4x + 2^2) + (y^2 + 0^2) = 0 + 4 + 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 4$
C(2; 0), r = 4

c) $x^2 + y^2 - 2x + 12y = 4 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1^2) + (y^2 + 12y + 6^2) = 4 + 1 + 36 \Leftrightarrow$
$(x-1)^2 + (y+6)^2 = 41$
C(1; -6), r =$\sqrt{41}$

Potências

Expoente natural

$a^n = a * a * a * \ldots * a \ (n\ vezes), n \in \mathbb{N}$

Expoente nulo

$a^0 = 1, a \neq 0$

Expoente inteiro negativo

$n \in \mathbb{Z}^-$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

Expoente fracionário

$\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}$

Expoente irracional

Seja x um número irracional e u_n uma sucessão tal que $u_n \to x$.

A potência de expoente irracional a^x é, por definição, o limite da sucessão a^{u_n}.

Regras operatórias com potências

- $a^x a^y = a^{x+y}$;
- $a^x b^x = (ab)^x$;
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;
- $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$;
- $(a^x)^y$.

Notas:

- $\frac{1}{x} = x^{-1}$;
- $\frac{2}{x^3} = 2 * \frac{1}{x^3} = 2x^{-3}$;
- $\frac{1}{2x^3} = (2x^3)^{-2} = 2^{-1}x^{-3}$.

Racionalização (exemplos)

a) $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3*\sqrt{2}}{\sqrt{2}*\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{x+2}{\sqrt{x-1}} = \frac{(x+2)(\sqrt{x-1})}{x-1}$

c) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2\sqrt{3}+2}{3-1} = \frac{2\sqrt{3}+2}{2} = \sqrt{3}+1$

d) $\frac{x-4}{\sqrt{x}+3} = \frac{(x-4)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{(x-4)(\sqrt{x}-3)}{x-9}$

Conjunto de números

- $\mathbb{N} = \{1,2,3, \dots\}$

- $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{inteiros\ não\ positivos\}$
- $\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{fracionários\}$
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{irracionais\}$
- $\mathbb{C} = \mathbb{R} \cup \{imaginários\} \rightarrow conjunto\ dos\ número\ complexos$