

Homework 1

10910QF 510300 Special Topics on Financial Engineering 王傳鈞 109062631

第二題

Cboe® Volatility Index (VIX index) 是由美國芝加哥選擇權交易所推出的一種指數，最早期的版本(1993 年)是計算 S&P 100 選擇權的隱含波動率；經過一連串的改版後，自 2003 年起，是利用 S&P500 選擇權價格，針對其履約價格去加權平均後所計算得到的。VIX 提供市場投資人可以快速衡量未來 30 日 S&P 500 指數預期波動率；根據 VIX 的計算公式，它可以被看作是一種 variance swap，讓投資人可以交換彼此對於 realized volatility (i.e., variance 的平方) 的預期。

一般來說，VIX 大約都在 10 到 20 之間徘徊，有時候會上升到 20 至 30 的區間；然而，如果市場因為發生某些特定消息，則有機會出現大於 30 的 VIX 指數報價，通常這就代表著 S&P 500 指數在未來的 30 天內，有很高的機會將出現大的跌幅；因此，VIX 指數又被稱作「恐慌指數」。

第四題

根據無套利定價方法，六個月期的 forward contract 應該價值 $S_0 e^{rT}$ ，其中： S_0 代表目前的現貨價格 (spot price)、 r 代表無風險年利率、 T 代表此 forward contract 距離 maturity 還有幾年 (此處為 $T = 0.5$)。

綜合以上所述，題目所求之價值 $= \$25 \times e^{5\% \times \frac{6}{12}} = \25.63 。

第六題

根據題目所述 $C_t - P_t < S_t - Ke^{-r(T-t)}$ ，換句話說就是

$C_t + Ke^{-r(T-t)} < P_t + S_t$ ；因此，我們只需要在期初 time=t 時：同時間賣出「一單位的 put 與一單位 put 所連動的股票」並且買進「一單位的 call 與金額為 K 的 T 年期 zero-coupon bond」出一個可套利的交易策略，詳細可見以下表格。

根據題目的意思：①的價值小於②的價值；然而，針對選擇權、債券與股票在時間 T 的價值分析，顯然③等於④且⑤等於⑥；因此，我們可以推知如果發生題目所述的情形時，則必可以建立某種交易模式，來進行套利交易。

Portfolio		Time		
		t	T	
			$S_T \geq K$	$S_T < K$
A	European call	C_t	$S_T - K$	0
	bond	$Ke^{-r(T-t)}$	K	K
	Total Value	$C_t + Ke^{-r(T-t)}$ ①	S_T ③	K ⑤
C	European put	P_t	0	$K - S_T$
	stock	S_t	S_T	S_T
	Total Value	$P_t + S_t$ ②	S_T ④	K ⑥

第九題

A 公司

- 流入：年息 4.7%的一億美元債券、
年息 LIBOR 的一億美元 swap
- 流出：年息 5.0%的一億美元 swap
- 總計：淨收入，年息 LIBOR-(0.3%)乘以一億美元

B 公司

- 流入：年息 5.0%的一億美元 swap、
年息 LIBOR-(0.2%)的一億美元投資
- 流出：年息 LIBOR 的一億美元 swap
- 總計：淨收入，年息 4.8%乘以一億美元

References

- Kresimir Demeterfi, Emanuel Derman, Michael Kamal, Joseph Zou (March 1999). More Than You Ever Wanted to Know About Volatility Swaps. *Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes*
- John C. Hull (2015). *Options, Futures, and Other Derivatives*. USA: Pearson
- CBOE VIX Methodology (July 2019) at http://www.cboe.com/publish/methodology-volatility/VIX_Methodology.pdf
- 韓傳祥（民 102）。金融中波動率的數學問題。數學傳播，37 卷 1 期，26—40