Probabilidades

Axiomática de probabilidades

Chama-se probabilidade à função P que a cada acontecimento *A* de um espaço de resultados Ω de uma experiência aleatória, faz corresponder um número real P(A) que verifica os seguintes axiomas:

1. P(Ω) = 1: a probabilidade do acontecimento certo é 1;
2. P(A) ≥ 0: a probabilidade de qualquer acontecimento *A* é um número real não negativo;
3. $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$: se *A* e *B* são acontecimentos incompatíveis, a probabilidade da reunião de *A* com *B* é a soma das probabilidades de A e de B.

Teoremas

1. $P(\emptyset) = 0$: a probabilidade do acontecimento impossível é zero;
2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
3. $B \subset A \Rightarrow P(B) \leq P(A)$
4. $0 \leq P(A) \leq 1$
5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
6. $P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B)\ ou\ P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

Conceitos

Acontecimento impossível

$P(A) = \emptyset$

Acontecimento elementar

Acontecimento com um só resultado

Acontecimento certo

$P(A) = 1 = \Omega$

Reunião

É o conjunto de todos os resultados que verificam A e/ou B.

A reunião entre dois acontecimentos A e B representa-se por $P(A \cup B)$.

Interseção

É o conjunto de todos os resultados que verificam A e B.

A interseção entre dois acontecimentos A e B representa-se por $P(A \cap B)$.

Diferença

É o conjunto de resultados que verificam um acontecimento A mas não verificam um acontecimento B. Representa-se por $P(A \backslash B)\ ou\ P(A - B)$.

Contrário ou complementar

É o conjunto de elementos do espaço amostral, Ω, que não pertencem a um acontecimento A.

Representa-se por $P(\bar{A})$.

Acontecimentos incompatíveis ou disjuntos

São acontecimentos que não têm elementos em comum, ou seja, que nunca se verificam em conjunto.

Dados dois acontecimentos A e B, se $P(A \cap B) = \emptyset$ diz-se que estes dois acontecimentos são incompatíveis ou disjuntos.

Nota:

- Se A e B são contrários ⇒ A e B incompatíveis;
- Mas se A e B são incompatíveis ⇏ A e B contrários.

Acontecimentos equiprováveis

São acontecimentos com a mesma probabilidade de ocorrência.

Dados dois acontecimentos A e B, estes são equiprováveis se P(A) = P(B).

Tabela de dupla entrada

	A	$\bar{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	#B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	#$\bar{B}$
Total	#A	#$\bar{A}$	Ω

Propriedades dos acontecimentos e conjuntos em geral

Propriedade	**Reunião(∪)**	**Interseção(∩)**

Comulativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Associativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributiva	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Elemento neutro	$A \cup \emptyset = \mathrm{A}$	$A \cap \Omega = A$
Elemento absorvente	$A \cup \Omega = \Omega$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
Leis de De Morgan	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
...	$A \subset A \cup B$ $B \subset A \cup B$	$A \cap B \subset A$ $A \cap B \subset B$

Acontecimentos contrários

- $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- $A \cup \bar{A} = \Omega$
- $\bar{\bar{A}} = A$
- $\bar{\Omega} = \emptyset$
- $\bar{\emptyset} = \Omega$

Diferença

- $A \backslash B = A \cap \bar{B}$
- $A \backslash B \subset A$
- $\Omega \backslash A = \bar{A}$
- $\mathrm{A} \subset \mathrm{B} \Rightarrow \mathrm{A} \backslash \mathrm{B} = \emptyset$

Outras propriedades

- $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \Leftrightarrow A = (A \cap B) \cup A \backslash B$
- $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$

Definição frequencialista ou empírica de probabilidade

Também conhecida como Lei dos grandes números de Bernoulli.

A probabilidade de um acontecimento A de uma experiência aleatória é o valor para o qual tende a frequência relativa da realização de A quando o número de repetições da experiência tende para o infinito:

$$p(a) = \frac{número\ de\ ocorrências\ de\ A}{número\ de\ realizações\ da\ experiência}$$

Propriedades das probabilidades decorrentes da definição frequencialista

- $p(\emptyset) = 0$
- $p(\Omega) = 1$
- $0 \leq p(A) \leq 1, A \subset \Omega$
- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \Rightarrow p(A) = p(\{a_1\}) + p(\{a_2\}) + \cdots + p(\{a_n\})$
- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

Definição clássica de probabilidade (Lei de Laplace)

Seja Ω um espaço de resultados finito constituído por n acontecimentos elementares equiprováveis e A um acontecimento de Ω constituído por acontecimentos elementares.

Então, a probabilidade do acontecimento A é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento A (m) e o número de casos possíveis (n).

$$A \subset \Omega, \mathrm{p(A)} = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis\ a\ A}{número\ de\ casos\ possíveis} = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{m}{n}$$

Regra do produto

Quando é necessário realizar k escolhas sucessivas em que na primeira há n_1 alternativas, na segunda há n_2 alternativas, ..., e na escolha de ordem k há n_k alternativas, então o número total de alternativas é dado por $n_1 * n_2 * \dots * n_k$

Exemplo:

Quantas combinações é possível fazer de 1 casaco, 1 saia e 1 blusa tendo 4 casacos, 2 saias e 3 blusas? Resposta: 4*2*3 = 24 combinações.

Probabilidade condicionada

Chama-se probabilidade condicionada de A dado B (ou probabilidade de A sabendo que ocorreu B) e representa-se por p(A|B) ao seguinte quociente:

$$p(A|B) = \frac{\#(A \cap B)}{\#B}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{\#(A \cap B)}{\#\Omega}}{\frac{\#B}{\#\Omega}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow p(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidade da interseção de dois acontecimentos

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B|A) * P(A)$

Probabilidade total

$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \Leftrightarrow P(B) = P(A) * P(B|A) + P(\bar{A}) * P(B|\bar{A})$

Generalizando:

Seja $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ $tais\ que\ A_1, A_2, \ldots, A_n$ são disjuntos entre si. Então:

$P(B) = P(A_1) * P(B|A_1) + P(A_2) * P(B|A_2) + \cdots + P(A_n) * P(B|A_n)$

Acontecimentos independentes

Dois acontecimentos A e B dizem-se independentes se a ocorrência de um não influencia a probabilidade de outro.

A e B independentes $\Rightarrow p(A|B) = p(A)$ e $p(B|A) = p(B)$

Tendo em conta que $p(A \cap B) = p(a) * p(B|A)$, se A e B forem independentes, então:

$p(A \cap B) = p(A) * p(B)$

Análise combinatória (técnicas de contagem)

Princípio fundamental da contagem (regra do produto)

Arranjos completos (ou com repetição).

Dado um conjunto com n elementos, o número total de sequências com p elementos, repetidos ou não, e escolhidos entre os n elementos iniciais é designado por número de arranjos completos tomados p a p, e é dado por:

${}^{n}A'_{p} = n^{p}$

n → número de elementos disponíveis

p → número de elementos da sequência

Permutações

Dado um número natural n, chama-se fatorial de n! ao produto dos primeiros n números naturais:

$n! = 1 * 2 * 3 * \ldots * n$ ou

$n! = n * (n - 1) * (n - 2) * \ldots * 1$

Permutações simples

Dado um conjunto com n elementos, o número total de sequências de n elementos sem repetições, que é possível formar com os n elementos iniciais é designado por número de permutações de n elementos e é dado por: $P_n = n!$.

n → número de elementos de cada permutação

Arranjos simples

Dado um conjunto com n elementos, o número total de sequências de p elementos distintos escolhidos entre os n elementos do conjunto designa-se por número de arranjos simples de n elementos tomados p a p e é dado por:

$^{n}A_p = n * (n - 1) * \ldots * 1$

$^{n}A_p = \frac{n!}{(n-p)!}$

n → número de elementos disponíveis

p → número de elementos da sequência

Nota: $^{n}A_n = P_n$

Permutações circulares

Dados n objetos, o número de formas distintas de os dispor em círculo é dado por:

$\frac{n!}{n}, ou\ seja, (n - 1)!$

n → número de objetos disponíveis

Sequências vs. Conjuntos

Um conjunto distingue-se de uma sequência pelo facto de um conjunto não se alterar quando se troca a ordem dos elementos, e ainda por não se poderem considerar elementos repetidos num conjunto.

Exemplos:

$\{A, B, C, D\} = \{B, C, D, A\}\ mas\ (A, B, C, D) \neq (B, C, D, A)$

$\{A, A, B, C\} \Rightarrow \{A, B, C\}\ mas\ (A, A, B, C)\ existe$

Permutações

A cada conjunto de p elementos correspondem p! sequências distintas, ou seja, o número de sequências de p elementos:

$p! * número\ de\ conjuntos\ de\ elementos$

Ou ainda número de conjuntos de p elementos:

$\frac{número\ de\ sequências\ de\ p\ elementos}{p!}$

Generalizando:

$${}^{n}C_p = \frac{{}^{n}A_p}{p!} = \frac{\frac{n!}{(n-p)!}}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

n → número de elementos disponíveis

p → número de elementos de cada conjunto

O número total de subconjuntos de p elementos que é possível fazer a partir de um conjunto com n elementos designa-se por número de combinações de n elementos tomados p a p e é dado por:

$${}^{n}C_p = \frac{{}^{n}A_p}{p!}\ ou\ {}^{n}C_p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Utilização de combinações e arranjos (exemplos)

a) De quantas formas é possível colocar 4 jarras iguais numa estante de 7 lugares?
   Resposta: ${}^{7}C_4$

b) De quantas formas é possível colocar 4 jarras diferentes numa estante de 7 lugares?
   Resposta: ${}^{7}A_4$

c) De quantas formas se podem colocar 2 jarras iguais, 4 copos iguais e 3 chávenas iguais numa estante de 9 lugares?

   Resposta: ${}^{9}C_2 * {}^{7}C_4 * {}^{3}C_3$

d) De quantas formas distintas se podem colocar 2 jarras iguais, 4 copos diferentes e 3 chávenas iguais numa estante de 9 lugares?

   Resposta: ${}^{9}C_2 * {}^{7}A_4 * {}^{3}C_3$

Permutações com elementos repetidos

O número de permutações de n elementos, dos quais n_1 elementos são repetidos, n_2 são repetidos, …, n_k são repetidos, e é dado pela expressão:

$$\frac{n!}{n_1!*n_2!*\ldots*n_k!}$$

n → número total de elementos

n_1, n_2, …, n_k → elementos repetidos

Exemplo:

Quantos anagramas podem ser feitos com a palavra MATEMATICA?

MATEMATICA → 10 letras: 3'A', 2'M', 2'T', 3 letras diferentes

1º processo:

${}^{10}C_3 * {}^{7}C_2 * {}^{5}C_2 * 3!$

${}^{10}C_3$ → 3'A'

${}^{7}C_2$ → 2'M'

${}^{5}C_2$ → 2'T'

3! → 3 letras diferentes (equivalente a ${}^{3}A_3$ ou P_3)

2º processo:

$$\frac{10!}{3!*2!*2!}$$

10! → todas as trocas possíveis entre as 10 letras

3! → 3’A’

2! → 2’M’

2! → 2’T’

Triângulo de Pascal

n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1
	(...)
n	

<=>

${}^0C_0$
${}^1C_0$ ${}^1C_1$
${}^2C_0$ ${}^2C_1$ ${}^2C_2$
${}^3C_0$ ${}^3C_1$ ${}^3C_2$ ${}^3C_3$
${}^4C_0$ ${}^4C_1$ ${}^4C_2$ ${}^4C_3$ ${}^4C_4$
${}^5C_0$ ${}^5C_1$ ${}^5C_2$ ${}^5C_3$ ${}^5C_4$ ${}^5C_5$
(...)
${}^nC_0$ ${}^nC_1$ ... ${}^nC_p$ ... ${}^nC_{n-p}$ ${}^nC_{n-1}$ ${}^nC_n$

Propriedades do Triângulo de Pascal

- Todas as linhas começam e acabam em 1: ${}^nC_0 = {}^nC_n = 1, \forall_n \in \mathbb{N}$;
- O Triângulo é simétrico: ${}^nC_p = {}^nC_{n-p}, \forall_{n,p} \in \mathbb{N}_0, com\ n \geq p$;
- A soma de dois números consecutivos de uma linha é igual ao número que se situa entre eles na linha seguinte: ${}^nC_p + {}^nC_{p+1} = {}^{n+1}C_{p+1}, \forall_{n,p} \in \mathbb{N}_0, com\ n \geq p$;
- A soma de qualquer linha n é 2^n: ${}^nC_0 + {}^nC_1 + \ldots + {}^nC_{n-1} + {}^nC_n = 2^n, \forall_n \in \mathbb{N}$;
- O segundo e penúltimo elementos da linha n são iguais a n: ${}^nC_1 = {}^nC_{n-1} = n$;
- A linha n tem n+1 elementos;
- Se n é par, a linha n do triângulo tem um número ímpar de elementos, sendo o maior deles o elemento central: $n\ par \Rightarrow maior\ elemento\ da\ linha$: ${}^nC_{n/2}$;
- Se n é ímpar, a linha n do triângulo tem um número par de elementos, sendo os maiores os dois elementos centrais (iguais entre si): $n\ ímpar \Rightarrow maior\ elemento\ da\ linha$: ${}^nC_{(n+1)/2}$ ou ${}^nC_{(n-1)/2}$.

Binómio de Newton

$(a+b)^1 = 1a + 1b$

$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$

(…)

$(a+b)^n = {}^nC_0a^n + nC_1a^{n-1}b^1 + {}^nC_2a^{n-2}b^2 + \ldots + {}^nC_{n-1}ab^{n-1} + {}^nC_nb^n, \forall_n \in \mathbb{N}_0$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} ({}^nC_k a^{n-k} b^k)$$

No desenvolvimento de $(a+b)^n$:

- O polinómio obtido tem n+1 elementos;
- A soma dos expoentes da parte literal de cada termo é n;
- O termo de ordem p+1 é da forma $T_{p+1} = {}^nC_pa^{n-p}b^p$.

Notas:

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

Exemplos:

n = 4 → 1 4 6 4 1

n = 7 → 1 7 21 35 35 21 7 1

a) $(x+2)^7 = 1x^7 + 7x^6 2 + 21x^5 2^2 + 21x^4 2^3 + 35x^3 2^4 + 35x^2 2^5 + 21x 2^6 + 1 * 2^7 =$
$x^7 + 14x^2 + 84x^5 + 280x^4 + 560x^3 + 672x^2 + 648x + 128$

b) $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^4=(x^2+x^{-1})^4=1(x^2)^4+4(x^2)^3(x^{-1})+6(x^2)^2(x^{-1})^2+4(x^2)(x^{-1})^3+1(x^{-1})^4=x^8+$ $4x^6x^{-1}+6x^4x^{-2}+4x^2x^{-3}+x^{-4}=x^8+4x^5+6x^2+4x^{-1}+x^{-4}$

c) Qual o 4º termo no desenvolvimento de $(a+b)^9$?

$T_4=?\,;n=9$

$p+1=4\Leftrightarrow p=3$

$T_4={}^9C_3a^{9-3}b^3\Leftrightarrow T_4=84a^6b^3$

d) Qual o termo de grau 6 no desenvolvimento de $(x^2+x)^5$?

n = 5

$T_{p+1}={}^5C_p(x^2)^{5-p}x^p\Leftrightarrow T_{p+1}={}^5C_px^{10-2p}x^p\Leftrightarrow T_{p+1}={}^5C_px^{10-p}\rightarrow grau\ 6\Rightarrow expoente\ de\ x=6\Rightarrow$ $10-p=6\Leftrightarrow p=4$

$p=4\Rightarrow T_{4+1}={}^5C_4x^{10-4}\Leftrightarrow T_5=5x^6$

Variáveis aleatórias

Dada uma experiência aleatória, chama-se variável aleatória (v.a.) a toda a função que a cada elemento do espaço de resultados associa um número real.

As variáveis aleatórias representam-se habitualmente pelas últimas letras maiúsculas do alfabeto (…, X, Y, Z).

As variáveis aleatórias dividem-se entre dois tipos:

- Discretas: tomam um número finito de valores ou um infinito numerável de valores;
- Contínuas: tomam valores num intervalo real.

Variáveis aleatórias discretas (exemplos)

a) Lançamento de uma moeda três vezes

X: “número de vezes que ocorre a face Euro”

$\Omega=\{(P,P,P),(P,P,E),(P,E,P),(E,P,P),(P,E,E),(E,P,E),(E,E,P),(E,E,E)\}$

$p(X=0)=\frac{1}{8}$

$p(X=1)=\frac{3}{8}$

$p(X=2)=\frac{3}{8}$

$p(X=3)=\frac{1}{8}$

Tabela de distribuição de probabilidades da variável X

x_i	0	1	2	3
$p(x = x_i)\ ou\ P_i$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Nota: $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=1$

b) Lançamento de dois dados tetraédricos com as faces numeradas de 1 a 4

Y: "soma dos pontos obtidos"

+	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

$\Omega = \{2,3,4,5,6,7,8\}$

Y_i	2	3	4	5	6	7	8
P_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

c) Extração de um conjunto de cinco cartas de um baralho de 40 cartas

Z: "número de Reis obtidos"

$\Omega = \{0,1,2,3,4\}$

Casos possíveis = ${}^{40}C_5$

$p(Z = 0) = \frac{{}^{36}C_5}{{}^{40}C_5}$

$p(Z = 1) = \frac{{}^{36}C_4 * {}^{4}C_1}{{}^{40}C_5}$

$p(Z = 2) = \frac{{}^{36}C_3 * {}^{4}C_2}{{}^{40}C_5}$

$p(Z = 3) = \frac{{}^{36}C_2 * {}^{4}C_3}{{}^{40}C_5}$

$p(Z = 4) = \frac{{}^{36}C_1 * {}^{4}C_4}{{}^{40}C_5}$

Z_i	0	1	2	3	4
P_i	$\frac{5236}{9139}$	$\frac{6545}{18278}$	$\frac{595}{9139}$	$\frac{35}{9139}$	$\frac{1}{18278}$

Distribuição de frequências relativas/ Distribuição de probabilidades (exemplos)

a) Faz-se rodar uma roleta dividida em seis secções, três numeradas com 1, uma numerada com 2 e duas numeradas com 3, 200 vezes. Obteve-se a seguinte a tabela do número de ocorrências de cada número:

X: "número saído na jogada"

x_i	f_i
1	98
2	34
3	68
Total	200

a. Construir a tabela de distribuição de frequências relativas da variável estatística X

$f_r(x = 1) = \frac{98}{200} \approx 0{,}49$

$f_r(x = 2) = \frac{34}{200} \approx 0{,}17$

$f_r(x = 3) = \frac{68}{200} \approx 0{,}34$

x_i	1	2	3
f_{r_i}	0,49	0,17	0,34

b) Construir a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória Y, dos resultados esperados de rodar uma roleta dividida em seis secções iguais, três numeradas com 1, uma numerada com 2 e duas numeradas com 3.

Y: "número saído na jogada"

$p(y = 1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$p(y = 2) = \frac{1}{6}$

$p(y = 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

y_i	1	2	3
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

Valor médio e desvio padrão

x_i	x_1	x_2	…	x_n
$p(x = x_i)$	p_1	p_2	…	p_n

Então chama-se valor médio ou esperança matemática da variável aleatória X a:

$$\mu = p_1 * x_1 + p_2 * x_2 + \cdots + p_n * x_n$$

Chama-se desvio padrão da variável aleatória X a:

$$\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + \cdots + p_n(x_n - \mu)^2}$$

Modelo Binomial ou Distribuição de Bernoulli

Considere-se uma experiência aleatória em que apenas interessa observar a ocorrência de um acontecimento A (sucesso) e a do seu contrário $\bar{A}$ (insucesso).

Suponhamos que a experiência é repetida n vezes e que os resultados obtidos em cada prova são independentes dos resultados obtidos em provas anteriores.

Seja p a probabilidade de sucesso em cada prova.

A variável aleatória X: "número de sucessos nas n provas" chama-se variável aleatória com distribuição Binomial de parâmetros n e p e representa-se po:

B(n; p)

Seja X a variável aleatória binomial B(n; p). A probabilidade de obter exatamente k sucessos nas n provas é dado por:

$$p(x = k) = {}^{n}C_{k} p^k (1 - p)^{n-k}, k = 0,1,2, \dots, n$$

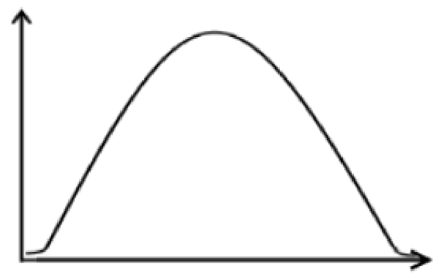
Assim, a tabela de distribuição das probabilidades da variável aleatória binomial B(n; p) é:

k	0	1	…	n
P(n = k)	${}^{n}C_{0} p^0 (1 - p)^{n-0}$	${}^{n}C_{1} p^1 (1 - p)^{n-1}$	…	${}^{n}C_{n} p^n (1 - p)^0$

Variáveis contínuas

Função densidade de probabilidade ou função de probabilidade é a função cuja representação gráfica é a linha curva para a qual evolui o polígono de frequências relativas de uma variável contínua quando o número de experiências realizadas é muito elevado e a amplitude das classes consideradas tende para zero.

Exemplo genérico:

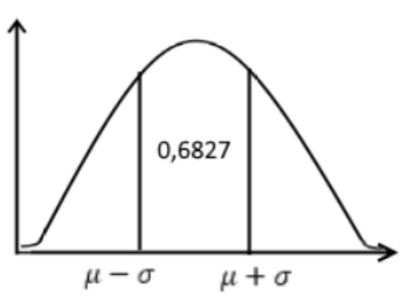


Notas:

- A área total sob a curva de uma função densidade de probabilidade é igual a 1;
- A probabilidade de que a variável tome valores no intervalo [a; b] é igual à área da curva correspondente ao intervalo [a; b].

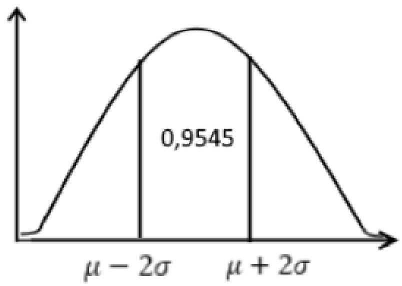
Modelo Normal (Curva de Gauss)

- Tem forma de sino;
- Atinge o máximo no ponto de abcissa igual à média;
- É simétrica em relação à média (a reta x = média);
- A cada par ordenado $(\mu; \sigma)$ corresponde uma curva normal, que se representa por N$(\mu; \sigma)$;
- Quanto maior for o desvio padrão, σ, mais achatada é a curva;
- A área limitada pela curva e correspondente ao intervalo $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ é aproximadamente igual a 0,6827



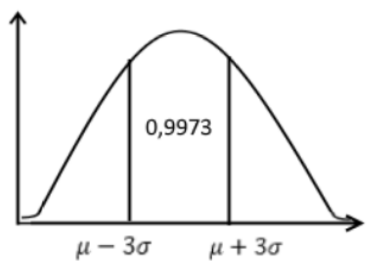
$P(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

- A área limitada pela curva e correspondente ao intervalo $[\mu - 2\sigma;\ \mu - 2\sigma]$ é aproximadamente igual a 0,9545



$P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

- A área limitada pela curva e correspondente ao intervalo $[\mu - 3\sigma;\ \mu - 3\sigma]$ é aproximadamente igual a 0,9973



$P(\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$