LABORATORIUM FIZYKI, BIOFIZYKI I AGROFIZYKI

Praca zbiorowa pod redakcją
Haliny Kleszczyńskiej
Mieczysława Kiliana
Janiny Kuczery

UWP

LABORATORIUM FIZYKI, BIOFIZYKI I AGROFIZYKI

Praca zbiorowa pod redakcją
Haliny Kleszczyńskiej
Mieczysława Kiliana
Janiny Kuczery

Wydanie IV
poprawione i uzupełnione

UWP

Autorzy:

Andrzej Fogt
Waldemar Fritz
Janina Gabrielska
Jerzy Hładyszowski
Stanisław Jaskółka
Mieczysław Kilian
Halina Kleszczyńska
Teresa Kral
Krystian Kubica
Janina Kuczera
Bogdan Mazgis
Hanna Pruchnik
Janusz Sarapuk
Bogdan Tomicki
Zenon Trela

Opiniodawca
prof. zw. dr hab. Marian Kargol

Redaktor merytoryczny
prof. dr hab. inż. Zofia Spiak

Opracowanie redakcyjne i korekta:
mgr Elżbieta Winiarska-Grabosz
dr Ewa Jaworska
Janina Szydłowska

Łamanie:
Halina Sebzda
Teresa Alicja Chmura

Projekt okładki
Krzysztof Wyszatycki

Skrypty Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu
Nr 520

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany
za pomocą urządzeń elektronicznych, nagrywających i innych
bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich

© Copyright by Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu,
Wrocław 1999, 2001, 2005, 2008

ISSN 1897–9408
ISBN 978–83–60574–27–0

WYDAWNICTWO UNIWERSYTETU PRZYRODNICZEGO WE WROCŁAWIU

Redaktor Naczelny – prof. dr hab. Andrzej Kotecki
ul. Sopocka 23, 50–344 Wrocław, tel./fax 071 328–12–77
e-mail: wyd@up.wroc.pl

Nakład 1000 + 16 egz. Ark. druk. 16,75
Druk i oprawa: Wydawnictwo Tekst Sp. z o.o.
ul. Kossaka 72, 85–307 Bydgoszcz

SPIS TREŚCI

Przedmowa (S. Przestalski) 9

Symbole wybranych wielkości fizycznych 11

I. WIADOMOŚCI WSTĘPNE (J. Kuczera, M. Kilian) 13

1. Błędy i niepewności pomiarów 13
   1.1. Analiza oraz obliczanie błędów i niepewności 13
   1.2. Analiza niepewności 15
   1.3. Niepewności systematyczne 20
   1.4. Niepewności wyników złożonych 21
2. Opracowanie wyników pomiarów 23
   2.1. Planowanie pomiarów 23
   2.2. Zaokrąglanie i porównywanie wyników 24
   2.3. Sporządzanie wykresów 26
   2.4. Przygotowanie i opracowanie sprawozdania 29
3. Podstawowe przyrządy pomiarowe 31
   3.1. Suwmiarka 31
   3.2. Mikrometr 33
   3.3. Czujnik mikrometryczny 33
   3.4. Areometr 34
   3.5. Piknometr 34
   3.6. Butla Mariotte'a 35
   3.7. Termopara 36
4. Przepisy ważenia 37
5. Praktyczne uwagi do ćwiczeń z elektryczności 38

II. OPISY ĆWICZEŃ 43

Ćwiczenie 1 (J. Kuczera)
Zastosowanie maszyn prostych do ważenia ciał oraz wyznaczania współczynnika tarcia 43

Ćwiczenie 2 (J. Kuczera)
Wyznaczanie gęstości i ciężaru właściwego ciał stałych i cieczy 50

Ćwiczenie 3 (J. Kuczera)
Wyznaczanie momentu bezwładności bryły sztywnej 55

Ćwiczenie 4 (J. Kuczera)
Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego 62

Ćwiczenie 5 (J. Sarapuk)
Wirówka – praktyczne wykorzystanie 67

Ćwiczenie 6 (S. Jaskółka)
Wyznaczanie szerokości geograficznej za pomocą wahadła Foucaulta 72

Ćwiczenie 7 (J. Kuczera)
Badanie przepływu cieczy przez poziome rurki 76

Ćwiczenie 8 (Z. Trela)
Wyznaczanie współczynników filtracji i odbicia membrany 80

Ćwiczenie 9 (W. Fritz)
Wyznaczanie współczynnika przewodności wodnej i współczynnika filtracji gleby 87

Ćwiczenie 10 (A. Fogt)
Pomiar wilgotności powietrza 93

Ćwiczenie 11 (B. Tomicki)
Pomiar współczynnika napięcia powierzchniowego cieczy 101

Ćwiczenie 12 (T. Kral)
Wyznaczanie współczynnika napięcia powierzchniowego wód zasolonych i zanieczyszczonych detergentami 107

Ćwiczenie 13 (Z. Trela)
Badanie właściwości warstwy monomolekularnej na powierzchni międzyfazowej woda-powietrze 111

Ćwiczenie 14 (J. Kuczera)
Wyznaczanie współczynnika lepkości 116

Ćwiczenie 15 (J. Gabrielska)
Wyznaczanie zależności współczynnika lepkości od temperatury 122

Ćwiczenie 16 (K. Kubica, J. Kuczera)
Sprawdzanie prawa Hooke'a oraz wyznaczanie modułu Yong'a 127

Ćwiczenie 17 (K. Kubica)
Wybrane zastosowania techniki ultradźwiękowej 131

Ćwiczenie 18 (K. Kubica)
Wyznaczanie współczynnika wydłużenia tkanki kostnej 136

Ćwiczenie 19 (H. Kleszczyńska)
Wyznaczanie ciepła właściwego ciał stałych 141

Ćwiczenie 20 (J. Hładyszowski)
Wyznaczanie wydatku krwi przez kończynę metodą kalorymetryczną 147

Wyznaczanie współczynnika przewodnictwa cieplnego 153

Ćwiczenie 22 (B. Mazgis, B. Tomicki,)
Badanie entalpii jako funkcji stanu 158

Ćwiczenie 23 (B. Tomicki
Pomiar zmiany entropii w procesie samorzutnym 163

Ćwiczenie 24 (J. Kuczera)
Wyznaczanie linii ekwipotencjalnych pola elektrostatycznego 168

Ćwiczenie 25 (J. Kuczera)
Wyznaczanie oporu przewodnika 172

Ćwiczenie 26 (J. Kuczera)
Wyznaczanie sprawności grzejnika elektrycznego 179

Ćwiczenie 27 (J. Gabrielska)
Wyznaczanie siły elektromotorycznej ogniwa 182

Ćwiczenie 28 (W. Fritz)
Charakterystyka diody półprzewodnikowej 189

Ćwiczenie 29 (B. Mazgis)
Pomiar membranowej różnicy potencjałów. Sprawdzanie prawa Nernsta 197

Ćwiczenie 30 (W. Fritz)
Badanie własności elementów RLC w obwodzie prądu stałego i przemiennego 203

Ćwiczenie 31 (B. Mazgis)
Badanie obwodu szeregowego RLC, rezonans napięć 213

Ćwiczenie 32 (W. Fritz, B. Mazgis)
Niektóre zastosowania oscylografu katodowego 222

Ćwiczenie 33 (J. Kuczera)
Wyznaczanie współczynnika załamania światła metodą szpilkową 231

Ćwiczenie 34 (J. Kuczera)
Zestawienie mikroskopu i pomiar długości za pomocą mikroskopu 234

Ćwiczenie 35 (H. Pruchnik)
Badanie widm pierwiastków za pomocą spektroskopu 239

Ćwiczenie 36 (J. Kuczera, M. Kilian)
Wyznaczanie stężenia roztworu cukru za pomocą sacharymetru 245

Ćwiczenie 37 (J. Kuczera)
Badanie zjawisk fotoelektrycznych zewnętrznych i wewnętrznych 250

Ćwiczenie 38 (J. Kuczera)
Wyznaczanie aktywności próbki promieniotwórczej 257

Przedmowa

Opracowanie „Laboratorium fizyki, biofizyki i agrofizyki" zawiera opis 38 zadań doświadczalnych, przystosowanych do programów nauczania fizyki, biofizyki i agrofizyki na wszystkich wydziałach i kierunkach Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu. Skrypt ten stanowi zwięzłą podstawę umożliwiającą przygotowanie się przed ćwiczeniami laboratoryjnymi do wykonania określonego zadania. Część ćwiczeń jest poprzedzona obszerniejszym wstępem teoretycznym, jednakże większość opisów, poza krótkim wstępem, dotyczy przede wszystkim technik pomiarowych. Dlatego też dla pełnego zrozumienia zagadnienia niezbędne jest przygotowanie się również na podstawie polecanych podręczników ogólnych i wykładów.

Oddany do użytku skrypt jest kontynuacją poprzednich wydań. Został on jednak znacznie zmodyfikowany i uzupełniony nowymi opracowaniami. Zmian dokonano m.in. w rozdziale „Wiadomości wstępne", gdzie obecnie jest mowa nie tylko o błędach, ale również o niepewnościach pomiarów. Ponadto ujednolicono oznaczenia symboli, a spis ich umieszczono w odpowiednim wykazie. W opisie każdego ćwiczenia wprowadzono przykładowe pytania kontrolne. Jestem przekonany, że aktualne wydanie spełni swoją rolę jeszcze lepiej niż poprzednie.

Stanisław Przestalski

Od redakcji

Bardzo dziękujemy wszystkim autorom ćwiczeń za przygotowanie ich zmodyfikowanych wersji. W szczególności pragniemy podziękować panu dr. A. Fogtowi, kierownikowi pracowni studenckiej, za uwagi związane z modernizacją ćwiczeń.

SYMBOLE WYBRANYCH WIELKOŚCI FIZYCZNYCH

a przyspieszenie
c stężenie, ciepło właściwe
e podstawa logarytmów naturalnych, ładunek elementarny
f ogniskowa
g przyspieszenie ziemskie
h wysokość
i natężenie prądu
k współczynnik sprężystości, współczynnik tarcia
l długość, droga
m masa
n współczynnik załamania światła
p pęd, ciśnienie
q ładunek elektryczny
r promień, odległość
t czas, temperatura w skali Celsjusza
u niepewność wyników pomiaru
v prędkość liniowa
z zdolność rozdzielcza, wartościowość

A liczba masowa, aktywność próbki promieniotwórczej
B indukcja magnetyczna
C pojemność elektryczna, stała grawitacji
D współczynnik dyfuzji
E energia, natężenie pola, moduł Younga
F siła, stała Faraday`a
G ciężar ciała
I natężenie fali, moment bezwładności
J strumień
L moment pędu, indukcyjność
M moment siły
M_A masa cząsteczkowa
N siła normalna, siła nacisku
P moc, prawdopodobieństwo
Q ciepło
R opór elektryczny, siła reakcji
S entropia, powierzchnia
T temperatura, okres, siła tarcia
U napięcie, energia wewnętrzna
V objętość, potencjał elektryczny
V_A objętość molarna
W praca, wilgotność
Z liczba atomowa, zawada

α współczynnik napięcia powierzchniowego
γ ciężar właściwy
η współczynnik lepkości, współczynnik sprawności
$\mathcal{E}$ siła elektromotoryczna (SEM)
ε przenikalność dielektryczna, błąd pomiaru
λ długość fali, stała rozpadu, współczynnik przewodnictwa cieplnego
μ potencjał chemiczny
ν częstość drgań
π ciśnienie osmotyczne
ρ gęstość
σ średni błąd kwadratowy (odchylenie standardowe)
ω prędkość kątowa

I. WIADOMOŚCI WSTĘPNE

1. BŁĘDY I NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

1.1. Analiza oraz obliczanie błędów i niepewności

Mierząc kilkakrotnie jakąś wielkość fizyczną, otrzymujemy w każdym przypadku nieco inny wynik X_i, ponieważ pomiary obarczone są błędami. Odchylenie $\mathcal{E}$ od wartości rzeczywistej X_{rz}, zwane **błędem rzeczywistym** i-tego pomiaru, wynosi:

$$\mathcal{E}_i = X_i - X_{rz} \tag{I.1}$$

gdzie X_i oznacza wynik otrzymany w i-tym pomiarze. Prawdziwa wartość mierzonej wielkości X_{rz} jest oczywiście nieznana. Zamiast niej stosuje się najczęściej wartość najbardziej prawdopodobną, tj. średnią arytmetyczną $X_{ś}$ obliczoną z dużej liczby n pomiarów:

$$X_{ś} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{I.2}$$

Odchylenie od wartości średniej wyniesie:

$$u_i = X_i - X_{ś} \tag{I.3}$$

Wielkość u_i nazywamy **niepewnością** i-tego pomiaru i wielkość tę możemy wyznaczyć, w odróżnieniu od błędu rzeczywistego, którego wyznaczyć nie możemy ze względu na nieznajomość wartości rzeczywistej. Niepewność (*uncertainty* – stąd proponowany symbol u) jest terminem zalecanym przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) i stanowi parametr określający rozrzut wartości wyników pomiaru – jest to różnica między wynikiem pomiaru a wartością średnią. W dalszym ciągu zajmiemy się zatem przede wszystkim niepewnościami.

Rozróżniamy niepewności bezwzględne, względne i procentowe.

Niepewnością bezwzględną nazywamy bezwzględną wartość odchylenia wyniku pomiaru od wartości średniej.

$$u_b = \left| X_i - X_ś \right| \tag{I.3a}$$

Niepewność bezwzględna sama nie oddaje w pełni dokładności wykonanego pomiaru. Jeśli, dla przykładu, długość stołu i długość ołówka mierzone są z jednakową niepewnością bezwzględną $u_i = 1$ cm, to w przypadku stołu pomiar będzie znacznie dokładniejszy niż dla ołówka. O dokładności pomiaru decydować więc będzie tzw. **niepewność względna**, którą definiujemy następująco:

$$u_w = \left| \frac{u_i}{X_ś} \right| \tag{I.4}$$

Niepewność względną wyrażoną w procentach nazywamy **niepewnością procentową**.

$$u_p = \left| \frac{u_i}{X_ś} \right| 100\% \tag{I.5}$$

Niepewności dzielimy ponadto na niepewności systematyczne, przypadkowe i grube.

Niepewności systematyczne – zawsze w ten sam sposób wpływają na wyniki pomiarów wykonywanych za pomocą tej samej metody, tej samej aparatury pomiarowej i przez tego samego obserwatora. Wiele różnorodnych przyczyn może spowodować powstanie niepewności systematycznych.

Jednym ze źródeł tych niepewności są przyrządy pomiarowe, ich wadliwe wykonanie, niedokładne wycechowanie itp. Wartość niepewności systematycznych jest określona dokładnością stosowanego przyrządu lub jego klasą w przypadku mierników elektrycznych.

Niepewności systematyczne wiążą się też z wadliwym posługiwaniem się przyrządem, np. złe ustawienie, niewłaściwa temperatura otoczenia, wilgotność powietrza itp.

Inne przyczyny niepewności systematycznych związane są z przybliżonym charakterem wzorów stosowanych do obliczenia wielkości złożonej. Tego typu niepewność popełniamy, obliczając np. przyspieszenie ziemskie (g) ze wzoru $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ wtedy, gdy pomiar okresu (T) wykonaliśmy przy dużej amplitudzie wahań (wzór ten jest bowiem słuszny dla wahadła matematycznego przy założeniu małych kątów wychylenia).

Niepewność systematyczna może być również spowodowana przez samego obserwatora, np. w wyniku paralaksy.

Niepewności systematyczne można zmniejszyć przez udoskonalanie metody pomiaru lub stosowanych przyrządów, przez zastosowanie dokładniejszych wzorców oraz w wyniku nabycia dużego doświadczenia przez eksperymentatora. Sposób określenia niektórych niepewności systematycznych został omówiony w paragrafie 1.3.

Niepewności przypadkowe. Załóżmy, że pomiar wykonujemy wielokrotnie za pomocą przyrządu, którego dokładność jest bardzo duża, a więc niepewność systematyczna jest mała. W takim przypadku może się zdarzyć, że różnice między wynikami kolejnych pomiarów będą znacznie przewyższać niepewność systematyczną. Niepewność, którą obarczony jest w takim przypadku każdy z pomiarów, nazywamy niepewnością przypadkową.

Niepewności przypadkowe wiążą się z właściwościami mierzonego przedmiotu, np. przy pomiarze średnicy kulki mogą wynikać z różnic wartości średnicy spowodowanych odstępstwem od idealnej kulistości. Innym ich źródłem są właściwości samego przyrządu pomiarowego, którego wskazania zależą od przypadkowych drgań budynku, ruchów powietrza, tarcia w łożyskach itp. Niepewności przypadkowe mogą zależeć również od podłoża fizjologicznego, np. niemożność włączenia stopera równocześnie z początkiem obserwacji, niemożność dokładnego określenia równości oświetlenia porównywanych pól widzenia itp.

Niepewności przypadkowych nie da się wyeliminować, lecz ich wpływ na ostateczny wynik można ściśle określić. Będzie to treścią paragrafu 1.2.

Niepewności grube powstają w wyniku fałszywego odczytania wskazań przyrządów lub nieprawidłowego zapisania wyniku. Jaskrawym przykładem takiej niepewności jest np. omyłkowe zapisanie odczytu długości w centymetrach, zamiast w milimetrach. Niepewności grube przewyższają zwykle kilkakrotnie niepewności reszty pomiarów i można je dzięki temu łatwo zauważyć. Przyjęto odrzucać wyniki pomiarów obarczone grubymi niepewnościami i, jeśli to jest możliwe, powtarzać pomiary.

1.2. Analiza niepewności

Niepewność przypadkowa (u_i), jak wynika z rozważań w paragrafie (1.1), jest to różnica pomiędzy wynikiem pojedynczego pomiaru a wartością średnią (wzór I.3). Konkretną miarą rozrzutu wyników pomiaru, czyli miarą niepewności pomiarowej jest tzw. **niepewność standardowa – $u(X)$**. Jest to taka wartość niepewności, że w przedziale wartości od $X_s - u(X)$ *do* $X_s + u(X)$ mieści się 68,3% wyników pomiaru i tyle też wynosi prawdopodobieństwo, że wartość rzeczywista mieści się w tym przedziale.

Niepewność standardową można wyznaczyć na dwa sposoby:

Metoda A – jest oparta na analizie statystycznej serii wyników pomiaru (dokładniej omówionej w następnym paragrafie).

Metoda B – jest stosowana wtedy, kiedy mamy tylko jeden wynik pomiaru (lub po jednym wyniku pomiaru każdej z mierzonych wielkości) albo wyniki nie wykazują rozrzutu. Bierzemy wtedy jako ΔX niepewność odczytu wynikającą ze skali przyrządu pomiarowego oraz z klasy miernika podanej przez producenta i przyjmujemy:

$$u(X) = \frac{\Delta X}{\sqrt{3}} \tag{I.5a}$$

I.2.1. Statystyczne określenie niepewności dużej serii pomiarów

Niepewności przypadkowe mogą być ustalone na podstawie pomiarów, przez przeprowadzenie analizy wyników serii pomiarów wielkości mierzonej bezpośrednio.

Przypuśćmy, że wykonaliśmy dużą liczbę, np. $n = 100$ pomiarów pewnej wielkości; wyniki uzyskane podczas tej serii pomiarów ujęto w tab. I.1. Przez n_k oznaczono liczbę pomiarów, w których uzyskano ten sam wynik X_k; n_k/n – będzie więc częstotliwością występowania wartości X_k i jednocześnie prawdopodobieństwem występowania tej wartości, $p(X_k)$. n_k/n – jest również częstością oraz prawdopodobieństwem $p(u_k)$ występowania niepewności u_k.

Tabela I.1

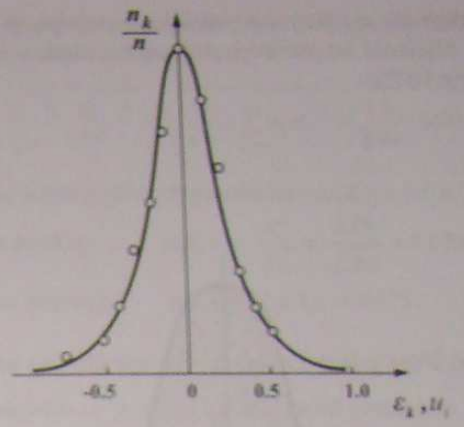
Opracowanie dużej serii pomiarów wielkości prostej

K	n_k	n_k/n	X_k	n_kX_k	u_k	n_ku_k	u_k^2	$n_ku_k^2$
1	1	0.01	8.5	8.5	-0.7	0.7	0.49	0.49
2	1	0.01	8.6	8.6	-0.6	0.6	0.36	0.36
3	2	0.02	8.7	17.4	-0.5	1.0	0.25	0.50
4	4	0.04	8.8	35.2	-0.4	1.6	0.16	0.64
5	7	0.07	8.9	62.3	-0.3	2.1	0.09	0.63
6	10	0.1	9.0	90.0	-0.2	2.0	0.04	0.40
7	14	0.14	9.1	127.4	-0.1	1.4	0.01	0.14
8	19	0.19	9.2	174.8	0	0	0	0
9	16	0.16	9.3	148.8	0.1	1.6	0.01	0.16
10	12	0.12	9.4	112.8	0.2	2.4	0.04	0.48
11	6	0.06	9.5	57.0	0.3	1.8	0.09	0.54
12	4	0.04	9.6	38.4	0.4	1.6	0.16	0.64
13	3	0.03	9.7	29.1	0.5	1.5	0.25	0.75
14	1	0.01	9.8	9.8	0.6	0.6	0.36	0.36
L = 14	100	1.00	$X_s = 9.2$	920.1		18.9		6.09

Jak wynika z tab. I.1, wartość średnia wielkości mierzonej wynosi:

$$X_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{l} n_k X_k = \frac{1}{100}\cdot 920{,}1 = 9{,}2$$

$X_s = 9{,}2$ jest w tym przypadku także najczęściej otrzymywaną wartością, a więc najbardziej prawdopodobną. Otrzymywano zarówno dodatnie, jak i ujemne odchylenia od wartości średniej, przy czym ilość dodatnich niepewności jest mniej więcej równa ilości niepewności ujemnych.



Rys. I.1

Na rys. I.1 przedstawiono wykres zależności między częstotliwością n_k/n występowania niepewności a wartością tej niepewności. Za pomocą kółeczek oznaczono wyniki otrzymane w rozważanej serii pomiarów, linia ciągła natomiast jest wykresem funkcji otrzymanej drogą rozważań teoretycznych, tzw. **krzywą Gaussa.**

Statystyczny rozkład błędów Gaussa (rozkład normalny) opisuje rozkład **błędów rzeczywistych** ε w znaczeniu tradycyjnym zgodnie z równaniem (I.1) i w skrócie przedstawić go można następującym równaniem:

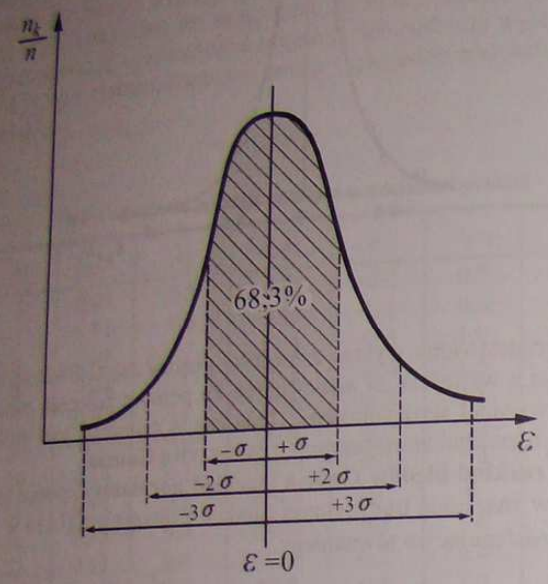
$$p(\varepsilon) = \frac{n_k}{n} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}} \qquad \text{(I.6)}$$

gdzie σ jest miarą dokładności pomiarów. Błąd σ nazywamy **średnim błędem kwadratowym** albo **odchyleniem standardowym**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2} \qquad \text{(I.7)}$$

Gdyby pomiary były wykonane mniej dokładnie (większe wartości ε), ich rozrzut byłby większy, a krzywa rozkładu bardziej płaska. Zatem przebieg tej krzywej może być miarą wartości błędu przypadkowego. Charakterystycznymi punktami krzywej Gaussa są punkty przegięcia oddalone o σ od wartości zerowej błędu, czyli od wartości rzeczywistej mierzonej wielkości. W przedziale ograniczonym przez współrzędne $-\sigma$ i $+\sigma$ zawartych jest 68,3% ogółu wyników pomiarów. (Stosunek powierzchni obszaru zakreskowanego, na rys. I.2, do całej powierzchni zawartej między osią poziomą i krzywą wynosi 0,683). Możemy więc powiedzieć, że wartość rzeczywista mierzonej wielkości mieści się w przedziale $X \pm \sigma$ z prawdopodobieństwem 68,3%, w przedziale $X \pm 2\sigma$ z prawdopodobieństwem 95,4%, a w przedziale $X \pm 3\sigma$ z prawdopodobieństwem 99,7%. Liczbę

wyników mieszczących się w danym przedziale, wyrażoną w procentach, nazywamy **poziomem ufności**. Wielkość 3σ jest więc praktycznie **błędem maksymalnym** (poziom ufności wynosi prawie 100%).



Rys. I.2

W przypadku gdy bierzemy pod uwagę nie błędy rzeczywiste, których przecież nie znamy, lecz niepewności, to rozważania dotyczące rozkładu statystycznego (wzory i wykresy) będą podobne. Otrzymamy wówczas tylko nieco inny wzór na niepewność standardową $u(X)$. Mianowicie zamiast (I.7) będzie:

$$u(X)=\sigma'=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}u_i^2} \qquad \text{(I.7a)}$$

a **statystyczna niepewność maksymalna** wyrazi się wzorem:

$$u_m(X)=3\,u(X) \qquad \text{(I.7b)}$$

Niepewność, jaką obarczona jest wartość średnia, jest mniejsza od niepewności poszczególnych pomiarów. Niepewność standardowa średniej $u(X_s)$ oblicza się wg wzoru:

$$u(X_s)=\frac{\sigma'}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i-1}^{n}u_i^2} \qquad \text{(I.8)}$$

Wracając do przykładowej serii pomiarów z tab. I.1, możemy obliczyć:
niepewność standardową poszczególnych pomiarów:

$$u(X)=\sigma'=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}u_i^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{l}n_k u_k^2}=\sqrt{\frac{1}{99}\cdot 6{,}09}=0{,}25$$

niepewność maksymalna poszczególnych pomiarów: $u_m(X_i)=3\sigma'=0{,}75$

odchylenie standardowe średniej: $u(X_s)=\frac{\sigma'}{\sqrt{n}}=\frac{0{,}25}{\sqrt{100}}=0{,}025$

niepewność maksymalna średniej: $u_m(X_s)=3u(X_s)=0{,}075$

1.2.2. Statystyczne określenie niepewności małej serii pomiarów

Wzory (I.7) i (I.8) słuszne są jedynie dla dużej serii pomiarów. W praktyce laboratoryjnej mamy jednak najczęściej do czynienia z małą serią pomiarów ($n \le 5$). Przy określaniu niepewności małej serii pomiarów posługujemy się **metodą Studenta-Fishera**. Korzystając z wyników tej teorii, obliczono współczynniki, przez które należy pomnożyć niepewności $u(X)$ lub $u(X_s)$, obliczone wg wzoru (I.7) lub (I.8), aby otrzymać niepewności maksymalne dla wybranego poziomu ufności α.

Tabela I.2 zawiera współczynniki Studenta-Fishera dla dwóch poziomów ufności, α_1=70% i α_2=99,7%

Tabela I.2

Współczynniki Studenta-Fishera

α \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16
70%	2	1.3	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
99,7%	318.3	22.3	10.2	7.2	5.9	5.2	4.8	4.5	4.3	4.0	3.8	3.7

n – liczba pomiarów, α – poziom ufności

Przykład. Wykonano pięć pomiarów grubości blaszki za pomocą śruby mikrometrycznej, otrzymując następujące wyniki: 0,43 mm; 0,46 mm; 0,45 mm; 0,45 mm; 0,46 mm. Wartość średnia wynosi X_s = 0,45 mm. Odchylenie standardowe średniej, obliczone wg wzoru (1.8), ma 0,0055 mm. Współczynnik Studenta-Fishera, odczytany z tab. I.2 dla poziomu ufności 70%, wynosi 1,2. Zatem odchylenie standardowe średniej arytmetycznej będzie następujące: $u(X_s)$ = 0,0066 mm.

Niepewność maksymalna obliczona dla α = 99,7%, dla którego współczynnik jest równy 7,2, wyniesie $u_m(X_i)=(0{,}0055\cdot 7{,}2)$ mm = 0,04 mm. Niepewność ta przewyższa niepewność systematyczną śruby mikrometrycznej, wynoszącą 0,01 mm.

Niekiedy stosowana jest również tzw. **niepewność przeciętna** u_s zdefiniowana następująco:

$$u_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|u_i| \qquad (I.9)$$

W przypadku małej serii pomiarów stosujemy więc albo niepewności, w których uwzględnia się współczynniki Studenta-Fishera, albo niepewności przeciętne. Niekiedy też stosuje się niepewności maksymalne zdefiniowane jako bezwzględna wartość różnicy wartości średniej i najbardziej różniącego się od niej pomiaru, X_m:

$$u_{\max} = |X_m - X_s| \qquad (I.10)$$

1.3. Niepewności systematyczne

Metodę Gaussa lub Studenta-Fishera możemy stosować tylko wówczas, gdy niepewność systematyczna jest mała w porównaniu z niepewnością przypadkową. Jako skrajny przypadek stosowania tych metod przyjmiemy taki, w którym niepewność systematyczna jest równa odchyleniu standardowemu. Gdy niepewność systematyczna jest większa od niepewności przypadkowej, lub gdy pomiar wykonujemy jednokrotnie, należy brać pod uwagę wyłącznie wpływ niepewności systematycznej.

Nie ma możliwości tak ścisłego obliczania niepewności systematycznych, jak to czynimy w przypadku niepewności przypadkowych. Dla wielkości prostych szacujemy niepewności na podstawie dokładności lub klasy przyrządów, staranności wykonania pomiarów itp. Przyrządy skonstruowane są w ten sposób, by wyniki prawidłowo wykonanych pomiarów różniły się od wartości rzeczywistej X nie więcej niż o wartość najmniejszej działki skali lub o ułamek tej działki określony klasą przyrządu. Dokładność przyrządu podawana przez producenta odnosi się do całkowitej niepewności pomiaru, wykonanego danym przyrządem w warunkach określonych przez wytwórcę. Niepewność tę nazywamy często **graniczną**, co znaczy, że uwzględnia ona rezultat wszystkich przyczyn niedokładności, a więc zarówno systematycznych, jak i przypadkowych. Przy pomiarze jednokrotnym jakieś wielkości za wartość niepewności przyjmujemy wartość najmniejszej działki skali przyrządu. Niekiedy jednak, jeśli odległość między dwiema kreskami jest tak duża, że oko z dostateczną pewnością może ocenić jej połowę, wówczas jako niepewność pojedynczego odczytu przyjmujemy pół działki. Podobnie postępujemy przy jednokrotnym mierzeniu długości, kąta, czasu itd. Przy pomiarze masy – za niepewność maksymalną przyjmujemy masę najmniejszego odważnika wpływającego na stan równowagi. W przypadku mierzenia wielkości elektrycznych za pomocą amperomierzy, woltomierzy itp., oprócz omawianej wyżej niepewności przypadkowej, uwzględnia się również niepewności systematyczne. O ich wartości informuje tzw. klasa przyrządu. Klasa miernika k oznacza stosunek niepewności maksymalnej w procentach do zakresu miernika X_{max}:

$$k = \frac{\Delta X \cdot 100}{X_{\max}} \qquad (I.11)$$

Dla amperomierzy, woltomierzy i watomierzy Polska Norma przewiduje pięć klas przyrządów: 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5. Liczby te oznaczają procentową wartość niepewności bezwzględnej, odniesioną do maksymalnych wskazań przyrządu na stosowanym zakresie (w normalnych warunkach pracy przyrządu).

Przykład. Mierzymy napięcie woltomierzem klasy dokładności k=1,5 o zakresie pomiarowym 300 V. Niepewność pomiaru wynosi:

$$u(U) = \frac{300\ \text{V} \cdot 1{,}5}{100} = \pm 4{,}5\ \text{V}$$

Jeśli za pomocą tego woltomierza zmierzymy napięcia 200 V i 20 V, to w pierwszym przypadku niepewność wynosi 2,2% mierzonego napięcia, a w drugim – 22%. Wynika stąd, że zakres pomiarowy należy tak dobierać, aby wartość wielkości szukanej znalazła się w pobliżu końca skali.

Przy stosowaniu wielkości fizycznych, zaczerpniętych z tablic, uwzględniamy podane w tablicach niepewności tylko w przypadku, gdy są one tego samego rzędu wielkości co niepewności uzyskane w naszych pomiarach. Najczęściej niepewności wielkości tablicowych pomijamy, gdyż są dużo mniejsze od niepewności uzyskanych w pracowni dydaktycznej.

1.4. Niepewności wyników złożonych

Dotychczas omawialiśmy niepewności wielkości bezpośrednio mierzonych, takich np. jak długość, temperatura, napięcie. W praktyce laboratoryjnej zagadnienia sprowadzają się jednak najczęściej do wyznaczania wielkości będących funkcją jednej lub kilku mierzonych wielkości. Można w takich przypadkach obliczyć maksymalną niepewność wyniku na podstawie niepewności poszczególnych wielkości, tj. znaleźć wkład, jaki wnoszą poszczególne niepewności pomiarów do maksymalnej niepewności wyniku końcowego. Zagadnienie to rozwiązujemy za pomocą rachunku różniczkowego.

Niech Y będzie funkcją kilku mierzonych bezpośrednio wielkości fizycznych $x_1, x_2, \ldots, x_n$:

$$Y = Y(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Niepewność $u(Y)$, jaką obarczona jest wielkość złożona Y, oblicza się na podstawie wzoru na różniczkę zupełną; zastępując różniczki odpowiednimi wartościami niepewności, otrzymujemy:

$$u(Y) = \pm\left(\left|\frac{\partial Y}{\partial x_1}u(x_1)\right| + \left|\frac{\partial Y}{\partial x_2}u(x_2)\right| + \ldots\ldots + \left|\frac{\partial Y}{\partial x_n}u(x_n)\right|\right) \qquad (I.12)$$

gdzie: $u(x_1)$, $u(x_2)$, ..., $u(x_n)$ oznaczają niepewności systematyczne, maksymalne lub graniczne wielkości $x_1, x_2, ..., x_n$, zaś $\frac{\partial Y}{\partial x_i}$ jest pochodną cząstkową funkcji Y względem wielkości x_i.

Pochodną cząstkową $\frac{\partial Y}{\partial x_1}$ funkcji Y względem jednej zmiennej, np. x_1, otrzymujemy, różniczkując tę funkcję przy założeniu, że wszystkie pozostałe zmienne (x_2, x_3, ... x_n) są stałe; np. jeśli:

$$Y = ax_1x_2^2, \quad \text{to} \quad \frac{\partial Y}{\partial x_1} = ax_2^2, \quad \text{a} \quad \frac{\partial Y}{\partial x_2} = 2ax_1x_2 .$$

Niepewność względną $u_w(Y)$ otrzymujemy, dzieląc wyrażenie (I.12) przez funkcję Y:

$$u_w(Y) = \frac{u(Y)}{Y}$$

W przypadku gdy wielkość wyznaczona jest iloczynem dowolnych potęg mierzonych wielkości:

$$Y = Kx_1^a x_2^b x_3^c \tag{I.13}$$

(gdzie K jest dowolną wielkością stałą), to przy wyznaczeniu niepewności posługujemy się tzw. „różniczkowaniem logarytmicznym". Logarytmując obydwie strony równania (I.13), a następnie różniczkując i zastępując różniczki odpowiednimi wartościami niepewności, otrzymujemy dla niepewności względnej:

$$u_w(Y) = \frac{u(Y)}{Y} = \pm\left(|a|\frac{u(x_1)}{x_1} + |b|\frac{u(x_2)}{x_2} + |c|\frac{(x_3)}{x_3}\right) \tag{I.14}$$

Wyrażenie to daje nam niepewność względną; chcąc otrzymać niepewność bezwzględną, należy pomnożyć obydwie strony równania przez Y. Należy jeszcze raz podkreślić, że sposób ten stosujemy jedynie wówczas, gdy wielkość wyznaczana nie jest sumą lub różnicą poszczególnych członów.

Przykład. W doświadczeniu mierzono współczynnik rozszerzalności liniowej ciał stałych, stosując wzór:

$$\alpha = \frac{l - l_o}{l_o(T_2 - T_1)}$$

Pomiaru długości początkowej pręta dokonano linijką ze skalą milimetrową, otrzymując $l_o = (107{,}2 \pm 0{,}1)$ cm, przyrost długości mierzono za pomocą czujnika z mikromierzem, uzyskując $(l - l_o) = (0{,}096 \pm 0{,}001)$ cm, temperatury T_1 i T_2 mierzono termometrem o małej podziałce jednostopniowej, otrzymując $T_1 = (291 \pm 1)$K i $T_2 = (371 \pm 1)$K. Obliczony wg wzoru (a) współczynnik rozszerzalności wynosi $\alpha = 11{,}19 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}.

Celem obliczenia niepewności $u(\alpha)$ wyznaczenia tego współczynnika zastosowano formułę (I.12), otrzymując:

$$|u(\alpha)| = \left|\frac{1}{l_o(T_2 - T_1)}\right|\left[\left|u(l - l_o)\right| + \left|\frac{l - l_o}{l_o}u(l_o)\right| + 2\left|\frac{l - l_o}{T_2 - T_1}u(T)\right|\right]$$

Podstawiając wielkości wyznaczone doświadczalnie, otrzymuje się:

$$|u(\alpha)| = \frac{1}{107{,}2 \cdot 80}\left(\frac{0{,}096}{107{,}2}0{,}1 + 10^{-3} + 2\frac{0{,}096}{80} \cdot 1\right)\text{K}^{-1}$$

$$= \frac{1}{8576}\left(0{,}90 \cdot 10^{-4} + 10^{-3} + 2{,}4 \cdot 10^{-3}\right)\text{K}^{-1}$$

$$|u(\alpha)| = 0{,}41 \cdot 10^{-6}\,\text{K}^{-1}$$

Wynik końcowy napiszemy w postaci:

$$\alpha = (11{,}19 \pm 0{,}41) \cdot 10^{-6}\,\text{K}^{-1}; \qquad \left|\frac{u(\alpha)}{\alpha}\right| \cdot 100\% = 3{,}7\%$$

2. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

2.1. Planowanie pomiarów

Wzory (I.12) i (I.14) okazują się również bardzo pomocne przy planowaniu doświadczenia. Ich analiza prowadzi do wniosku, że o dokładności wyniku, będącego funkcją kilku wielkości prostych, decyduje wielkość obarczona największą niepewnością. Nie jest celowe wykonywanie niektórych pomiarów z bardzo dużą dokładnością, jeżeli choć jeden z nich jest mało dokładny. Jeśli dokładności pomiarów bezpośrednich są narzucone jakością posiadanych przyrządów, to punktem wyjścia są najmniej dokładne pomiary bezpośrednie. Można w takich przypadkach przyjąć zasadę, że suma niepewności pochodzących od wielkości, które możemy wyznaczyć z dużą dokładnością, winna być równa 1/10 niepewności wielkości mierzonej z najmniejszą dokładnością. Gdy nie jesteśmy ograniczeni dokładnością pomiaru żadnej z wielkości mierzonych bezpośrednio, to znając dopuszczalną niepewność wyniku, dobieramy dokładności poszczególnych pomiarów bezpośrednich.

Przykład. Z jaką dokładnością należy zmierzyć krawędzie kostki o bokach równych $x_1 = 80$ mm, $x_2 = 10$ mm, $x_3 = 5$ mm, jeżeli chcemy, aby dokładność, z jaką jest wyznaczona objętość V, wynosiła co najmniej 1%?

$$V = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

stosując wzór (I.14), otrzymamy:

$$u_n(V) = \frac{u(V)}{|V|} = \frac{u(x_1)}{x_1} + \frac{u(x_2)}{x_2} + \frac{u(x_3)}{x_3}$$

Jeśli żądamy, aby poszczególne niepewności względne były jednakowe, należy każdą krawędź mierzyć co najmniej z dokładnością: 1% : 3 = 0,3%, a więc:

$$\frac{u(x_n)}{x_n} = 0{,}003, \quad \text{stąd} \quad u(x_1) = 80\ \text{mm} \cdot 0{,}003 = 0{,}24\ \text{mm}$$

$$u(x_2) = 10\ \text{mm} \cdot 0{,}003 = 0{,}03\ \text{mm}$$

$$u(x_3) = 5\ \text{mm} \cdot 0{,}003 = 0{,}015\ \text{mm}$$

Aby uzyskać takie niepewności maksymalne, należy pomiar x_1 wykonać za pomocą suwmiarki, a pomiary x_2 i x_3 przy użyciu mikrometru.

2.2. Zaokrąglanie i porównywanie wyników

Jak wynika z poprzednich rozważań, wynik pomiarów jest zawsze obarczony niepewnością, jest więc wartością przybliżoną. Przy obliczeniach należy więc stosować zasady rachunku przybliżonego.

Niepewność towarzysząca każdemu wynikowi pomiaru powoduje, że począwszy od pewnej cyfry wszystkie następne cyfry są niepewne, co upoważnia nas do zaokrąglania wartości liczbowych. O sposobie zaokrąglania liczby decyduje pierwsza cyfra odrzucana: cyfry od 1 do 4 zaokrąglamy w dół, cyfry od 6 do 9 zaokrąglamy w górę, a cyfrę 5 w górę w przypadku, gdy poprzedza ją cyfra nieparzysta, natomiast w dół – gdy poprzedza ją cyfra parzysta.

Przy zaokrąglaniu posługujemy się pojęciem cyfr znaczących. Cyfry znaczące liczby przybliżonej są to wszystkie cyfry niezerowe (1,2, ..., 9) wraz z zawartymi między nimi zerami oraz zera końcowe, jeśli brak jednostek danego rzędu.

Przy zaokrąglaniu wyników stosować będziemy następujące zasady: niepewność obliczamy z dwiema cyframi znaczącymi, a następnie zaokrąglamy, zawsze w górę do jednej, jeśli na skutek zaokrąglenia niepewność nie zwiększy się więcej niż o 10%. Gdyby jednak w wyniku zaokrąglenia niepewność zwiększyła się więcej niż o 10%, podajemy niepewność z dokładnością do dwóch cyfr znaczących. Wynik pomiaru obliczamy z jednym miejscem dziesiętnym więcej niż to, na którym zaokrąglono niepewność, po czym zaokrąglamy do tego samego miejsca dziesiętnego, do którego wyznaczono niepewność. Przykłady zaokrąglania i przedstawiania wyników:

Przed zaokrągleniem	Po zaokrągleniu
$V = (148{,}322 \pm 0{,}135)\ \text{cm}^3$	$V = (148{,}32 \pm 0{,}14)\ \text{cm}^3 = (1{,}48{,}32 \pm 0{,}14) \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$
$m = (0{,}036521 \pm 0{,}00111)\ \text{g}$	$m = (0{,}036521 \pm 0{,}0012)\ \text{g} = (36{,}521 \pm 1{,}2) \cdot 10^{-6}\ \text{kg}$
$C = (65{,}273 \pm 0{,}321) \cdot 10^{-3}\ \mu\text{F}$	$C = (65{,}27 \pm 0{,}33) \cdot 10^{-3}\ \mu\text{F} = (65{,}27 \pm 0{,}33) \cdot 10^{-9}\ \text{F}$
$i = (292{,}78 \pm 0.89)\ \text{A}$	$i = (292{,}8 \pm 0{,}9)\ \text{A}$
$\upsilon = (72{,}3659 \pm 0{,}0171) \cdot 10^5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\upsilon = (723{,}66 \pm 0{,}18) \cdot 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Porównanie wyników

Niekiedy zachodzi potrzeba porównania ze sobą wyników pomiaru pewnych wielkości uzyskanych różnymi metodami lub też porównania wyników pomiaru z danymi tablicowymi. Wyniki dwóch pomiarów zapiszemy w postaci $X_1 \pm u_m(X_1)$ oraz $X_2 \pm u_m(X_2)$, gdzie: $u_m(X_1)$ i $u_m(X_2)$ oznaczają niepewności maksymalne wartości X_1 i X_2. Wartość rzeczywista X_{rz} musi znaleźć się jednocześnie w dwóch przedziałach:

$$(X_1 - u_m(X_1)) < X_{rz} < (X_1 + u_m(X_1))$$

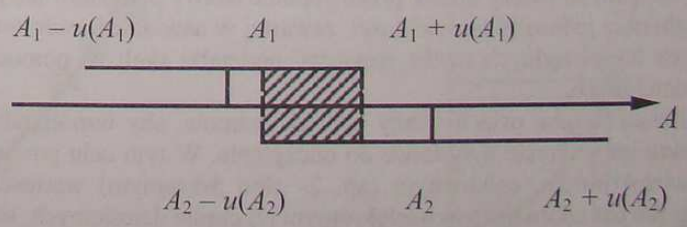
$$(X_2 - u_m(X_2)) < X_{rz} < (X_2 + u_m(X_2))$$

Wyniki są zgodne wtedy, gdy obydwa przedziały będą na siebie zachodziły lub przynajmniej stykały się. Na rys. I.3 na osi A oznaczono wartości A_1 i A_2 wraz z przedziałami określonymi przez ich niepewności maksymalne. Łatwo zauważyć, że obydwa wyniki będą zgodne, jeśli będzie spełniony warunek:

$$|A_2 - A_1| \le |u(A_1)| + |u(A_2)|$$

Jeśli wynik A_1 jest wynikiem uzyskanym w doświadczeniu, a wynik A_2 wartością odszukaną w tablicach, to niepewność $u(A_2)$ możemy przyjąć za równą zeru.
Otrzymamy wówczas warunek zgodności uzyskanego wyniku z danymi tablicowymi:

$$|A_2 - A_1| \le |u(A_1)|$$



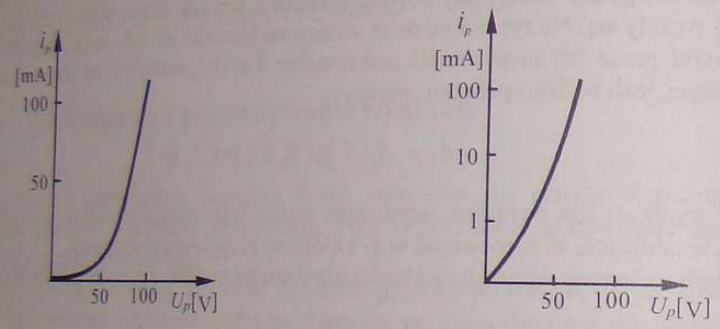
Rys. I.3

2.3. Sporządzanie wykresów

Wyniki pomiarów możemy przedstawić graficznie w postaci krzywej, jeśli mierzymy równocześnie dwie wielkości zależne od siebie lub jedną z nich obliczamy. Wykres umożliwia bezpośrednie prześledzenie przebiegu funkcji oraz znacznie upraszcza odczytanie informacji zawartej w wynikach pomiarów.

W celu właściwego opracowania wykresu należy uwzględnić następujące uwagi:

1. Wykres należy sporządzać na papierze milimetrowym. Jeżeli mierzona wielkość zmienia się w bardzo szerokim zakresie, o kilka rzędów wielkości, dogodnie jest stosować skalę logarytmiczną na obydwu osiach lub jednej z nich. Należy tak dobrać układ współrzędnych, aby wykres miał łagodny przebieg. Na rys. I.4 przedstawiono charakterystykę diody półprzewodnikowej w kierunku przewodzenia, w dwóch układach współrzędnych: dwuliniowej i półlogarytmicznej. Wykres w skali półlogarytmicznej jest w tym przypadku właściwy, daje łagodny przebieg krzywej, umożliwiający dokładny odczyt wartości. Należy zaopatrzyć się w papier milimetrowy z jedną osią logarytmiczną lub obliczyć logarytmy poszczególnych wartości i oznaczyć je na wykresie dwuliniowym.



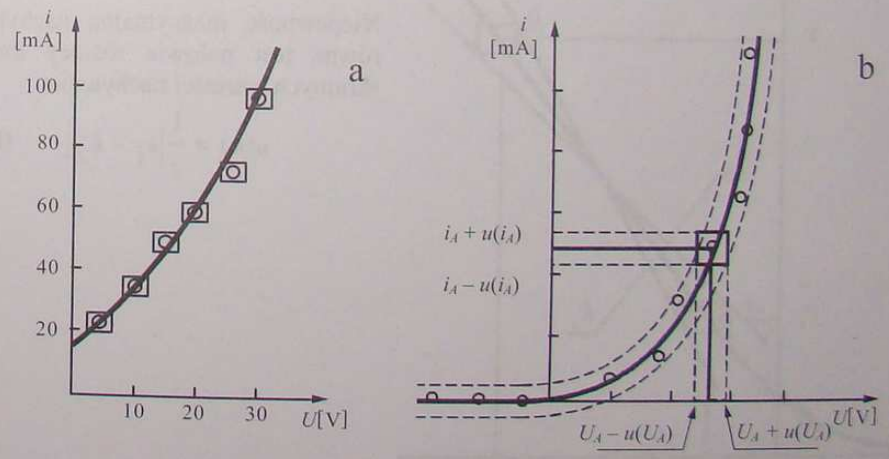
Rys. I.4

2. Rozmiary wykresu winny odpowiadać formatowi A-4.
3. Osie współrzędnych należy opisać przez podanie nazwy przedstawianej wielkości lub jej symbolu oraz jednostki tej wielkości, zawartej w nawiasie kwadratowym. Na obydwu osiach współrzędnych trzeba oznaczyć podziałki skali za pomocą kresek oraz odpowiednich liczb.
4. Podziałki skali na obu osiach winny być tak dobrane, aby współrzędne jakiegokolwiek punktu na wykresie były łatwe do odczytania. W tym celu powinny one odpowiadać wielokrotnym, całkowitym (np. 2- albo 5-krotnym) wartościom jednostki mierzonej lub też takim samym wielokrotnym jej części dziesiętnych, setnych itd.
5. Wykres powinien zajmować całą powierzchnię kartki. Skale nie muszą się więc zaczynać od podziałki zerowej, lecz od takiej podziałki, która odpowiada wartości nieco mniejszej od najmniejszej otrzymanej w pomiarach i kończyć się na podziałce odpowiadającej wartości nieco większej niż największa otrzymana w pomiarach.

6. Odległość na osiach wykresu, odpowiadająca odstępowi dwu kolejnych odróżnianych wskazań przyrządu pomiarowego, powinna być nie mniejsza niż 5 mm.
7. Skale na osiach współrzędnych powinny być tak dobrane, aby w miarę możliwości nachylenie krzywej nie odbiegało od jedności (krzywa nie powinna być ani zbyt stroma, ani zbyt płaska).
8. Punkty doświadczalne powinny być przedstawione za pomocą wyraźnych kółek, krzyżyków itp.
9. Krzywą prowadzimy tak, by punkty doświadczalne, nie leżące dokładnie na krzywej, były równomiernie rozłożone po obydwu jej stronach. W przybliżeniu połowa punktów powinna leżeć nad krzywą i połowa pod krzywą.
10. Krzywa nie powinna mieć ostrych załamań, należy ją prowadzić w sposób możliwie ciągły, zmiany nachylenia powinny być łagodne, chyba że uzasadnia to odpowiednia teoria, np. w przejściach fazowych.
11. Krzywą należy wykreślić za pomocą przeźroczystych linijek lub krzywików.
12. Jeśli obliczono niepewność pomiaru, należy również zaznaczyć wartość tej niepewności na wykresie. Jeżeli chcemy wykazać tylko, jaką niepewnością obarczona jest zmienna niezależna, oznaczamy ją poziomą kreską o długości równej $2u(x)$, której środek przypada w danym punkcie. W przypadku gdy chcemy również wykazać niepewność, jaką obarczona jest zmienna zależna (y), rysujemy odpowiedni prostokąt, w którego środku znajduje się punkt należący do danego pomiaru (rys. I.5a).

Odczytanie wartości z wykresu

Maksymalna niepewność, którą obarczony jest dowolny punkt leżący na krzywej, nie przekracza niepewności, jaką były obarczone punkty pomiarowe. Doświadczalną krzywą można więc otoczyć krzywymi pomocniczymi, tzw. krzywymi niepewności, oddalonymi od niej o wartość niepewności (rys. I.5b).



Rys. I.5

Jeśli z wykresu chcemy odczytać wartość odciętej U_A dla i_A, to zakładamy, że leżący na krzywej punkt A otoczony jest takim samym prostokątem niepewności, jak każdy punkt pomiarowy. Z wykresu możemy więc odczytać wartość odciętej U_A oraz jej niepewność $u(U_A)$.

Wyznaczanie nachylenia krzywej

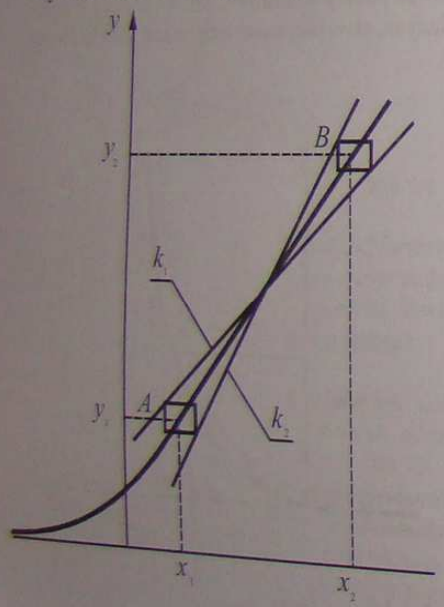
Nachyleniem k krzywej (stycznej do krzywej w danym punkcie) nazywamy stosunek przyrostu rzędnej $(y_2 - y_1)$ do odpowiadającego mu przyrostu odciętej $(x_2 - x_1)$:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \text{(I.15)}$$

W granicznym przypadku, gdy $(x_2 - x_1)$ dąży do zera, nachylenie jest równe pochodnej funkcji y względem x.

W celu wyznaczenia niepewności maksymalnej $u_m(k)$ nachylenia krzywej musimy określić dwie skrajne wartości nachylenia, związane z prostokątami błędu zaznaczonymi na początku i na końcu prostoliniowego odcinka krzywej pomiarowej. Na rys. I.6 przedstawiono zasadniczą krzywą oraz krzywe pomocnicze. W obszarze ograniczonym przez krzywe niepewności można poprowadzić nieskończenie wiele prostych o nachyleniach zawartych między dwiema skrajnymi wartościami k_1 i k_2. Przy określaniu wartości k_1 i k_2 odległość punktów końcowych odcinka AB, dla którego wyznaczamy nachylenie, powinna być jak największa, czyli powinny one ograniczać prostoliniowy odcinek krzywej, lub mają to być końcowe punkty pomiarowe w przypadku zależności liniowej. Jako rzeczywiste nachylenie przyjmujemy średnią arytmetyczną:

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \qquad \text{(I.15a)}$$



Rys. I.6

Niepewność maksymalna nachylenia równa jest połowie różnicy dwóch skrajnych wartości nachylenia:

$$u(k) = \frac{1}{2}\left|k_1 - k_2\right| \qquad \text{(I.16)}$$

2.4. Przygotowanie i opracowanie sprawozdania

a) Na ćwiczenia należy przynieść kartkę papieru kancelaryjnego w kratkę **formatu A-4** oraz, w razie potrzeby, papier milimetrowy. Kartka ta powinna zawierać rozmieszczone, tak jak na załączonym wzorze, następujące dane: imię i nazwisko studenta, nazwę wydziału i rok studiów, numer grupy studenckiej i numer zespołu ćwiczeniowego, datę wykonywania ćwiczenia, numer ćwiczenia wg skryptu, temat ćwiczenia, wyrysowaną odpowiednią tabelkę, oznaczenia symboli oraz wzór roboczy.

b) Podczas wykonywania ćwiczenia należy do odpowiednich rubryk wpisać uzyskane wyniki pomiarów, w jednostkach podanych w tabelce.

c) Po wykonaniu **wszystkich** pomiarów należy przystąpić do obliczeń. Do wzoru roboczego trzeba podstawić wyniki pomiarów, zwracając uwagę na dobór jednostek, a następnie wyniki kolejnych obliczeń, aż do uzyskania wyniku końcowego.

d) Stosownie do zaleceń prowadzącego ćwiczenia sprawozdanie powinno zawierać dyskusję i rachunek niepewności. Należy podać lub wyznaczyć niepewności bezwzględne, jakimi obarczone są wartości wielkości prostych, wraz z krótkimi wyjaśnieniami. W przypadku obliczania niepewności metodą Gaussa, Studenta-Fishera, niepewności przeciętnej lub maksymalnej odchylenia od średniej, należy opracowane wyniki zamieścić w tabeli. Na podstawie niepewności wielkości prostych obliczyć niepewność maksymalną wielkości złożonej, stosując wzory I.12 lub I.14 oraz niepewność procentową.

e) Wynik należy podać wraz z niepewnością maksymalną i procentową, w postaci np.

$$M = (5{,}52 \pm 0{,}11)\text{g} \quad u_p = 2\ \%$$

f) W miarę potrzeby należy do sprawozdania dołączyć wykres, wykonywany zgodnie z instrukcją podaną w rozdziale 2.3. Na wykresie trzeba oznaczyć niepewności wyników w postaci prostokątów lub krzywych niepewności.

WZÓR SPRAWOZDANIA:

Dnia 12.10.2008

Adam Kowalski
Wydział Rolniczy
Grupa V
Zespół 11

Ćwiczenie 4

Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego

Tabela pomiarów i wyników

h	$2r$	r	l	t	n	T	g
m	m	m	m	s		s	ms^{-2}

Znaczenie symboli:

h – długość nici
$2r$ – średnica kulki
r – promień kulki
l – długość wahadła
t – czas dużej liczby drgań
n – liczba drgań
T – okres drgań
g – przyśpieszenie ziemskie

Wzór roboczy

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l$$

Obliczenia

3. PODSTAWOWE PRZYRZĄDY POMIAROWE

3.1. Suwmiarka

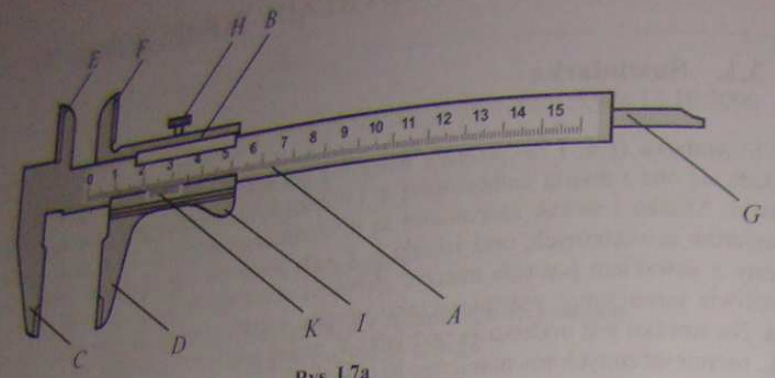
Suwmiarka (rys. I.7a) pozwala mierzyć z dokładnością do 0,1 mm lub 0,05 mm. Składa się ona z miarki milimetrowej *A* i suwaka *B*, który przesuwa się płynnie wzdłuż miarki. Miarka i suwak zaopatrzone są w szczęki pomiarowe *C*, *D*, przeznaczone do pomiarów zewnętrznych, oraz szczęki *E*, *F* – do pomiarów wewnętrznych. Pręt *G* połączony z suwakiem pozwala mierzyć głębokość otworów. Przycisk sprężynowy *I* uniemożliwia samoczynne przemieszczanie suwaka, a śruba *H* służy do jego unieruchomienia. Na suwaku jest dodatkowa podziałka *K*, zwana noniuszem, składająca się z 10 działek, rozmieszczonych równomiernie na długości 9 mm.

Gdy szczęki, nieruchoma i ruchoma, są zwarte, to 10 kreska noniusza ustawiona jest naprzeciw 9 kreski milimetrowej skali głównej, zaś 1 kreska noniusza znajduje się o 0,1 mm na lewo od 1 kreski skali głównej. Odpowiednio zaś 5 kreska noniusza znajduje się o 0,5 mm na lewo od kreski 5 skali głównej (rys. I.7b.a). Gdy przesuniemy suwak tak, aby 5 jego kreska pokryła się z najbliższą z prawej strony kreską skali głównej, to zerowa kreska noniusza znajduje się w odległości 0,5 mm na prawo od zerowej kreski skali głównej, a tym samym między szczękami powstanie odstęp 0,5 mm (rys. I.7b.b).

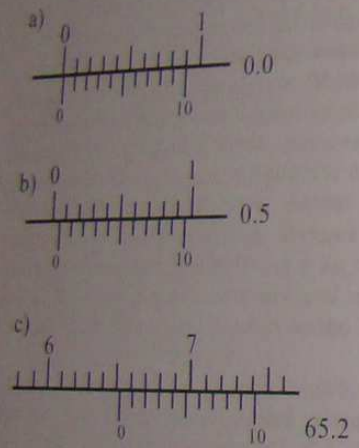
Jeżeli mierzony przedmiot umieszczony między szczękami spowoduje ich rozsunięcie, podziałka noniusza przesunie się odpowiednio względem podziałki głównej. Pełne milimetry odczytamy przy zerze podziałki noniusza. Jeżeli jednak zero noniusza nie pokrywa się z żadną kreską skali głównej, to odczytujemy numer kreski milimetrowej znajdującej się w bezpośrednim sąsiedztwie zerowej kreski noniusza na lewo od niej. Liczby zaś dziesiętnych części milimetra zawartych między tą kreską skali głównej a zerową kreską noniusza oceniamy podobnie jak w przykładzie przytoczonym powyżej. Liczba ich będzie równa numerowi kolejnemu kreski noniusza, która pokrywa się z kreską skali głównej. Zgodnie z tymi zasadami odczyt stanu suwmiarki przedstawiony na rys. I.7b.c wynosi: 65,2 mm.

Za pomocą suwmiarki można wykonać również pomiary wewnętrzne, np. średnic wewnętrznych rur oraz głębokości. Do pomiarów średnic wewnętrznych służą szczęki górne. Dokonuje się tego tak, jak obrazuje rys. I.7c. Do pomiarów głębokości służy głębokościomierz (*G* na rys. I.7d), który przesuwa się wraz z suwakiem, a długość wystającej jego części odpowiada dokładnie odstępowi szczęk.

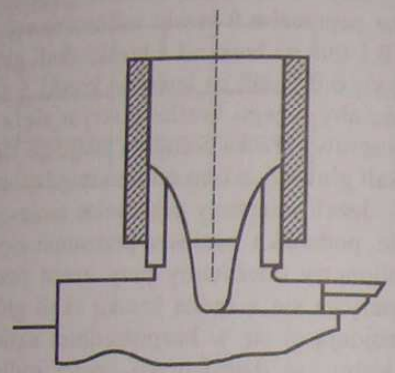
Gdy podziałka składa się z 20 podziałek, rozmieszczonych równomiernie na 19 mm, wtedy pomiar można wykonać z dokładnością do 0,05 mm.



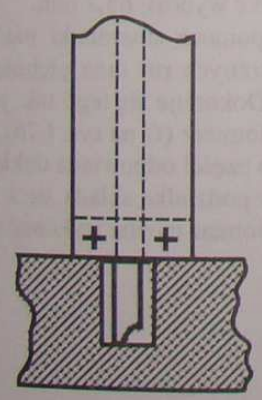
Rys. I.7a



Rys. I.7b



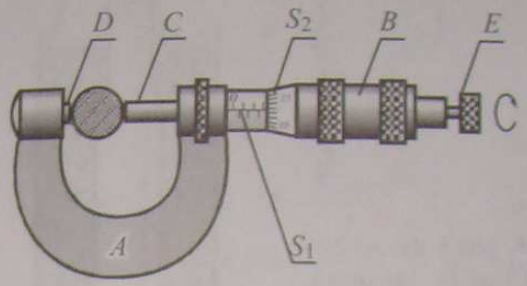
Rys. I.7c



Rys. I.7d

3.2. Mikrometr

Mikrometr pozwala mierzyć z dokładnością do 0,01 mm. Składa się on z części nieruchomej A (rys. I.8), z podziałką S_1 oraz z części ruchomej – śruby, zaopatrzonej w bęben B z podziałką S_2. Górne kreski podziałki S_1 oznaczają milimetry, a kreski poniżej linii poziomej to połówki milimetrów. Zazwyczaj jeden pełny obrót bębna (skok śruby) odpowiada przesunięciu szczęki C o 0,5 mm. Podziałka S_2 jest podzielona na 50 części, a więc przy obrocie bębna o 1 działkę śruba i bęben przesuwają się o 0,01 mm. Gdy śruba jest dokręcona, krawędź bębna znajduje się na kresce zerowej skali milimetrowej, a kreska zerowa skali bębna znajduje się na linii głównej skali milimetrowej.



Rys. I.8

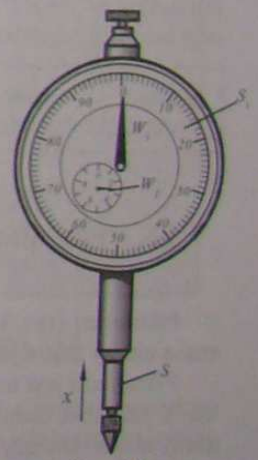
Gdy między szczękami C i D znajduje się mierzone ciało, to odczytując wskazanie mikrometru, musimy zapisać najpierw liczbę pełnych milimetrów oraz zwrócić uwagę na to, czy na podziałce S_1 jest już widoczna kreska odpowiadająca 0,5 mm. Jeżeli nie, to wskazanie na podziałce bębna jest równe liczbie setnych milimetra. Gdy kreska oznaczająca 0,5 mm jest już widoczna, wtedy do cyfry odczytanej z bębna dodajemy 50.

Uwaga: Bęben dokręcamy za pomocą główki E znajdującej się na końcu bębna, przez co otrzymujemy zawsze jednakowy docisk.

3.3. Czujnik mikrometryczny

Czujnik mikrometryczny (rys. I.9) służy przede wszystkim do pomiaru zmian długości. Końcówka suwaka S dociskana jest przez delikatną sprężynę do powierzchni mierzonego obiektu.

Przesunięcie w kierunku x suwaka S za pomocą układu kół zębatych jest przenoszone na dwie wskazówki W_1 i W_2, z których jedna (W_1) wykonuje pełny obrót przy przesunięciu suwaka o1 mm, a druga (W_2) – przy przesunięciu o 10 mm. Sprężyna dociska suwak w dolne położenie. Obwód tarczy czujnika podzielony jest na 100 części i zmiany długości można mierzyć z dokładnością do 0,01 mm. Podziałkę S_1 można obracać, zmieniając tym samym położenie punktu zerowego.



Rys. I.9

3.4. Areometr

Areometr służy do wyznaczania ciężaru właściwego cieczy, tym samym i gęstości, a pośrednio także do wyznaczania stężeń roztworów. Jest to wąska rurka szklana, u dołu zakończona zbiornikiem (rys. I.10), w którym znajduje się ciało obciążające (rtęć lub śrut).

Działanie areometru opiera się na prawie Archimedesa. Warunkiem pływania ciał jest równość siły wyporu F_w i siły ciężkości G:

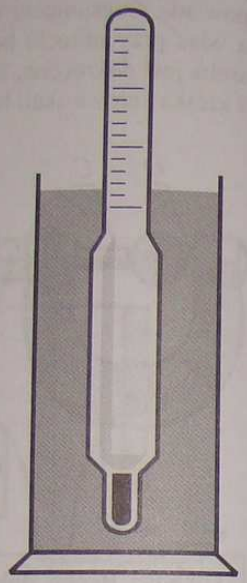
$$G = F_w$$

$$F_w = \gamma V$$

gdzie:
γ – ciężar właściwy cieczy,
V – objętość zanurzonej części ciała.

Zatem:

$$G = \gamma V$$



Rys. I.10

Ciężar areometru, a więc i iloczyn γV, jest stały, wobec czego im mniejsze γ, tym większe musi być V – areometr zanurza się głębiej. Z głębokości zanurzenia areometru możemy więc wnioskować o ciężarze właściwym cieczy. W rurce areometru znajduje się skala wycechowana w jednostkach ciężaru właściwego. Ciężar właściwy danej cieczy odczytuje się na skali na poziomie powierzchni cieczy. Wskazania są poprawne tylko w temperaturze, w której areometr był skalowany (najczęściej 15 lub 20°C). Podczas pomiarów w innych temperaturach należy z tablic odczytać odpowiednią poprawkę.

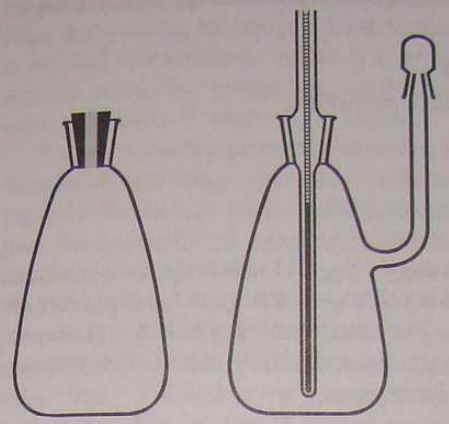
Uwaga: W czasie pomiaru do powierzchni areometru nie mogą być przyczepione pęcherzyki powietrza.

3.5. Piknometr

Piknometr (rys. I.11) służy do wyznaczania gęstości cieczy ρ ($\rho = m/V$), gdzie m jest masą cieczy zajmującą objętość V.

Piknometr jest to naczynie szklane o określonej objętości (od kilku do kilkudziesięciu cm^3), szczelnie zamknięte doszlifowanym korkiem, w którym znajduje się czasem kapilarny otwór, służący do odprowadzenia nadmiaru cieczy w czasie zamykania.

metr; nadmiar cieczy wypływa wtedy przez dodatkową boczną rurkę. Pomiar gęstości cieczy polega na trzykrotnym zważeniu piknometru: najpierw pustego (masa m_p), następnie wypełnionego cieczą o znanej gęstości (m_2) i ostatecznie badaną cieczą (m_b).



Rys. I.11

Stąd znajdujemy: masę badanej cieczy ($m_b - m_p$) oraz masę cieczy o znanej gęstości ($m_z - m_p$). Dla cieczy o nieznanej gęstości możemy więc napisać:

$$\rho = \frac{m_b - m_p}{V}$$

a dla cieczy o znanej gęstości:

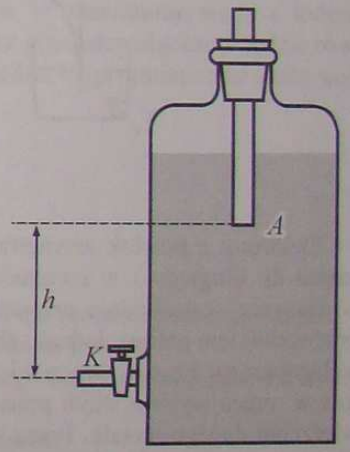
$$\rho_z = \frac{m_z - m_p}{V}$$

Wyznaczając z obydwu równań objętości V i porównując je, otrzymujemy wzór pozwalający na wyznaczenie gęstości badanej cieczy:

$$\rho = \frac{m_b - m_p}{m_z - m_p}\rho_z$$

3.6. Butla Mariotte`a

Butla Mariotte`a zapewnia utrzymanie stałego strumienia cieczy pod wpływem stałej różnicy ciśnień. Składa się ze szklanej butli (rys. I.12) zamkniętej od góry szczelnym korkiem, przez który przetknięta jest szklana rurka. Blisko dna butli znajduje się pozioma rurka z kranikiem. Butla napełniona jest cieczą do poziomu wyższego od wylotu A pionowej rurki.



Rys. I.12

Po otwarciu kurka woda zacznie wypływać z butli, poziom cieczy w naczyniu obniży się, a powietrze ponad cieczą rozpręży się. W wyniku zaburzonej równowagi woda zostanie wypchnięta z pionowej rurki i powietrze z zewnątrz, w postaci pęcherzyków, przedostanie się ponad powierzchnię cieczy w butli. Równowaga zostanie osiągnięta wówczas, gdy ciśnienie powietrza u wylotu pionowej rurki (ciśnienie atmosferyczne) będzie takie samo jak łączne ciśnienie (na tym poziomie) słupa cieczy powyżej tego poziomu i powietrza ponad cieczą. Tak więc, podczas wypływu cieczy z butli na poziomie A stale panuje ciśnienie atmosferyczne.

Ciśnienie powietrza ponad poziomem cieczy w butli będzie więc mniejsze od atmosferycznego o wartość ciśnienia słupa cieczy o wysokości od powierzchni cieczy do poziomu, na którym znajduje się wylot pionowej rurki.

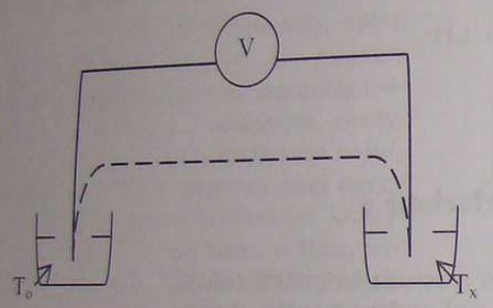
Dopóki ciecz nie opadnie poniżej wylotu A pionowej rurki, różnica ciśnień Δp na końcach poziomej rurki będzie równa ciśnieniu hydrostatycznemu słupa cieczy o wysokości h:

$$p = h\rho g$$

gdzie ρ jest gęstością cieczy, a g – przyspieszeniem ziemskim.

3.7. Termopara

Termopara jest to elektryczny obwód zamknięty (rys. I.13) złożony z dwóch przewodników z odpowiednio dobranych dwóch różnych metali (na rysunku oznaczonych: jeden – linią ciągłą, a drugi – linią przerywaną). Podstawowym zjawiskiem wykorzystanym tutaj jest **napięcie kontaktowe**, występujące na styku tych metali. Powstawanie tego napięcia można w uproszczeniu wyjaśnić następująco.



Rys . I.13

Elektrony z powłok zewnętrznych w atomach metalu łatwo przechodzą z jednego atomu do drugiego i w rezultacie w bryle metalu zachowują się jak cząsteczki gazu w naczyniu – swobodnie przemieszczają się w przestrzeni (dlatego metal jest dobrym przewodnikiem prądu). Jednak, aby wyjść poza obręb metalu, elektron musi pokonać siły wciągające go z powrotem, a więc musi zużyć porcję energii, czyli wykonać pracę. Jest to tzw. praca wyjścia, czyli praca wykonywana przez elektron przy wychodzeniu z powierzchni danego metalu. Praca wyjścia elektronów dla różnych metali jest różna. Przy chaotycznych, termicznych (związanych z temperaturą) ruchach elektronów w metalu, przechodzą one także przez powierzchnię styku ewentualnych dwóch różnych metali złączonych ze sobą. Ponieważ energia potrzebna do przejścia elektronu przez tę powierzchnię w jedną stronę jest większa niż w drugą w związku z różnicą prac wyjścia, więc przejście w jedną stronę będzie trudniejsze niż w drugą. Powstanie zatem po jednej stronie powierzchni styku metali nadmiar elektronów, a po drugiej niedomiar, a w związku z tym różnica potencjałów, tzn. napięcie elektryczne zwane napięciem kontaktowym.

To napięcie jest tym większe, im wyższa temperatura złącza, bo ruchliwość elektronów w wyższej temperaturze jest większa.

W zamkniętym obwodzie termopary powstają dwa takie napięcia na dwóch złączach przewodników. Przy jednakowych temperaturach tych złącz napięcia kontaktowe będą jednakowe i przeciwnie skierowane, tzn. skompensują się. Jeżeli natomiast temperatury złącz będą różne, to napięcia kontaktowe też będą różne i przewaga napięcia na złączu o wyższej temperaturze będzie tym większa, im wyższa będzie różnica temperatur. Tę różnicę ΔU napięć, proporcjonalną do różnicy ΔT temperatur pomiędzy złączami, wskaże nam woltomierz V włączony w obwód.

Po przecechowaniu można napięcie, odczytane z woltomierza, przeliczyć na różnicę temperatur pomiędzy złączami. Cechowanie polega na wykonaniu szeregu pomiarów napięcia dla szeregu odpowiednich różnic temperatur. Na podstawie tych wyników możliwe jest sporządzenie wykresu zależności napięcia ΔU od różnicy temperatur ΔT. Jest to tzw. krzywa cechowania, z której potem dla każdego napięcia odczytamy odpowiadającą mu różnicę temperatur. Można też z krzywej cechowania, która na ogół w zakresie temperatur 273–373 K jest linią prostą, wyznaczyć tzw. stałą a termopary, tzn. współczynnik, przez który należy dzielić napięcie, aby wyliczyć odpowiadającą mu różnicę temperatur. Stała termopary jest liczbowo równa napięciu przypadającemu na 1 K różnicy temperatur. Inaczej jest to współczynnik nachylenia krzywej cechowania i można go obliczyć ze wzoru:

$$a = \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

Jeżeli, stosując termoparę, umieścimy jedno złącze w mieszaninie wody z lodem, czyli w temperaturze 273 K (0°C), to różnica temperatur pomiędzy złączami będzie równa temperaturze w skali Celsjusza. W takiej sytuacji można by przemianować skalę woltomierza bezpośrednio na skalę w stopniach Celsjusza.

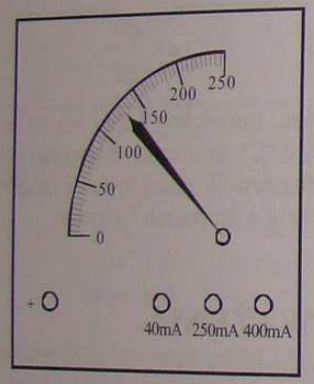
4. PRZEPISY WAŻENIA

1. Przed ważeniem sprawdzić i wyregulować pionowe oraz poziome położenie wagi.
2. Ważone ciało umieszczać na lewej szalce, a odważniki na prawej.
3. Nakładanie i zdejmowanie odważników oraz ważonego ciała może się odbywać tylko przy **zablokowanej** wadze.
4. Odblokowywanie wagi musi się odbywać bardzo ostrożnie.
5. Gdy zachodzi możliwość znacznej różnicy mas na szalkach, nie należy odblokowywać wagi do końca, a tylko obserwować kierunek wychylenia wskazówki.
6. Odważniki przenosić tylko za pomocą pęsetki.
7. Po ukończeniu ważenia umieścić odważniki na właściwym miejscu w pudełku.

Uwaga: W pracowni jest również w użyciu waga elektroniczna; instrukcja obsługi znajduje się obok wagi.

5. PRAKTYCZNE UWAGI DO ĆWICZEŃ Z ELEKTRYCZNOŚCI

1. Przy odczytywaniu schematów układów elektrycznych należy posługiwać się tab. I.3.
2. Źródło prądu wolno włączyć w obwód dopiero po sprawdzeniu układu połączeń przez prowadzącego ćwiczenia.
3. Wszelkie zaciski należy starannie dokręcać.
4. Na amperomierzach i woltomierzach, służących do pomiarów przy prądach stałych, zaznaczone są znaki „+" i „–". Oznaczają one, że dodatni biegun źródła prądu należy połączyć z zaciskiem przyrządu o znaku „+", a ujemny biegun źródła prądu z zaciskiem o znaku „-", bez względu na to, czy przyrząd włączamy szeregowo, czy równolegle.
5. Mierniki wielozakresowe włączamy na największy zakres. Przy posługiwaniu się takimi miernikami należy odpowiednio przeliczyć wskazania przyrządu. Na rys. I.14 przedstawiono schematycznie tablicę czołową trzyzakresowego miliamperomierza. Posiada on zakresy: 40 mA, 250 mA oraz 400 mA. Zakres miernika oznacza taką wartość mierzonej wielkości, przy której wskazówka wychyla się do końca skali.



Rys. I.14

Największa wartość opisana na skali wynosi 250. Jeśli więc włączymy amperomierz do obwodu na zaciskach „+" i 250 mA, to natężenie prądu odczytamy bezpośrednio (na rysunku – 130 mA). Jeśli jednak wykorzystamy zakres 400 mA, to wszystkie wskazania miernika będą odpowiednio większe, ponieważ tym razem wartość 250 na skali odpowiada 400 mA. Mnożnik otrzymamy, dzieląc 400 mA przez 250 mA, a więc 1,6. Wskazania miernika na rys. I.14 będą wynosiły: 130 mA · 1,6 = 208 mA. Gdybyśmy pracowali na zakresie 40 mA, to wskazania miernika odpowiadałyby natężeniu prądu równemu 20,8 mA.

6. Po odczytaniu wyników pomiaru należy natychmiast wyłączyć źródło prądu.

7. Jeśli opornik suwakowy lub dekadowy włączamy do obwodu szeregowo, to suwak opornicy ustawiamy na największy opór.
8. Jeśli opornicę suwakową albo dekadową włączamy do obwodu potencjometrycznie, to na wyjściu opór opornicy powinien być najmniejszy.

Uwaga: Klasyczne mierniki elektryczne wskazówkowe są obecnie coraz częściej zastępowane i wypierane przez mierniki cyfrowe, które wyświetlają liczbową wartość wyniku pomiaru w odpowiednich jednostkach zależnie od włączonego aktualnie zakresu.

Mierniki te są wygodniejsze w użyciu, ponieważ:

- łatwiej odczytuje się wynik pomiaru;
- są mniej wrażliwe na przeciążenia napięciowe, np. związane z włączeniem zbyt małego zakresu;
- przy pomiarze napięcia charakteryzują się bardzo dużym oporem wewnętrznym (z reguły powyżej 10 MΩ), a przy pomiarze natężenia – oporem bliskim zero (patrz ćwiczenie 25);
- mają też dużo lepszą niż mierniki wskazówkowe dokładność pomiaru; klasa tych mierników jest zwykle niższa niż 0,5%.

Tabela I.3

OZNACZENIA STOSOWANE W SCHEMATACH ELEKTRYCZNYCH	
	amperomierz
	woltomierz
	galwanometr
	watomierz
	ogniwo lub akumulator
	bateria ogniw lub akumulatorów
	źródło prądu stałego i zmiennego
	woltametr
	wyłącznik
	przełącznik
	komutator
	kondensator
	opór indukcyjny
	opór bezindukcyjny drutowy
	opór bezindukcyjny drutowy zmienny
	opór bezindukcyjny masowy
	opór bezindukcyjny masowy zmienny
	zawada
	cewka indukcyjna bez rdzenia
	cewka indukcyjna z rdzeniem
	transformator

Tabela I.3. cd.

	autotransformator
	żarówka
	grzejnik
	prostownik zaporowy
	tranzystor bipolrny **p-n-p**
	tranzystor bipolrny **n-p-n**
	fotokomórka
	fotogniwo
OZNACZENIA MIERNIKÓW ELEKTRYCZNYCH	
—	miernik prądu stałego
~	miernik prądu przemiennego
≃	miernik uniwersalny
☆	dopuszczalne napięcie do 2 kV
0,5 lub 1,0, lub 1,5	klasa miernika
mA	jednostka wskazań miernika

II. OPISY ĆWICZEŃ

Ćwiczenie 1

ZASTOSOWANIE MASZYN PROSTYCH DO WAŻENIA CIAŁ ORAZ WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie zasad dynamiki Newtona, pola grawitacyjnego, dźwigni dwustronnej i jednostronnej, warunku równowagi dźwigni, dodawania sił równoległych, równi pochyłej, rozkładu sił na równi pochyłej i ruchu ciała po równi pochyłej, zjawiska tarcia.

Maszyną nazywamy urządzenie, które zmienia jeden rodzaj energii na inny lub służy do wykonania pracy na koszt energii, przy czym suma pracy i energii pozostaje stała (zawsze jednak występują straty energii na pokonanie sił tarcia).

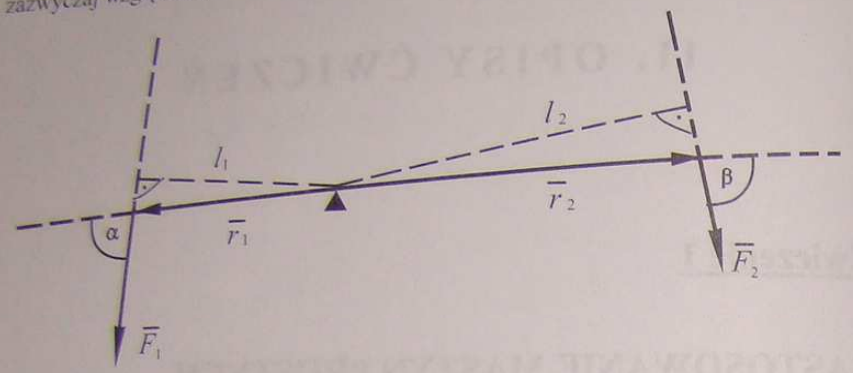
Maszyna mechaniczna jest to urządzenie, które zmienia wartość i kierunek siły. Dzięki maszynom mechanicznym można użyć mniejszej siły, działając jednak na dłuższej drodze.

Najbardziej elementarne maszyny mechaniczne nazywamy maszynami prostymi; należą do nich: dźwignia i równia pochyła.

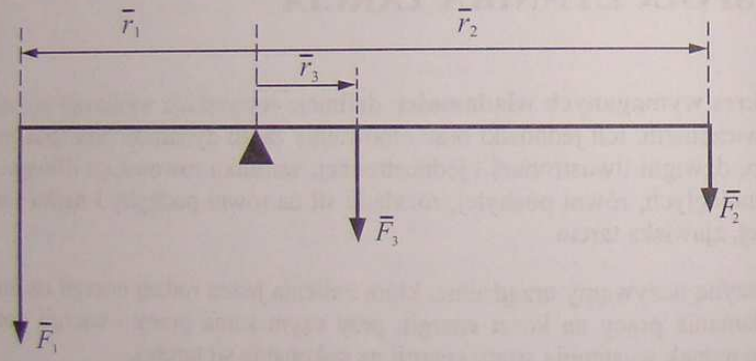
1.1. Ważenie ciał za pomocą dźwigni nierównoramiennej

Dźwignią nazywamy drąg podparty w jednym punkcie, na który to drąg działają siły (rys. 1.1 i 1.2). Za pomocą dźwigni możemy m.in. podnieść ciało na pewną wysokość, działając siłą mniejszą niż ciężar tego ciała. Stan, w jakim znajduje się dźwignia, określony jest działaniem momentów sił.

Moment $\overline{M}$ siły to wektor określony iloczynem wektorowym wektora wodzącego $\overline{r}$, zwanego również ramieniem siły i wektora siły $\overline{F}$. Wektorem wodzącym nazywamy wektor, którego początek znajduje się w punkcie, względem którego określamy moment siły, a koniec w punkcie przyłożenia siły. Momenty sił w przypadku dźwigni obliczamy zazwyczaj względem punktu podparcia dźwigni.



Rys. 1.1



Rys. 1.2

$$\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F} \tag{1.1}$$

Zgodnie z definicją iloczynu wektorowego wartość bezwzględna wektora $\overline{M}$ (jego długość) jest równa:

$$M = rF\sin\alpha \tag{1.2}$$

gdzie α oznacza kąt zawarty między wektorami $\overline{r}$ i $\overline{F}$. Kierunek wektora $\overline{M}$ jest prostopadły do płaszczyzny, w której leżą wektory $\overline{r}$ i $\overline{F}$, a zwrot określa reguła śruby prawoskrętnej.

Jeśli moment siły działającej na dźwignię określamy względem punktu podparcia dźwigni (rys. 1.1), to odcinek $l_1 = r_1 \sin\alpha$ oraz $l_2 = r_2 \sin\beta$ nazywamy ramieniem siły. Jest to odległość prostej, wzdłuż której działa siła od punktu podparcia dźwigni.

W stanie równowagi (gdy dźwignia jest nieruchoma lub obraca się ruchem jednostajnym) suma algebraiczna wszystkich momentów sił jest równa zeru:

$$\overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \ldots + \overline{M}_n = 0 \tag{1.3}$$

Na dźwignię przedstawioną na rys. 1.1 działają dwa momenty sił. W stanie równowagi ich suma $\overline{M}_1 + \overline{M}_2 = 0$. Stąd $\overline{M}_1 = -\overline{M}_2$; na dźwignię działają więc dwa momenty sił, które są sobie równe i przeciwnie zwrócone. Zatem długości tych wektorów są sobie równe:

$$F_1 r_1 \sin\alpha = F_2 r_2 \sin\beta \tag{1.4}$$

W przypadku gdy $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$, równanie (4) przyjmie postać:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \tag{1.5}$$

Dźwignię nazywamy dwustronną, gdy siły działają z obydwu stron punktu podparcia, a jednostronną, gdy siły działają z jednej strony punktu podparcia.

Do najbardziej powszechnych zastosowań dźwigni należy waga. Najprostszą jest waga dwustronna – równoramienna. Jak wynika z równania (1.5), jeśli $r_1 = r_2$, wówczas $F_1 = F_2$, a więc ciężar odważników jest równy ciężarowi ważonego ciała. Na podstawie równania (1.3), można również wyznaczyć ciężar dowolnego ciała za pomocą dźwigni nierównomiernej.

W naszym ćwiczeniu użyta została dźwignia dwustronna, nierównoramienna (rys. 1.2), za pomocą której należy wyznaczyć ciężar klocka. Na obydwu ramionach dźwigni znajdują się suwaki o ciężarze $\overline{F}_s$; na jednym z tych suwaków zawiesza się badany klocek o ciężarze $\overline{F}$, a na drugim szalkę o ciężarze $\overline{F}_{sz}$. Na szalce umieszcza się odważniki o ciężarze $\overline{F}_o$, potrzebne do zrównoważenia dźwigni. Belka dźwigni również posiada pewien ciężar $\overline{F}_3$, zaczepiony w środku ciężkości belki.

Warunek równowagi takiej dźwigni ma postać $\overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \overline{M}_3 = 0$. Stąd $\overline{M}_1 = -(\overline{M}_2 + \overline{M}_3)$ albo skalarnie $M_1 = M_2 + M_3$, czyli:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 + F_3 r_3 \tag{1.6}$$

gdzie:

$F_1 = F + F_s$,

$F_2 = F_0 + F_s + F_{sz}$,

r_3 – odległość środka ciężkości belki od punktu podparcia.

Z powyższych wzorów otrzymujemy zależność pozwalającą na obliczenie wartości ciężaru klocka:

$$F = \frac{(F_0 + F_s + F_{sz})r_2 + F_3 r_3 - F_s r_1}{r_1} \tag{1.7}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Zawieszamy dźwignię w takim miejscu, aby r_1 nie było równe r_2.
2. Zawieszamy klocek na suwaku ramienia r_1, a szalkę na suwaku ramienia r_2.
3. Równoważymy dźwignię za pomocą odważników. Odczytujemy masę odważników i obliczamy wartość ich ciężaru F_0 (przyjmujemy, że w naszych warunkach ciało o masie równej 1 kg posiada ciężar równy 9,81 N).
4. Mierzymy długości ramion r_1, r_2 i r_3.
5. Odczytujemy z tabeli wartość ciężaru dźwigni F_3, szalki F_{sz} i suwaka F_s.
6. Otrzymane wyniki wstawiamy do wzoru (1.7) i obliczamy ciężar klocka F.
7. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową wyniku (patrz rozdz. I.1), przyjmując, że $\Delta r_1 = \Delta r_2 = \Delta r_3$ jest równy wartości najmniejszej działki, a ΔF_0 – ciężarowi najmniejszego odważnika. Błędów wielkości tablicowych nie uwzględniamy.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 1.1

Numer klocka	r_1 m	r_2 m	r_3 m	F_0 m	F_s N	F_{sz} N	F_1 N	F_2 N	F_3 N	F N

1.2. Wyznaczanie współczynnika tarcia dla ciała poruszającego się po równi pochyłej

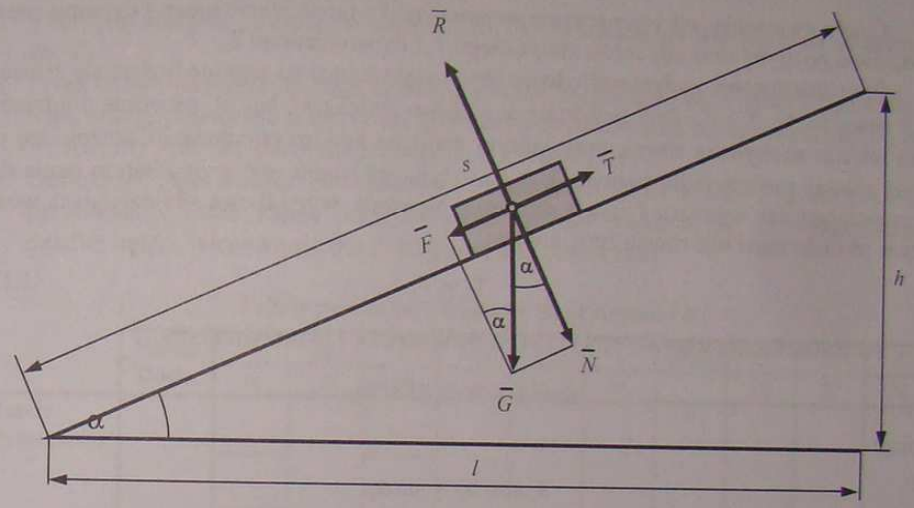
Równią pochyłą nazywamy płaszczyznę nachyloną do poziomu pod pewnym kątem. Za pomocą równi możemy ciało o ciężarze $\overline{G}$ przesunąć na pewną wysokość przy użyciu siły mniejszej od $\overline{G}$. Wyjaśniono to na rys. 1.3. Ciało o ciężarze $\overline{G}$ leży na równi. Wektor $\overline{G}$ zostaje rozłożony na zasadzie równoległoboku na dwie składowe: $\overline{N}$ i $\overline{F}$; $\overline{N}$ – jest to siła nacisku, siła przyciskająca ciało do równi, działająca prostopadle do niej i równa sile $-\overline{R}$ reakcji równi, $\overline{F}$ jest to siła równoległa do równi, powodująca zsuwanie się ciała. W przypadku idealnym, tj. gdy tarcie nie występuje, aby wciągnąć ciało na pewną wysokość h, musimy działać siłą równą co najmniej $\overline{F}$. Kąty oznaczone na rys. 1.3 literą α są sobie równe, ponieważ zawarte są między prostymi odpowiednio prostopadłymi. Z równoległoboku sił wynika, że:

$$F = G\sin\alpha \tag{1.8}$$

gdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$, to $\sin\alpha = 1$, a więc $F = G$,

gdy $\alpha < \frac{\pi}{2}$, to $\sin\alpha < 1$, a więc $F < G$.

Wynika stąd, że siła działająca jest mniejsza od siły, którą należało pokonać.



Rys. 1.3

W warunkach rzeczywistych, przy przesuwaniu ciała po jakiejś powierzchni, należy również pokonać siłę tarcia. Jest to siła oporu wywołana między innymi nierównościami powierzchni trących o siebie ciał i odkształceniami tych nierówności. Jest ona skierowana równolegle do powierzchni i zwrócona przeciwnie do kierunku ruchu. Rozróżniamy dwie siły tarcia: siłę tarcia statycznego i siłę tarcia dynamicznego. Najmniejsza siła potrzebna, aby ciało ze stanu spoczynku wprowadzić w stan ruchu, jest równa sile tarcia statycznego. Siła potrzebna, aby przesuwane ciało poruszało się ruchem jednostajnym, jest równa sile tarcia dynamicznego (lub kinetycznego). Siła tarcia statycznego jest większa od siły tarcia dynamicznego.

Wartość siły $\overline{T}$ tarcia jest proporcjonalna do wartości siły N przyciskającej dane ciało do podstawy:

$$T = kN, \tag{1.9}$$

k – nazywamy współczynnikiem tarcia. Jest on zależny od rodzaju powierzchni obu ciał.

Rozróżniamy także dwa współczynniki tarcia: dynamiczny współczynnik tarcia k_d oraz statyczny współczynnik tarcia k_s. Zawsze $k_d < k_s$.

Jeśli przesuwamy ciało po powierzchni poziomej, to siła przyciskająca je do podstawy będzie równa ciężarowi tego ciała. Jeżeli natomiast przesuwamy ciało po równi pochyłej, to wartość siły przyciskającej ciało do podstawy będzie różna od wartości ciężaru ciała i jak widać na rys. 1.3, będzie równa:

$$N = G\cos\alpha \tag{1.10}$$

a wartość siły tarcia na równi pochyłej będzie równa:

$$T = k\,G\cos\alpha \tag{1.11}$$

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika tarcia statycznego i dynamicznego na równi pochyłej oraz siły tarcia statycznego T_s i dynamicznego T_d.

Przy dostatecznie małym nachyleniu równi ciało leżące na niej nie będzie się zsuwać, co oznacza, że $T > F$. Jeśli będziemy stopniowo zwiększać kąt α, wówczas dojdziemy do takiego nachylenia równi, przy którym ciało po lekkim popchnięciu zacznie się po niej zsuwać ruchem jednostajnym. Kąt α_d w tym położeniu nazywamy kątem tarcia dynamicznego. Jak wynika z I zasady dynamiki Newtona, wypadkowa siła działająca wówczas na ciało musi być równa zeru, a więc:

$$T_d = F_d \tag{1.12}$$

Po podstawieniu wzorów (1.11) i (1.8) do wzoru (1.12) otrzymujemy:

$$k_d G\cos\alpha_d = G\sin\alpha_d$$

skąd:

$$k_d\cos\alpha_d = \sin\alpha_d$$

$$k_d = \frac{\sin\alpha_d}{\cos\alpha_d},$$

czyli:

$$k_d = \mathrm{tg}\,\alpha_d$$

Ponieważ $\mathrm{tg}\,\alpha_d = \frac{h_d}{l_d}$ (patrz rys. 1.3), otrzymujemy:

$$k_d = \frac{h_d}{l_d} \tag{1.13}$$

Przy dalszym zwiększaniu kąta nachylenia równi możemy znaleźć taki kąt, przy którym ciało zacznie się po niej zsuwać samorzutnie, bez popychania. Kąt ten α_s nazywa się kątem tarcia statycznego. Stosując podobne rozumowanie jak poprzednio, możemy znaleźć współczynnik tarcia statycznego:

$$k_s = \frac{h_s}{l_s} \tag{1.14}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Ważymy klocek na wadze i wyznaczamy jego masę m, a następnie ciężar ze wzoru $G = m \cdot g$, gdzie g jest przyśpieszeniem ziemskim.
2. Kładziemy klocek na równi i przez zmianę kąta nachylenia równi znajdujemy kąt tarcia dynamicznego α_d.
3. Mierzymy wysokość równi h_d i długość podstawy l_d. Należy uwzględnić grubość deski, tj. aby odcinki h, l oraz długość równi s tworzyły trójkąt prostokątny.
4. Pomiary powtarzamy trzykrotnie i obliczamy współczynnik tarcia dynamicznego k_d dla wartości średnich wg wzoru (1.13).
5. Mierzymy długość równi s. Według wzoru (1.11) obliczamy siłę tarcia dynamicznego, T_d.
6. Przez dalsze zwiększanie kąta nachylenia równi znajdujemy α_s. Pomiary kąta nachylenia należy powtórzyć trzykrotnie. Obliczamy współczynnik tarcia statycznego k_s wg wzoru (14) oraz siłę tarcia statycznego T_s wg wzoru (1.11).
7. Obliczamy niepewności maksymalne i procentowe (patrz rozdz. I.1). Za Δh i Δl przyjmujemy maksymalne odchylenia od wartości średnich, za Δs – najmniejszą działkę linijki. Niepewność dla G przyjmujemy równą zeru.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 1.2

	Numer klocka	h	$h_{śr}$	l	$l_{śr}$	k	s	cosα	m	G	T
		m	m	m	m		m		kg	N	N
Tarcie dynamiczne											
Tarcie statyczne											

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Sformułować i omówić zasady dynamiki Newtona.
2. Co to jest dźwignia, dźwignia jednostronna i dwustronna. Podać warunek równowagi dla dźwigni.
3. Co nazywamy równią pochyłą? Narysować i omówić rozkład sił na równi pochyłej.
4. Scharakteryzować ruch jednostajny, podać równanie tego ruchu.
5. Podać słownie oraz za pomocą wzoru definicję siły tarcia. Omówić jej wartość, kierunek i zwrot.

Ćwiczenie 2

WYZNACZANIE GĘSTOŚCI I CIĘŻARU WŁAŚCIWEGO CIAŁ STAŁYCH I CIECZY

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie statyki cieczy, prawa Pascala, prawa Archimedesa, ciężaru ciała, różnych metod wyznaczania gęstości, zasady działania wagi, mikrometru, suwmiarki, wyprowadzenie wzorów na gęstość ciała stałego i cieczy.

Gęstością lub masą właściwą ciała jednorodnego nazywamy stosunek masy m tego ciała do jego objętości V:

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{kg}{m^3}\right] \tag{2.1}$$

Jeżeli ciało jest niejednorodne, to wartość otrzymana ze wzoru (2.1) jest gęstością średnią tego ciała.

Często posługujemy się również wielkością zwaną ciężarem właściwym ciała, którą definiujemy jako stosunek ciężaru G ciała do jego objętości V:

$$\gamma = \frac{G}{V} \left[\frac{N}{m^3}\right] \tag{2.2}$$

Korzystając z przybliżonej definicji ciężaru: $G = mg$, gdzie g oznacza przyśpieszenie ziemskie (patrz: ćwiczenie 4), możemy na podstawie wzorów (2.1) i (2.2) znaleźć związek między ciężarem właściwym i gęstością ciała:

$$\gamma = \rho g \tag{2.3}$$

2.1. Wyznaczanie gęstości i ciężaru właściwego regularnych ciał stałych

Najprostszy sposób wyznaczania gęstości i ciężaru właściwego polega na zważeniu ciała na wadze o dostatecznej czułości, wyznaczeniu objętości, a następnie obliczeniu gęstości i ciężaru właściwego wg wzorów (2.1) i (2.3).

Objętość ciał regularnych wyznaczamy przez zmierzenie rozmiarów, a następnie obliczenie objętości wg odpowiedniego dla danej bryły wzoru. Rozmiary ciał nie przekraczające 15 mm mierzymy za pomocą mikrometru; rozmiary większe, dochodzące do

200 mm, mierzymy za pomocą suwmiarki, zaś powyżej 200 mm – za pomocą liniału. Opis mikrometru i suwmiarki – patrz: Wiadomości wstępne, rozdział I.3.1 oraz I.3.2.

Przebieg ćwiczenia:

1. Ważymy ciało regularne o masie m z dokładnością do 0,01 g, stosując się do przepisów ważenia (patrz rozdz. I.4).
2. Mierzymy rozmiary ciała regularnego za pomocą odpowiednich przyrządów, mierząc każdą wielkość trzykrotnie w różnych punktach badanego ciała.
3. Obliczamy objętość ciała na podstawie wartości średnich, wg odpowiedniego dla danej bryły wzoru, a następnie gęstość i ciężar właściwy wg wzorów (2.1) i (2.3).

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 2.1

Numer badanego ciała	m	Rozmiary*			V	ρ	γ
	kg	m	m	m	m^3	kg/m^3	N/m^3
wartości średnie							

* Jeśli badanym ciałem jest kula lub walec, to w pierwszej kolumnie rozmiarów należy podać wartość promienia.

2.2. Wyznaczanie gęstości i ciężaru właściwego ciał za pomocą wagi hydrostatycznej

Jedna z najdokładniejszych metod wyznaczania gęstości i ciężaru właściwego ciał stałych i cieczy oparta jest na prawie Archimedesa.

Prawo Archimedesa mówi, że na ciało zanurzone w cieczy lub w gazie działa siła wyporu zwrócona do góry, której wartość jest równa ciężarowi wypartej cieczy lub gazu.

Ponieważ objętość wypartej cieczy jest równa objętości zanurzonego w niej ciała, zgodnie ze wzorami (2.2) i (2.3), ciężar wypartej cieczy, a więc siła wyporu wyraża się jako:

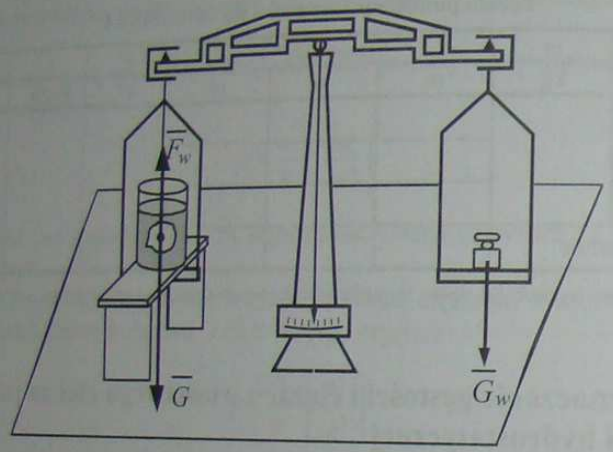
$$F_c = V \gamma_c = V \rho_c g \tag{2.4}$$

gdzie:

F_c – siła wyporu,
V – objętość zanurzonej części ciała, równa objętości wypartej cieczy,
γ_c – ciężar właściwy cieczy,
ρ_c – gęstość cieczy.

Do wyznaczania ciężaru właściwego na podstawie prawa Archimedesa używamy tzw. wagi hydrostatycznej. Wagą hydrostatyczną nazywamy zwykłą wagę szalkową, zaopatrzoną w stolik, na którym ustawia się naczynie z cieczą (rys. 2.1).

W celu wyznaczenia gęstości i ciężaru właściwego ciała stałego zawieszamy je na końcu ramienia wagi i ważymy w normalny sposób. Otrzymany ciężar odważników (o masie m) oznaczamy symbolem G. Następnie podstawiamy naczynie z wodą destylowaną, zanurzamy ciało w wodzie i ponownie równoważymy wagę za pomocą odważników. Na ciało zanurzone w wodzie działa siła ciężkości $\overline{G}$ zwrócona w dół i siła wyporu $\overline{F}_w$ zwrócona do góry. Ciężar odważników $\overline{G}_w$ (o masie m_w) potrzebnych do zrównoważenia wagi jest równy wypadkowej siły ciężkości i siły wyporu (rys. 2.1).



Rys. 2.1

$$G_w = G - F_w \tag{2.5}$$

Obliczając z tego równania siłę F_w i podstawiając jej wartość do wzoru (2.4), można obliczyć objętość wypartej cieczy, która jest równa objętości zanurzonego ciała:

$$V = \frac{F_w}{\rho_w g} = \frac{G - G_w}{\rho_w g} \tag{2.6}$$

gdzie ρ_w oznacza gęstość wody.

Ponieważ $G = m\,g$, a $G_w = m_w\,g$, otrzymamy:

$$V = \frac{m - m_w}{\rho_w} \tag{2.7}$$

Podstawiając znalezione wyrażenie na objętość ciała do wzoru (2.1), otrzymujemy wzór pozwalający na obliczenie gęstości ciała stałego:

$$\rho_{st} = \frac{m}{m - m_w}\rho_w \tag{2.8}$$

Do wyznaczenia gęstości ciała na podstawie wzoru (2.8) można, zamiast wody, użyć dowolnej cieczy o znanej gęstości.

Za pomocą wagi hydrostatycznej można także wyznaczyć gęstość dowolnej cieczy, jeśli mamy do dyspozycji ciecz o znanej gęstości. W tym przypadku postępujemy podobnie jak przy wyznaczaniu ciężaru właściwego ciała stałego, z tym że ważymy je również w badanej cieczy. Otrzymujemy wtedy:

$$G_c = G - F_c \tag{2.9}$$

gdzie:

G_c – wypadkowa siła działająca na ciało zanurzone w badanej cieczy, równa ciężarowi odważników o masie m_c,

F_c – siła wyporu w badanej cieczy.

Ponieważ wartość siły $F_c = V\rho_c\,g$, gdzie ρ_c oznacza gęstość badanej cieczy, otrzymujemy ze wzoru (9):

$$\rho_c = \frac{G - G_c}{Vg} = \frac{m - m_c}{V} \tag{2.10}$$

a po uwzględnieniu równania (2.7):

$$\rho_c = \frac{m - m_c}{m - m_w}\rho_w \tag{2.11}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Zawieszamy ciało nieregularne na ramieniu wagi i wyznaczamy jego masę m.
2. Zanurzamy zawieszone na wadze ciało w ustawioną na stoliku zlewkę z wodą destylowaną (rys. 2.1) i wyznaczamy m_w.

Uwaga: Ciało nie powinno dotykać dna oraz ścian bocznych naczynia; górna krawędź ciała wraz z haczykiem winna znajdować się co najmniej o 1 cm poniżej powierzchni wody; nie powinno być pęcherzyków powietrza, przylepionych do powierzchni badanego ciała (dlaczego?).

3. Obliczamy gęstość ciała stałego wg wzoru (2.8), a jego ciężar właściwy wg wzoru (2.3). Gęstość ρ_w zostanie podana w pracowni lub należy ją wyznaczyć za pomocą piknometru (patrz rozdz. I.3.5).
4. Podstawiamy zlewkę z badaną cieczą, zanurzamy w niej ciało i wyznaczamy m_c.
5. Obliczamy gęstość cieczy wg wzoru (2.11), a jej ciężar właściwy wg wzoru (2.3).
6. Przeprowadzamy rachunek niepewności (patrz rozdz. I.1), przyjmując maksymalne odchylenia od wartości średnich dla niepewności rozmiarów ciała oraz masę najmniejszego odważnika przy określaniu niepewności ważenia (na niepewność pomiaru gęstości wpływa również nieuwzględnienie wyporu powietrza).

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 2.2

Numer badanego ciała	m	m_w	m_c	ρ_w	ρ_{st}	γ_{st}	ρ_c	γ_c
	kg	kg	kg	kg/m^3	kg/m^3	N/m^3	kg/m^3	N/m^3

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Sformułować prawo Pascala.
2. Wyprowadzić i omówić prawo Archimedesa.
3. Co to jest waga hydrostatyczna? Jakie siły działają w stanie równowagi?
4. Omówić zasadę działania mikrometru i suwmiarki.

Ćwiczenie 3

WYZNACZANIE MOMENTU BEZWŁADNOŚCI BRYŁY SZTYWNEJ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie zasad dynamiki ruchu obrotowego bryły sztywnej, roli momentu bezwładności w dynamice ruchu obrotowego, zasady zachowania energii mechanicznej, omówienie ruchu krzyżaka, ruchu drgającego harmonicznego oraz ruchu wahadła torsyjnego.

Bryłą sztywną nazywamy ciało stałe, które nie deformuje się pod wpływem sił zewnętrznych, tzn. że wszystkie elementy tego ciała pozostają w stałych odległościach od siebie mimo działających na nie sił.

W ruchu obrotowym, podobnie jak w ruchu postępowym, bryła sztywna charakteryzuje się bezwładnością, której miarą jest nie tylko masa ciała (jak w przypadku ruchu postępowego), lecz także rozmieszczenie masy względem wybranej osi obrotu.

Wielkością charakteryzującą bezwładność ciała w ruchu obrotowym jest **moment bezwładności**. Dla bryły sztywnej często stosuje się przybliżony wzór na moment bezwładności I, a mianowicie sumę iloczynów mas Δm_i elementów tej bryły i kwadratu ich odległości r_i od osi obrotu:

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 \tag{3.1}$$

Dla dokładnego określenia momentu bezwładności ciała sztywnego o ciągłym rozkładzie masy bierzemy pod uwagę nieskończenie małe elementy, dm i sumowanie zastępujemy całkowaniem po całej masie bryły:

$$I = \int r^2 dm \quad [\mathrm{kgm}^2] \tag{3.2}$$

Moment bezwładności bryły może przyjmować różne wartości, w zależności od wybranej osi obrotu. Najczęściej moment bezwładności ciała określa się względem osi przechodzącej przez środek masy tego ciała. Jeśli potrafimy określić moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy ciała I_o, to korzystając z twierdzenia Steinera, możemy znaleźć moment bezwładności względem innej osi obrotu:

$$I = I_o + md^2 \tag{3.3}$$

gdzie d jest odległością między tymi osiami.

W przypadku ciał regularnych, np. kuli, prostopadłościanu, można obliczyć wg prostych wzorów, natomiast w przypadku ciał nieregularnych wzory stają się zbyt skomplikowane i prościej jest moment bezwładności ciała wyznaczyć doświadczalnie.

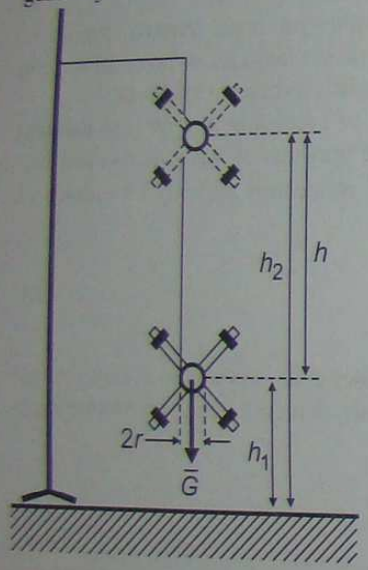
3.1. Wyznaczanie momentu bezwładności wahadła Oberbecka

Wahadło Oberbecka jest to krzyżak z ciężarkami, osadzony na osi i zawieszony na dwóch sznurkach.

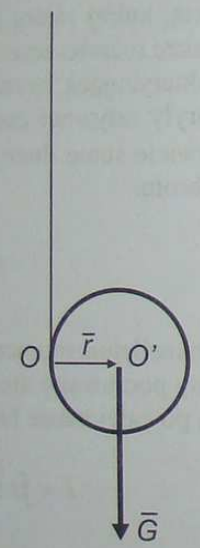
Ciężarki można przemieszczać wzdłuż prętów krzyżaka. Nawijając sznurki dookoła osi o promieniu r, podnosimy krzyżak na pewną wysokość h w stosunku do położenia początkowego (rys. 3.1a). Krzyżak uzyska więc określoną energię potencjalną:

$$\Delta E_p = mgh \tag{3.4}$$

gdzie m jest masą krzyżaka, a g przyśpieszeniem ziemskim.



Rys. 3.1a



Rys. 3.1b

Puszczony swobodnie krzyżak znajduje się pod działaniem momentu siły ciężkości $\bar{G}$ krzyżaka, zaczepionej w środku ciężkości krzyżaka, w punkcie O′, której ramię działania wynosi $\bar{r}$ (rys. 3.1b). W wyniku działania momentu sił krzyżak będzie opadał ruchem jednostajnie przyśpieszonym, z jednoczesnym obrotem dookoła osi przechodzącej przez środek masy.

Stracie energii potencjalnej towarzyszyć będzie wzrost energii kinetycznej ΔE_k, na którą składają się energia ruchu postępowego ΔE_{kp} oraz energia ruchu obrotowego ΔE_{ko}:

$$\Delta E_{kp} = \frac{1}{2}mv^2, \qquad \Delta E_{ko} = \frac{1}{2}I\omega^2 \tag{3.5}$$

gdzie:
v – prędkość liniowa środka ciężkości,
ω – prędkość kątowa,
I – moment bezwładności krzyżaka.

Jeśli założymy, że energia się nie rozprasza, wówczas na podstawie zasady zachowania energii mechanicznej możemy napisać, że:

$$\Delta E_p = \Delta E_k \tag{3.6}$$

Podstawiając wzory (3.4) i (3.5) do wzoru (3.6), otrzymamy:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \tag{3.7}$$

W ruchu jednostajnie zmiennym, bez prędkości początkowej, prędkość liniowa wyraża się wzorem:

$$v = a\,t$$

a droga:

$$h = \frac{at^2}{2}$$

gdzie:
a – przyśpieszenie,
t – czas,
h – droga.

Z obydwu powyższych wzorów otrzymujemy:

$$v = \frac{2h}{t} \tag{3.8}$$

Prędkość spadania v, uwarunkowana prędkością odwijania się sznurka, zależy od prędkości kątowej ruchu obrotowego ω. Dla nierozciągliwego sznurka możemy napisać:

$$v = \omega r \tag{3.9}$$

gdzie r oznacza promień osi (rys. 3.1b).

Ze wzorów (3.8) i (3.9) otrzymujemy:

$$\omega = \frac{2h}{tr} \tag{3.10}$$

Podstawiając wzory (3.8) i (3.10) do wzoru (3.7), otrzymujemy po przekształceniu wzór pozwalający na obliczenie momentu bezwładności:

$$I = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h} \tag{3.11}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Mierzymy za pomocą suwmiarki średnicę $2r$ osi, na którą nawijamy sznurek: pomiary wykonujemy trzykrotnie dla różnych punktów osi.
2. Kilkakrotnie mierzymy za pomocą katetometru odległość h_1 osi krzyżaka od wybranego poziomu (rys. 3.1a).
3. Po nawinięciu sznurka (a więc i krzyżaka) do górnego skrajnego położenia mierzymy ponownie odległość h_2 osi od wybranego poziomu.
4. Mierzymy kilkakrotnie czas spadania krzyżaka dla ustalonej odległości $h = h_2 - h_1$.
5. Obliczamy średnie wartości wysokości h, czasu t oraz średnicy $2r$, a następnie moment bezwładności wg wzoru (3.11).
6. Pomiary wykonujemy dla dwóch położeń ciężarków, przyosiowego i skrajnego, oraz obliczamy momenty bezwładności dla obydwu przypadków.
7. Przeprowadzamy rachunek niepewności (patrz rozdz. I.1), przyjmując dla $u(2r)$, $u(h_1)$, $u(h_2)$ i $u(t)$ maksymalne odchylenie od wartości średnich: błąd masy krzyżaka, jako tablicowy, pomijamy.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 3.1

Położenie ciężarków	h_1 m	h_2 m	h m	$2r$ m	r m	m kg	g m/s^2	t s	I kg.m^2
przyosiowe									
Wartości średnie									
skrajne									
Wartości średnie									

3.2. Wyznaczanie momentu bezwładności za pomocą wahadła torsyjnego

Wahadłem torsyjnym nazywamy płytkę zaczepioną w środku ciężkości za pomocą drutu sztywno umocowanego z jednej strony (rys. 3.2). Wahadło to zostaje wprowadzone w ruch drgający na skutek skręcenia drutu z położenia równowagi P do położenia R. Na płytkę działa wówczas moment sił sprężystości skręconego drutu, powodujący powrót do położenia równowagi. Dzięki jednak uzyskanej energii kinetycznej płytka nie zatrzymuje się w tym położeniu, lecz odchyla do położenia Q, po czym następuje ruch powrotny.

Ruch wahadła torsyjnego jest ruchem drgającym harmonicznym. Cechą charakterystyczną prostego ruchu harmonicznego jest proporcjonalność wychylenia x do wywołującej ruch siły F:

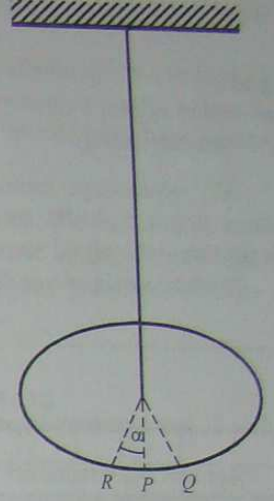
$$F = -kx \tag{3.12}$$

gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności, zależnym od właściwości drgającego układu. Znak minus wskazuje, że kierunek siły jest przeciwny do kierunku wychylenia (patrz ćwiczenie 4).

Wychylenie wahadła torsyjnego z położenia równowagi można opisać za pomocą kąta skręcenia α, a działającą siłę zastąpić momentem M sił skręcających. Warunek ruchu harmonicznego wahadła torsyjnego, zwanego ruchem harmonicznym kątowym, przyjmie wówczas postać:

$$M = -D\alpha \tag{3.13}$$

gdzie współczynnik proporcjonalności D, zwany momentem kierującym, zależny jest od właściwości sprężystych drutu*.



Rys. 3.2

Okres drgań T wahadła torsyjnego wyraża się następującym wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \tag{3.14}$$

gdzie: I oznacza moment bezwładności wahadła.

Do wyznaczenia momentu bezwładności badanego ciała używane jest ciało o znanym momencie bezwładności (płytka wzorcowa), zawieszone na sprężystym drucie, np. stalowym. W naszym ćwiczeniu ciała takie stanowią płytki o różnych grubościach i różnych materiałach. Moment bezwładności płytki w kształcie koła, względem osi obrotu przechodzącej przez środek tej płytki, wynosi:

---

* Korzystając z drugiej zasady dynamiki ruchu obrotowego bryły sztywnej, można równanie (3.13) zapisać w postaci:

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -D\alpha$$

Rozwiązanie tego równania, tj. zależność wychylenia kątowego od czasu, można opisać za pomocą funkcji:

$$\alpha = \alpha_m \cos(\omega t + \varphi)$$

pod warunkiem, że $\frac{D}{I} = \omega^2$, skąd wynika wzór (3.14),

gdzie: α_m jest maksymalnym przemieszczeniem kątowym, czyli amplitudą drgań, $(\omega t + \varphi)$ – fazą ruchu drgającego, ω – prędkością kątową, φ – fazą początkową.

$$I_1 = \frac{1}{2} mr^2 \qquad (3.15)$$

gdzie:
m – masa płytki,
r – promień płytki.

Aby wyznaczyć moment bezwładności badanego ciała I, wyznaczamy dwukrotnie okres drgań wahadła torsyjnego. W pierwszym przypadku dla płytki wzorcowej I_1, w drugim – dla płytki wzorcowej z przymocowanym do niej badanym ciałem I_2.

Przekształcając wzór (3.14), otrzymujemy dla płytki wzorcowej:

$$I_1 = \frac{T_1^2 D}{4\pi^2} \qquad (3.16)$$

gdzie T_1 jest okresem drgań płytki wzorcowej.

Moment bezwładności układu złożonego z płytki wzorcowej i płytki badanej wynosi $I_2 = I_1 + I$. Na podstawie równania (3.14) otrzymujemy:

$$I_1 + I = \frac{T_2^2 D}{4\pi^2} \qquad (3.17)$$

gdzie T_2 jest okresem drgań całego układu.

Podstawiając równanie (3.16) do (3.17) i odpowiednio je przekształcając, otrzymujemy:

$$I = I_1 \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_1^2} \qquad (3.18)$$

Do wzoru (3.18) podstawiamy wzór (3.15) i otrzymujemy wyrażenie, które pozwala obliczyć moment bezwładności badanego ciała:

$$I = \frac{mr^2\left(T_2^2 - T_1^2\right)}{2T_1^2} \qquad (3.19)$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Mierzymy za pomocą suwmiarki średnicę $2r$ płytki wzorcowej (trzykrotnie).
2. Skręcamy wahadło wokół osi pionowej i puszczamy je. Należy zwrócić uwagę, aby oś, względem której chcemy wyznaczyć moment bezwładności, pokrywała się z osią, wokół której drga układ oraz aby kąt skręcenia α był nie większy niż około 5°.
3. Za pomocą stopera mierzymy czas 50 pełnych wahnięć – t_1 (w chwili włączenia stopera liczymy „zero"). Obliczamy okres drgań dla płytki wzorcowej, $T_1 = t_1/50$.
4. Do płytki wzorcowej przymocowujemy badane ciało i ponownie mierzymy czas 50 wahnięć – t_2. Obliczamy okres drgań dla układu złożonego z płytki wzorcowej i badanego ciała, $T_2 = t_2/50$.

5. [illegible] badanego ciała (masa płytki wzorcowej podana zostanie w pracowni).
6. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową badanej wielkości (patrz rozdz. I.1), przyjmując dla $\Delta(2r)$ maksymalne odchylenie od wartości średniej, a za $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 2$s (uwzględniamy w ten sposób dość duży błąd „spostrzeżenia" chwili włączenia stopera) $\Delta T = \frac{\Delta t}{n}$.

Uwaga: Pełne wahnięcie jest to ruch „tam i z powrotem". Aby obniżyć duży błąd „spostrzeżenia" związany z chwilą włączenia stopera, mierzymy jednokrotnie czas dużej ilości wahnięć, np. 50, a nie np. 5 razy po 10 wahnięć.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia Nr 3.2

Numer Badanej płytki	r	m	t_1	t_2	T_1	T_2	I
	m	kg	s	s	s	s	kgm^2
Wartość średnia							

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać słownie i za pomocą wzoru definicję momentu bezwładności bryły sztywnej. Zilustrować za pomocą rysunku.
2. Podać słownie i za pomocą wzoru definicję momentu siły. Zilustrować za pomocą rysunku.
3. Podać słownie i za pomocą wzoru II zasadę dynamiki ruchu obrotowego bryły sztywnej.
4. Wyjaśnić zasadę zachowania energii mechanicznej w ruchu obrotowym.
5. Omówić ruch wahadła torsyjnego.

Ćwiczenie 4

WYZNACZANIE PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO ZA POMOCĄ WAHADŁA MATEMATYCZNEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie prawa grawitacji, przyczyn zmienności przyspieszenia ziemskiego, spadania ciał na Ziemi, pojęcie wahadła matematycznego, ruchu drgającego harmonicznego, wyprowadzenie wzoru na okres drgań wahadła matematycznego.

Przyśpieszeniem ziemskim nazywamy przyśpieszenie, jakiego doznają swobodnie spadające ciała na Ziemi, a siłę nadającą ciałom przyśpieszenie ziemskie nazywamy ciężarem ciała.

Zgodnie z II zasadą dynamiki możemy napisać:

$$G = mg \tag{4.1}$$

gdzie:
G – ciężar ciała,
m – masa ciała,
g – przyśpieszenie ziemskie.

Ciężar ciała jest siłą wypadkową dwóch sił: siły przyciągania ziemskiego oraz odśrodkowej siły bezwładności.

Zgodnie z prawem powszechnego ciążenia, zwanym prawem grawitacji Newtona, między Ziemią o masie M i dowolnym ciałem o masie m działa siła przyciągania ziemskiego wprost proporcjonalna do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości r ich środków mas od siebie:

$$F = C\frac{Mm}{r^2} \tag{4.2}$$

Współczynnik proporcjonalności C, zwany stałą grawitacji, jest stałą uniwersalną: $C = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$.

Wzór (4.2) jest słuszny dla mas punktowych oraz dla ciał o symetrii kulistej z równomiernym rozkładem masy.

Ziemia ma swoisty kształt tzw. geoidy, przypominający elipsoidę spłaszczoną na biegunach. Dzięki temu odległość ciał znajdujących się na powierzchni Ziemi od jej środka maleje w miarę wzrostu szerokości geograficznej. Z prawa powszechnego ciążenia wynika, że siła wzajemnego oddziaływania między dwiema masami jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości ich środków mas. A więc siła grawitacji oraz przyspieszenie ziemskie rosną w miarę zbliżania się do bieguna.

Każde ciało znajdujące się na powierzchni Ziemi uczestniczy w jej ruchu obrotowym dokoła osi. Działająca na ciało odśrodkowa siła bezwładności $F_b = m\,\omega^2 r$ jest proporcjonalna (przy stałej masie m) do promienia r, zakreślonego koła (ω jest prędkością kątową); jest więc największa na równiku, a najmniejsza (zerowa) na biegunie. Siła ta powoduje osłabienie siły przyciągania ziemskiego w niewielkim tylko stopniu. Podobnie więc jak spłaszczenie Ziemi i ruch obrotowy Ziemi powoduje, że przyspieszenie ziemskie jest większe na biegunie, a mniejsze na równiku. Przyspieszenie ziemskie mierzone na poziomie morza wynosi na równiku 9,78 $\mathrm{m/s^2}$, a na biegunie 9,83 $\mathrm{m/s^2}$.

Również niejednorodność budowy Ziemi oraz ukształtowanie powierzchni powodują lokalne, niewielkie wahania przyspieszenia ziemskiego.

Główną składową ciężaru jest więc siła przyciągania ziemskiego, dlatego w większości zagadnień praktycznych pomijamy wpływ ruchu obrotowego Ziemi oraz niejednorodność jej struktury, i przyjmujemy, że przyspieszenie ziemskie jest równe przyspieszeniu wynikającemu z siły grawitacji, tj.:

$$g = C\frac{M}{r^2} \tag{4.3}$$

Przyspieszenie ziemskie wyznaczymy doświadczalnie, badając ruchy odbywające się pod działaniem siły ciężkości. Jedne z najdokładniejszych metod wiążą się z ruchami okresowymi, a w szczególności z ruchem harmonicznym prostym.

Ruchem harmonicznym prostym nazywamy ruch drgający, w którym wychylenie z położenia równowagi jest wprost proporcjonalne do wywołującej ten ruch siły F, zgodnie z zapisem:

$$F = -k\,x \tag{4.4}$$

gdzie:
x – wychylenie,
k – współczynnik proporcjonalności, zależny od właściwości drgającego układu.

Znak minus wskazuje, że kierunek siły jest przeciwny do kierunku wychylenia*.

Okres drgań T wyrażony jest następującym wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{4.5}$$

gdzie m jest masą drgającego ciała.

---

* Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona można równanie (4.4) zapisać w postaci:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \text{lub} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Rozwiązaniem tego równania, tj. zależnością wychylenia od czasu jest funkcja:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie:
A – maksymalne wychylenie, czyli amplituda drgań,
$\omega = 2\pi/T$ – prędkość kątowa,
T – okres drgań,
φ – faza początkowa.

W naszym ćwiczeniu do wyznaczenia przyspieszenia

dło matematyczne.

Wahadłem matematycznym nazywamy układ złożony z punktu materialnego o masie m, zawieszonego na nieważkiej i nierozciągliwej nici. Taka nić jednak nie istnieje, również punkt materialny jest jedynie pojęciem umownym. Każde wahadło jest wahadłem fizycznym, jednakże układ złożony z nici możliwie lekkiej, mocnej i długiej oraz kulki o dużej masie i małej średnicy, w porównaniu z długością nici, stanowi wystarczająco dobry model wahadła matematycznego.

Gdy wahadło pozostaje w spoczynku, kulka zajmuje położenie równowagi trwałej, tj. takie położenie, w którym jej energia potencjalna jest najmniejsza, a siły działające na kulkę, tj. siła ciężkości oraz siła reakcji nici, równoważą się. Gdy jednak wahadło zostanie wychylone z tego położenia o kąt α (rys. 4.1a), wówczas siła ciężkości $\overline{G}$, ze względu na skutki działania tej siły, zostanie rozłożona na dwie siły składowe; siłę naciągu nici $\overline{N}$, równoważącą siłę reakcji oraz siłę $\overline{F}$, styczną do toru ruchu kulki. Pod wpływem tej niezrównoważonej siły kulka powraca do położenia równowagi, lecz dzięki nabytej energii kinetycznej nie zatrzymuje się w tym położeniu, ale przenosi się w położenie symetryczne względem punktu B (punkt C, rys. 4.1a), po czym następuje ruch powrotny. Wahadło matematyczne wykonuje więc ruch drgający.

Siła $\overline{F}$ będzie zmieniała się wraz ze zmianą wychylenia (przy czym jej zwrot jest zawsze przeciwny do zwrotu wychylenia). Z rys. 4.1a widać, że siła $\overline{F}$ jest prostopadła do siły $\overline{N}$, a więc trójkąt BDE jest prostokątny, a kąt wychylenia α jest równy kątowi zawartemu między bokami EB i ED. Możemy więc napisać, że:

$$F = G \sin \alpha \tag{4.6}$$

oraz że:

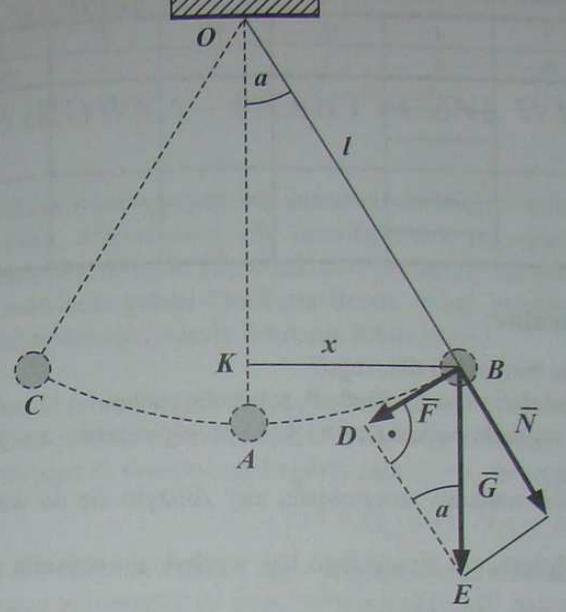
$$\sin\alpha = \frac{KB}{OB} \tag{4.7}$$

Przy wychyleniach tak dużych jak na rys. 4.1a kulka przemieszcza się po łuku AB, a nie wzdłuż wychylenia KB. Jeśli jednak kąt odchylenia od położenia równowagi będzie dostatecznie mały (rys. 4.1b), to będziemy mogli przyjąć, że długość łuku AB jest równa wychyleniu x. Odcinek OB jest długością l wahadła, liczoną od punktu zawieszenia do środka kulki. Równanie (4.6), przy uwzględnieniu ponadto przeciwnych zwrotów siły i wychylenia, oraz że $G = m\,g$, możemy zapisać w postaci:

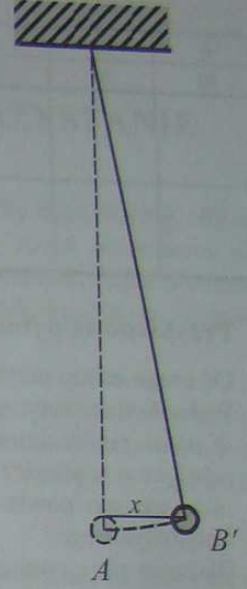
$$F = -\frac{mg}{l}x \tag{4.8}$$

Równanie (4.8) wyraża cechę charakterystyczną dla ruchu harmonicznego prostego, a mianowicie, że siła jest wprost proporcjonalna do wychylenia. Możemy więc skorzystać z rozważań przedstawionych w pierwszej części tego wstępu i porównać równanie (4.8) z równaniem (4.4):

$$k = \frac{mg}{l}, \quad \text{skąd} \quad \frac{m}{k} = \frac{l}{g} \tag{4.9}$$



Rys. 4.1a



Rys. 4.1b

Podstawiając wzór (4.9) do wzoru (4.5), otrzymujemy zależność okresu drgań wahadła matematycznego od przyspieszenia ziemskiego i długości wahadła:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{4.10}$$

Jak widać, ze wzoru (4.10) można w prosty sposób wyznaczyć przyspieszenie ziemskie. W tym celu należy zmierzyć okres wahań T oraz długość wahadła l. Po przekształceniu wzoru (4.10) otrzymujemy:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{4.11}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Mierzymy linijką długość nici h oraz za pomocą suwmiarki średnicę kulki $2r$. Długość wahadła $l = h + r$.
2. Mierzymy za pomocą stopera czas t dużej liczby n drgań (np. 100). Pomiar powtarzamy trzykrotnie. Obliczamy $t_{śr}$ oraz okres drgań ze wzoru $T = \frac{t_{śr}}{n}$
3. Obliczamy przyspieszenie ziemskie wg wzoru (4.11).

Uwaga: Amplituda drgań winna być mała. W chwili naciskania stopera liczymy „0".

4. Pomiary i obliczenia wykonujemy dla dwóch, bardzo różniących się długości wahadła.

Tabela pomiarów

h	$2r$	r	l	t	$t_{śr}$	n	T	g
m	m	m	m	s	s		s	m/s²

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Od czego zależy przyśpieszenie ziemskie i dlaczego?
2. Wahadło matematyczne – podać definicję, rozkład sił, równanie ruchu.
3. W jakich punktach toru kulka wahadła posiada największe przyśpieszenie, a w jakich największą prędkość?
4. Jakie warunki powinno spełniać wahadło rzeczywiste, aby zbliżyło się do wahadła matematycznego?
5. Dlaczego przy pomiarze przyśpieszenia ziemskiego kąt wychylenia wahadła powinien być możliwie mały?

WIRÓWKA – PRAKTYCZNE WYKORZYSTANIE

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i omówienie siły dośrodkowej, siły odśrodkowej, odśrodkowej siły bezwładności, przyspieszenia w ruchu obrotowym, siły lepkości, siły wyporu, siły ciężkości, częstości, hematokrytu, dynamiki ruchu obrotowego, omówienie prawa Lamberta-Beera, biegu promieni w fotokolorymetrze, zjawiska fotoelektrycznego, zasady działania fotokomórki.

Cząstki (ziarna) o gęstości ρ_z zawieszone w cieczy o gęstości ρ_c – po pewnym czasie oddzielą się od cieczy. Na cząstkę taką działają dwie siły: siła ciężkości G skierowana w dół i siła wyporu F_w skierowana do góry. Jeśli $\rho_c > \rho_z$, to wypadkowa F sił wyporu i ciężkości:

$$F = F_w - G = V(\rho_c - \rho_z)g, \tag{5.1}$$

gdzie: V – objętość cząstki, a g – przyspieszenie ziemskie, będzie działała do góry i cząstki zawiesiny zgromadzą się przy powierzchni: jeśli natomiast $\rho_c < \rho_z$, to cząstki opadną na dno.

Proces rozdzielania będzie tym szybszy, im większa okaże się różnica obydwu gęstości. Jeśli jednak gęstości, a więc i obydwie siły różnią się między sobą tylko nieznacznie, to rozdzielenie będzie bardzo powolne.

W celu przyspieszenia procesu rozdzielenia stosujemy urządzenia oparte na działaniu siły dośrodkowej, tzw. wirówki. Wirówka zbudowana jest z pionowego wałka (rotoru), do którego przymocowane są gniazda, gdzie umieszcza się próbówki z zawiesiną. Podczas szybkiego obrotu rotoru próbówki odchylają się i przyjmują położenie poziome (rys. 5.1), a znajdująca się w nich zawiesina zostaje wprawiona z dużą prędkością w ruch po okręgu.

Na cząstkę, w jej własnym nieinercjalnym układzie odniesienia, działa odśrodkowa siła bezwładności, równa co do wartości sile dośrodkowej:

$$F_{od} = ma_r \tag{5.2}$$

gdzie:

m – masa cząstki zawiesiny,

a_r – przyspieszenie dośrodkowe, jakiego doznaje cząstka w ruchu po okręgu.

Wartość przyspieszenia dośrodkowego można wyrazić na kilka sposobów:

$$a_r = \upsilon^2/r = \omega^2 r = 4\pi^2 \nu^2 r \tag{5.3}$$

gdzie:

υ – liniowa prędkość cząstki po okręgu,

r – odległość cząstki od osi obrotu,

ω – prędkość kątowa rotora wirówki,

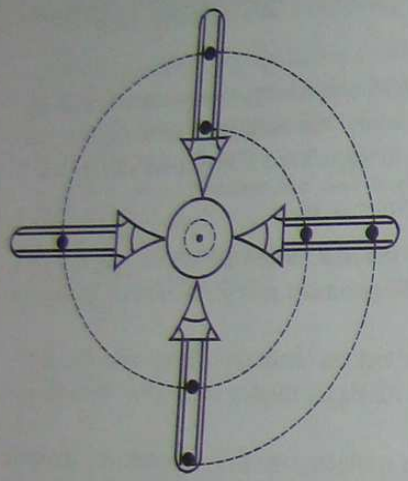
ν – częstość obrotów.

Przyspieszenie dośrodkowe zależy od prędkości wirowania. W cieczy znajdującej się w tym polu sił działa na zanurzoną cząstkę także siła wyporu, tu ce występuje pole sił odśrodkowych bezwładności, analogicznie do pola grawitacyjnego, skierowana do centrum obrotów:

$$F_w = V\rho_c a_r \tag{5.4}$$

W efekcie, na cząstkę działa siła wypadkowa:

$$F = F_w - F_{od} = V(\rho_c - \rho_z)a_r = V(\rho_c - \rho_z)4\pi^2 \nu^2 r \tag{5.5}$$



Rys. 5. 1

Siła ta, której zwrot zależy od różnicy gęstości cieczy i ziarna, decyduje o skuteczności (szybkości) rozdzielania zawiesiny przy użyciu wirówki i jest większa od siły powodującej rozdzielanie grawitacyjne (patrz wzór 5.1) tyle razy, ile wynosi stosunek a_r/g.

Należy wspomnieć, że na cząstkę poruszającą się pod wpływem działania siły F wpływa hamująco siła lepkości (siła Stokesa opisana w ćwiczeniu 14).

Ćwiczenie ma na celu porównanie czasu oddzielenia cząstek zawiesiny od cieczy przy użyciu wirówki z czasem oddzielenia tych cząstek pod wpływem pola grawitacyjnego, tj. drogą sedymentacji grawitacyjnej.

O stopniu oddzielenia cząstek można wnioskować na podstawie przepuszczalności światła przez ciecz, zwaną nadsączem (supernatantem), znajdującą się ponad osadem cząsteczek. Do pomiaru przepuszczalności światła posłużymy się fotokolorymetrem.

Kolorymetria jest metodą pomiarową pozwalającą na wyznaczenie stężenia roztworu na podstawie pomiarów natężenia światła przechodzącego przez badany roztwór. Zasada pomiaru oparta jest na prawie Lamberta-Beera.

Jeśli na warstwę roztworu pada wiązka światła monochromatycznego o natężeniu I_o, to część tej wiązki zostaje pochłonięta, a część odbita lub rozproszona. Przez roztwór przechodzi wiązka światła o natężeniu I_p. Między natężeniem I_o i natężeniem I_p zachodzi następująca zależność, zwana prawem Lamberta-Beera, słuszna dla małych stężeń:

$$I_p = I_o e - \varepsilon_0 hc \tag{5.6}$$

gdzie:

ε_0 – współczynnik proporcjonalności, zależny od rodzaju roztworu absorbującego i długości fali światła padającego na roztwór,

h – grubość warstwy roztworu,

c – stężenie roztworu.

Po zlogarytmowaniu wzoru (5.6) i zastąpieniu logarytmu naturalnego logarytmem dziesiętnym otrzymujemy równość:

$$\log (I_o/I_p) = \varepsilon hc = A \tag{5.7}$$

gdzie:

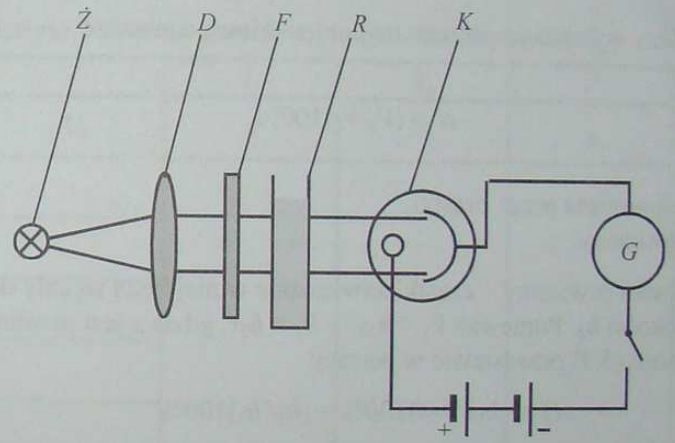
ε – współczynnik ekstynkcji lub absorpcji (zawiera przelicznik logarytmu naturalnego na dziesiętny),

A – miara absorpcji lub ekstynkcji.

Stosunek $I_o/I_p = T$ nosi nazwę przepuszczalności. Prawo Lamberta-Beera nie zawsze jest spełnione. Przyczyną może być m.in. zbyt duże stężenie roztworu, obecność zanieczyszczeń, zmiana temperatury itp.

W ćwiczeniu użyty został fotokolorymetr, którego zasadę działania ilustruje rys. 5.2.

Uwaga: Przyrząd może zostać zastąpiony innym, np. fotometrem mierzącym absorbancję, tj. stopień pochłaniania światła przechodzącego przez badaną próbkę. W takim przypadku należy się posłużyć instrukcją dostępną w pracowni.



Rys. 5.2

Światło z żarówki $Ż$ pada na kondensujący układ optyczny O, po czym przechodzi przez filtr barwny F oraz przez badany roztwór R i pada na fotokomórkę K, włączoną w obwód z galwanometrem G i zródłem napięcia U.

Filtr barwny, dzięki selektywnemu przepuszczaniu światła, zmienia wiązkę światła białego na monochromatyczną. Filtr zwiększa czułość oznaczeń kolorymetrycznych. Dobór odpowiedniego filtru jest zależny od rodzaju roztworu. Największą czułość oznaczeń daje filtr, dla którego mała zmiana stężenia roztworu powoduje dużą zmianę ekstynkcji.

Natężenie prądu fotoelektrycznego jest proporcjonalne do [illegible] ...ającego na fotokomórkę. Możemy więc napisać, że:

$$I_o/I_p = i_o/i_p = T \qquad (5.8)$$

gdzie i_o oraz i_p to odpowiednio natężenie prądu fotoelektrycznego wywołanego przez wiązkę światła przepuszczonego przez czysty rozpuszczalnik (wodę) i badany roztwór.

Skala przyrządu jest tak wycechowana, że możemy na niej bezpośrednio odczytać przepuszczalność w procentach.

Dla różnych czasów wirowania zawiesiny należy mierzyć przepuszczalność nadsączu i sporządzić wykres zależności między przepuszczalnością wiązki światła (T) i czasem wirowania (t), $T = T(t)$ dla określonej częstości obrotów.

Na podstawie powyższej zależności można teraz określić czas t', w jakim należałoby wirować zawiesinę, aby jej nadsącz posiadał taką samą przepuszczalność, jak nadsącz zawiesiny rozdzielanej drogą sedymentacji grawitacyjnej w czasie t_o oraz obliczyć stosunek t_o/t'.

W ćwiczeniu tym należy również wyznaczyć średnie przyspieszenie cząstek zawiesiny podczas wirowania i porównać je z przyspieszeniem ziemskim, tj. znaleźć stosunek a_r/g.

Ponadto należy wyznaczyć procentową, objętościową zawartość cząstek w zawiesinie, tj. wielkość:

$$H = (V_1/V_2)100\% \qquad (5.9)$$

gdzie:
V_1 – objętość zajmowana przez cząstki,
V_2 – objętość zawiesiny.

Po odwirowaniu zawiesiny – cząstki zawieszone w niej będą sięgały do wysokości h_1, a ciecz do wysokości h_2. Ponieważ $V_1 = h_1 s$, a $V_2 = h_2 s$, gdzie s jest przekrojem próbówki, możemy zależność (5.9) przedstawić w postaci:

$$H = (h_1 s / h_2 s)100\% = (h_1 / h_1)100\% \qquad (5.10)$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Sporządzamy w zlewce zawiesinę wg przepisu podanego w instrukcji nastolnej.
2. Wlewamy część zamieszanej uprzednio zawiesiny do próbówki umocowanej w statywie i notujemy czas. W próbówce tej nastąpi sedymentacja grawitacyjna.
3. Obydwie kuwety kolorymetru napełniamy rozpuszczalnikiem (wodą destylowaną), wkładamy je do kolorymetru i zgodnie z instrukcją obsługi włączamy przyrząd do sieci pod kontrolą prowadzącego.
4. Zgodnie z instrukcją obsługi sprowadzamy wychylenie wskazówki do „0" na skali ekstynkcji. Sprawdzamy, czy obydwie kuwety z rozpuszczalnikiem dają tę samą przepuszczalność.
5. Wlewamy jednakowe ilości wymieszanej uprzednio zawiesiny do dwóch próbówek wirówkowych i równoważymy je na wadze próbówkowej.

6. Umieszczamy próbówki w przeciwległych gniazdach wirówki i uruchamiamy ją zgodnie z instrukcją.
7. Po całkowitym zatrzymaniu się wirówki pobieramy pipetą ciecz znad osadu (ostrożnie, aby nie zamącić zawiesiny), wlewamy do kuwety i mierzymy przepuszczalność T. Następne pomiary, dla innych czasów wirowania (przy tej samej częstości wirowania), wykonujemy analogicznie. Każdorazowo próbówki wirówkowe napełniamy świeżą porcją uprzednio zamieszanej zawiesiny. Dobieramy następujące czasy wirowania: 3 min, 2 min, 45 s, 30 s i 15 s.
8. Mierzymy odległość r od osi wirówki do środkowej warstwy zawiesiny w próbówce wirówkowej i obliczamy średnie przyspieszenie cząstek a_r wg wzoru (5.3), a następnie stosunek a_r/g.
9. Dla maksymalnego czasu wirowania mierzymy suwmiarką wysokości h_1 i h_2 oraz obliczamy wartość H.
10. Pobieramy supernatant (nadsącz) z zawiesiny rozdzielanej grawitacyjnie, notujemy czas trwania sedymentacji t_o i mierzymy przepuszczalność T_o.
11. Z wykresu zależności $T = T(t)$ odczytujemy czas t', odpowiadający przepuszczalności T_o. Znajdujemy stosunek t_o/t'.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 5

t	T	t_o	T_o	t'	t_o/t'
s	%	s	%	s	

r	v	a_r	a_r/g	h_1	h_2	H
m	s^{-1}	m/s^2		m	m	%

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać definicje i przykłady sił rzeczywistych oraz bezwładności.
2. Opisać zjawisko lepkości – podać wzory na siły lepkości.
3. Podać zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.
4. Omówić prawo Lamberta-Beera.

Ćwiczenie 6

WYZNACZANIE SZEROKOŚCI GEOGRAFICZNEJ ZA POMOCĄ WAHADŁA FOUCAULTA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości fizycznych występujących w ćwiczeniu, w szczególności: opis ruchu obrotowego Ziemi (różnica między dobą słoneczną a dobą gwiazdową), omówienie zasady zachowania momentu pędu (działanie żyroskopu), wahadła matematycznego i wahadła fizycznego, tłumienia drgań (wahadło parametryczne), siły Coriolisa i skutki jej działania (spadający kamień do studni, pionowo wystrzelony pocisk, passaty, erozję brzegów rzek).

Wahadło Foucaulta to wahadło fizyczne służące do pośredniej obserwacji ruchu obrotowego Ziemi. Pomiar szybkości skręcenia płaszczyzny drgań tego wahadła daje informację o szerokości geograficznej miejsca, w którym ten pomiar jest wykonywany. Wahadłem Foucaulta może być dowolne wahadło fizyczne zawieszone tak, by płaszczyzna wahań miała swobodę obrotu. Takie instrumenty konstruuje się do celów demonstracyjnych jako bardzo duże (o długości kilkunastu metrów i masie kilkudziesięciu kilogramów) wahadła matematyczne. Energia drgań takiego wahadła jest na tyle duża, że może się ono wahać przez wiele godzin, gdyż straty energii na skutek oporu powietrza i tarcia w punkcie zawieszenia (w jednym cyklu) są bardzo małe.

Płaszczyznę wahań wahadła Foucaulta wyznaczają trzy z pięciu punktów Z, A, B lub Z, R, R' (rys. 6.1a); Z jest punktem zawieszenia wahadła, A i B są punktami skrajnego wychylenia oscylującego ciężarka M, wyznaczającymi maksymalną amplitudę. Punkt O jest środkiem ciężkości ciężarka pozostającego w spoczynku i wraz z punktami O' i Z wyznacza oś obrotu płaszczyzny wahań. Punkt P jest plamką świetlną tworzoną przez wiązkę światła wychodzącego z punktu M, na obrotowym ramieniu celownika RO'. Punkty: Z, O i O' pozostają stałe w czasie; punkty zaś A i B poruszają się zgodnie ze wskazówkami zegara wokół punktu O, patrząc na płaszczyznę Ł z punktu Z (rys. 6.1b). Ciężarek M oscyluje między punktami A i B. Zgodnie z ruchem ciężarka M punkt P kreśli odcinek leżący na płaszczyźnie Ł i przechodzący przez punkt O'. Przesuwając punkt R po łuku KK' (ΔR), można doprowadzić do pokrycia się odcinków PO' i RO'. Skala umieszczona na łuku KK' pozwala odczytać położenie punktu R, a tym samym zmiany położenia płaszczyzny wahań w czasie. Kąt skręcenia płaszczyzny wahań oblicza się według wzoru $\alpha = \Delta R/(RO')$ [rad]; gdzie: ΔR – długość łuku, po jakim przesunięto punkt R, a RO' – promień łuku (okręgu) o środku w punkcie O'.

Zawieszony na żyłce poliwinylowej ciężarek o masie M = 340 g wykonuje swobodne wahania w płaszczyźnie AZB. Dla obserwatora związanego z Ziemią powierzchnia pod wahadłem jest nieruchoma, a płaszczyzna AZB obraca się. Płaszczyzna ta ulega skręceniu wokół osi ZO': z jednej strony – na skutek ruchu obrotowego Ziemi, a z drugiej zaś – bo jest spełniona zasada zachowania momentu pędu dla oscylującego wahadła. Jeżeli eksperyment będzie przeprowadzony na biegunie północnym lub południowym, wówczas płaszczyzna wahań wykona obrót o 360° w ciągu doby gwiazdowej*. Na równiku to zjawisko nie będzie obserwowane. W naszym obszarze geograficznym zjawisko będzie przebiegać zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 6.2, a opisywanym przez wzór:

$$\omega_{\perp} = \omega \sin\beta \tag{6.1}$$

który wyraża wartość składowej prostopadłej (do powierzchni globu) prędkości kątowej ω ruchu obrotowego Ziemi dla dowolnego punktu na powierzchni:

gdzie:

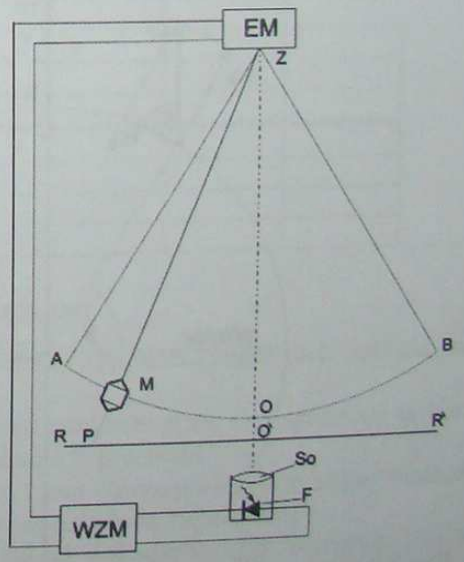
$$\omega = 360°/23{,}935\text{h} \tag{6.2}$$

z definicji zaś:

$$\omega = \alpha/t$$

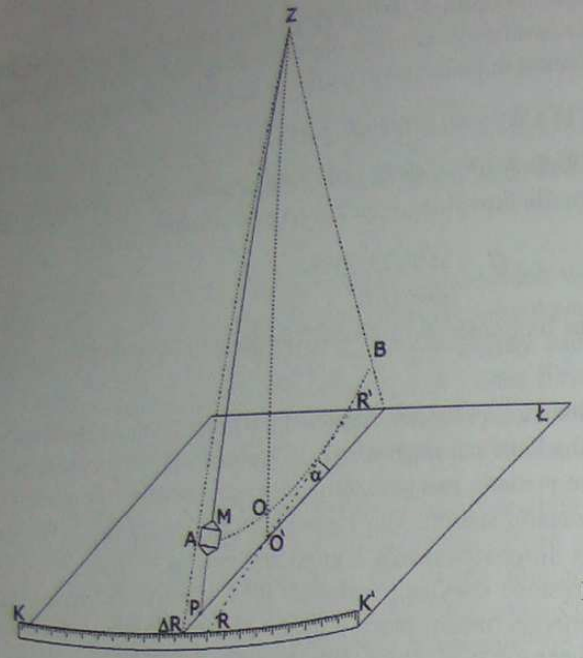
jest prędkością kątową na biegunie; β jest szerokością geograficzną mierzoną w stopniach kątowych [°].

Ze względu na możliwości pracowni studenckiej oryginalną konstrukcję wahadła Foucaulta zastąpiono wahadłem parametrycznym. Wahadło parametryczne to odmiana wahadła fizycznego, które posiada mechanizm przeciwstawiania się tłumieniu oscylacji. Parametrami, czyli wartościami stałymi są: l i g we wzorze $T = 2\pi(l/g)^{1/2}$. W tym ćwiczeniu uzmiennieniu podlega długość wahadła l, która zmienia się o $\Delta l \cong 1$ mm z częstością dwa razy większą niż częstość oscylacji wahadła. Przy każdym pełnym cyklu zostaje dwukrotnie uzupełniona energia tracona przez wahadło głównie na skutek oporu powietrza. Jest to mechanizm identyczny z tym, który wykorzystują dzieci na huśtawce. W niniejszym ćwiczeniu skracanie i wydłużanie l realizowane jest przez układ sprzężenia zwrotnego: elektromagnesu EM sterowanego przez wzmacniacz WZM sygnałów elektrycznych pochodzących z fotoelementu F, na który pada wiązka światła wychodzącego z ciężarka M, a przechodzącego przez soczewkę So.

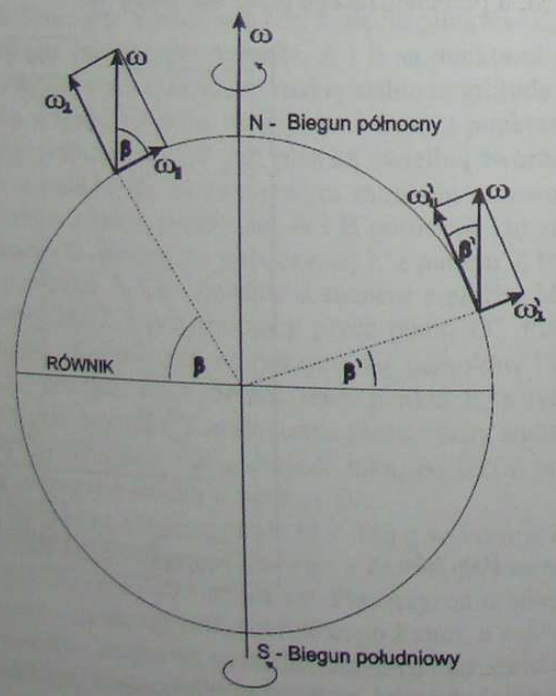


Rys. 6.1a

* doba gwiazdowa = 23,935 h (około 23 godz. i 56 min)



Rys. 6.1b



Rys. 6.2

Przebieg ćwiczenia:

1. Ciężarek należy odchylić od pionu do około ¾ długości ramienia RO', licząc od środka geometrycznego górnego pierścienia nad detektorem. Następnie należy włożyć w pętelkę z cienkiej nici, a jej koniec zaczepić o wysięgnik nad celownikiem.
2. Gdy ustaną boczne oscylacje ciężarka, można włączyć do sieci zasilacz elektromagnesu, a następnie przepalić nitkę, wprawiając w ten sposób ciężarek we właściwy ruch wahadłowy. W tym samym momencie należy rozpocząć pomiar czasu i ustawić ramię RO', tak by plamka świetlna „ślizgała" się dokładnie wzdłuż jego środka.
3. Pomiar położenia płaszczyzny AZB należy przeprowadzać co około 5 minut (ok. 300 s). Otrzymane przesunięcia ΔR ramienia RO' w jednostkach długości [cm] i czas pomiaru [s] wpisać należy do tabeli, znając długość ramienia zamienić je na radiany [rd], a te na stopnie kątowe [°].
4. Po wykreśleniu funkcji kąta skręcenia α płaszczyzny wahań od czasu t określa się $\omega_{\perp}$. Ta wartość pozwala na obliczenie szerokości geograficznej β pracowni studenckiej przy wykorzystaniu wzoru:

$$\beta = \arcsin\left(\omega_{\perp}/\omega\right)$$

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 6

Nr pomiaru	τ	$\Delta\tau$	P_t	ΔP	α	$\omega_{\perp}$	β
i	s	s	cm	cm	°	°/s	°
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Zdefiniować podstawowe parametry charakteryzujące ruch wahadła matematycznego i fizycznego.
2. Sformułować zasadę zachowania momentu pędu. Czy spełnione są warunki pozwalające stosować tę zasadę do wahadła w pracowni?
3. Wyjaśnić jakościowo, dlaczego okres obrotu płaszczyzny drgań wahadła nie pokrywa się z okresem obrotu Ziemi wokół osi (dobą gwiazdową)?
4. Czy wahadło Foucaulta musi, tak jak wahadło służące do wyznaczania przyśpieszenia ziemskiego (patrz ćwiczenie 4), poruszać się ruchem harmonicznym (bardzo mała amplituda wahań)?
5. Wyjaśnić, dlaczego skracanie wahadła w jego dolnym biegu zwiększa energię drgań?

Ćwiczenie 7

BADANIE PRZEPŁYWU CIECZY PRZEZ POZIOME RURKI

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie właściwości cieczy doskonałej, prawa ciągłości strugi, prawa Bernoullie'go (wyprowadzenie, interpretacja, przykłady zastosowań).

W zjawiskach przepływu cieczy można w wielu przypadkach, z dostateczną dokładnością, przyjąć ciecz za doskonale nieściśliwą i założyć, że przesunięcie się jednych warstw cieczy względem drugich nie jest związane z powstawaniem sił tarcia (brak tarcia wewnętrznego, czyli lepkości). Taką całkowicie nieściśliwą i pozbawioną lepkości ciecz nazywamy cieczą doskonałą.

Dla cieczy nieściśliwej spełnione jest prawo ciągłości strugi. Prawo to głosi, że dla dowolnego przekroju S strugi (rurki) stosunek objętości przepływającej cieczy ΔV do czasu trwania tego przepływu Δt, czyli tzw. wydatek przepływu Q jest wielkością stałą. Możemy więc napisać:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = const \tag{7.1}$$

Prawo ciągłości strugi możemy również wyrazić inaczej, podstawiając $\Delta V = S\Delta l$ do wzoru (7.1). Symbol Δl oznacza długość słupa cieczy i jednocześnie drogę, jaką element cieczy przebył w czasie Δt z prędkością υ.

Otrzymamy:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta l \cdot S}{\Delta t} = \upsilon S = const \tag{7.2}$$

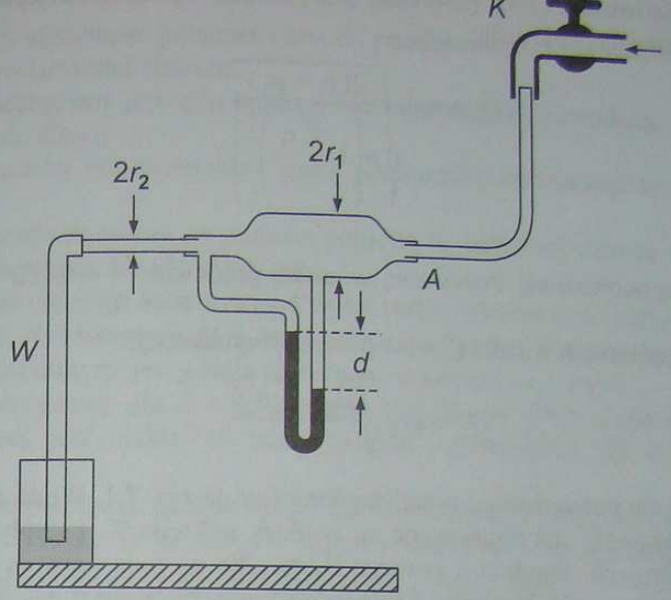
Z prawa ciągłości strugi wynika, że ciecz płynie wolniej w tych miejscach, gdzie rura ma większy przekrój, a szybciej w tych miejscach, gdzie przekrój jest mniejszy.

Dla rurki, przedstawionej na rys. 7.1 o dwóch różnych przekrojach kołowych, równanie (7.2) przyjmie postać:

$$Q = \upsilon_1 \pi r_1^2 = \upsilon_2 \pi r_2^2 \tag{7.3}$$

gdzie r_1 i r_2 oznaczają tu promienie obydwu przekrojów.

Przepływ cieczy doskonałej przez przewody o zmiennych przekrojach, znajdujących się na różnych wysokościach, pod wpływem wywartego na tę ciecz ciśnienia statycznego opisuje prawo Bernoullie'go. Wyprowadzenie tego prawa opiera się na rozważaniach energetycznych.



Rys. 7.1

Głosi ono, że dla dowolnego elementu przepływającej przez rurkę cieczy suma ciśnień jest wielkością stałą i można ją przedstawić w postaci równania:

$$\frac{\rho \upsilon^2}{2} + \rho g h + p = const \tag{7.4}$$

gdzie:

ρ – gęstość cieczy,
υ – prędkość elementu cieczy,
g – przyśpieszenie ziemskie,
h – wysokość elementu cieczy względem wybranego poziomu odniesienia,
p – ciśnienie statyczne.

Wyrażenie: $\rho \upsilon^2/2$ nosi nazwę ciśnienia dynamicznego, a $\rho g h$ – ciśnienia hydrostatycznego.

W naszym ćwiczeniu wyznaczamy doświadczalnie wydatek przepływu Q_d przy różnych ciśnieniach statycznych przepływającej cieczy i porównamy uzyskane wyniki z wydatkiem Q_o, obliczonym wg omówionych wyżej praw. Obliczymy ponadto prędkość przepływającej cieczy.

W przypadku przepływu cieczy przez poziomą rurkę o różnych przekrojach (rys. 7.1) równanie (7.4) przyjmie postać:

$$p_1 + \frac{\rho \upsilon_1}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2}{2} \tag{7.5}$$

gdzie p_1 i υ_1 oznaczają ciśnienie statyczne i prędkość w rurce o przekroju S_1, a p_2 i υ_2 – w rurce o przekroju S_2.

Na podstawie równań (7.3), (7.4) oraz (7.5) można wyznaczyć wydatek przepływu Q_o wyraża następująca zależność:

$$Q_o = \pi r_2^2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho\left[1-\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4\right]}} \tag{7.6}$$

W aparaturze pomiarowej stosowanej w naszej pracowni $\frac{r_2}{r_1} = 0{,}1$, a więc $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 \ll 1$.

Pozwala to na zapisanie równania (7.6) w postaci przybliżonej:

$$Q_o = \pi r_2^2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \tag{7.7}$$

Schemat układu pomiarowego przedstawiony jest na rys. 7.1. Woda z sieci wodociągowej, której ciśnienie jest regulowane za pomocą pokrętła K, przepływa przez rurkę o różnych przekrojach. Zgodnie z prawem Bernoullie'go oraz prawem ciągłości strugi w rurce o większym przekroju panuje ciśnienie wyższe niż w rurce o mniejszym przekroju. Manometr rtęciowy M pozwala na zmierzenie występującej różnicy ciśnień. Wynosi ona:

$$p_1 - p_2 = (\rho_1 - \rho)gd \tag{7.8}$$

gdzie:
ρ_1 – gęstość rtęci,
ρ – gęstość wody,
g – przyspieszenie ziemskie,
d – różnica poziomów rtęci w manometrze.

Po podstawieniu wzoru (7.8) do (7.7) otrzymujemy zależność, która pozwoli na obliczenie wydatku przepływu:

$$Q_o = \pi r_2^2 \sqrt{2gd\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1\right)} \tag{7.9}$$

Jak wynika z powyższej zależności, wydatek ten dla ustalonej cieczy oraz promienia rurki zależy tylko od wysokości słupa rtęci w manometrze, d, będącego miarą różnicy ciśnień $(p_1 - p_2)$, [równanie (7.8)]. Można więc napisać:

$$Q_o^2 = kd \tag{7.10}$$

gdzie stała dla danego przekroju:

$$k = 2\pi^2 g\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1\right) r_2^4 .$$

Pomiary powinny być wykonane dla trzech różnych wysokości słupa rtęci. Pozwoli to na wykreślenie liniowej zależności kwadratu wydatku przepływu Q_o^2 od wysokości d.

Przebieg ćwiczenia:

1. Sprawdzamy szczelność połączeń obwodu pomiarowego. Rurka wylotowa W powinna być zawieszona nad zlewem.
2. Ostrożnie odkręcamy pokrętło kranu wodociągowego K, powodując swobodny przepływ wody do zlewu.
3. W razie potrzeby odpowietrzamy rurkę pomiarową, konsultując to z prowadzącym ćwiczenia.
4. Regulując wydatek cieczy za pomocą pokrętła K, ustalamy różnicę wysokości słupa rtęci w manometrze, tak aby d = 5 cm.
5. Podstawiamy naczynie miarowe pod wylot rurki i zbieramy do niego wodę o ustalonej objętości V (równej około 1 dm^3), mierząc czas t za pomocą stopera. Przez cały czas wypływu utrzymujemy stałą różnicę poziomów rtęci w rurce.
6. Pomiary powtarzamy dla d = 10 cm oraz d = 15 cm (jeśli ciśnienie wody w sieci wodociągowej jest niskie, to trzeci pomiar wykonujemy dla d = 14 cm lub d = 13 cm).
7. Na podstawie pomiarów obliczamy Q_d dla trzech wartości d wg wzoru (7.1).
8. Obliczamy wydatek Q_o dla trzech różnych wartości d na podstawie wzoru (7.9), następnie obliczamy Q_o^2 i sporządzamy wykres $Q_o^2 = f(d)$.
9. Na wykresie oznaczamy również wartości Q_d^2 i formułujemy wniosek wynikający z porównania wyników doświadczalnych z teoretycznymi.
10. Obliczamy prędkości przepływu v_1 i v_2 wody przez rurki o przekrojach r_1 i r_2, na podstawie wzoru (7.4) dla doświadczalnie wyznaczonego wydatku Q_d i wykreślamy zależność $\upsilon(d)$ dla każdej rurki (dla wartości $d = 0$, również $Q_d = 0$).
11. Po zakończeniu pomiarów doprowadzamy do porządku stanowisko pomiarowe. Rurkę wylotową zawieszamy nad zlewem.

Uwaga: Wartości ρ i ρ_1 zostaną podane w pracowni, a $r_2 = 2\text{x}10^{-3}$ m, $(r_2/r_1 = 0{,}1)$.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 7

d	V	t	Q_d	r_1	r_2	ρ	ρ_1	Q_o	υ_1	υ_2
m	m^3	s	m^3/s	m	m	kg/m^3	kg/m^3	m^3/s	m/s	m/s

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić właściwości cieczy doskonałej.
2. Sformułować prawo ciągłości strugi słownie i za pomocą wzoru w oparciu o rysunek.
3. Wyprowadzić i omówić prawo Bernoullie'go oraz zilustrować rysunkiem.
4. Rozważyć przepływ cieczy przez poziome rurki.

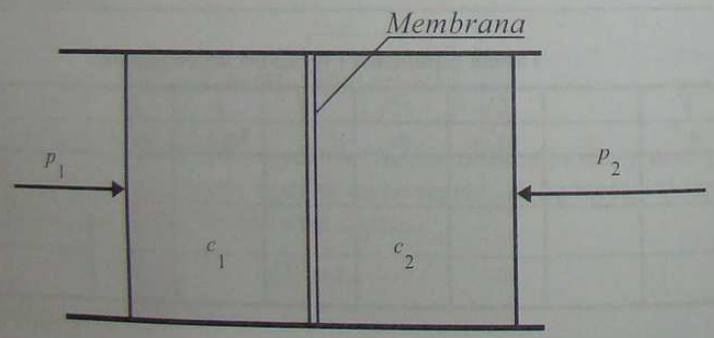
Ćwiczenie 8

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW FILTRACJI I ODBICIA MEMBRANY

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i jednostki miary wszystkich wielkości fizycznych występujących w opisie ćwiczenia, w tym m.in. definicje potencjałów termodynamicznych i ciśnienia osmotycznego; znajomość wzoru van't Hoffa na ciśnienie osmotyczne, zagadnienie równowagi termodynamicznej w roztworach oraz opis zjawiska transportu osmotycznego przez błony w ujęciu liniowej termodynamiki nierównowagowej.

Membraną (błoną) nazywamy na ogół fazę rozgraniczającą dwa ośrodki, charakteryzującą się niewielką grubością w stosunku do rozmiarów liniowych tych ośrodków. Przykładami membran mogą być błony komórkowe, błony organelli komórkowych, błony tkankowe czy sztuczne błony polimerowe. Jednym z podstawowych parametrów membrany jest jej przenikalność dla danego rodzaju substancji, dzięki której może zachodzić transport tej substancji między rozdzielonymi membraną ośrodkami.

Istotą przeprowadzanego przez nas doświadczenia jest pomiar przepływu roztworu przez membranę rozdzielającą dwa roztwory. Jeżeli po obydwu stronach membrany występuje różnica stężeń substancji rozpuszczonej $\Delta c = c_1 - c_2$ i różnica ciśnień $\Delta p = p_1 - p_2$ (rys. 8.1), to pojawią się dwa strumienie przez błonę: strumień rozpuszczalnika J_w i strumień substancji rozpuszczonej J_s, wywołane przez gradienty potencjałów chemicznych poszczególnych składników: rozpuszczalnika i substancji rozpuszczonej.



Rys. 8.1

W liniowej termodynamice procesów nieodwracalnych zakłada się, że każdy strumień jest funkcją liniową działających w układzie bodźców termodynamicznych, co zapisywane jest w postaci równań fenomenologicznych:

$$J_i = \sum_k L_{ik} X_k \tag{8.1}$$

gdzie J_i oznacza i-ty strumień, a L_{ik} – współczynnik liniowy pomiędzy i-tym strumieniem a k-tym bodźcem (tzw. współczynnik fenomenologiczny). X_k jest bodźcem termodynamicznym wyrażonym w postaci:

$$X_k = -\mathrm{grad}\mu_k \tag{8.2}$$

gdzie μ_k — potencjał chemiczny k-tego składnika.

Istotną relację między współczynnikami fenomenologicznymi wprowadza zasada Onsagera. Ma ona postać:

$$L_{ik} = L_{ki} \qquad \text{dla } k \neq i \tag{8.3}$$

W naszym układzie pomiarowym występują dwa strumienie: objętościowy, J_v i dyfuzyjny, J_d.

Układ równań fenomenologicznych dla tych strumieni ma postać:

$$\begin{aligned} J_v &= L_{pp}\Delta p + L_{pd}\Delta\pi \\ J_d &= L_{dp}\Delta p + L_{dd}\Delta\pi \end{aligned} \tag{8.4}$$

gdzie L_{pp}, L_{pd}, L_{dp} i L_{dd} są współczynnikami fenomenologicznymi (zamiast wskaźników i oraz k, jak w równaniu (8.1), zostały wykorzystane tu symbole p i d, mające zasugerować związek z różnicą ciśnień, która wywołuje przepływ objętościowy oraz ze słowem „dyfuzja"), a Δp i $\Delta\pi$, odpowiednio, różnicę ciśnień mechanicznych i osmotycznych.

Strumienie J_v i J_d mają wymiar prędkości. Strumień objętościowy, J_v, zdefiniowany jest jako wydatek dV/dt przepływu roztworu na jednostkę powierzchni S membrany:

$$J_v = \frac{dV}{Sdt} \tag{8.5}$$

Dla roztworu rozcieńczonego jest praktycznie równy prędkości v_w przenikania cząsteczek rozpuszczalnika względem membrany.

Strumień dyfuzyjny J_d, jest określony jako prędkość v_s cząsteczek substancji rozpuszczonej względem rozpuszczalnika:

$$J_d = v_s - v_w. \tag{8.6}$$

Sens fizyczny współczynników L_{pp}, L_{pd}, L_{dp} i L_{dd} można znaleźć, zakładając kolejno $\Delta\pi = 0$, lub $\Delta p = 0$. Jeżeli $\Delta\pi = 0$ (co oznacza, że stężenia roztworów po obydwu stronach membrany są jednakowe), to strumień J_v jest funkcją liniową różnicy ciśnień Δp. Współczynnik proporcjonalności L_{pp} między J_v i Δp nazywa się współczynnikiem filtracji, a zjawisko przepływu roztworu pod wpływem Δp – filtracją. Współczynnik filtracji jest liczbowo równy strumieniowi objętościowemu roztworu przez membranę w wyniku działania jednostkowej różnicy ciśnień Δp:

$$L_{pp} = \left(\Delta p\right)_{\Delta\pi=0} \tag{8.7}$$

Przepływ substancji rozpuszczonej (określony strumieniem dyfuzyjnym J_d) tylko pod wpływem różnicy ciśnień Δp nazywa się ultrafiltracją. Współczynnik ultrafiltracji L_{dp} zdefiniowany jest następująco:

$$L_{dp} = \left(\frac{J_d}{\Delta p}\right)_{\Delta\pi=0} \tag{8.8}$$

Zakładając z kolei $\Delta p = 0$ i $\Delta\pi \neq 0$, można podobnie zdefiniować pozostałe współczynniki – L_{pd} i L_{dd}:

$$L_{pd} = \left(\frac{J_v}{\Delta\pi}\right)_{\Delta p=0}, \quad L_{dd} = \left(\frac{J_d}{\Delta\pi}\right)_{\Delta p=0} \tag{8.9}$$

Na podstawie relacji Onsagera (8.3) mamy:

$$L_{pd} = L_{dp} \tag{8.10}$$

Warto zauważyć, że na podstawie równań (8.4, 8.6 i 8.8) zachodzą następujące relacje między współczynnikami L_{pp} i L_{pd}:

a) w przypadku błony przepuszczalnej dla cząsteczek rozpuszczalnika, a nieprzepuszczalnej dla cząsteczek substancji rozpuszczonej (czyli tzw. membrany półprzepuszczalnej):

$$L_{pd} = -L_{pp} \text{ lub } -\frac{L_{pd}}{L_{pp}} = 1 \tag{8.11}$$

b) dla membrany, która łatwiej przepuszcza rozpuszczalnik niż ciało rozpuszczone:

$$L_{pd} < -L_{pp} \text{ lub } -\frac{L_{pd}}{L_{pp}} < 1 \tag{8.12}$$

c) gdy błona jednakowo łatwo przepuszcza cząsteczki substancji rozpuszczonej i cząsteczki rozpuszczalnika (mówimy, że membrana jest nieselektywna), wtedy:

$$L_{pd} = 0 \text{ lub } -\frac{L_{pd}}{L_{pp}} = 0 \tag{8.13}$$

Stosunek współczynników fenomenologicznych L_{pd} i L_{pp} nazwany jest współczynnikiem odbicia σ:

$$\sigma = -\frac{L_{pd}}{L_{pp}} \tag{8.14}$$

Jak z powyższego, współczynnik ten jest miarą selektywności membrany ze względu na przepuszczalność składników roztworu i może przyjmować wartości w przedziale od 0 do 1.

Podstawiając współczynnik odbicia do pierwszego z równań (8.4), możemy wyrazić strumień objętościowy J_v w postaci:

$$J_v = L_{pp}\left(\Delta p - \sigma\Delta\pi\right) \tag{8.15}$$

Wyrażenie to nosi nazwę równania Kedem-Katchalsky'ego na strumień objętościowy roztworu przez membranę, przy czym wymaga ono założenia, że rozważany roztwór jest nieelektrolityczny.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynników filtracji L_{pp} i odbicia σ membrany. Współczynniki te można wyznaczyć, mierząc strumień objętościowy J_v przez błonę dla odpowiednio zadanych wartości $\Delta\pi$ i Δp.

W zastosowanym układzie pomiarowym (rys. 8.2) badana membrana M rozdziela przedziały A i B, wypełnione roztworami o zadanych stężeniach substancji rozpuszczonej. Różnica ciśnień Δp regulowana jest wysokością h słupa cieczy w przedziale A:

$$\Delta p = \gamma h \tag{8.16}$$

gdzie γ – ciężar właściwy roztworu.

Strumień objętościowy J_v wyznaczamy na podstawie pomiaru szybkości dx/dt przesuwania się czoła cieczy w kapilarze K:

$$J_v = \frac{\pi r^2}{S}\frac{dx}{dt} \tag{8.17}$$

gdzie x jest położeniem czoła cieczy w kapilarze, a r – promieniem kapilary.

Mierząc J_v przy $\Delta\pi = 0$ i $\Delta p \neq 0$, możemy wyznaczyć współczynnik L_{pp} wprost ze wzoru definiującego tę wielkość (8.4).

Mierząc z kolei J_v dla $\Delta\pi \neq 0$ (Δp może być w tym przypadku dowolne), wyznaczymy współczynnik odbicia σ z równania Kedem-Katchalsky'ego. Przekształcenie tego równania (z uwzględnieniem, że w zastosowanym układzie pomiarowym gradienty ciśnień osmotycznego i hydrostatycznego mają zwroty przeciwne) prowadzi do następującego wyrażenia na σ:

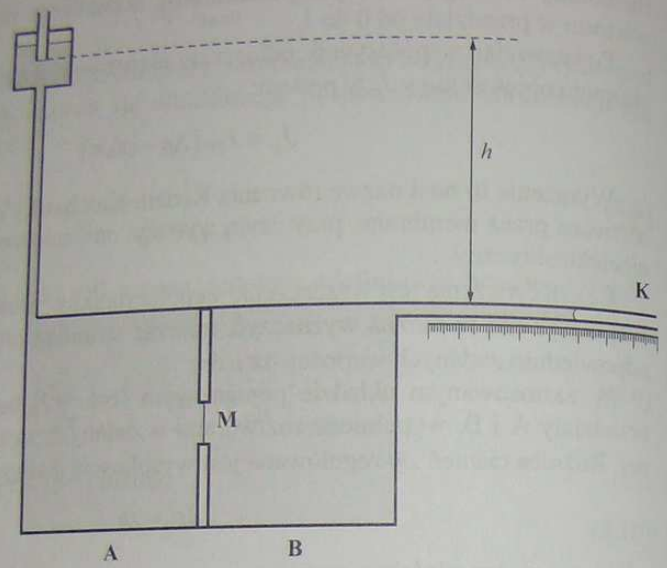
$$\sigma = \frac{J_v - L_{pp}\Delta p}{L_{pp}\Delta\pi} \tag{8.18}$$

Różnicę ciśnień osmotycznych $\Delta\pi$ obliczamy ze wzoru van't Hoffa:

$$\Delta\pi = RT\Delta c \tag{8.19}$$

gdzie:

Δc – różnica stężeń substancji rozpuszczonej po obu stronach błony,
T – temperatura,
R – stała gazowa.



Rys. 8.2

Do wykonania ćwiczenia przewidziane są dwa zestawy pomiarowe. W pierwszym zestawie różnica stężeń Δc substancji rozpuszczonej jest równa zeru, a więc przepływ objętościowy obserwowany w kapilarze wywołany jest wyłącznie różnicą ciśnień Δp. Zestaw ten przeznaczony jest do wyznaczania współczynnika filtracji L_{pp} błony.

W drugim z zestawów (przeznaczonym do wyznaczania współczynnika odbicia) różnica stężeń Δc jest różna od zera, w związku z czym strumień objętościowy jest funkcją zarówno Δp, jak i $\Delta\pi$, zgodnie z równaniem (8.9).

Przebieg ćwiczenia:

1. Opróżniamy kapilary K w obydwu zestawach pomiarowych. W tym celu wprowadzamy do wnętrza kapilary igłę połączoną ze strzykawką i odciągamy ciecz znajdującą się w kapilarze.
2. Odczytujemy położenia początkowe $x_1(t = 0)$, $x_2(t = 0)$ czoła cieczy w kapilarach obydwu zestawów pomiarowych (indeksy „1" i „2" oznaczają numery zestawów).
3. Włączamy stoper i notujemy położenia x_1, x_2 czoła cieczy w kapilarach jako funkcje czasu. Liczba odczytów powinna wynosić co najmniej 5 dla każdego zestawu pomiarowego.
4. Odczytujemy temperaturę T z termometru umieszczonego na sali oraz notujemy wysokości h_1, h_2 słupów cieczy, powierzchnie S_1, S_2 membran, promienie r_1, r_2 kapilar i różnicę stężeń Δc substancji rozpuszczonej (ta ostatnia wielkość dotyczy układu nr 2).
5. Sporządzamy wykresy zależności $x_1(t)$, $x_2(t)$ i obliczamy ich współczynniki kierunkowe $dx_1(t)/dt$, $d_2(t)/dt$.
6. Obliczamy, na podstawie wzoru (8.17), strumienie objętościowe J_{v1}, J_{v2}.

7. Obliczamy współczynnik filtracji L_{pp} ze wzoru (8.7), pamiętając o tym, aby podstawione wielkości J_v i Δp odnosiły się do układu, w którym różnica stężeń Δc substancji rozpuszczonej była równa zeru.
8. Obliczamy współczynnik odbicia σ, korzystając ze wzorów (8.18) i (8.19). Do wzoru (8.18) należy podstawić strumień objętościowy J_v i różnicę ciśnień Δp związane z układem, w którym $\Delta c \neq 0$.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 8

Zestaw pomiarowy nr 1

t	x_1	S_1	r_1	h_1
s	m	m^2	m	m
0				

Zestaw pomiarowy nr 2

t	x_2	T	S_2	r_2	Δc	h_2
s	m	K	m^2	m	mol/m^3	m
0						

J_{v1}	J_{v2}	$\Delta\pi$	Δp_1	Δp_2	L_{pp}	σ
m/s	m/s	N/m^2	N/m^2	N/m^2	m^3/Nm	

Indeksy dolne „1" lub „2" odnoszą się odpowiednio do zestawu pomiarowego nr 1 lub zestawu nr 2.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Od czego zależy ciśnienie osmotyczne roztworu?
2. Sformułować warunek równowagi termodynamicznej w roztworze.
3. Omówić przypadek równowagi osmotycznej w roztworze.
4. Jaki jest strumień dyfuzyjny przez membranę, jeśli cząsteczki substancji rozpuszczonej poruszają się w niej z prędkością 300 nm/s, a strumień objętościowy ma wartość 900 nm/s?
5. Jaką właściwość membrany wyraża współczynnik odbicia; jaką ma wartość w przypadku, gdy pod wpływem ciśnienia mechanicznego cząsteczki rozpuszczalnika poruszają się w membranie dwa razy szybciej niż cząsteczki substancji rozpuszczonej?

Ćwiczenie 9

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA PRZEWODNOŚCI WODNEJ I WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI GLEBY

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem i ich jednostki oraz omówienie zjawiska lepkości, przepływu cieczy rzeczywistej (lepkiej) i idealnej (nielepkiej), prawa Poiseuille'a i równania Bernoulli'ego, prawa ciągłości, prawa Darcy'ego, równań fenomenologicznych transportu (patrz ćwiczenie 8) i zasady działania butli Mariotte'a oraz działania zastosowanego układu pomiarowego.

Kiedy obserwujemy przepływ cieczy na krótkim odcinku dość szerokiego przewodu pozbawionego przeszkód, ruch można wystarczająco dobrze przedstawić w ramach modelu cieczy idealnej (doskonałej). Pokazują to wyniki ćwiczenia 7. w naszej pracowni, gdzie dla przepływu wody wodociągowej przez układ pomiarowy potwierdza się w przybliżeniu stosowalność prawa Bernoulli'ego opisującego przepływ tejże cieczy idealnej.

Podczas przepływu cieczy doskonałej nie występują w niej siły lepkości.

W szczególności dla krótkiego, np. 20-centymetrowego odcinka przewodu wodociągowego o stałym przekroju, ułożonego poziomo, nie stwierdzilibyśmy spadku ciśnienia, czyli różnicy ciśnień $p_1 - p_2$ między wlotem i wylotem przewodu, niezależnie od prędkości przepływu wody.

W przypadku długiej rurki o mniejszym przekroju, przez którą płynie woda (doświadczenie Poiseuille'a, ćwiczenie 14. w pracowni), obserwujemy wyraźny spadek ciśnienia wzdłuż przewodu. Przypadek ten stanowi przykład rzeczywistych warunków przepływu cieczy, która zachowuje się wtedy jak ciecz rzeczywista.

Podczas przepływu cieczy rzeczywistej występują w niej siły lepkości.

Aby ciecz rzeczywista płynęła przez taki poziomy przewód, z odpowiednim i określonym natężeniem (wydatkiem), potrzebna jest różnica ciśnień $p_1 - p_2$. Nieruchome ściany wąskiego przewodu wywołują w całej objętości przepływającej cieczy poprzeczne gradienty prędkości, którym towarzyszą siły tarcia wewnętrznego (siły lepkości). Cały przewód stawia opór przewodzeniu wody, co opisuje prawo Poiseuille'a.

Jeśli woda płynie przez materiał porowaty o matrycy spójnej (cegła, sączek papierowy, ceramiczny lub włókninowy filtr do oczyszczania wody) czy luźnej (np. piasek, gleba), w labiryncie kanalików i w przestrzeniach między ziarnami mamy do czynienia ze zjawiskiem lepkości, a także ze zjawiskami adsorpcji, adhezji, napięcia powierzchniowego. Próbka takiego materiału, jako całość, wykazuje pewne przewodnictwo wodne, lecz przede wszystkim stawia duży opór przepływowi wody, czemu towarzyszy znaczny spadek ciśnienia $p_1 - p_2$.

Obserwując przemieszczanie się wody w glebie, stwierdzono na drodze doświadczalnej istnienie związku między szybkością przepływu wody przez warstwę gleby i czynni-

kami za ów przepływ odpowiedzialnymi. Ustalona zależność empiryczna opisująca ten przepływ sformułowana jest w następującej postaci:

$$\frac{V}{t} = K\frac{\Delta p}{l}S \tag{9.1}$$

gdzie:
V [m^3] – objętość przepływającej wody,
t [s] – czas przepływu,
Δp [Pa] – różnica ciśnień,
l [m] – grubość warstwy gleby,
S [m^2] – powierzchnia przekroju poprzecznego gleby,
K [m^{4}N^{-1}s^{-1}] – współczynnik przewodności wodnej gleby zależny od jej rodzaju i struktury.

Można tu zauważyć pewną analogię do prawa Ohma opisującego przepływ prądu elektrycznego przez przewodnik:

$$\frac{Q}{t} = \sigma\frac{\Delta U}{l}S$$

oraz do innych praw opisujących przepływ substancji lub energii przez ośrodek materialny, jak np.:

$$\frac{\Phi}{t} = \lambda\frac{\Delta T}{l}S$$

(przewodzenie ciepła)

lub:

$$\frac{m}{t} = D\frac{\Delta c}{l}S$$

(dyfuzja)

Zakładając, iż przepływ wody przez daną warstwę gleby jest stacjonarny i zachodzi pod wpływem różnicy ciśnień hydrostatycznych Δp_h, otrzymamy po podzieleniu równości (9.1) obustronnie przez S, iż:

$$\frac{V}{St} = j_v = K\frac{\Delta p_h}{l} \tag{9.2}$$

lub w postaci różniczkowej:

$$\frac{dV}{Sdt} = K\frac{dp_h}{dl} = j_v = -K\ grad\ p_h \tag{9.3}$$

gdzie:
j_v [ms^{-1}] – strumień objętościowy wody.

Równości (9.2) i (9.3) przedstawiają prawo Darcy'ego mówiące, iż strumień objętościowy wody jest wprost proporcjonalny do gradientu ciśnienia.

Ponieważ:

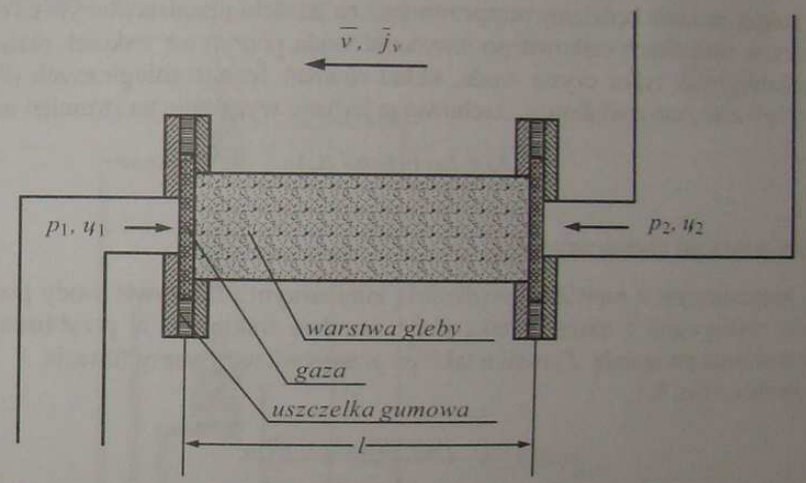
$$\Delta p_h = \gamma_w h \tag{9.4}$$

gdzie:
γ_w [Nm^{-3}] – ciężar właściwy wody
h [m] – różnica wysokości słupów wody,

otrzymamy po podstawieniu (9.4) do (9.2) i po prostym przekształceniu wzór pozwalający obliczyć współczynnik przewodności wodnej gleby:

$$K = \frac{Vl}{\gamma_w hSt} \tag{9.5}$$

Bardzo uproszczonym modelem warstwy gleby, w której zachodzi przepływ, jest walec utworzony z zagęszczonego (ubitego) czystego piasku kwarcowego przedstawiony na rys. 9.1. Ten walec piaskowy zamknięty jest z obu stron gęstymi warstwami gazy nieprzepuszczalnymi dla ziarenek piasku, przepuszczalnymi natomiast dla wody.



Rys. 9.1

Przepływ wody przez warstwę gleby można też traktować jako jeden z przykładów transportu substancji w ośrodku materialnym. Zgodnie z założeniem czynionym w liniowej termodynamice procesów nieodwracalnych strumienie transportowanych wielkości można przedstawić w postaci:

$$J_i = \sum_k L_{ik} X_k \tag{9.6}$$

gdzie:
J_i – strumień i-tego składnika,
L_{ik} – współczynnik fenomenologiczny,
X_k – k-ty bodziec termodynamiczny.

Bodziec termodynamiczny jest z kolei równy gradientowi odpowiedniego potencjału chemicznego zgodnie z zależnością:

$$X_k = -\,grad\,\mu_k \tag{9.7}$$

gdzie:
μ_k – potencjał chemiczny k-tego składnika.

Uwaga: Pozostałe informacje konieczne do zrozumienia dalszego ciągu wyprowadzeń zawarte są w ćwiczeniu 8.

Ogólnie rzecz biorąc, moglibyśmy rozważać przepływ zawiesiny cząstek gleby w roztworze wodnym różnych elektrolitów i nieelektrolitów, wypełniającym warstwę tej gleby. Należałoby wtedy uwzględnić strumień objętościowy czystej wody, strumień cząstek gleby i strumienie dyfuzyjne substancji rozpuszczonych w roztworze wodnym oraz rozważyć wpływ ciśnienia mechanicznego i osmotycznego na wielkość tych strumieni.

Gdy jednak badania będziemy przeprowadzać na modelu przedstawionym na rys. 9.1, przez który w warunkach całkowitego nasycenia wodą przepływa wskutek różnicy ciśnień mechanicznych tylko czysta woda, układ równań fenomenologicznych (9.6) będziemy mogli znacznie zredukować, zachowując jedynie wyrażenie na strumień wody:

$$J_w = L_{11}\,(-grad\,\mu_w) \tag{9.8}$$

gdzie
μ_w oznacza potencjał chemiczny wody.

Przy zachodzącym z niewielką prędkością laminarnym przepływie wody piasek nie jest zatem wymywany i możemy taką ubitą warstwę traktować w przybliżeniu jako sztywną porowatą przegrodę. Zjawisko takiego przepływu nazywamy filtracją.

Jak wynika z rys. 9.1,

$$grad\,\mu_w = -\frac{\mu_{w2} - \mu_{w1}}{l} = -\frac{\Delta\mu_w}{l} \tag{9.9}$$

bowiem przepływ odbywa się wbrew gradientowi potencjału chemicznego, a zgodnie z jego spadkiem. W wyrażeniu tym l oznacza długość walca glebowego, a $\Delta\,\mu_w$ różnicę potencjałów chemicznych wody po obu stronach tego walca.

Podstawiając (9.9) do (9.8), otrzymamy:

$$J_w = \frac{L_{11}}{l}\,\Delta\mu_w \tag{9.10}$$

Gdy przepływ taki odbywa się w stałej temperaturze, można po stosunkowo prostych rozważaniach termodymicznych (które w tym opisie pomijamy) dojść do wyrażenia na strumień objętościowy wody w postaci:

$$j_v = L_{pp}\,\Delta\,p_h \tag{9.11}$$

Porównując (9.11) z (9.2), otrzymamy:

$$L_{pp}\,\Delta p_h = \frac{V}{St},$$

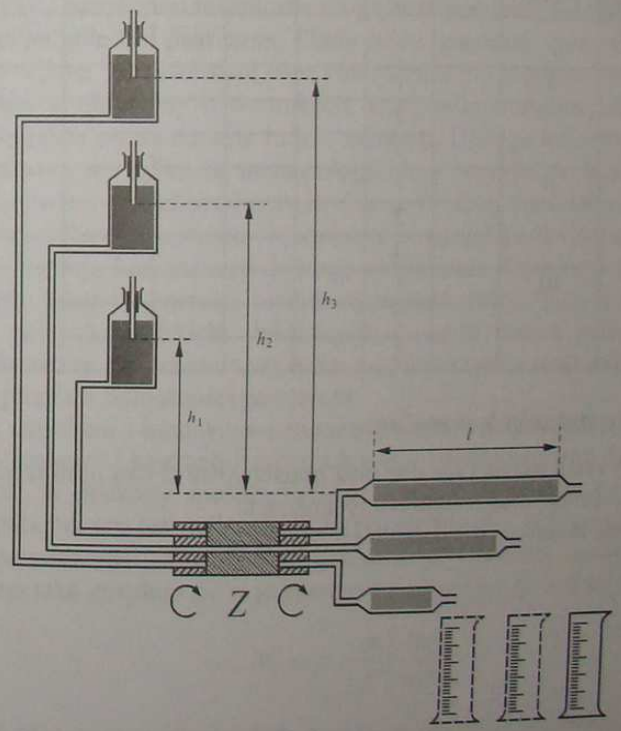
skąd

$$L_{pp} = \frac{V}{\Delta p_h St}$$

Uwzględniając (9.4), otrzymamy:

$$L_{pp} = \frac{V}{\gamma_w h St} \tag{9.12}$$

Wykonanie ćwiczenia polega na pomiarze czasów przepływu określonej objętości wody przez warstwę gleby, przy trzech różnych wartościach gradientu ciśnienia hydrostatycznego. Schemat układu pomiarowego przedstawiony jest na rys. 9.2. Zasadniczą jego część stanowią rurki o różnej długości, wypełnione glebą. Gradient ciśnienia hydrostatycznego regulowany jest zaworem Z łączącym wybraną rurkę pomiarową z trzema butlami Mariotte`a.



Rys. 9.2

Przebieg ćwiczenia:

1. Wyznaczamy długość wybranego walca glebowego, mierząc w tym celu równą jej odległość między środkami uszczelek za pomocą suwmiarki.
2. Celem odpowietrzenia rurki i ustabilizowania struktury walca glebowego w rurce przepuszczamy przez nią niewielką ilość wody w ciągu 1 min.
3. Po odpowietrzeniu rurki mierzymy czasy wypływu 25 ml wody z rurki zawierającej badany przez nas walec glebowy. Pomiary wykonujemy, podłączając rurkę kolejno do poszczególnych butli Mariotte`a.
4. Sporządzamy wykres zależności strumienia objętościowego wody od gradientu ciśnienia hydrostatycznego [wzór (9.3)].
5. Wyznaczamy współczynnik K na podstawie sporządzonego wykresu oraz obliczamy go ze wzoru (9.5).
6. Obliczamy L_{pp} ze wzoru (9.12).
7. Porównujemy znalezione wartości K i L_{pp}.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 9

V	γ_w	S	Numer próbki	l		t	h	j_v	Δp	L_{pp}	K
m^3	Nm^{-3}	m^2		m		s	m	ms^{-1}	Nm^{-2}	$m^3N^{-1}s^{-1}$	$m^4N^{-1}s^{-1}$
			I		1						
					2						
					3						
			II		1						
					2						
					3						
			III		1						
					2						
					3						

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić ciecz rzeczywistą i idealną oraz podstawowe prawa nimi rządzące.
2. Przedstawić definicję oraz interpretację lepkości.
3. Omówić zasadę budowy i działania butli Mariotte'a.

Ćwiczenie 10

POMIAR WILGOTNOŚCI POWIETRZA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości i pojęć fizycznych występujących w ćwiczeniu oraz ich jednostek miary, I zasada termodynamiki, prawa transportu ciepła, istota zjawisk parowania i skraplania z makro- i mikroskopowego punktu widzenia oraz prawa nimi rządzące, w szczególności zależności prężności i gęstości pary nasyconej od temperatury, omówienie przemian gazowych (równanie Clapeyrona i warunki jego stosowania), różnic i podobieństw między parami i gazami (m.in. równanie Van der Waalsa, temperatura krytyczna), a także zjawiska termoelektrycznego i jego wykorzystania do pomiaru temperatury.

Zawartość pary wodnej w powietrzu może zmieniać się w szerokich granicach, co nawet w języku potocznym opisujemy, mówiąc, że powietrze jest suche lub wilgotne. Wszelkie maszyny i urządzenia techniczne mogą bezawaryjnie pracować jedynie w określonym zakresie wilgotności powietrza. Płody rolne, produkty spożywcze, nawozy, leki i in. środki chemiczne, jeśli nie mają ulec zniszczeniu lub zepsuciu, powinny być przechowywane tylko w określonych warunkach, m.in. wilgotnościowych. Od wilgotności powietrza zależy także samopoczucie ludzi i zwierząt. Dlatego wilgotność powietrza jest ważnym parametrem nie tylko w meteorologii, lecz również w technice eksploatacji maszyn, chłodnictwie i przechowalnictwie. Coraz częściej spotykana klimatyzacja pomieszczeń i powszechne stosowanie chłodnictwa w przechowalnictwie artykułów łatwo psujących się stwarzają konieczność dobrego rozumienia fizycznych podstaw pomiaru wilgotności przez adeptów szeroko rozumianych nauk rolniczych, a zarazem potrzebę wprowadzania nowych, szybkich, dokładnych i tanich metod pomiaru wilgotności. W ćwiczeniu skupiamy się przede wszystkim na pierwszym z tych celów, poznając klasyczne metody pomiaru wilgotności powietrza.

Postrzeganą zmysłami i intuicyjnie rozumianą wilgotność powietrza charakteryzujemy w meteorologii, technice i naukach fizycznych ściśle zdefiniowanymi parametrami mającymi wskazywać, w umowny sposób, zawartość wody (w postaci pary) w powietrzu. Najprostszym parametrem jest **wilgotność bezwzględna** W_b, przez którą – z czysto fizycznego punktu widzenia – rozumiemy gęstość ρ pary wodnej zawartej w powietrzu, a więc masę pary, jaka znajduje się w jednostkowej objętości, tj. w 1 m^3 powietrza:

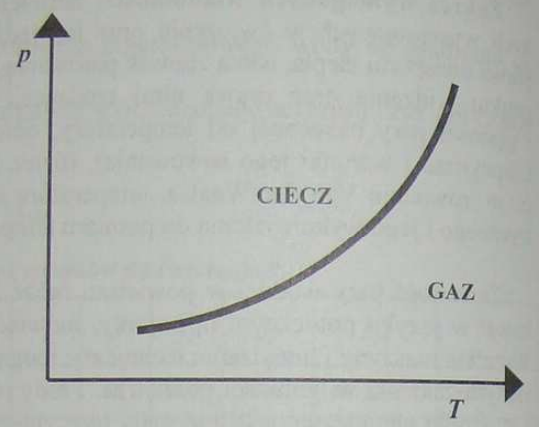
$$W_b = \rho = \frac{m}{V}\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] \tag{10.1}$$

gdzie m oznacza masę pary wodnej znajdującej się w objętości V powietrza.

W danej temperaturze gęstość pary wodnej ρ nie może przyjmować wartości większej od pewnej wartości maksymalnej ρ_n. Podobnie jest z ciśnieniem (albo, jak wolą technicy, prężnością) pary p: w danej temperaturze może przyjmować wartość nie większą od

pewnej maksymalnej wartości p_n. Para taka o gęstości ρ_n i ciśnieniu p_n jest w równowadze termodynamicznej ze swoją cieczą, tu – wodą. Nazywamy ją **parą nasyconą**. Para o gęstości mniejszej od ρ_n i ciśnieniu mniejszym od p_n jest **parą nienasyconą**. Nie znajduje się ona w równowadze ze swoją cieczą, gdyż w takich warunkach będzie zachodziło dalsze odparowywanie cieczy (wody), jeżeli tylko dostępne będą jej zasoby. Z równania Clapeyrona łatwo wykazać, że ciśnienie p i gęstość pary ρ są do siebie wprost proporcjonalne.

Gęstość ρ_n i prężność p_n pary nasyconej zależą jedynie od temperatury. Do celów laboratoryjnych i technicznych zostały one stabelaryzowane na podstawie dokładnych pomiarów. Tabele takie znajdziemy w zbiorach wielkości fizykochemicznych, a uproszczoną ich wersję zamieszczono na końcu opisu ćwiczenia. Zależność $p_n(T)$ (w przybliżeniu eksponencjalna) przedstawiona w postaci wykresu to tzw. krzywa równowagi ciecz-para (rys. 10.1). Fakt, że w powietrzu atmosferycznym nad powierzchnią swobodną cieczy oprócz pary wodnej są jeszcze inne gazy (tlen, azot), nie ma specjalnego znaczenia dla równowagi lub jej braku (patrz jednak uwagi niżej). Trzeba tylko wtedy rozpatrywać nie ciśnienie całkowite całej atmosfery, a jedynie *ciśnienie cząstkowe* (*parcjalne*) pary wodnej.



Rys. 10.1

Jeśli para wodna w powietrzu jest w stanie nasycenia, to wilgotność bezwzględna W_b osiąga maksymalną wartość, równą oczywiście gęstości ρ_n pary nasyconej w danej temperaturze. Nazywamy ją **wilgotnością maksymalną** W_m. Wilgotność bezwzględna najczęściej nie osiąga wartości W_m, a niekiedy może być nawet zerowa (zupełny brak wody w powietrzu, co zdarza się niezmiernie rzadko). Wartości bezwzględne nie oddają jednak najlepiej naszego subiektywnego odczucia tego, czy powietrze jest suche, czy wilgotne. Lepszym miernikiem, zgodnym z naszym doświadczeniem, jest **wilgotność względna** W_w, którą definiujemy jako stosunek wilgotności bezwzględnej W_b do wilgotności maksymalnej W_m w danej temperaturze. Zgodnie z tym, co napisano wyżej, będzie to stosunek gęstości ρ pary wodnej zawartej w powietrzu do gęstości ρ_n pary wodnej nasyconej w tej samej temperaturze. Wielkość tę najczęściej wyrażamy w procentach:

$$W_w = \frac{W_b}{W_m} \cdot 100\% = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\% \qquad (10.2)$$

Wilgotność względna pokazuje więc *stopień nasycenia* pary znajdującej się w powietrzu. Nasze zmysły reagują podobnie. Odczuwamy nie tyle, czy w powietrzu jest dużo, czy mało wody, ile raczej to, że woda ta jest w postaci pary bardziej lub mniej nasyconej. Na co dzień posługujemy się więc najczęściej tym właśnie parametrem.

10.1. Metoda punktu rosy (kondensacyjna)

Punktem rosy nazywamy temperaturę T_r, w której para wodna zawarta w powietrzu przechodzi w stan nasycenia. Z reguły wilgotność powietrza wynosi mniej niż 100%, czyli para wodna w powietrzu nie jest nasycona, ale może stać się taką, gdy obniżymy temperaturę. O tym, że osiągnięty został stan nasycenia, przekona nas skraplanie się pary, najpierw na metalowych powierzchniach, które łatwo odprowadzają ciepło wydzielane przy skraplaniu. Zjawisko takie możemy łatwo zaobserwować w chłodne poranki. W naszym doświadczeniu nie będziemy oczywiście obniżać temperatury w całym pomieszczeniu, a schłodzimy jedynie małą wypolerowaną płytkę metalową. Gdy oziębi się ona do temperatury punktu rosy, wówczas na jej powierzchni pojawi się mgiełka skroplonej pary, co można zaobserwować, bo lustrzana powierzchnia straci połysk. Pojawienie się mgiełki skroplonej pary wodnej na lustrze oznacza, że para wodna zawarta w powietrzu właśnie przeszła w stan nasycenia. Z tabeli wilgotności maksymalnych możemy odczytać jej gęstość $\rho_n(T_r)$ albo, jak kto woli, wilgotność maksymalną $W_m(T_r)$ dla temperatury punktu rosy T_r. Jest to jednocześnie wilgotność bezwzględna powietrza w pomieszczeniu (przecież nie zmienialiśmy ilości pary w powietrzu; jedynie obniżyliśmy temperaturę i to do tego w maleńkim obszarze), a więc:

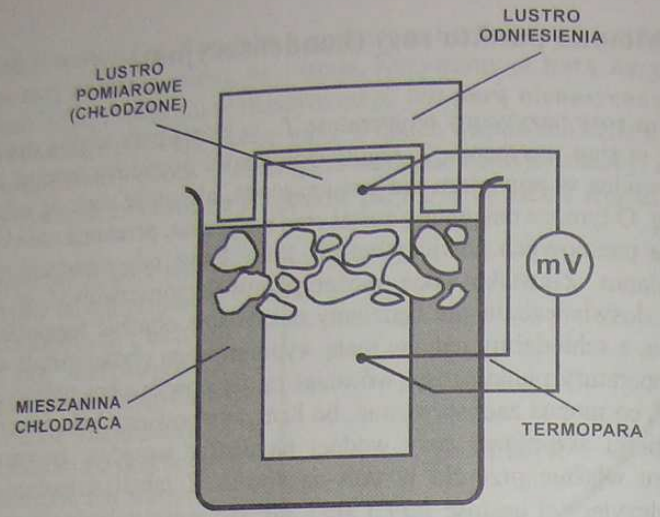
$$W_r(T_r) = W_b(T_{otoczenia}) \qquad (10.3)$$

Warto zdać sobie sprawę z tego, że metoda kondensacyjna jest metodą bezwzględną – nie wymaga cechowania przyrządu w oparciu o pomiary innymi metodami.

Sposób chłodzenia płytki jest zupełnie dowolny. Można użyć cieczy chłodzonej w agregacie chłodniczym dowolnej konstrukcji, zastosować zjawisko Peltiera albo szybkie odparowywanie lotnej cieczy, najczęściej eteru, która intensywnie parując kosztem swej energii wewnętrznej, obniża swoją temperaturę (higrometr kondensacyjny Lambrechta lub Daniella). W naszej pracowni oziębiamy płytkę, zanurzając po prostu jej dolną część w mieszaninie wody z lodem (rys. 10.2). Dzięki dużemu przewodnictwu cieplnemu metalu temperatura lustra wystającego ponad powierzchnię mieszaniny chłodzącej obniża się z szybkością odpowiednią do naszych obserwacji. Aby łatwiej było uchwycić moment pojawienia się mgiełki skroplonej pary na lustrze, wokół niego znajduje się tak samo wypolerowana płytka metalowa, ale izolowana cieplnie od cieczy chłodzącej, a więc nie zachodząca parą (rys. 10.2). Temperaturę płytki mierzymy za pomocą termopary miedź–konstantan, której jedno złącze znajduje się w wodzie z lodem (0°C), a drugie przylutowane jest do lustra, co daje dobry kontakt cieplny. Wyznaczona doświadczalnie stała a termopary opisująca liniową zależność między napięciem i różnicą temperatur pomiędzy jej złączami jest podana w pracowni. Temperaturę T_r punktu rosy wyznaczamy ze wzoru:

$$T_r = \frac{U_r}{a} + 273[K] \qquad (10.4)$$

gdzie U_r jest zmierzonym napięciem między złączami termopary w chwili pojawienia się rosy na lustrze.



Rys. 10.2

Przebieg pomiarów:

1. Przełączamy miernik w tryb pomiaru napięcia i ustawiamy zakres na najwyższą wartość.
2. Umieszczamy część pomiarową przyrządu w naczyniu z kąpielą chłodzącą.
3. Obserwujemy powierzchnię chłodzonego lustra; w momencie pojawienia się rosy odczytujemy napięcie U_r wskazywane przez miernik (w trakcie pomiaru może zajść konieczność zmiany zakresu miernika). Należy zwrócić uwagę, by w trakcie obserwacji nie „chuchać" na lustro.
4. Pomiar powtarzamy kilkakrotnie. W tym celu ogrzewamy powierzchnię lustra strumieniem ciepłego powietrza z suszarki tak, by mgiełka całkowicie znikła. Pamiętajmy o uprzednim ustawieniu przełącznika zakresów na najwyższą wartość i wyjęciu części pomiarowej z kąpieli chłodzącej!
5. Obliczamy średnią wartość $U_{r,śr}$ zmierzonego napięcia U_r i dla niej wyznaczamy wartość temperatury punktu rosy T_r ze wzoru (10.4).
6. Znając temperaturę punktu rosy T_r, odczytujemy z tabeli gęstości pary nasyconej wilgotność bezwzględną powietrza W_b (wzór 10.4), a znając temperaturę powietrza $T_{otoczenia}$ w pomieszczeniu, odczytujemy analogicznie wilgotność maksymalną W_m w temperaturze otoczenia i obliczamy wilgotność względną W_w ze wzoru (10.2).

Tabela pomiarów i wyników do metody punktu rosy

Lp.	U_r	$U_{r,śr}$	T_r	$T_{otoczenia}$	W_r	W_w
	mV	mV	K	K	kg/m^3	%
1						
2						
3						
4						
5						

10.2. Metoda psychrometryczna

W metodzie tej korzystamy ze znanego w praktyce związku między szybkością parowania wody i wilgotnością otaczającego powietrza: parowanie zachodzi tym intensywniej, im bardziej suche jest powietrze. Parowanie nie zachodzi jedynie wtedy, gdy wilgotność powietrza jest stuprocentowa, tzn. para wodna w powietrzu jest nasycona, co zdarza się rzadko. Jeżeli więc umiemy wyznaczyć szybkość parowania bądź przynajmniej znaleźć jakiś czynnik od niej zależny (najlepiej liniowo), to możemy wyznaczyć również wilgotność bezwzględną W_b. Ideę tę wykorzystano w **psychrometrze aspiracyjnym** (rys. 10.3). Przyrząd składa się z dwóch jednakowych termometrów. Na zbiorniczek z rtęcią jednego z nich, zwanego termometrem wilgotnym lub mokrym, nałożona jest zwilżona wodą koszulka z higroskopijnego materiału, najczęściej bawełny (batyst, muślin). Drugi termometr, zwany suchym, jest swobodnie opływany przez powietrze. Każdy z termometrów wskazuje w istocie temperaturę swojego zbiorniczka z rtęcią. Naczynko termometru suchego jest w równowadze cieplnej z powietrzem, czyli termometr ten pokazuje temperaturę otoczenia, natomiast ze zbiorniczka termometru wilgotnego pobierane jest ciepło na parowanie wody, co prowadzi do jego ochładzania, a tym samym niższych wskazań tego termometru. Z kolei, wytworzona między zbiorniczkiem termometru wilgotnego i otoczeniem różnica temperatur powoduje dopływ energii od cieplejszego teraz powietrza. Dość szybko ustala się stan stacjonarny, w którym szybkość utraty ciepła wskutek parowania jest równa szybkości dopływu ciepła z otoczenia. Temperatury obu termometrów stabilizują się. Pamiętając, że strumień ciepła jest proporcjonalny do różnicy temperatur, wnioskujemy, że różnica temperatur na obu termometrach jest proporcjonalna do szybkości pobierania ciepła przez parującą wodę (czyli, w istocie, do intensywności parowania), a ta z kolei jest związana z wilgotnością. W typowych warunkach pomiaru (w zakresie temperatur 0÷30°C) zależność między wilgotnością bezwzględną W_b i różnicą temperatur wskazywaną przez termometry jest, w dobrym przybliżeniu, liniowa i wyraża się wzorem:

$$W_b = W'_m - k(T_1 - T_2) \tag{10.5}$$

gdzie:

T_1 – temperatura termometru suchego,
T_2 – temperatura termometru wilgotnego,
W'_m – wilgotność maksymalna w temperaturze T_2 wskazywanej przez termometr wilgotny,
k – współczynnik wyznaczany doświadczalnie dla konkretnego przyrządu (wartość podana w pracowni).

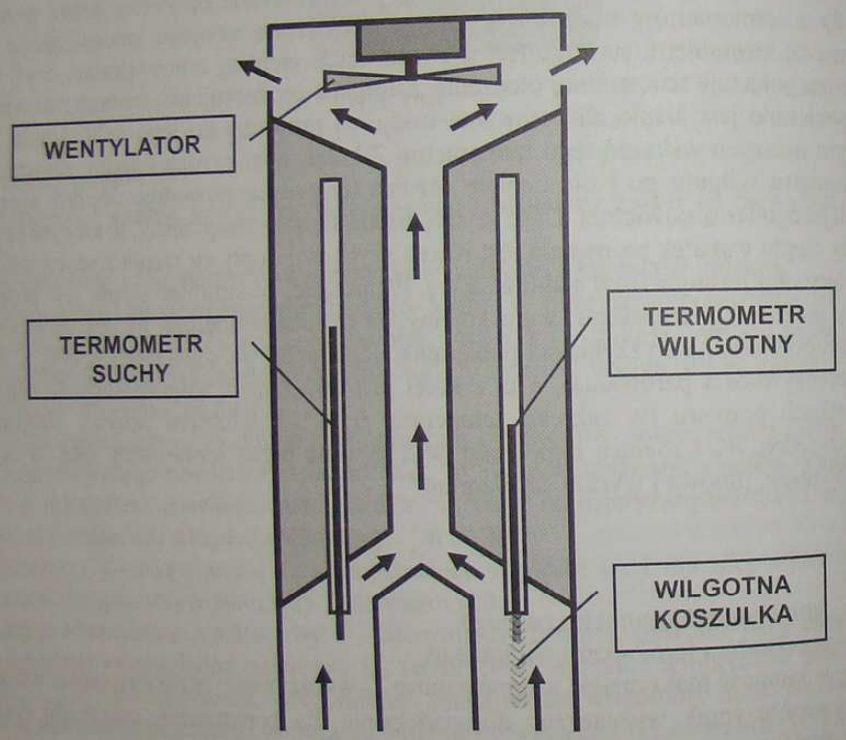
Jak widać z opisu i równania (10.5), metoda psychrometryczna jest metodą względną – wymaga wycechowania każdego przyrządu przez porównanie jego wskazań ze wskazaniami higrometru.

Parowanie wody z gazy otulającej termometr mokry zwiększa wilgotność w okolicy przyrządu. Wymuszony lub naturalny przepływ powietrza wokół termometrów, zwłaszcza wilgotnego, usuwa tę chmurę pary wodnej i dostarcza powietrza o wilgotności takiej, jak w całym pomieszczeniu. Należy jednak pamiętać, że szybkość parowania zależy

również od szybkości ruchu powietrza, więc warunki przepływu podczas pomiaru powinny być ustalone, a przyrząd wycechowany w tych właśnie warunkach. Trzecim czynnikiem wpływającym na intensywność parowania (choć znacznie mniej niż dwa pierwsze) jest ciśnienie atmosferyczne. Psychrometry są z reguły cechowane przy ciśnieniu normalnym, więc przy dokładnych pomiarach wprowadza się odpowiednie poprawki, czego w studenckim ćwiczeniu nie stosujemy.

W pracowni mamy do dyspozycji psychrometr Assmana (rys. 10.3), zaopatrzony w mechaniczny lub elektryczny wentylator powodujący przepływ powietrza wokół termometrów z prędkością ok. 2 m/s. W przyrządzie tym zbiorniczki rtęci są osłonięte wypolerowanymi tulejkami stalowymi, które chronią je przed bezpośrednim działaniem promieni słonecznych, podmuchami wiatru i uszkodzeniami mechanicznymi.

Dokładność psychrometrów aspiracyjnych sięga 1%.



Rys. 10.3

Przebieg ćwiczenia:

1. Sprawdzamy, czy termometr suchy zasługuje na swoje miano. Na jego zbiorniczku nie może być śladów wilgoci ani też nalotu kamienia kotłowego czy soli, które chłoną wilgoć. Dlatego nie należy zamieniać ze sobą termometru suchego i mokrego. W razie potrzeby usuwamy zanieczyszczenia i osuszamy zbiorniczek rtęci.

2. Porównujemy wskazania obu termometrów – powinny być jednakowe. Jeśli nie są, to przeprowadzamy inspekcję termometrów zgodnie z pkt. 1, a jeśli to nie pomaga, bierzemy przy odczytach odpowiednią poprawkę.
3. Odkręcamy srebrną tulejkę z niebieską opaską, osłaniającą zbiorniczek prawego termometru. Bawełnianą koszulkę moczymy w wodzie destylowanej (!), lekko wyciskamy i nasuwamy na zbiorniczek rtęci. Zakręcamy tulejkę osłonową.
4. Czekamy kilka minut – do wyrównania się temperatur wszystkich elementów.
5. Włączamy wentylator elektryczny lub nakręcamy sprężynę mechanizmu do wyczuwalnego oporu. Pokrętło sprężyny to moletowany, srebrny pierścień w górnej części przyrządu.
6. Po 3–4 minutach pracy wentylatora odczytujemy wskazania obu termometrów: T_1 i T_2.
7. Po zakończeniu pomiarów zdejmujemy batystową koszulkę z mokrego termometru i odkładamy ją do kuwetki.
8. Obliczamy wilgotność bezwzględną W_b według wzoru (10.5) i wilgotność względną ze wzoru definicyjnego (10.2). Potrzebne dane znajdziemy w tabeli gęstości ρ_n pary nasyconej zamieszczonej na końcu opisu ćwiczenia.

Tabela pomiarów i wyników metody psychrometrycznej

T_1	T_2	W'_m	W_b	W_m	W_w
K	K	kg/m^3	kg/m^3	kg/m^3	%

Gęstość ρ_n pary wodnej nasyconej w różnych temperaturach

T	ρ_n	T	ρ_n	T	ρ_n
K	kg/m^3	K	kg/m^3	K	kg/m^3
273	0,0048	283	0,0094	293	0,0173
274	0,0052	284	0,0100	294	0,0183
275	0,0056	285	0,0107	295	0,0194
276	0,0060	286	0,0114	296	0,0204
277	0,0064	287	0,0121	297	0,0215
278	0,0068	288	0,0128	298	0,0228
279	0,0073	289	0,0136	299	0,0241
280	0,0078	290	0,0145	300	0,0255
281	0,0083	291	0,0154	301	0,0269
282	0,0088	292	0,0163	302	0,0285

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Zdefiniować następujące wielkości i pojęcia: wilgotność względna i bezwzględna powietrza, wilgotność maksymalna, ciepło parowania i skraplania, para nasycona.
2. Opisać zjawisko parowania z mikroskopowego punktu widzenia. Wyjaśnić przy tym, dlaczego do parowania niezbędna jest energia (ciepło parowania) i dlaczego ruch powietrza, ciśnienie i wilgotność wpływają na szybkość parowania?
3. Zakładając, że zmierzony punkt rosy wynosi 2°C, opisać rozumowanie prowadzące do wyznaczenia wilgotności bezwzględnej, a następnie wilgotności względnej powietrza.
4. Dlaczego termometr wilgotny w psychrometrze aspiracyjnym wskazuje niższą temperaturę niż termometr suchy?
5. Czemu służy przepływ powietrza w psychrometrze aspiracyjnym? Czy możliwy byłby pomiar wilgotności, gdyby nie było żadnego ruchu powietrza (naturalnego lub wymuszonego)?

Ćwiczenie 11

POMIAR WSPÓŁCZYNNIKA NAPIĘCIA POWIERZCHNIOWEGO CIECZY

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości występujących w ćwiczeniu, mechanizm powstawania napięcia powierzchniowego, napięcie powierzchniowe roztworów, zjawisko kapilarne, ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią, siły spójności i siły przylegania, metody pomiarowe stosowane w ćwiczeniu.

Ciecz, podobnie jak ciało stałe, charakteryzuje się bardzo ciasnym upakowaniem cząsteczek. Znaczy to, że każda cząsteczka znajduje się w zasięgu oddziaływania sił międzycząsteczkowych otaczających ją cząsteczek. Ze względu na brak regularnego rozmieszczenia cząsteczek (brak sieci krystalicznej, jak w ciele stałym) oddziaływanie danej cząsteczki z sąsiednimi jest w każdym kierunku takie samo, a więc wypadkowa siła oddziaływania jest równa zeru. Sytuacja ta się zmienia, gdy cząsteczka zbliża się do powierzchni cieczy. W odległości od powierzchni równej kilku średnicom cząsteczki (~ 10^{-9}m) sferyczna symetria oddziaływania cząsteczek z sąsiadami zostaje zaburzona z powodu braku ciasno upakowanych cząsteczek nad powierzchnią cieczy (w fazie gazowej cząsteczki znajdują się daleko od siebie – praktycznie poza zasięgiem sił potencjalnego oddziaływania). Dlatego na cząsteczkę znajdującą się bardzo blisko powierzchni wypadkowa sił międzycząsteczkowych jest różna od zera i skierowana do wnętrza cieczy; przy czym ma ona największą wartość dla cząsteczek znajdujących się na powierzchni cieczy. To samo możemy nieco inaczej wyrazić, mówiąc, że faza objętościowa cieczy (czyli praktycznie prawie cała masa cieczy) działa na każdy element cieczy w warstwie powierzchniowej siłą skierowaną do wnętrza cieczy. Zatem przemieszczenie każdego elementu cieczy z głębi cieczy na jej powierzchnię jest związane z wykonaniem pracy przeciwko tej sile. Jest to praca, jaką trzeba wykonywać podczas zwiększania powierzchni cieczy. Wartość tej pracy W jest proporcjonalna do przyrostu powierzchni, co zapisujemy jako $W = \alpha \Delta S$, gdzie α jest współczynnikiem napięcia powierzchniowego.

Siły działające na każdy element cieczy w fazie powierzchniowej powodują ściskanie tej warstwy, jak również dociskanie jej do fazy objętościowej. Jednakże cieczy ścisnąć się nie da, działając siłami skierowanymi w jednym kierunku; ściskana warstwa będzie usiłowała się rozpływać, czemu by musiało towarzyszyć zmniejszanie się jej grubości. Jednak grubość warstwy powierzchniowej nie może się zmniejszyć, bo jest określona przez siły oddziaływania międzycząsteczkowego. W tej sytuacji tendencja warstwy powierzchniowej do rozpływania się zostaje zrównoważona naprężeniem warstwy. Naprężenie to nazywa się napięciem powierzchniowym cieczy. Siły tego napięcia są styczne do powierzchni cieczy. Krótko mówiąc, warstwa powierzchniowa cieczy zachowuje się jak napięta błonka.

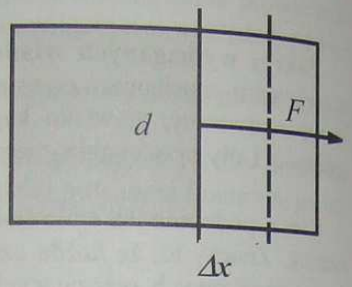
Współczynnik proporcjonalności α w wyrażeniu na pracę powierzchnią na zwiększenie powierzchni cieczy, $W = \alpha \Delta S$, nazywa się współczynnikiem napięcia powierzchniowego lub po prostu napięciem powierzchniowym. Zgodnie z tym jest on zdefiniowany jako:

$$\alpha = W/\Delta S \ [\mathrm{J/m^2}] \tag{11.1}$$

a więc wyraża pracę przypadającą na jednostkową zmianę powierzchni cieczy.

Biorąc pod uwagę ramkę z poprzeczką (rys. 11.1), na której jest rozpięta błonka z cieczy (np. mydlanej) i wyrażając odpowiednio pracę i przyrost powierzchni cieczy związane z przemieszczeniem poprzeczki o Δx, znajdujemy łatwo na podstawie wzoru (11.1), że:

$$\alpha = F/l \ [\mathrm{N/m}], \tag{11.2}$$



Rys. 11.1

gdzie l jest długością krawędzi powierzchni cieczy (Uwaga: $l = 2d$, bo błonka ma dwie powierzchnie). Otrzymaliśmy więc, że współczynnik napięcia powierzchniowego wyraża siłę przypadającą na jednostkę długości krawędzi powierzchni cieczy. Jest to również definicja współczynnika napięcia powierzchniowego, równoważna tej poprzez pracę.

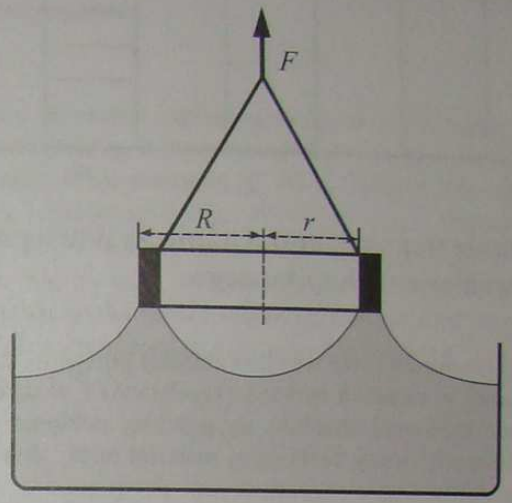
Współczynnik napięcia powierzchniowego zależy od rodzaju cieczy, a także od zanieczyszczeń, czyli od stężenia i rodzaju substancji rozpuszczonej w cieczy. Substancje tzw. powierzchniowo czynne (np. mydła, detergenty, lipidy) zmniejszają napięcie powierzchniowe wody, natomiast powierzchniowo nieczynne – zwiększają (np. sole, kwasy i inne substancje nieorganiczne). Napięcie powierzchniowe cieczy maleje jednocześnie ze wzrostem temperatury, aż do zera w temperaturze bliskiej temperaturze krytycznej.

11.1. Wyznaczanie współczynnika napięcia powierzchniowego metodą odrywania

Pomiary wykonujemy za pomocą wagi sprężynowej. Działanie takiej wagi oparte jest na prawie Hooke'a, które mówi, że przy odkształceniach sprężystych wydłużenie $\Delta l = l - l_0$ jest wprost proporcjonalne do siły odkształcającej F. Zgodnie z tym również siła jest proporcjonalna do wydłużenia: $F = k\,\Delta l$, gdzie k jest współczynnikiem sprężystości.

Zasadniczym elementem wagi sprężynowej jest sprężyna z podwieszonym do niej pierścieniem oraz stolik przesuwany, na którym jest umieszczone naczynie z badaną cieczą. Aby można było oderwać pierścień od powierzchni cieczy, trzeba pokonać siły napięcia powierzchniowego, które działają na zewnętrznym i wewnętrznym obwodzie pierścienia (rys. 11.2). Ponieważ siła odrywająca $F = k\,\Delta l$, a jest ona przekazywana do cieczy poprzez napięcie powierzchniowe działające na obwodzie wewnętrznym i zewnętrznym pierścienia, to zgodnie z definicją współczynnika napięcia powierzchniowego ($\alpha = F/l$):

$$\alpha = \frac{k\Delta l}{2\pi(r+R)} \tag{11.3}$$



Rys. 11.2

Przebieg ćwiczenia:

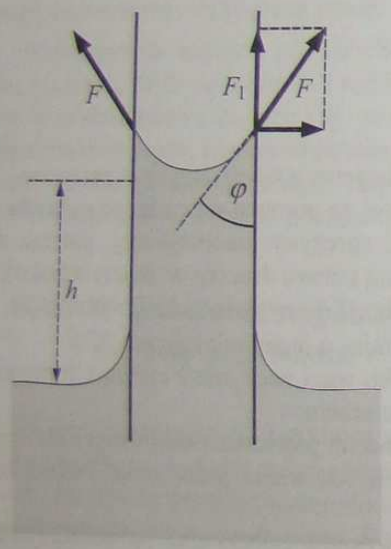
1. Promieni r i R nie mierzymy, ich wartości przepisujemy z tabeli danych w pracowni.
2. Stolik wagi sprężynowej opuszczamy jak najniżej za pomocą specjalnego pokrętła.
3. Odczytujemy na skali położenie l_0 wskazówki sprężyny nieobciążonej, patrząc na kreskę wskaźnikową prostopadle do skali (według obrazu drucika w zwierciadełku).
4. Obciążamy sprężynę ciężarkiem o masie m i odczytujemy położenie l_k wskazówki.
5. Obliczamy współczynnik sprężystości k, korzystając z jego definicji: $k = F/\Delta l$.
6. Po zdjęciu ciężarka z szalki ustawiamy na stoliku wagi naczynie z cieczą i doprowadzamy do zetknięcia powierzchni cieczy z pierścieniem.
7. Przesuwamy stolik w dół aż do momentu oderwania pierścienia od powierzchni cieczy. Notujemy położenie l wskazówki w chwili oderwania pierścienia. Pomiar ten powtarzamy pięciokrotnie.
8. Obliczamy współczynnik napięcia powierzchniowego, korzystając ze wzoru (11.3) i biorąc do obliczeń średnią wartość wydłużenia sprężyny.
9. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową (patrz rozdz. I.1). Maksymalną niepewność dla $l_{śr}$ obliczamy metodą Studenta-Fishera dla poziomu ufności 70%, a niepewność $u(l)$ przyjąć należy równą jako wartości jednej działki na skali wagi sprężynowej. Niepewności $u(m)$ oraz $u(g)$ – przyjąć równe zeru.

Tabela pomiarów i wyników

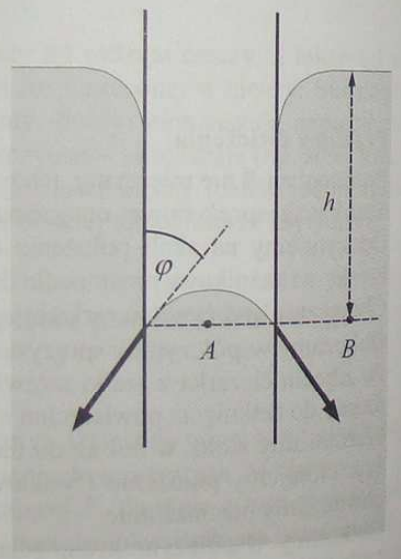
r	R	l_0	l_k	Δl_k	m	k	l	$l_{śr}$	$\Delta l_{śr}$	α
m	m	m	m	m	kg	N/m	m	m	m	N/m

11.2. Wyznaczanie współczynnika napięcia powierzchniowego metodą wzniesienia kapilarnego

Zjawisko kapilarne (zwane również włoskowatością) polega na wznoszeniu lub obniżaniu się poziomu cieczy w cienkich rurkach (kapilarach) i w ośrodkach porowatych. Poziom cieczy w rurce kapilarnej znajduje się powyżej poziomu cieczy w naczyniu, jeżeli rurka jest wstawiona do cieczy zwilżającej materiał rurki; albo poniżej, jeżeli ciecz nie zwilża rurki.



Rys. 11.3a



Rys. 11.3b

Słup cieczy w rurce utrzymywany jest powyżej powierzchni cieczy w naczyniu przez składową pionową F_1 siły napięcia powierzchniowego, która działa na linii styku powierzchni cieczy ze ścianką kapilary. Jeżeli promień wewnętrzny rurki jest r, to długość tej linii wynosi $2\pi r$, a wartość siły $F_1 = \alpha 2\pi r \cos\varphi$. Porównując tę siłę z ciężarem słupa cieczy o wysokości h, otrzymujemy równanie:

$$\alpha 2\pi r \cos\varphi = \pi r^2 h\gamma \tag{11.4}$$

(gdzie γ jest ciężarem właściwym cieczy), z którego można wyliczyć wysokość wzniesienia kapilarnego albo napięcie powierzchniowe. Dla cieczy idealnie zwilżającej $\varphi = 0$ i z równania (11.4) otrzymujemy:

$$\alpha = h\gamma r/2 \tag{11.5}$$

Wzór na wysokość obniżenia kapilarnego najłatwiej otrzymać, porównując ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią w kapilarze (punkt A na rys. 11.3b) z ciśnieniem hydrostatycznym na poziomie AB w naczyniu (p. B). Z definicji ciśnienia $p = F/S$. Składowa pionowa siły napięcia powierzchniowego $F = \alpha 2\pi r \cos\varphi$. Przypada ona na powierzchnię $S = \pi r^2$. Podstawiając te wyrażenia do wzoru definicyjnego na ciśnienie, otrzymujemy $p = 2\alpha \cos\varphi / r$. Jest to wzór na ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią cieczy w kapilarze, który dla cieczy idealnie zwilżającej (lub idealnie niezwilżającej) upraszcza się do $p = 2\alpha/r$. Porównując ciśnienie kapilarne z ciśnieniem hydrostatycznym $p_h = \gamma h$, uzyskujemy równanie:

$$2\alpha \cos\varphi / r = \gamma h \tag{11.6}$$

Z równania tego otrzymujemy, że $h = 2\alpha \cos\varphi / \gamma r$, czyli wzór na wysokość obniżenia/podniesienia kapilarnego (porównaj ze wzorem 11.5).

Przebieg ćwiczenia:

1. Ponieważ działki na kapilarze nie są milimetrowe, to należy skalę kapilary wycechować, czyli wyznaczyć, jakiej długości odpowiada jedna działka. W tym celu mierzymy suwmiarką długość pewnej ilości działek kapilary i dzieląc tę długość przez ilość działek, otrzymujemy długość p jednej działki kapilary.
2. Kapilarę zanurzoną w cieczy zanurzamy nieco głębiej, a następnie podnosimy nieco wyżej i odczytujemy, ile działek zajmuje słupek cieczy w kapilarze ponad powierzchnię cieczy w naczyniu. Czynność tę wykonujemy pięciokrotnie.
3. Każdy pomiar zapisujemy w tabeli, a do obliczenia współczynnika napięcia powierzchniowego bierzemy średnią wartość z pięciu pomiarów wysokości słupka cieczy w kapilarze.
4. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową (patr rozdz. I.1). Niepewność $u(p)$ wyliczamy jako równą dokładności suwmiarki podzielonej przez ilość mierzonych działek, maksymalną niepewność $u(n_{śr})$ obliczamy metodą Studenta-Fishera, a $u(r)$ oraz $u(\gamma)$ przyjmujemy równe zeru. Należy pamiętać, że niepewność wyniku zależy w głównej mierze od czystości rurki.

p	n	$n_{śr}$	h	r	γ	α
m			m	m	N/m^3	N/m

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Zdefiniować współczynnik napięcia powierzchniowego (poprzez pracę i poprzez siłę).
2. Omówić mechanizm powstawania napięcia powierzchniowego, biorąc pod uwagę potencjalne oddziaływanie pomiędzy cząsteczkami cieczy.
3. Podać wzór na obliczanie napięcia powierzchniowego w metodzie odrywania i jego uzasadnienie.
4. Wyjaśnić, na czym polega zjawisko kapilarne i jakie jest jego uzasadnienie?
5. Z jakiego równania można wyliczyć wysokość podniesienia kapilarnego?
6. Zdefiniować ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią (jak je obliczyć?).

Ćwiczenie 12

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA NAPIĘCIA POWIERZCHNIOWEGO WÓD ZASOLONYCH I ZANIECZYSZCZONYCH DETERGENTAMI

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości występujących w ćwiczeniu, mechanizm zjawisk powierzchniowych w cieczach, definicja współczynnika napięcia powierzchniowego, umiejętność wyprowadzenia wzoru umożliwiającego wyznaczenie napięcia powierzchniowego metodą stalagmometryczną, budowa i zasada działania stalagmometru. Wiedza na temat zjawisk powierzchniowych w cieczach oraz definicja współczynnika napięcia powierzchniowego znajdują się w opisie do ćwiczenia 11.

Wartość współczynnika napięcia powierzchniowego, w danej temperaturze, zależy od rodzaju cieczy, a także od stężenia i rodzaju substancji rozpuszczonej w cieczy.

Istota zmiany napięcia powierzchniowego polega na zaburzeniu dotychczasowych oddziaływań międzycząsteczkowych pomiędzy cząsteczkami rozpuszczalnika.

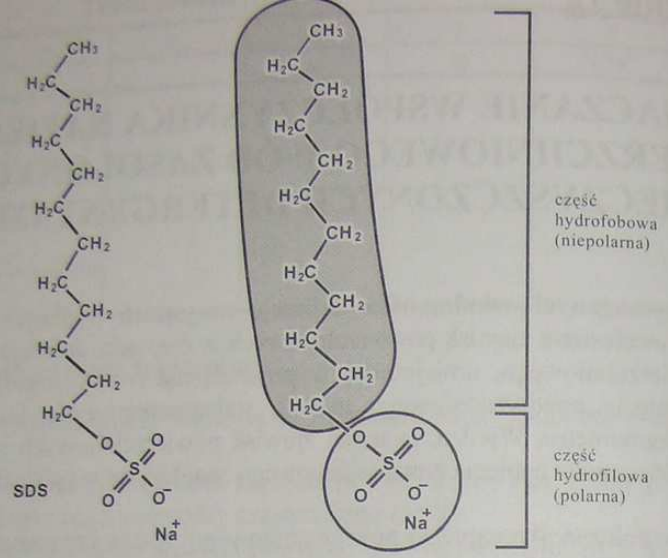
Substancje wyraźnie zmniejszające napięcie powierzchniowe zaliczamy do tzw. substancji powierzchniowo czynnych. Należą do nich mydła, detergenty i lipidy. Gdy są one dodane do cieczy, gromadzą się spontanicznie na jej powierzchni. Patrząc na budowę strukturalną tych substancji, możemy wyodrębnić część polarną (obdarzoną niezerowym ładunkiem elektrycznym) i część niepolarną (elektrycznie obojętną). Część polarna nazywana jest częścią hydrofilową („lubiącą wodę") – więc oddziałującą z cząsteczkami wody, zaś część niepolarna zwana jest hydrofobową („niechętną wodzie") – unikającą kontaktu z molekułami wody. Cząsteczki charakteryzujące się taką dwoistością w oddziaływaniach z cząsteczkami wody nazywamy ogólnie cząsteczkami amfifilowymi.

Rysunek 12.1 przedstawia wzór strukturalny powszechnie stosowanego detergentu, SDS, który jest związkiem amfifilowym.

Cząsteczki amfifilowe zachowują się więc w kontakcie z wodą w szczególny sposób. Wnikając pomiędzy cząsteczki wody, cząsteczki związków amfifilowych powodują zmniejszenie sił oddziaływania między nimi. Substancje amfifilowe, gromadząc się na powierzchni, obniżają więc napięcie powierzchniowe. W głębi roztworu ich stężenie jest mniejsze.

Nagromadzenie się substancji powierzchniowo czynnych na powierzchni cieczy nosi nazwę adsorpcji.

Lipidy także należą do substancji powierzchniowo czynnych. Stanowią one klasę różnorodnych substancji, takich jak: tłuszczowce, sterole i chlorofile. Jednak ich cechą wspólną jest brak rozpuszczalności w wodzie. Tak więc część polarna cząsteczki lipidu wnika do wody, natomiast część niepolarna, nie rozpuszczając się w wodzie, pozostaje nadal ponad powierzchnią wody.

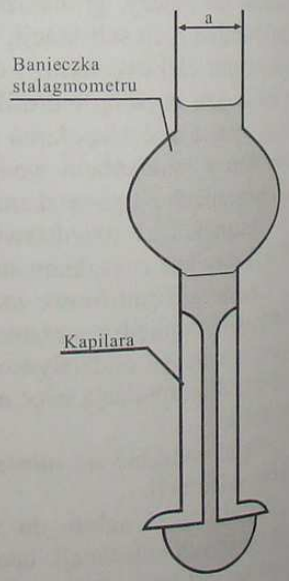


Rys. 12.1

Nie wszystkie domieszki zmniejszają napięcie powierzchniowe. Wiele substancji nieorganicznych (np. sól i cukier) rozpuszczonych w wodzie zwiększa napięcie powierzchniowe (zwykle w niewielkim stopniu). Substancje te nie mają zdolności do gromadzenia się na powierzchni wody, a ich stężenie przy powierzchni jest niższe niż w głębi roztworu. Substancje te nie powodują więc zaburzeń w oddziaływaniu między cząsteczkami wody na powierzchni. Nazywamy je powierzchniowo nieczynnymi. Biorąc to pod uwagę, odróżniamy więc adsorpcję dodatnią – dla substancji powierzchniowo czynnych i adsorpcję ujemną – kiedy mówimy o substancji powierzchniowo nieczynnej.

Wraz ze zmianą wartości współczynnika napięcia powierzchniowego zmieniają się także: kąt zetknięcia i zdolność do zwilżania ciał stałych.

Wyznaczanie napięcia powierzchniowego polega na mierzeniu siły, F_n, napięcia powierzchniowego działającej wzdłuż odcinka o znanej długości l. Siłę napięcia powierzchniowego w metodzie stalagmometrycznej mierzymy pośrednio, mierząc ciężar kropli cieczy odrywającej się od kapilary stalagmometru. Stalagmometr jest to szklana rurka z banieczką, zakończona zeszlifowanym końcem i kapilarą (rys. 12.2).



Rys. 12.2

W celu wykonania pomiaru napięcia powierzchniowego pojemnik stalagmomteru napełniamy cieczą, a następnie pozwalamy jej swobodnie wypływać. Ciecz wypływająca z kapilary tworzy stopniowo powiększającą się kroplę. Kropla cieczy zaczyna spadać, jeśli siła napięcia powierzchniowego działająca na obwodzie półsfery zaznaczonej na rys. 12.2 zostaje zrównoważona ciężarem tej półsfery cieczy.

Korzystając z definicji napięcia powierzchniowego, $\alpha = F_n/l$, siła napięcia powierzchniowego odpowiednio wynosi:

$$F_n = \alpha\, l = \alpha_w\, 2\pi r \tag{12.1}$$

Ciężar P jednej półsfery kropli otrzymamy, dzieląc ciężar cieczy o objętości V przez liczbę kropel $2n_w$ tworzących tę objętość:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{m\,g}{n_w} = \frac{V_w\, \rho_w\, g}{2n_w} \tag{12.2}$$

Korzystając z warunku równowagi sił $F_n = P$, możemy porównać równania (12.1) i (12.2), skąd otrzymujemy:

$$\alpha_w \cdot 2\pi r = \frac{V_w\, \rho_w\, g}{2n_w} \tag{12.3}$$

pisząc analogiczne równanie dla cieczy badanej:

$$\alpha \cdot 2\pi r = \frac{V\, \rho\, g}{2n} \tag{12.4}$$

po podzieleniu równań (12.3) i (12.4) otrzymujemy wzór na szukany współczynnik napięcia powierzchniowego, α:

$$\alpha = \alpha_w \frac{n_w\, \rho}{n\, \rho_w} \tag{12.5}$$

gdzie:

α – współczynnik napięcia powierzchniowego badanej cieczy,
α_w – współczynnik napięcia powierzchniowego wody,
ρ – gęstość badanej cieczy,
ρ_w – gęstość wody,
n – liczba kropel badanej cieczy,
n_w – liczba kropel wody.

Przebieg ćwiczenia:

1. Stalagmometr przemywamy dwukrotnie wodą destylowaną.
2. Wciągamy wodę destylowaną powyżej banieczki stalagmometru i zatrzymujemy tam poziom cieczy, zatykając palcem górny wylot rurki (a).

3. Ustalamy poziom cieczy na pierwszej kresce pipety, podstawiamy naczynko wagowe, po czym zwalniamy wypływ cieczy, zliczając pierwszą i następne krople (n_w) aż do poziomu pierwszej kreski poniżej banieczki.
4. Napełniamy wodą cylinder miarowy o pojemności min. 200 ml.
5. Zanurzamy ostrożnie areometr w roztworze i odczytujemy jego gęstość ρ_w (patrz rozdz. 3.4).
6. Pomiary powtarzamy co najmniej trzykrotnie.
7. Przygotowujemy roztwór płynu do mycia naczyń (do ok. 300 ml wody destylowanej dodać 6–9 kropli płynu i wymieszać).
8. Płuczemy stalagmometr badanym roztworem i zliczamy krople tak samo jak uprzednio dla wody (pkt. 1–6).
9. Przygotowujemy roztwór NaCl (do ok. 300 ml wody destylowanej dodajemy ok. 20 g soli kuchennej).
10. Wykonujemy pomiary dla roztworu chlorku sodu w sposób analogiczny, jak w pkt. 1–6.
11. Po skończonych pomiarach stalagmometr należy przepłukać wodą destylowaną.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 12

Badana ciecz	n_w	ρ_w [kg/m^3]	n	ρ [kg/m^3]	α_w [N/m]	α [N/m]
Woda						
Roztwór detergentu						
Roztwór NaCl						

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Zdefiniować współczynnik napięcia powierzchniowego oraz zasadę działania stalagmometru.
2. Omówić zjawiska adsorpcji ujemnej i adsorpcji dodatniej.
3. Substancje amfifilowe.
4. Jakie substancje i dlaczego są powierzchniowo czynne (wyjaśnić mechanizm)?

Ćwiczenie 13

BADANIE WŁAŚCIWOŚCI WARSTWY MONOMOLEKULARNEJ NA POWIERZCHNI MIĘDZYFAZOWEJ WODA– POWIETRZE

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i jednostki miary wszystkich wielkości fizycznych występujących w opisie ćwiczenia, omówienie zjawiska napięcia powierzchniowego, oddziaływanie substancji powierzchniowo czynnych z powierzchnią wody, efekt hydrofobowy, hydrofilowość, izotermy gazu doskonałego i rzeczywistego.

Warstwą monomolekularną (lub inaczej – warstwą jednocząsteczkową) nazywamy warstwę o grubości równej wymiarowi liniowemu jednej cząsteczki. Monomolekularne warstwy powierzchniowe substancji amfifilowych (tzn. substancji zawierających w swojej strukturze hydrofobowe łańcuchy węglowodorowe i grupy hydrofilowe) na powierzchni międzyfazowej woda–powietrze otrzymuje się zwykle przez naniesienie odpowiedniej objętości roztworu badanej substancji na powierzchnię wody. Po wyparowaniu rozpuszczalnika pozostaje na powierzchni wody warstwa badanej substancji. Jeśli dostępna powierzchnia jest dostatecznie duża, to otrzymana warstwa jest warstwą monomolekularną. Warstwy monomolekularne na powierzchni wody formuje się w specjalnym naczyniu – najczęściej w płytkiej prostopadłościennej wannie wykonanej z materiału hydrofobowego (np. teflonu), wyposażonej w jedną lub kilka ruchomych barier (prostopadłościennych belek) spoczywających na jej brzegach. Warstwa powierzchniowa jest zwykle ograniczona ściankami wanny i barierami. Zmieniając położenie barier, można dokonywać sprężania lub rozprężania warstwy powierzchniowej, a tym samym zmieniać średnią powierzchnię przypadającą na jedną cząsteczkę tej warstwy (tzw. średnią powierzchnię molekularną, A [nm^2/cz]). Zmiany tego parametru wymuszają powstawanie różnych stanów warstwy powierzchniowej, które w pewnym sensie są analogiczne do stanów faz objętościowych materii (gazu, cieczy czy ciała stałego). Wśród tych stanów zasadniczo rozróżnia się:

- **Stan gazowy**. W przypadku bardzo dużych średnich powierzchni molekularnych A (powyżej 5 nm^2/cz) i niskich ciśnień powierzchniowych monowarstwy (rzędu wielkości 10–100 μN/m) cząsteczki monowarstwy praktycznie nie oddziałują ze sobą. Przyjmują wówczas położenia, w których ich grupy polarne są w kontakcie z powierzchnią wody, a łańcuchy hydrofobowe, mając dużą swobodę ruchu, mogą przyjmować dowolne położenia, np. układać się na powierzchni wody czy załamywać (rys. 13.1a). Monowarstwa podlega tu dwuwymiarowemu równaniu stanu, analogicznemu do równania stanu gazu doskonałego:

$$\Pi A = kT \tag{13.1}$$

lub gazu rzeczywistego:

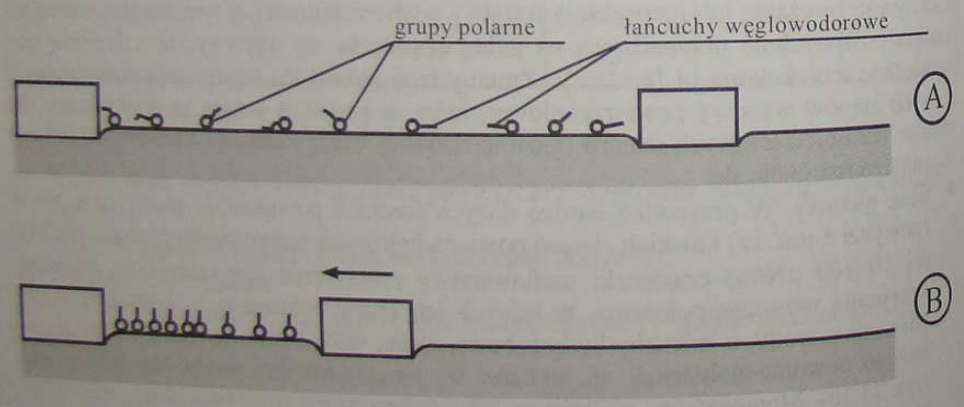
$$\Pi(A-b) = qkT \tag{13.2}$$

gdzie Π [N/m] oznacza tzw. ciśnienie powierzchniowe monowarstwy, zdefiniowane jako różnica między napięciem powierzchniowym α_0 czystej powierzchni wody i napięciem powierzchniowym α (patrz ćwiczenie 11) powierzchni wody pokrytej warstwą monomolekularną:

$$\Pi = \alpha_0 - \alpha \tag{13.3}$$

k, T – odpowiednio stałą Boltzmana i temperaturę, a b i q – stałe.

- **Stan cieczy rozprężonej**. Cząsteczki monowarstwy w tym stanie zaczynają oddziaływać ze sobą łańcuchami alkilowymi, wskutek czego pojawiają się obszary fazy uporządkowanej, charakteryzującej się prostopadłą do powierzchni cieczy orientacją łańcuchów hydrofobowych cząsteczek (rys. 13.1.b) W tej fazie łańcuchy mają dużo mniejszą swobodę ruchu aniżeli w fazie gazowej.
- **Stan cieczy skondensowanej**. W stanie tym pojawiają się obszary o wysokim stopniu upakowania, w których pojawiają się oddziaływania między grupami polarnymi cząsteczek. Łańcuchy hydrofobowe mają tu stosunkowo niewielką możliwość ruchu.
- **Stan stały**. Jest to stan skondensowany, analogiczny do stanu stałego fazy trójwymiarowej. Warstwy tego typu stanowią fazę o wysokiej gęstości, sztywną lub plastyczną. Charakteryzuje go niewielka ściśliwość i średnia powierzchnia molekularna zbliżona do pola przekroju poprzecznego cząsteczki. Dalsza kompresja monowarstwy powoduje zniszczenie jej struktury monomolekularnej (zjawisko takie nazywamy kolapsem).



Rys. 13.1

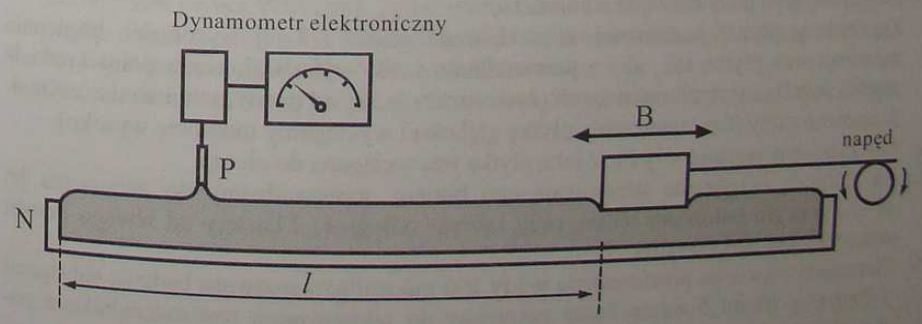
Monomolekularne warstwy powierzchniowe lipidów na powierzchni wody służą jako układy modelowe do badania właściwości fizycznych błon i oddziaływań lipidów z innymi składnikami błon biologicznych. Najczęściej badanymi i najlepiej poznanymi układami są m.in. monowarstwy cząsteczek fosfolipidowych.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie doświadczalnej zależności między ciśnieniem powierzchniowym Π a średnią powierzchnią molekularną A, w warunkach izotermicznych, dla warstwy monomolekularnej utworzonej na powierzchni wody ze związku amfifilowego. Funkcja ta jest jedną z najczęściej badanych właściwości monomolekularnych warstw powierzchniowych i nosi nazwę izotermy $\Pi(A)$ (izotermiczność warunków doświadczalnych wynika tu z dużej pojemności cieplnej fazy wodnej, stanowiącej podłoże dla badanej warstwy monomolekularnej). Izotermę $\Pi(A)$ będziemy wyznaczać, dokonując powolnego sprężania monowarstwy (czyli zmniejszania średniej powierzchni molekularnej A) i jednocześnie mierząc siłę F napięcia powierzchniowego monowarstwy (siła ta będzie później przeliczona na ciśnienie powierzchniowe Π; ciśnienie powierzchniowe zmienia się na ogół ze zmianą średniej powierzchni molekularnej A).

Do przeprowadzenia tych pomiarów posłużymy się układem przedstawionym schematycznie na rys. 13.2. Układ zawiera:

- naczynie pomiarowe N (wanienka prostopadłościenna), wykonane z materiału hydrofobowego (teflonu), w którym formowana będzie warstwa monomolekularna;
- dynamometr elektroniczny do pomiaru siły napięcia powierzchniowego, w którym detektorem siły napięcia powierzchniowego jest cienki pasek bibuły (tzw. płytka Wilhelmy'ego P) dotykający powierzchni cieczy i zawieszony na głowicy dynamometru;
- napęd poruszający barierę B, spoczywającą na brzegach wanienki i ograniczającą warstwę powierzchniową wzdłuż jednego boku prostokąta.

Ćwiczenie polega na uformowaniu warstwy monomolekularnej badanej substancji amfifilowej na powierzchni wody, a następnie poddaniu jej sprężaniu w celu wyznaczenia zależności $\Pi(A)$.



Rys. 13.2

Średnią powierzchnię molekularną A obliczamy jako stosunek liczby cząsteczek monowarstwy (równej iloczynowi stężenia molarnego c, objętości V roztworu substancji naniesionego na powierzchnię i stałej Avogadra N_A) do pola powierzchni S monowarstwy:

$$A = \frac{cV N_A}{S} \tag{13.4}$$

Średnia powierzchnia molekularna warstwy powierzchniowej zmienia się z położeniem ruchomej bariery, które decyduje o wartości S:

$$S = wl, \tag{13.5}$$

gdzie:
w – szerokość wanienki,
l – położenie bariery mierzone od przeciwległego brzegu wanienki.

Ciśnienie powierzchniowe Π wyznaczamy na podstawie pomiaru siły, z jaką wciągana jest do cieczy płytka Wilhelmy'ego P:

$$\Pi = \frac{F_0 - F}{L} \tag{13.6}$$

gdzie:
F_0, F – odpowiednio siły, z jakimi działają na płytkę czysta powierzchnia wody i powierzchnia pokryta badaną substancją,
L – obwód przekroju płytki w płaszczyźnie równoległej do powierzchni cieczy.

Przebieg ćwiczenia:

1. Napełniamy wanienkę wodą destylowaną tak, aby powstał niewielki menisk wypukły.
2. Oczyszczamy powierzchnię wody z zanieczyszczeń powierzchniowych, przesuwając ręcznie specjalną belkę do oczyszczania poza lewą krawędź po powierzchni cieczy i wysuwając ją poza krawędź wanienki.
3. Zanurzamy płytkę pomiarową w wodzie do około 1/3 jej wysokości. Następnie umieszczamy płytkę tak, aby z powierzchnią wody stykała się sama dolna krawędź płytki. Jeżeli przy tych operacjach płytka oderwie się od powierzchni wody, czynności powtarzamy (tzn. zanurzamy płytkę głęboko i wyciągamy możliwie wysoko).
4. Odczytujemy wartość siły F_0, z jaką płytka jest wciągana do cieczy.
5. Za pomocą urządzenia przesuwającego barierę doprowadzamy do ustawienia jej w krańcowym położeniu takim, przy którym odległość l bariery od lewego brzegu wanienki jest maksymalna.
6. Nanosimy pipetą na powierzchnię wody 100 mikrolitrów roztworu badanej substancji i czekamy około 5 minut (czas potrzebny do odparowania rozpuszczalnika z powierzchni wody).
7. Odczytujemy wartości położenia l bariery i siły F, z jaką wciągana jest płytka do cieczy pokrytej utworzoną warstwą monomolekularną.

8. Uruchomiamy urządzenie przesuwające barierę i w miarę ściskania monowarstwy notujemy wartości położenia l i siły F. Dokonujemy co najmniej 10 odczytów.
9. Po zakończeniu pomiarów zdejmujemy barierę, wylewamy wodę z wanienki i przepłukujemy ją rozpuszczalnikiem.
10. Na podstawie wzorów (13.4) (13.5), obliczamy wartości średniej powierzchni molekularnej A, odpowiadające poszczególnym położeniom l bariery ściskającej.
11. Korzystając ze wzoru (13.6), obliczamy wartości ciśnienia powierzchniowego Π, odpowiadające poszczególnym średnim powierzchniom molekularnym A.
12. Przedstawiamy graficznie zależność $\Pi(A)$.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 13

l	A	F	Π	F_0	w	c	V	L
m	nm^2/cz	N	N/m	N	m	mol/m^3	m^3	m

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Na czym polega zjawisko napięcia powierzchniowego, jak zdefiniować współczynnik napięcia powierzchniowego cieczy?
2. W jaki sposób wyznaczyć napięcie powierzchniowe cieczy?
3. Jakie jest ciśnienie powierzchniowe warstwy monomolekularnej na powierzchni wody, jeżeli płytka Wilhelmy'ego o szerokości 1 cm i grubości 0,3 mm wciągana jest w głąb cieczy z siłą 1 mN? Napięcie powierzchniowe wody – 72 mN/m.
4. Wyjaśnić pojęcia: hydrofilowość, hydrofobowość.
5. Omówić przebieg funcji $p(V)_{T=const}$ (izoterma) dla gazu idealnego i rzeczywistego.

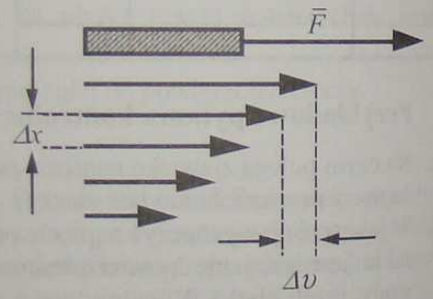
Ćwiczenie 14

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie przepływu cieczy doskonałej i rzeczywistej, ruchu kulki w ośrodku lepkim, zależności współczynnika lepkości od temperatury, zasady działania butli Mariotte`a.

Zjawisko lepkości (tarcia wewnętrznego) występuje przy ruchu cieczy i gazów rzeczywistych. Jest ono wynikiem oddziaływania międzycząsteczkowego. Przy przesuwaniu się jednych warstw cieczy względem drugich powstają siły tarcia. W wyniku działania tych sił sąsiadujące ze sobą warstwy cieczy poruszać się będą z niejednakową prędkością. Siły te, zwane siłami lepkości (lub siłami tarcia wewnętrznego), skierowane są stycznie do powierzchni warstw.

Zjawisko to rozważymy na przykładzie. Jeżeli po powierzchni cieczy, znajdującej się w szerokim naczyniu, będziemy przesuwać płaską płytkę o powierzchni S, ze stałą prędkością υ, to musimy działać na nią stycznie do jej powierzchni siłą $\overline{F}$, równoważącą opór tarcia wewnętrznego cieczy (rys. 14.1). W wyniku sił przylegania warstwa cieczy bezpośrednio przylegająca do płytki będzie poruszać się z taką samą prędkością co płytka. Warstwy cieczy poruszające się prędzej – oddziałują na sąsiednie warstwy siłą przyśpieszającą lub inaczej mówiąc, warstwy cieczy poruszające się wolniej – oddziałują na sąsiednie warstwy siłą hamującą, tj. siłą lepkości. A więc w miarę oddalania się od płytki warstwy cieczy będą się poruszały coraz wolniej.



Rys. 14.1

Jeżeli weźmiemy pod uwagę dwie warstwy cieczy, odległe od siebie o Δx i poruszające się z różnymi prędkościami $(\Delta\upsilon = \upsilon_1 - \upsilon_2)$, to działająca między nimi siła lepkości F_η określona jest doświadczalnym prawem Newtona, które mówi, że jest ona wprost proporcjonalna do powierzchni S przesuwających się względem siebie warstw oraz do gradientu prędkości $\left(\text{grad}\,\upsilon = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\right)$, czyli jej spadku, w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu.

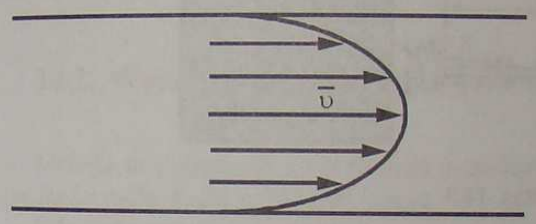
$$F_\eta = \eta S \frac{\Delta\upsilon}{\Delta x} \tag{14.1}$$

Współczynnik proporcjonalności η nosi nazwę współczynnika lepkości i jest zależny od rodzaju cieczy oraz od temperatury. Wraz ze wzrostem temperatury cieczy współczynnik lepkości maleje: wzrost temperatury powoduje zwiększenie odległości międzycząsteczkowych, a co za tym idzie – zmniejszenie siły oddziaływania między warstwami cieczy przesuwającymi się względem siebie. Jednostką współczynnika lepkości jest paskalosekunda ($Pa \cdot s = Nm^{-2}s$).

Istnieje kilka metod pozwalających na wyznaczenie współczynnika lepkości. Niżej zostaną omówione dwie metody: metoda bezwzględna i metoda Stokes`a; obydwie metody stosuje się do przepływów bezwirowych (laminarnych) cieczy.

14.1. Wyznaczanie współczynnika lepkości metodą bezwzględną

Bezwzględna metoda pomiaru współczynnika lepkości opiera się na zjawisku laminarnego przepływu cieczy przez wąskie rurki o przekroju kołowym pod wpływem różnicy ciśnień na wlocie i wylocie rurki.



Rys. 14.2

Można przyjąć, że warstwa cieczy bezpośrednio przylegająca do ściany rurki, przez którą ta ciecz przepływa, jest w wyniku działania sił przylegania nieruchoma. Prędkość poruszających się warstw cieczy zmienia się więc od zera przy powierzchni ścianek rurki, do pewnej wartości maksymalnej wzdłuż osi rurki (rys. 14.2).

Stosunek objętości cieczy przepływającej przez poprzeczny przekrój rurki do czasu przepływu, tzw. wydatek przepływu określony jest prawem Poisseuille`a (czyt. Puaseja):

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l} \tag{14.2}$$

gdzie:

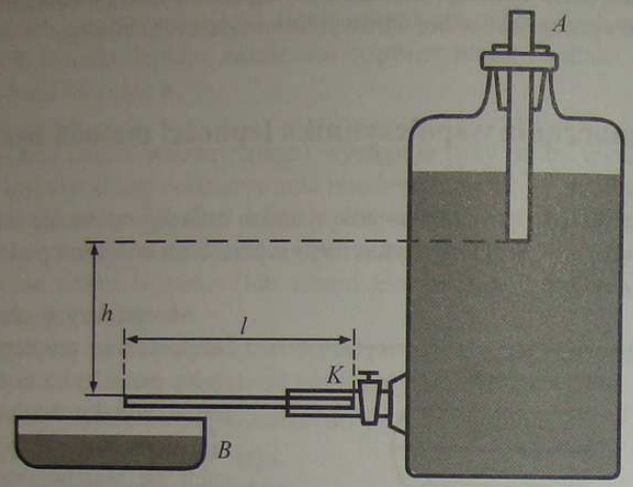
V – objętość cieczy, przepływającej w czasie t przez poprzeczny przekrój rurki o promieniu r,
t – czas przepływu,
l – długość rurki,
Δp – różnica ciśnień przy wlocie i wylocie rurki,
r – promień wewnętrzny rurki.

Do wyznaczenia współczynnika lepkości zostanie użyta butla Mariotte`a zaopatrzona u dołu w długą, poziomą rurkę z kurkiem. Butla Mariotte`a zapewnia utrzymanie stałej różnicy ciśnień Δp, niezależnej od poziomu cieczy w naczyniu (dopóki ciecz nie opadnie poniżej wylotu A rurki pionowej – rys.14.3). Opis i zasada działania butli Mariotte`a podane są w rozdziale I.3.6.

Różnica ciśnień na końcach p... ...atycznemu słupa cieczy o wysokości h (rys.14.3).

$$\Delta p = h \rho g \tag{14.3}$$

gdzie:
ρ – gęstość cieczy,
g – przyśpieszenie ziemskie.



Rys. 14.3

Objętość cieczy V możemy wyrazić w postaci:

$$V = \frac{m}{\rho} \tag{14.4}$$

gdzie m – masa cieczy

Podstawiając wzory (14.3) i (14.4) do równania (14.2), otrzymujemy ostatecznie wzór pozwalający na wyznaczenie współczynnika lepkości:

$$\eta = \frac{\pi r^4 h \rho^2 g t}{8 l m} \tag{14.5}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Ważymy suche naczynie B (rys.14.3), służące do zbierania wypływającej cieczy i określamy jego masę m_1.
2. Mierzymy wysokość h za pomocą katetometru.
3. Mierzymy długość wąskiej rurki l.
4. Otwieramy kurek K i naciskamy stoper.

5. Gdy w naczyniu B poziom cieczy podniesie się co najmniej o ok. 1 cm, zamykamy kurek, naciskamy powtórnie stoper.
6. Ważymy (suche z zewnątrz) naczynie z cieczą m_2 i obliczamy masę m cieczy $m = m_2 - m_1$.
7. Obliczamy η ze wzoru (14.5). (Promień rurki r oraz gęstość cieczy ρ zostaną podane w pracowni).
8. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową współczynnika lepkości (patrz rozdz. I.1). Niepewność $u(m)$, w wyniku dwukrotnego ważenia, będzie równa podwojonej masie najmniejszego odważnika. $u(h)$ i $u(l)$ przyjmujemy równe podwojonym wartościom najmniejszych działek na skali. Niepewność $u(t)$ przyjmujemy równą 2 s, dla uwzględnienia błędu spostrzeżenia chwili włączenia stopera.

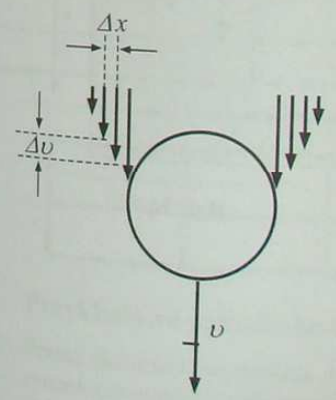
Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 14.1

m_1	m_2	m	r	ρ	h	l	t	η
kg	kg	kg	m	kg/m^3	m	m	s	Pa·s

14.2. Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy metodą Stokes`a

Metoda ta polega na wyznaczeniu współczynnika lepkości cieczy poprzez pomiar prędkości ruchu kulki w badanej cieczy.

Gdy ciało porusza się względem nieruchomej cieczy lepkiej, warstwy cieczy przylegające do ciała pociągają za sobą warstwy sąsiednie. Występuje przesuwanie się warstw cieczy względem siebie, powstaje gradient prędkości (rys. 14.4), a wprost proporcjonalna do niego siła lepkości przeciwdziała ruchowi ciała. W ogólnym przypadku, dla ciał o dowolnych kształtach, poruszających się z niewielkimi prędkościami w ośrodku lepkim, siła lepkości jest wprost proporcjonalna do prędkości. W przypadku kulki wzór na siłę lepkości (tzw. wzór Stokes`a) przyjmie postać:



Rys. 14.4

$$F_\eta = 6 \pi \eta r \upsilon \tag{14.6}$$

gdzie r jest promieniem kulki, a υ – prędkością kulki.

Na spadającą w cieczy kulkę działają trzy siły: siła ciężkości $\overline{G}$ – skierowana w dół oraz siła wyporu $\overline{F}_w$ i siła lepkości $\overline{F}_\eta$ – skierowane do góry (rys. 14.5). Korzystając z definicji gęstości, można siły te wyrazić według następujących wzorów:

siłę ciężkości:

$$G = V\rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \tag{14.7}$$

siłę wyporu:

$$F_w = V\rho_c g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c g \tag{14.8}$$

gdzie:
V – objętość kulki,
ρ – gęstość kulki,
ρ_c – gęstość cieczy,
g – przyspieszenie ziemskie.

Ruch kulki swobodnie puszczonej, po osiągnięciu powierzchni cieczy, jest na początku niejednostajne zmienny. Po upływie krótkiego czasu od chwili rozpoczęcia spadania kulka osiąga taką prędkość, że uzależniona od niej siła lepkości wraz z siłą wyporu równoważą siłę ciężkości (rys.14.5).

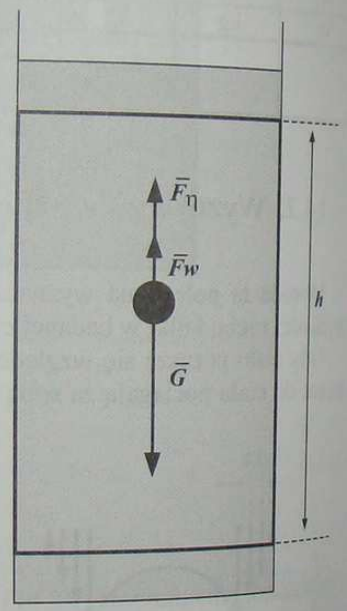
$$G = F_\eta + F_w \tag{14.9}$$

Od tej chwili kulka, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki, przesuwa się ruchem jednostajnym z prędkością $v = h/t$), gdzie t jest czasem spadania kulki na drodze h (rys. 14.5).

Jeśli do równania (14.9) podstawimy równanie (14.6), (14.7) i (14.8) i odpowiednio przekształcimy, to otrzymamy następującą zależność:

$$\eta = \frac{2r^2(\rho - \rho_c)gt}{9h} \tag{14.10}$$

Przeprowadzone rozumowanie stanie się słuszne, jeśli kulka będzie poruszać się w możliwie dużej odległości od ścianek, gdyż można będzie wówczas zaniedbać hamujący wpływ tych ścianek. Z tego względu wpuszczamy kulki przez lejek, aby poruszały się wzdłuż osi cylindra.



Rys. 14.5

Przebieg ćwiczenia:

1. Mierzymy kilkakrotnie za pomocą mikromierza średnicę kulki $2r$, po czym obliczamy wartość średnią $2r_{śr}$.
2. Mierzymy odległość h między dwoma paskami nałożonymi na cylinder, w którym spada kulka (rys.14.5).
3. Kulkę puszczamy swobodnie do cylindra z cieczą i za pomocą stopera mierzymy czas t spadania kulki na odcinku h. Pomiary wykonujemy dla 5 kulek o bardzo zbliżonych promieniach.
4. Obliczamy lepkość cieczy wg wzoru (14.10). Za wartość r i t we wzorze (14.10) podstawiamy odpowiednio średni promień wszystkich kulek $r_{śr}$ oraz średni czas spadania tych kulek $t_{śr}$. Gęstość kulki i gęstość cieczy zostaną podane w pracowni.
5. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową wyniku (patrz rozdz. I.1). Maksymalną niepewność $\Delta r = \frac{\Delta(2r)}{2}$ obliczamy metodą Gaussa, dla Δt przyjmujemy maksymalne odchylenie od wartości średniej; przy wyznaczaniu Δh należy zwrócić uwagę, że paski posiadają pewną grubość; $\Delta\rho$ i $\Delta\rho_o$ przyjmujemy równe zeru.

Tabela 1

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 14.2

Nr pomiaru / Nr kulki	Średnica kulek, $2r$ [m]					$2r_{śr}$	t
	1	2	3	4	5	m	s
1							
2							
3							
4							
5							

Tabela 2

$r_{śr}$	$t_{śr}$	h	ρ	ρ_c	η
m	s	m	kg/m^3	kg/m^3	Pa·s

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać słownie i za pomocą wzoru prawo lepkości Newtona. Określić słownie oraz na rysunku znaczenie poszczególnych symboli.
2. Od czego zależy współczynnik lepkości cieczy i dlaczego?
3. Omówić zasadę pomiaru lepkości cieczy metodą bezwzględną.
4. Omówić ruch kulki spadającej w cieczy lepkiej oraz określić stan równowagi sił działających na kulkę za pomocą wzoru i rysunku.

Ćwiczenie 15

WYZNACZANIE ZALEŻNOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA LEPKOŚCI OD TEMPERATURY

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem oraz ich jednostki w układzie SI, sens fizyczny współczynnika lepkości, znajomość praw dynamiki cieczy idealnej i rzeczywistej: praw Newtona, Bernoullie'go, Poisseuille'a, prawa Archimedesa, ruch kulki w ośrodku lepkim, wyprowadzenie wzoru roboczego na wyznaczenie współczynnika lepkości przy użyciu wiskozymetru Hoepplera.

Krótki opis teoretyczny wyjaśniający zjawisko lepkości w przepływach laminarnych cieczy rzeczywistej zawarty jest w teorii do ćwiczenia 14 pt. *Wyznaczenie współczynnika lepkości*. Aby cząsteczka cieczy mogła poruszać się w cieczy, musi uzyskać co najmniej pewną minimalną wartość energii E_a pozwalającej na wyzwolenie się z jej otoczenia (studni potencjału). Prawdopodobieństwo, że dana molekuła ma przynajmniej taką energię, jest proporcjonalne do wartości $e^{(-Ea/RT)}$. Dlatego ruchliwość molekuł cieczy powinna wykazywać taki sam rodzaj zależności temperaturowej. Ponieważ współczynnik lepkości η jest odwrotnie proporcjonalny do ruchliwości cząsteczek, dlatego należy oczekiwać, że jest zależny w dużym stopniu od temperatury i maleje wraz z jej wzrostem, zgodnie z zależnością przedstawioną równaniem Arrheniusa-Guzmana:

$$\eta(T) = Ae^{\frac{Ea}{RT}} = Ae^{\frac{B}{t}} \tag{15.1}$$

gdzie: η – współczynnik lepkości; T – temperatura cieczy w skali Kelvina; A i $B=E_a/R$ – stałe charakteryzujące ciecz, w tym E_a – energia wyzwolenia się cząsteczki z jej otoczenia, R – stała gazowa, e – podstawa logarytmu naturalnego. Doświadczalna zależność lepkości, na przykład dla wody, od temperatury w zakresie temperatur od 0 do 100°C dobrze spełnia wyrażenie (15.1). Wraz ze wzrostem temperatury ze studni potencjału utworzonej przez cząsteczki sąsiadów może uwolnić się więcej aniżeli jedna cząsteczka wody, stąd staje się ona bardziej płynna. Zależność ta zostanie wyznaczona w tym ćwiczeniu eksperymentalnie, dla oleju silnikowego, przy użyciu przyrządu zwanego wiskozymetrem Hoepplera. Schematycznie budowę tego wiskozymetru przedstawiono na rys.15.1.

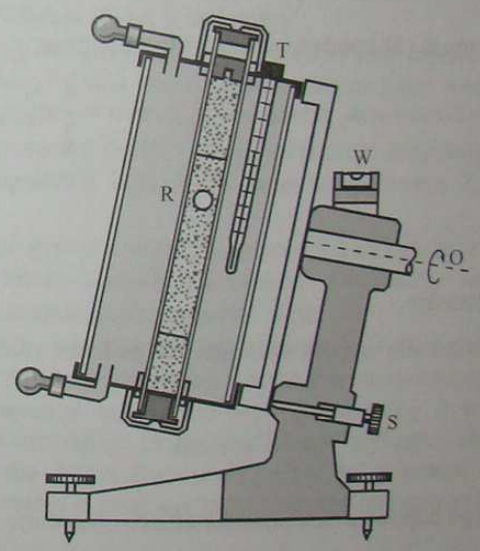
Cylindryczna rurka R, odchylona od pionu o ok. 10°, otoczona jest płaszczem wodnym. Temperaturę wody tego płaszcza reguluje się ultratermostatem. Jeden z dwóch korków zamykających rurkę (górny) jest wydrążony i zaopatrzony w wentyl. W temperaturze pokojowej wydrążenie pozostaje puste, natomiast w miarę podgrzewania rurki objętość oleju wzrasta i wypełnia wydrążenie. W ten sposób ciśnienie oleju tylko nieznacznie ulega zmianie. Pomiar polega na określeniu czasu opadania kulki w rurce wypełnionej badaną cieczą. Skośne ustawienie rurki zapewnia, po osiągnięciu równowagi sił

działających na kulkę, jej ruch jednostajny po ściance (gdy średnica kulki w niedużym stopniu różni się od średnicy rurki). Pomiar czasu opadania kulki można powtarzać wielokrotnie. Wystarczy każdorazowo obrócić przyrząd o kąt 180° wokół osi O. Poziomica *W* służy do kontroli ustawienia przyrządu, natomiast śruba S do unieruchomienia rurki. Rozkład sił działających na kulkę będącą w ruchu w badanej cieczy przedstawiony jest na rys.15.2. Ruch ciała w tym przypadku spowodowany jest składową równoległą do podłoża siły ciężkości $G_{//}$ podczas gdy składowa prostopadła $G_{\perp}$ siły ciężkości przyciska kulkę do ścianki rurki. Ruch ciała w cieczy hamowany jest siłą lepkości Stokes'a F_L. Poza tym na kulkę działa jeszcze siła wyporu F_W, której składowa $F_{W//}$ o kierunku równoległym do ścianki rurki ma wpływ na ruch kulki. Ruch ten jest jednostajny od momentu, gdy siły działające w kierunku ruchu kulki się zrównoważą. Wyraża to następująca równość:

$$G_{//} = F_{W//} + F_L \tag{15.2}$$

skąd siła lepkości równa jest:

$$F_L = G_{//} - F_{W//} \tag{15.3}$$

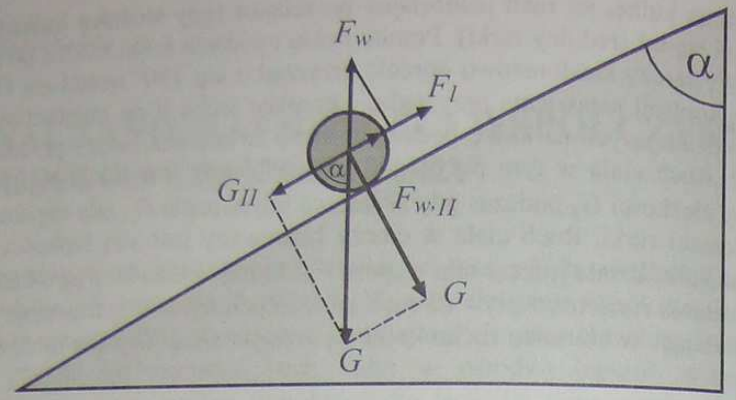


Rys. 15.1

Siła lepkości Stokesa dla kulki o promieniu r_K wyraża się wzorem:

$$F_L = 6\pi\eta r_K \upsilon \tag{15.4}$$

gdzie:
η – współczynnik lepkości cieczy,
υ – prędkość kulki.



Rys. 15.2

Z rozkładu sił na rys.15.2 wynika, że:

$$\frac{G_{II}}{G} = \cos\alpha; \tag{15.5}$$

Po przekształceniu wzoru (5) i podstawieniach otrzymuje się:

$$G_{II} = G\cos\alpha = m_K g\cos\alpha = v_K \rho_K g\cos\alpha = \frac{4}{3}\pi r_K^3 \rho_K g\cos\alpha \tag{15.6}$$

gdzie:
m_K – masa kulki,
ρ_K – gęstość kulki,
v_K – objętość kulki,
g – przyspieszenie ziemskie.

Składowa siły wyporu z siłą wyporu związana jest podobną zależnością jak we wzorze (15.5):

$$\frac{F_{WII}}{F_W} = \cos\alpha \tag{15.7}$$

Z równania (15.7) po odpowiednich podstawieniach otrzymuje się:

$$F_{WII} = F_W\cos\alpha = v_K \rho_C g\cos\alpha = \frac{4}{3}\pi r_K^3 \rho_C g\cos\alpha \tag{15.8}$$

gdzie ρ_C – gęstość cieczy.

Wstawiając do równania (15.3) wzory (15.4); (15.6) i (15.8), otrzymamy:

$$6\pi\eta r_K \upsilon = \frac{4}{3}\pi r_K^3 \rho_K g\cos\alpha - \frac{4}{3}\pi r_K^3 \rho_C g\cos\alpha \tag{15.9}$$

Uwzględniając fakt, że $\upsilon = s / t$; gdzie s jest drogą, jaką przebywa kulka w rurce, a t czasem przebycia tej drogi, otrzymamy:

$$\eta = \frac{2}{9} r_K^2 \cos\alpha \cdot g \frac{1}{s}(\rho_K - \rho_C)t \tag{15.10}$$

gdzie:

$$\frac{2}{9} r_K^2 \cos\alpha \cdot g \frac{1}{s} = K$$

Wyrażenie K jest dla danej kulki i rurki wielkością stałą i nosi nazwę stałej aparaturowej. Możemy wzór (15.10) ostatecznie zapisać:

$$\eta = K(\rho_K - \rho_C)t \tag{15.11}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Sprawdzamy wypoziomowanie przyrządu za pomocą poziomicy W.
2. Odaretowujemy wiskozymetr przez odciągnięcie zapadki blokującej, obracamy o 180° i czekamy aż do momentu opadnięcia kulki na dno.
3. Włączamy do sieci ultratermostat i ustawiamy temperaturę równą 20°C. Czekamy do osiągnięcia oraz ustalenia się tej temperatury.
4. Ponownie obracamy wiskozymetr o 180°i mierzymy pięciokrotnie czas t_i opadania kulki pomiędzy górną i dolną kreską zaznaczoną na rurce wiskozymetru. Wyliczamy czas średni $t_{śr}$.
5. Podwyższając temperaturę co 10°C aż do uzyskania temperatury 60°C, wykonujemy pomiary czasów opadania kulki t_i w danej temperaturze T, jak opisano powyżej w pkt. 4.
6. Spisujemy wartości gęstości oleju ρ_C, gęstości kulki ρ_K oraz stałej aparaturowej K z odpowiednich tablic danych fizycznych. Obliczamy wartość współczynnika lepkości η dla poszczególnych temperatur oleju.
7. Wyliczamy wartości odwrotności temperatury $1/T$ i logarytmy z policzonych współczynników lepkości $\log\eta$ dla wszystkich mierzonych temperatur.
8. Wykreślamy na papierze milimetrowym zależność $\log\eta$ w funkcji odwrotności temperatury $1/T$. Korzystając ze sporządzonego wykresu, obliczamy stałe A i B. charakterystyczne dla tej cieczy, występujące w równaniu (15.1). W tym celu zauważamy, że równanie to możemy przedstawić w następującej postaci:

$$\log\eta = B\log e \cdot \frac{1}{T} + \log A$$

które jest równaniem prostej:

$$y = ax + b$$

Zatem wyznaczamy z wykresu wartość nachylenia a tej prostej. Mając tę wartość, wyliczamy wartość B, która równa jest $a / \log e$ (stała B proporcjonalna jest do energii aktywacji E_a przepływu lepkiego a odwrotnie proporcjonalna do stałej gazowej R).

Również z wykresu odczytujemy wartość b (przecięcie się prostej z osią $\log \eta$ pozwala odczytać tę wartość) i obliczamy A z równości $b = \log A$, z czego wynika, że $A = \log b$ (stała A bardzo słabo zależy od temperatury i dla bardzo wysokich temperatur cieczy jej wartość równa jest współczynnikowi lepkości).

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia Nr 15

T	t					$t_{śr}$	ρ_K	ρ_C	K	η
	t_1	T_2	t_3	t_4	t_5					
K	s					s	kg m^{-3}	kg m^{-3}	m^2 s^{-2}	kg m^{-1} s^{-1}
T_1=										
T_2=										
T_3=										
T_4=										
T_5=										

$1/T$	$\log \eta$	B	A
1/K			kg·m^{-1}·s^{-1}

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Korzystając z prawa Newtona, zdefiniować współczynnik lepkości.
2. Wyjaśnić, jak i dlaczego lepkość zależy od temperatury.
3. Omówić prawa Poisseuille'a oraz prawo Archimedesa.
4. Narysować z wykorzystaniem równi siły działające na toczącą się kulkę w ośrodku lepkim.
5. Wyprowadzić wzór roboczy na wyznaczenie współczynnika lepkości przy użyciu wiskozymetru Hoepplera.

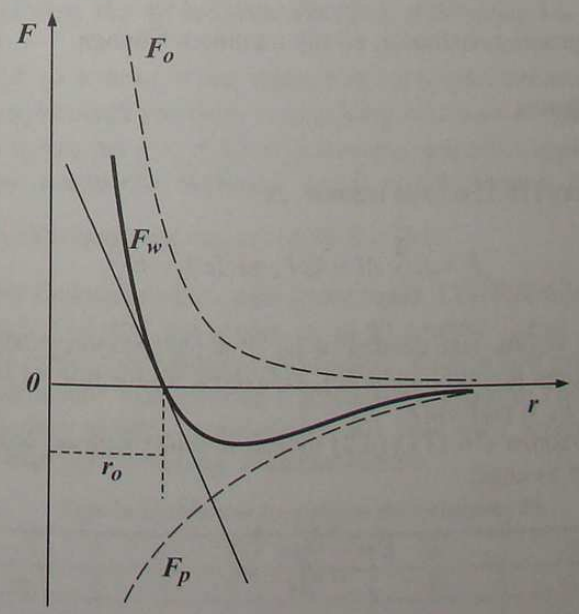
Ćwiczenie 16

SPRAWDZANIE PRAWA HOOKE'A ORAZ WYZNACZENIE MODUŁU YOUNGA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki, omówienie zjawiska sprężystości, prawa Hooke'a, zależności odkształcenia od działającej siły.

Między cząsteczkami substancji działają siły międzycząsteczkowe – siły przyciągania oraz siły odpychania. W ciałach stałych siły te są bardzo duże, działają na bardzo małych odległościach i silnie, lecz w różny sposób zależą od odległości między cząsteczkami.

Na rys. 16.1 przedstawiono liniami przerywanymi zależność sił przyciągania – F_p oraz odpychania – F_0 między cząsteczkami, od odległości r ich środków. Siła odpychania szybciej maleje wraz z odległością aniżeli siła przyciągania. Dla małych odległości siła odpychania jest większa od siły przyciągania, natomiast dla większych odległości przeważają siły przyciągania. Siła F_w, oznaczona linią ciągłą, jest wypadkową (sumą) sił F_p oraz F_0. Odległość między sąsiednimi cząsteczkami ciała, na które nie działa żadna dodatkowa siła lub działające siły się równoważą, oscyluje wokół odległości równowagowej, r_0. Odległości tej odpowiada najmniejsza energia potencjalna; jest to więc położenie stanu równowagi między tymi cząsteczkami.



Rys. 16.1

Działając na to ciało zewnętrzną siłą F_z zorientowaną zgodnie z osią $0r$, powodującą rozciąganie ciała, zwiększamy odległość między cząsteczkami. Zmiana odległości $\Delta r = r - r_0 > 0$ jest w tym przypadku większa od zera. Siły oddziaływań międzycząsteczkowych, reprezentowane przez siłę F_w, przeciwdziałające rozciąganiu, powodują przyciąganie wzajemne cząsteczek ciała i mają zwrot przeciwny do zwrotu sił zewnętrznych. Analogicznie, działając na ciało siłą zewnętrzną ściskającą ciało, powodujemy zmniejszenie odległości $\Delta r = r - r_0 < 0$. Siły międzycząsteczkowe przeciwdziałające ściskaniu powodują odpychanie cząsteczek. W tym przypadku zwrot tych sił jest również przeciwny do zwrotu sił zewnętrznych. Wykres zależności sumy sił oddziaływań międzycząsteczkowych od odległości r można w pobliżu odległości równowagowej, r_0 przybliżyć funkcją liniową (na rys. 16.1 prosta styczna do krzywej F_w w punkcie r_0).

Działając z zewnątrz pewną siłą na ciało stałe, pokonujemy działanie sił międzycząsteczkowych. Jeśli po usunięciu sił zewnętrznych ciało wraca do poprzedniego kształtu i objętości, to takie odkształcenie nazywamy sprężystym (lub doskonale sprężystym). Po przekroczeniu pewnej wartości granicznej ciało nie wraca już do poprzedniej postaci i następuje odkształcenie trwałe

Podstawowe prawo (doświadczalne) dotyczące odkształceń sprężystych sformułował Hooke. Wykazał on, że jeśli nie zostanie przekroczona granica sprężystości, to w przypadku wydłużenia sprężystego w kierunku działania siły, np. drutu, względne wydłużenie $\frac{\Delta l}{l_0}$ jest proporcjonalne do ciśnienia p działającej siły F, zwanego naprężeniem:

$$p = \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \tag{16.1}$$

gdzie:
E – współczynnik proporcjonalności, zwany modułem Younga,
S – przekrój drutu,
L_0 – długość początkowa,
Δl – wydłużenie.

Na podstawie wzoru (16.1) można napisać, że:

$$F = E\frac{S}{l_0}\Delta l = k\Delta l \text{ , gdzie } k = E\frac{S}{l_0} \tag{16.2}$$

Jak wynika z tego wzoru, siła działająca na drut jest proporcjonalna do wydłużenia; k jest współczynnikiem proporcjonalności. Zależność tę ilustruje na rys.16.1 linia prosta styczna do krzywej F_w w punkcie r_0.

Na podstawie wzorów (16.1) i (16.2) można również napisać wzór, według którego wyznacza się moduł Younga:

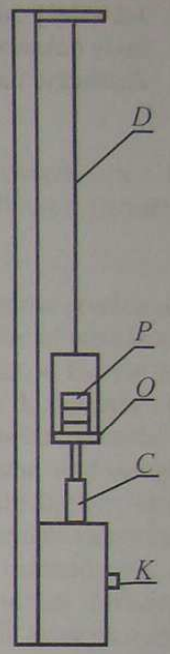
$$E = \frac{F\,l_0}{S\,\Delta l} = \frac{l_0}{S}k \tag{16.3}$$

Celem ćwiczenia jest:

a) sprawdzenie prawa Hooke'a, tj. stwierdzenie, czy doświadczalnie uzyskana zależność $F=f(\Delta l)$ będzie na wykresie linią prostą,
b) wyznaczenie modułu Younga.

Przyrząd, którym się posłużymy, przedstawiony jest schematycznie na rys. 16.2. Na końcu sztywno zamocowanego drutu D zawieszona jest szalka O. Pod wpływem ciężaru odważników F, umieszczonych na szalce, następuje wydłużenie drutu o wartość Δl, którą mierzymy za pomocą czujnika mikrometrycznego C, opisanego w rozdziale I.3.3.

Długość początkową drutu odczytujemy na skali: skala jest tak wykonana, że wskazówka (czarna kreska na płytce z pleksiglasu) pozwala na bezpośredni odczyt długości l_0.



Rys. 16.2

Przebieg ćwiczenia:

1. Mierzymy za pomocą śruby mikrometrycznej średnicę drutu $2r$ w pięciu różnych punktach, obliczamy średnią wartość średnicy, a następnie pole przekroju S.
2. Wyznaczamy długość początkową drutu l_0.
3. Za pomocą pokrętła K doprowadzamy do zetknięcia czujnika z szalką, tak aby duża wskazówka znalazła się na zerze. Położenie zerowe małej wskazówki ustawia się przez obrót ruchomej przeźroczystej części osłony czujnika.
4. Obciążamy szalkę ciężarkiem o masie m = 50 g i notujemy wskazania czujnika.
5. Pomiary powtarzamy dla 10 różnych obciążeń, dokładając kolejne ciężarki.
6. Obliczamy siłę F ze wzoru $F = mg$, gdzie g jest przyśpieszeniem ziemskim.
7. Na podstawie uzyskanych wyników wykreślamy zależność $F = f(\Delta l)$.
8. Posługując się wykresem $F = f(\Delta l)$, wyznaczamy wartość współczynnika nachylenia prostoliniowego fragmentu wykresu, czyli współczynnika proporcjonalności k.

   Moduł Younga obliczamy wg wzoru (16.3) $E = \frac{l_0}{S}k$.
9. Przeprowadzamy dyskusję niepewności (patrz rozdz. I.1) Wykreślamy krzywe niepewności dla funkcji $F=f(\Delta l)$, przyjmując za $u(\Delta l)$ wartość jednej działki mikrometru, a za $u(F)$ niedokładność wykonania odważników, która w tym przypadku wynosi 3%. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową modułu Younga, przyjmując za $u(l_0)$ wartość jednej działki; niepewności $u(l)$ oraz $u(F)$ wyznaczamy z wykresu, a maksymalny błąd $u_m(2r)$ metodą Studenta-Fishera.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 16

$2r$	S	l_0	m	F	Δl	E
m	m^2	m	kg	N	m	N/m^2

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić siły oddziaływań międzycząsteczkowych.
2. Sformułować prawo Hooke'a słownie i za pomocą wzoru.
3. Jak zależy odkształcenie ciała od działającej na nie siły?
4. Jakie odkształcenie nazywamy sprężystym, a jakie niesprężystym?
5. Zaznaczyć na rys. 16.1 obszar obrazujący ściskanie i rozciąganie badanego materiału.

Ćwiczenie 17

WYBRANE ZASTOSOWANIA TECHNIKI ULTRADŹWIĘKOWEJ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostek oraz omówienie ruchu drgającego, odbicia i tłumienia fali ultradźwiękowej.

Ultradźwiękami nazywamy fale o częstotliwościach większych niż górna granica słyszalności ucha ludzkiego, tj. ponad 16 000 Hz. Warunki rozchodzenia się fal ultradźwiękowych oraz zjawiska, które im towarzyszą, zależą od własności ośrodka, w którym one występują. Wynika stąd możliwość zastosowania fal ultradźwiękowych do badania własności różnych ośrodków. Za pomocą pomiarów ultradźwiękowych możemy badać te własności struktury materiałów, od których zależą prędkości rozchodzenia się i osłabienie natężenia tych fal w badanym ośrodku. Osłabienie natężenia fali wynikające ze struktury materiału można podzielić na rozpraszanie i tłumienie. Rozpraszaniem nazywamy kierowanie energii fali w kierunkach innych niż pierwotny kierunek rozchodzenia się fali. Przyczyną rozpraszania jest odbicie się fali od nieciągłości struktury badanego ośrodka (granice ziaren, włączenia materiałów o innych własnościach akustycznych). Tłumieniem fal ultradźwiękowych nazywamy zmianę energii tych fal na inne rodzaje energii (np. ciepło na skutek tarcia wewnętrznego). Zastosowanie metod ultradźwiękowych:

1. Defektoskopia – wykrywanie nieciągłości badanego ośrodka oparte na odbiciach impulsów ultradźwiękowych od tych nieciągłości.
2. Elastometria – wyznaczanie stałych sprężystości.
3. Badanie struktury ośrodków wielofazowych i uziarnionych (ceramika).
4. Śledzenie procesów technologicznych.
5. Pomiar odległości.

Metody pomiarowe oparte na technice ultradźwiękowej można podzielić na dwie grupy:

1. Pomiary opóźnienia fal ultradźwiękowych (pomiar prędkości propagacji fal).
2. Pomiary tłumienia fal ultradźwiękowych w badanych materiałach.

17.1. Wyznaczenie modułu Younga

Prędkość (v) fal podłużnych w cienkich prętach może być związana z własnościami sprężystymi danego ciała poprzez równanie:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{17.1}$$

gdzie:
E – moduł sprężystości Younga [N/m^2],
ρ – gęstość [kg/m^3].

Wzór powyższy jest słuszny dla tzw. prętów cienkich, tj. takich, których średnica jest mniejsza od 0,2 długości fali sprężystej.

PRZYGOTOWANIA DO POMIARÓW

Środki sprzęgające

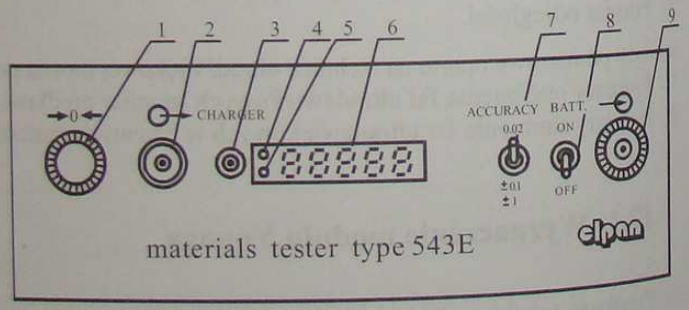
W celu umożliwienia przedostania się fali ultradźwiękowej z głowicy do badanego materiału należy wyeliminować warstwę powietrza z przestrzeni pomiędzy ich powierzchniami przez wprowadzenie środka sprzęgającego. Zaleca się stosowanie ciekłych środków sprzęgających. Rodzaj środka sprzęgającego należy dobierać w zależności od stanu powierzchni badanego obiektu. W przypadku gładkich powierzchni stosuje się olej o dużej lepkości, smar, glicerynę lub plastelinę.

Kalibracja

Kalibracja próbnika materiałów (typ 543) polega na prawidłowym ustawieniu pokrętła „zero", umieszczonego na płycie czołowej. Kalibrowania dokonuje się na wzorcu mikrosekundowym. W tym celu na głowicę odbiorczą, po zastosowaniu czynnika sprzęgającego, nakłada się wzorzec płaską powierzchnią, a następnie dociska się głowicę odbiorczą. Po włączeniu zasilania i ustawieniu przełącznika dokładności odczytu w pozycji ±0,02 µs – należy za pomocą pokrętła „zero" doprowadzić do wartości 2,00 µs.

Uwaga: Zerowanie próbnika poprzez zetknięcie głowic może być błędne, ponieważ wskaźnik przyrządu nie pokazuje wartości ujemnych.

1. Pokrętło do zerowania
2. Gniazdo BNC-50-0.5-B-0(G) do podłączenia głowicy nadawczej
3. Gniazdo do ładowania akumulatorów
4. Dioda świecąca (żółta) sygnalizująca gotowość do pracy
5. Dioda świecąca (czerwona) sygnalizująca rozładowanie baterii
6. Zespół 5 wskaźników cyfrowych typu LED
7. Przełącznik ustawienia dokładności odczytu
8. Wyłącznik zasilania.
9. Wtyk BNC-50-0.5-B-)/V2 do podłączenia głowicy odbiorczej



Rys. 17

Dokonywanie pomiarów

W celu dokonania pomiarów należy:
- włączyć zasilanie, sprawdzić sygnalizację gotowości do pracy (zapalenie żółtej diody świecącej),
- wykalibrować przyrząd,
- docisnąć głowicę nadawczą i odbiorczą do badanego elementu,
- ustawić przełącznik dokładności odczytu np. na wartości ± 0,1, ± 1: odczytać wynik po uzyskaniu stabilnego wskazania.

Uwaga: Zapalenie się kropki po piątej cyfrze oznacza przekroczenie danego zakresu pomiarowego.

Przebieg ćwiczenia:

1. Ważymy badane ciało z dokładnością do 0,01 g.
2. Za pomocą suwmiarki mierzymy rozmiary ciała.
3. Obliczamy objętość V ciała oraz jego gęstość ρ.
4. Mierzymy czas t rozchodzenia się sygnału ultradźwiękowego w badanym ciele, postępując zgodnie z wcześniejszym opisem.
5. Obliczamy prędkość v rozchodzenia się fali ultradźwiękowej w badanej próbce o grubości d:

$$v = \frac{d}{t} \tag{17.2}$$

6. Obliczyć moduł Younga E, korzystając ze wzoru (17.1).

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 17.1

nr próbki	m kg	$2r$ m	V m^3	ρ kg/m^3	t s	v m/s	E N/m^2

gdzie:
m – masa ciała,
r – promień ciała w postaci walca,
ρ – gęstość,
t – czas przejścia sygnału ultradźwiękowego,
v – szybkość rozchodzenia się fali,
E – moduł Younga.

17.2. Badanie defektów materiałowych

Jak wynika ze wstępu, przyczyną rozpraszania fali ultradźwiękowej może być odbicie się fali od nieciągłości struktury badanego ośrodka. Porównując czas przejścia sygnału ultradźwiękowego przechodzącego przez serię próbek wykonanych z tego samego mate-

riału i mających identyczne rozmiary w kierunku rozchodzenia się fali, można odróżnić próbki z wewnętrznymi defektami od próbek nieuszkodzonych. Ze względu na możliwość odbicia się fali defektu materiałowego czas przejścia sygnału ultradźwiękowego przez uszkodzoną próbkę będzie wyraźnie dłuższy od czasu przejścia sygnału przez próbkę bez defektów.

Przebieg ćwiczenia:

W celu wybrania próbek materiałowych mających niewidoczne okiem defekty należy zmierzyć czas przejścia sygnału ultradźwiękowego przez wszystkie otrzymane próbki. Zewnętrznie wszystkie próbki wyglądają identycznie. Próbki nie wykazujące defektów będą charakteryzowały się porównywalnym czasem przejścia sygnału (z dokładnością ± 0,1μs), natomiast pomiary prowadzone na próbkach mających niewidoczne pęknięcia będą wykazywały istotne różnice czasów przejścia sygnału ultradźwiękowego.

1. Zmierzyć czas przejścia sygnału ultradźwiękowego przez badaną próbkę.
2. Wpisać wynik odczytu do tabeli.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 17.2

nr próbki	t	próbki z defektem
	s	

17.3. Badanie stopnia wypełnienia nieprzeźroczystego zbiornika

Mierząc czas przejścia sygnału ultradźwiękowego przez zbiornik o nieprzeźroczystych ściankach na różnych wysokościach, można znaleźć granicę wypełnienia zbiornika jakimś materiałem różniącym się gęstością od pozostałej części zbiornika. Wynikiem tego powinna być zmiana czasu przechodzenia fali ultradźwiękowej podczas przekraczania granicy oddzielającej różne materiały. Warunkiem poprawnego pomiaru jest umieszczenie głowicy nadawczej i odbiorczej na tej samej wysokości oraz tak, aby była zachowana stała odległość między nimi.

Przebieg ćwiczenia

W celu znalezienia granicy wypełnienia danego zbiornika należy mierzyć czas przejścia sygnału ultradźwiękowego, przemieszczając obydwie głowice równolegle, przesuwając je po przeciwległych ściankach zbiornika. W momencie zmiany szybkości przechodzenia sygnału należy zmierzyć odległość podstawy zbiornika do miejsca wyznaczonego przez środek głowicy.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 17.3

nr zbiornika	t_1	t_2	h
	μs	μs	m

gdzie:
t_1 – czas przejścia sygnału poniżej poziomu wypełnienia,
t_2 – czas przejścia sygnału powyżej poziomu wypełnienia,
h – wysokość poziomu wypełnienia, mierzona od podstawy zbiornika, przy której następuje zmiana czasu przejścia sygnału ultradźwiękowego.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Na czym polega defektoskopia oparta na falach ultradźwiękowych?
2. Zastosowanie ultradźwięków w diagnostyce medycznej, zalety i wady.
3. Ograniczenia stosowania techniki ultradźwiękowej w diagnostyce medycznej.
4. Na czym polega zjawisko kawitacji?
5. Bazując na równaniu (17.1), uzasadnić możliwość diagnozowania osteoporozy za pomocą fal ultradźwiękowych.

Ćwiczenie 18

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA WYDŁUŻENIA TKANKI KOSTNEJ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, jednostki oraz omówienie natury sił sprężystości, ich związku z budową molekularną ciał, poldery odkształceń sprężystych i plastycznych, omówienie współczynnika sprężystości i metod jego wyznaczania, energii potencjalnej ciała sprężyście odkształconego, prawa Hooke'a, zasady działania dźwigni, warunków równowagi mechanicznej, ugięcia belki.

Działanie sił zewnętrznych na ciało stałe może spowodować jego odkształcenie, które należy rozumieć jako wszelką zmianę wzajemnego położenia cząstek danego ciała. Jeżeli oznaczymy przez F_n siłę zewnętrzną działającą na powierzchnię S, to stosunek:

$$p = \frac{F_n}{S} \left[\frac{N}{m^2}\right] \tag{18.1}$$

nazywamy ciśnieniem lub napięciem odkształcającym. Jednostką wielkości p w układzie SI jest 1 Pascal = 1 N/m^2. Siłę działającą na powierzchnię S można rozłożyć na dwie składowe: prostopadłą do powierzchni i styczną do powierzchni. Składowa prostopadła wywołuje tylko zmianę objętości, natomiast składowa styczna powoduje odkształcenie postaci. Uwzględniając sposób zamocowania badanego ciała oraz kierunek działania sił zewnętrznych, można mówić o odkształceniach wywołanych przez: podłużne rozciąganie lub ściskanie, skręcanie i uginanie. Jeżeli na ciało działa siła rozciągająca F, to zwiększy ono swoją długość o Δl. Jeżeli to odkształcenie znajduje się w granicach sprężystości, to siły wewnętrzne sprawiają, że po usunięciu sił zewnętrznych ciało wraca do długości początkowej. Siły wewnętrzne spełniające ten warunek nazywamy siłami sprężystymi, natomiast odkształcenia zanikające po usunięciu sił zewnętrznych noszą nazwę odkształceń sprężystych. Dla małych odkształceń odkształcenia są proporcjonalne do ciśnienia odkształcającego. Stanowi to treść prawa Hooke'a, które w odniesieniu do wydłużenia ma postać:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha p \tag{18.2}$$

gdzie:
Δl – wydłużenie,
L_0 – długość początkowa,
α – współczynnik wydłużenia.

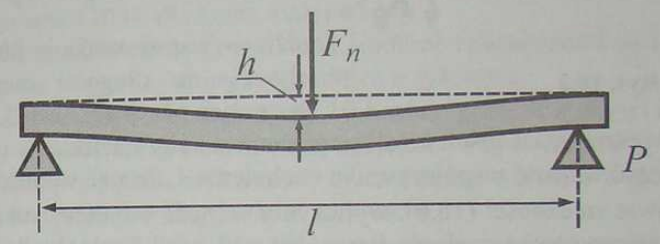
Porównując zależność (18.2) z prawem Hooke'a, otrzymujemy zależność pomiędzy modułem Younga E i współczynnikiem wydłużenia α:

$$E = \frac{1}{\alpha} \tag{18.3}$$

Obciążenie belki, podpartej na końcach, siłą F_n przyłożoną w środku długości – powoduje odkształcenie, którego miarą jest strzałka ugięcia h (rys. 18.1). W czasie zginania belki dolne warstwy wydłużają się, górne skracają, a warstwa środkowa, którą nazywamy warstwą neutralną, zachowuje swoją długość, ulegając tylko wykrzywieniu. Zgodnie z prawem Hooke'a strzałka ugięcia h jest proporcjonalna do siły nacisku F_n.

$$h = kF_n \tag{18.4}$$

gdzie współczynnik k zależy od rozmiarów i kształtu przekroju belki oraz od współczynnika wydłużenia.



Rys. 18.1

Dla belki obustronnie podpartej, obciążonej w środku siłą F_n, k określa równanie (18.5):

$$k = \frac{l^3}{48J}\alpha \tag{18.5}$$

gdzie:
J – moment bezwładności przekroju belki względem osi belki,
F_n – działająca siła,
l – długość belki od jednej krawędź podparcia do drugiej.

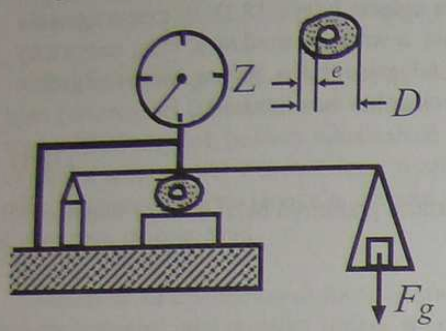
Dla belki o przekroju kołowym o promieniu R współczynnik k określa równanie (18.6):

$$k = \frac{l^3}{12\pi R^4}\alpha \tag{18.6}$$

natomiast dla rurki (kości) o promieniu zewnętrznym R i wewnętrznym r – k określa równanie (18.7):

$$k = \frac{l^3}{12\pi\left(R^4 - r^4\right)}\alpha \qquad (18.7)$$

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika wydłużenia tkanki kostnej, a także porównanie współczynników wydłużenia wyznaczonych dla rurki i pręta, wykonanych z tego samego materiału oraz mających identyczne pola przekroju poprzecznego. Strzałkę ugięcia mierzymy mikrometrycznym czujnikiem zegarowym Z (rys. 18.2) opisanym w rozdziale I.3.3. Siła nacisku F_n jest przykładana za pośrednictwem jednoramiennej dźwigni obciążonej na końcu szalką z odważnikami. Jeżeli więc ciężar odważników jest równy F_g, to siła nacisku F_n będzie równa:



Rys. 18.2

$$F_n = wF_g \qquad (18.8)$$

gdzie w jest stosunkiem długości ramienia siły F_g do długości ramienia siły F_n. W naszym przypadku $w = 3$.

Wykonując wykres zależności strzałki ugięcia h od siły nacisku F_n, (równanie 18.4), możemy wyznaczyć wartość współczynnika nachylenia k. Znając wartość współczynnika k oraz na podstawie zależności (18.6), wyliczymy wartość współczynnika wydłużenia α. Dla pełnego pręta o promieniu przekroju R współczynnik wydłużenia określa równanie (18.9):

$$\alpha = \frac{12\pi R^4}{l^3}k \qquad (18.9)$$

gdzie:

α – współczynnik wydłużenia,
R – promień pręta,
k – współczynnik wyznaczony na podstawie wykresu $h=f(Fn)$,
l – długość pręta mierzona między punktami podparcia.

Analogicznie, traktując kość jako długą rurę o średnicach: zewnętrznej D oraz wewnętrznej d, można pokazać na podstawie równania (18.7), że współczynnik wydłużenia dla kości (rurki) wyraża się wzorem:

$$\alpha = \frac{12\pi h\left(R^4 - r^4\right)}{l^3}k \qquad (18.10)$$

gdzie:

r – wewnętrzny promień przekroju kości lub rurki,
$R = D/2$ – zewnętrzny promień kości lub rurki,
k – współczynnik wyznaczony na podstawie wykresów $h=f(Fn)$ sporządzonych dla kości i rurki,
l – długość pręta mierzona między punktami podparcia.

Wewnętrzny promień przekroju kości lub rurki r jest równy różnicy średnicy wewnętrznej d oraz grubość tkanki kostnej lub rurki e. Promień $r = (D - 2e)/2$.

Przebieg ćwiczenia:

1. Umieszczamy badany przedmiot (kość, rurkę, pręt) na pryzmatach P. W razie potrzeby rozsuwamy pryzmaty tak, aby punkty podparcia wypadły blisko końców przedmiotu, a punkt przyłożenia siły nacisku – w połowie odległości między pryzmatami. Mierzymy długości ramion OA i OB (rys.18.2) i wyznaczamy przekładnię dźwigni $w = OB/OA$.
2. Mierzymy pięciokrotnie odległość l między pryzmatami i obliczamy wartość średnią.
3. Ustawiamy czujnik mikrometryczny:
   a) czujnik powinien opierać się o dźwignię dokładnie nad badanym przedmiotem,
   b) przy nieobciążonej dźwigni jego nóżka powinna być wciśnięta co najmniej 3 milimetry,
   c) zero na skali ustawiamy poprzez obrót zewnętrznego pierścienia.
4. Mierzymy strzałkę ugięcia h dla 7 różnych obciążeń (maksymalna siła nacisku dla kości dużej wynosi 120 N, dla kości małej 45 N).
5. Mierzymy 10-krotnie w rożnych punktach średnicę zewnętrzną kości D. W przypadku rurki lub pręta wystarczy zmierzyć średnicę trzykrotnie.
6. Korzystając z przeciętej kości, mierzymy 10-krotnie grubość e tkanki kostnej,
7. Sporządzamy wykresy zależności strzałki ugięcia od siły nacisku $h= f(F_n)$ pręta, rurki i kości. Posługując się tymi wykresami, wyznaczamy wartości współczynników nachylenia k prostoliniowych fragmentów wykresów.
8. Na podstawie wzorów (18.9) i (18.10) wyznaczamy współczynniki wydłużenia dla badanych materiałów.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia Nr 18

l	$l_{śr}$	F_g	F_n	h	D	$D_{śr}$	e	$e_{śr}$	$d_{śr}$	r	R	α	
m	m	N	N	m	m	m	m	m	m	m	m	m^2N^{-1}	
													kość
													rurka
							------	------	------				pręt

h [m]									
F_n [N]									kość
h [m]									
F_n [N]									rurka
h [m]									
F_n [N]									pręt

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Analizując rys. 18.1, określić siły równoważące się.
2. Określić znaczenie fizyczne współczynnika wydłużenia (równanie 18.2).
3. Porównać współczynniki wydłużenia dla pełnego pręta i rurki wykonanych z tego samego materiału, mających te same długości i pola przekroju.
4. Wnioski z analizy z punktu 3 odnieść do kości.
5. Określić warunek równowagi dla dźwigni jednostronnej i dwustronnej.

Ćwiczenie 19

WYZNACZANIE CIEPŁA WŁAŚCIWEGO CIAŁ STAŁYCH

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z tym ćwiczeniem (i jednostki miary) oraz omówienie I zasady termodynamiki, bilansu ciepła (umiejętność jego układania), sposobów przenoszenia ciepła i praw, jakie nimi rządzą, sposobów zapobiegania utracie ciepła, zjawiska termoelektrycznego, budowy i działania termopary, zależności napięcia termoelektrycznego od temperatury i zasady działania woltomierza.

Temperatura (T) i ciepło (Q) są wielkościami fizycznymi związanymi z energią wewnętrzną ciał lub układów ciał. Temperatura, z punktu widzenia klasycznej fizyki statystycznej, jest wielkością wprost proporcjonalną do średniej energii kinetycznej ruchów cieplnych cząsteczek danego ciała. W układzie SI temperaturę wyrażamy w kelwinach [K], ale w praktyce często stosujemy jednostkę spoza układu SI, tj. stopień Celsjusza [°C]. Związek między tymi jednostkami jest następujący: T [K] = t [°C] + 273,15.

Ciepło jest wielkością fizyczną równą zmianie energii wewnętrznej ciała lub układu, zachodzącej pod wpływem różnicy temperatur. W wyniku pobierania lub oddawania ciepła przez ciała, czyli w wyniku zmiany ich energii wewnętrznej, dochodzi do zmiany temperatury lub przemian fazowych, bądź też mają miejsce obydwa te procesy. Ciepło wymieniane z otoczeniem (pobierane lub oddawane) przez ciało jednorodne zależy od masy tego ciała, rodzaju materiału i różnicy temperatur istniejącej między ciałem i jego otoczeniem. Ciepło to można przedstawić w postaci:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \tag{19.1}$$

gdzie c jest ciepłem właściwym, charakteryzującym rodzaj materiału.

W szczególności ciepło właściwe ciał jednorodnych możemy określić następującym wzorem:

$$c = \frac{Q}{m \cdot (T_2 - T_1)} \quad \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right] \tag{19.2}$$

gdzie Q oznacza liczbowo ilość ciepła potrzebną do ogrzania ciała o masie m od temperatury T_1 do temperatury T_2 lub wydzieloną przez to ciało w czasie stygnięcia. Ciepło właściwe c liczbowo jest ilością ciepła potrzebną do ogrzania ciała o masie 1 kg o 1 kelwin; wyrażamy je w J/ kg · K.

W przypadku gdy wymiana ciepła dotyczy nie ciała, lecz niejednorodnego układu, jakim jest np. kalorymetr, wzór (19.1) przyjmuje postać:

$$Q = P \cdot \Delta T, \tag{19.3}$$

gdzie P jest pojemnością cieplną układu, którą możemy wyrazić w postaci:

$$P = \frac{Q}{\Delta T} \quad \left[\frac{J}{K}\right]. \tag{19.4}$$

W tym ćwiczeniu P jest pojemnością cieplną kalorymetru, która jest liczbowo równa ilości ciepła potrzebnego do ogrzania kalorymetru o 1 kelwin, wyrażamy ją w J/K.

Transport ciepła (przenoszenie energii wewnętrznej), spowodowany różnicą temperatur, może odbywać się na trzy sposoby: przewodnictwa cieplnego, konwekcji (unoszenia) i promieniowania.

Przewodnictwo cieplne polega na przekazywaniu energii wewnętrznej związanej z ruchem bezładnym (drgającym) grupy cząsteczek (atomów) o wyższej energii grupie cząsteczek (atomów) o niższej energii. Różnice tej energii związane są z różnymi temperaturami np. dwóch obszarów ciała. Przewodnictwo cieplne nie jest związane z makroskopowymi przemieszczeniami substancji w układzie. Zależność pomiędzy transportowanym strumieniem ciepła a gradientem temperatury w ciałach stałych określa prawo Fouriera:

$$q = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{19.5}$$

gdzie:

q – strumień ciepła,
λ – współczynnik przewodnictwa cieplnego,
ΔT – różnica temperatur,
Δx – odległość między miejscami, w których występują różnie temperatury.

Strumień ciepła (q) jest liczbowo równy ilości ciepła, jaka przepływa w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni, ustawionej prostopadle do strumienia.

Jak wiadomo, dobrze przewodzą ciepło metale, w których transport energii wewnętrznej związany jest z przekazywaniem drgań sieci krystalicznej.

Konwekcja, czyli unoszenie ciepła ma miejsce w cieczach i gazach, gdzie przemieszczają się makroskopowe obszary cieczy lub gazów względem siebie. Załóżmy, że ogrzewamy od dołu ciecz (gaz) w naczyniu postawionym na grzejniku. Ogrzane warstwy cieczy lub gazu zwiększają swoją objętość (rosną odległości między cząsteczkami), co powoduje zmniejszenie ich gęstości, zatem ogrzana warstwa jest lżejsza i zgodnie z prawem Archimedesa wypierana do góry. Mamy wobec tego do czynienia z przemieszczaniem się ciepła wraz z makroskopowymi warstwami cieczy lub gazu. Rozróżniamy konwekcję naturalną, wywołaną różnicą gęstości w polu grawitacyjnym, lub wymuszoną przez np. pompy czy mieszadła.

Trzeci sposób transportu ciepła to promieniowanie, który różni się od dwóch poprzednich tym, że ciepło w postaci fal elektromagnetycznych może rozchodzić się również w próżni. Ciało o dowolnej temperaturze, wyższej od otoczenia, emituje fale elektromagnetyczne, których długość zależy od jego temperatury. Ciała posiadające różne temperatury mogą emitować promieniowanie ultrafioletowe, widzialne i podczerwone. Ciało, które emituje promieniowanie, traci energię i ochładza się, jeśli nie zostanie mu

dostarczona energia z innych źródeł. Jeżeli straty są wyr...
ciała nie ulega zmianie, a promieniowanie nazywamy zrównoważonym. Wielkościami charakteryzującymi ciała pod kątem promieniowania temperaturowego (zwanego również termicznym) są: zdolność emisyjna R_e i zdolność absorpcyjna R_a. Zdolność emisyjna określa ilość energii wypromieniowanej przez jednostkę powierzchni ciała w jednostce czasu, natomiast zdolność absorpcyjna określona jest poprzez stosunek energii pochłoniętej przez ciało do energii padające na nie. Wielkości te zależą zarówno od długości fali (λ) promieniowania emitowanego i pochłanianego, jak i od temperatury bezwzględnej ciała.

Zdolności emisyjna i absorpcyjna związane są ze sobą zależnością wynikającą z prawa Kirchhoffa:

$$\frac{R_e}{R_a} = R \tag{19.6}$$

gdzie R jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego, tzn. ciała pochłaniającego całkowicie padającą na niego energię promieniowania ($R_a = 1$).

Prawo Kirchhoffa głosi zatem, że zdolność emisyjna ciała jest proporcjonalna do zdolności absorpcyjnej tego ciała.

Dla ciała doskonale czarnego prawo Stefana-Boltzmanna określa ilość energii emitowanej przez to ciało. Głosi ono, że energia emitowana przez to ciało jest wprost proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury w skali Kelvina, co możemy zapisać wzorem:

$$R = \sigma \cdot \left(T^4 - T_0^4\right) \tag{19.7}$$

gdzie:

R – ilość ciepła emitowana przez jednostkę powierzchni ciała w jednostce czasu, czyli zdolność emisyjna ciała,
T – temperatura ciała doskonale czarnego,
T_0 – temperatura otoczenia,
σ – stała Stefana.

Jeśli temperatura $T_0 = 0$, to ostatnie równanie przyjmuje postać:

$$R = \sigma \cdot T^4 \tag{19.8}$$

Rozkład energii w widmie ciała doskonale czarnego jest różny dla różnych temperatur. W różnych temperaturach maksimum promieniowania ciała doskonale czarnego przypada na inną długość fali (λ_m). Zależność długości fali λ_m od temperatury ciała podaje prawo Wiena, które głosi, że długość fali, dla której przypada maksimum promieniowania ciała doskonale czarnego, jest odwrotnie proporcjonalna do temperatury bezwzględnej tego ciała:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \tag{19.9}$$

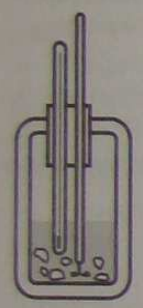
gdzie b jest stałą Wiena. Jak widać, im niższa temperatura ciała, tym większa długość fali λ_m. Z prawa Wiena możemy np. w przybliżeniu (dla ciała niedoskonale czarnego)

obliczyć długość fal λ_m promieniowania emitowanego z ciała ludzkiego, przyjmując jego temperaturę równą 310 K (37°C). Wynosi ona około 9 μm, czyli odpowiada promieniowaniu leżącemu w bliskiej podczerwieni.

Z powyższych informacji wynika, że energia wewnętrzna ciała (układu termodynamicznego) może ulec zmianie na sposób ciepła. Wiadomo również, że zmiana energii wewnętrznej może nastąpić dzięki pracy wykonanej nad układem lub przez układ. O możliwościach zmian energii wewnętrznej układu mówi I zasada termodynamiki, która głosi, że zmiana energii wewnętrznej ΔU danego układu w dowolnym procesie jest równa sumie pracy W wykonanej nad układem lub przez układ oraz ilości ciepła Q pobranego lub oddanego przez układ, w danym procesie. Możemy to zapisać następująco:

$$\Delta U = W + Q \tag{19.10}$$

Zmianę energii ΔU przyjmujemy jako dodatnią, jeżeli mamy do czynienia ze wzrostem energii, tj. gdy praca wykonana jest nad układem i ciepło dostarczone do układu. Jeżeli natomiast ma miejsce spadek energii wewnętrznej, to zmianę tę przyjmujemy za ujemną, co ma miejsce, gdy układ wykona pracę lub odda do otoczenia ciepło. Oczywiście, energia nie ulega zmianie $\Delta U = 0$, jeżeli np. praca jest wykonana nad układem i układ odda do otoczenia ilość ciepła równą liczbowo tej pracy.



Rys. 19.1

Ciepło właściwe wyznaczamy za pomocą kalorymetru, który składa się z następujących części (rys. 19.1):

1) naczynia Dewara, służącego do maksymalnego zredukowania strat ciepła; jest to bańka szklana, o podwójnych, posrebrzonych ściankach, między którymi istnieje próżnia;
2) termometru do pomiaru temperatury (termoelementu);
3) mieszadełka.

Ciało, którego ciepło właściwe chcemy wyznaczyć, ogrzewamy w zamkniętej próbówce zanurzonej w naczyniu z wrzącą wodą. W ten sposób ciało ogrzewa się w suchym powietrzu do temperatury T_0 równej temperaturze wrzącej wody. Po pewnym czasie, gdy ciało ogrzeje się równomiernie, przekładamy je szybko do kalorymetru, w którym znajduje się woda o masie m_w, temperaturze T_w i cieple właściwym c_w. Kalorymetr zatykamy korkiem. Badane ciało ochładza się, oddając ciepło wodzie i kalorymetrowi, przy czym oddana ilość ciepła wyraża się wzorem:

$$Q = m \cdot c \cdot (T_0 - T_k) \tag{19.11}$$

gdzie T_k oznacza wspólną temperaturę końcową. Ciepło pobrane przez wodę w kalorymetrze jest równe:

$$Q_w = m_w \cdot c_w \cdot (T_k - T_w) \tag{19.12}$$

a ciepło pobrane przez kalorymetr wynosi:

$$Q_k = P \cdot (T_k - T_w) \tag{19.13}$$

Wskutek izolującego działania naczynia Dewara możemy przyjąć, że ciepło Q, oddane przez badane ciało nie rozprasza się, zostaje więc pobrane tylko przez wodę i kalorymetr. Możemy zatem ułożyć bilans cieplny, tj. przyrównać ciepło oddane przez ciało do ciepła pobranego przez kalorymetr i wodę w kalorymetrze:

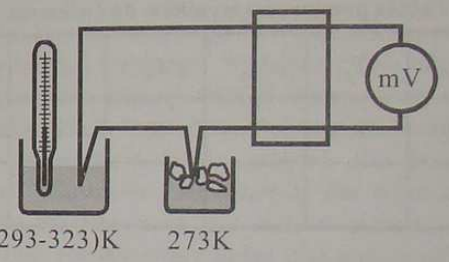
$$Q = Q_k + Q_w \tag{19.14}$$

czyli

$$m \cdot c \cdot (T_0 - T_k) = (P + m_w \cdot c_w) \cdot (T_k - T_w) \tag{19.15}$$

Z tego równania otrzymujemy wzór na ciepło właściwe ciała:

$$c = \frac{(P + m_w \cdot c_w) \cdot (T_k - T_w)}{m \cdot (T_0 - T_k)} \tag{19.16}$$



Rys. 19.2

Pomiary temperatur T_w i T_k przeprowadzamy za pomocą termoelementu. Zaletą takiego termometru jest mała bezwładność cieplna i duża dokładność. Zasada działania termopary podana jest w rozdziale I.3.7.

Przebieg ćwiczenia:

1. Ważymy opiłki z dokładnością do 0,1 g. Objętość opiłków wziętych do pomiaru powinna stanowić ok. 75% pojemności probówki służącej do ich ogrzania.
2. Podgrzewamy opiłki w zamkniętej probówce zanurzonej do naczynia z wrzącą wodą (ok. 10 min). Temperaturę wrzącej wody określamy z tablic na podstawie wskazań barometru.
3. Łączymy obwód wg schematu na rys. 19.2.
4. Zanurzamy jedno ze spojeń termoelementu w kalorymetrze z mieszaniną wody i lodu, a drugie spojenie w naczyniu z podgrzewaną wodą.
5. Włączamy mieszadło wraz z grzejnikiem i odczytujemy napięcie na miliwoltomierzu w odstępach co 5 K (od 293 do 328 K).
6. Przedstawiamy graficznie charakterystykę termopary $U=U(\Delta T)$.

7. Korzystając ze sporządzonego wykresu, obliczamy stałą termopary a jako współczynnik nachylenia prostej $U(T)$, $a = (U_2 - U_1)/(\Delta T_2 - \Delta T_1)$ (patrz rozdz. I.2.3).
8. Nalewamy do kalorymetru 250 ml wody, zanurzamy w niej jedno ze spojeń termoelementu i odczytujemy napięcie U_w, odpowiadające temperaturze początkowej wody T_w.
9. Po ogrzaniu się opiłków przesypujemy je do kalorymetru.
10. W celu szybkiego i równomiernego ogrzania wody należy mieszać ją za pomocą mieszadełka, obserwując jednocześnie wskazania miliwoltomierza.
11. Notujemy maksymalną wartość napięcia U_k, odpowiadającą końcowej temperaturze mieszaniny T_k. Na podstawie znajomości stałej termopary a obliczamy temperatury T_w i T_k ze wzoru ($T=U/a+273K$).
12. Na podstawie wzoru (16) obliczamy szukane ciepło właściwe.

Uwaga: Cechowanie termopary należy przeprowadzić podczas ogrzewania opiłków.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 19

P	m_w	m	T_p	U_w	T_w	U_k	T_k	c_w	c
J/K	kg	kg	K	V	K	V	K	J/kg·K	J/kg·K

Tabela cechowania termopary

ΔT [K]	20	25	30	35	40	45	50	55
U [V]								
a [V/K]								

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić mechanizmy transportu ciepła i prawa nimi rządzące.
2. Korzystając z zasady bilansu ciepła, wyprowadzić wzór na ciepło właściwe ciała stałego.
3. Omówić zasadę działania i zastosowanie termopary.

Ćwiczenie 20

WYZNACZANIE WYDATKU KRWI PRZEZ KOŃCZYNĘ METODĄ KALORYMETRYCZNĄ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z wykonywanym ćwiczeniem, ich jednostki, a także znajomość pojęcia układu termodynamicznego, sposobów oddziaływania układów termodynamicznych ze szczególnym uwzględnieniem praw i równań rządzących sposobami przenoszenia ciepła, znajomość pierwszej zasady termodynamiki, zasady bilansu cieplnego wraz z umiejętnością jej wyprowadzenia z pierwszej zasady termodynamiki, umiejętność układania bilansów cieplnych i wyprowadzania wzorów roboczych.

Celem ćwiczenia jest praktyczne wyznaczenie wydatku krwi przepływającej przez rękę przy zastosowaniu zasady bilansu cieplnego. Wymiana ciepła między ciałami jest jednym z dwu podstawowych sposobów zmiany energii wewnętrznej ciał. W odróżnieniu od zmiany energii wewnętrznej układu termodynamicznego na sposób pracy zmiana energii wewnętrznej na drodze przekazania ciepła odbywa się sposobem mikroskopowym (wyjaśnij, co to oznacza). Warunkiem koniecznym dla wymiany ciepła jest istnienie różnicy temperatur. Ciepło przekazywane jest ciału o niższej temperaturze przez ciała o temperaturze wyższej. Jeśli rozpatrywany układ ciał umieszczony zostaje w izolatorze cieplnym (kalorymetrze) i ciała nie zmieniają swojej energii wewnętrznej na sposób pracy, a jedynie przekazują ciepło między sobą, to konsekwencją pierwszej zasady termodynamiki dla tego układu ciał jest zasada bilansu cieplnego:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... + Q_n = 0 \qquad (20.1)$$

gdzie:
$Q_1, Q_2, Q_3, ..., Q_n$ – ciepła wymieniane przez poszczególne ciała układu,
n – liczba ciał.

Jeśli w układzie nie zachodzą przemiany fazowe (np. topnienie, krzepnięcie, parowanie, skraplanie etc.), to ciepło Q_i oddane lub przyjęte przez ciało i-te określone jest wzorem:

$$Q_i = m_i c_i (t_k - t_i) \qquad (20.2)$$

gdzie:
m_i – masa tego ciała,
c_i – ciepło właściwe ciała,
t_i – temperatura początkowa tego ciała,
t_k – temperatura końcowa układu ciał.

Z powyższego wzoru wynika, że jeśli $t_k > t_i$, to $Q_i > 0$, a ponadto wiadomo, że ciepło to jest ciepłem pobranym od innych ciał układu. Jeśli $t_k < t_i$, to $Q_i < 0$, co oznacza, że w tym przypadku i-te ciało oddało innym ciałom układu ilość ciepła równą $|Q_i|$. Z tego względu zasada bilansu cieplnego jest często formułowana inaczej:

$$|Q_{\text{oddane}}| = |Q_{\text{pobrane}}| \tag{20.3}$$

lecz wygoda tego sformułowania dotyczy jedynie takich przypadków, w których wiemy, które ciała oddawały, a które przyjmowały ciepło. Zawsze możemy to ustalić, jeśli już znamy temperaturę końcową układu ciał i policzymy ciepła Q_i według wzoru (20.2). Wówczas, dodatnie ciepła są pobranymi, a ujemne oddanymi przez ciała. Gdy więcej niż 2 ciała wymieniają ciepło między sobą i nie wiemy jeszcze, jaka będzie temperatura końcowa układu ciał i nie znamy jeszcze znaku ciepła Q_i, to jedyne praktyczne równanie, które stanowi bilans cieplny naszego układu ciał, to równanie (20.1), choć równanie (20.3) pozostaje słuszne, jak to potem możemy sprawdzić, gdy już wyznaczymy temperaturę końcową t_k.

Zasadę bilansu cieplnego można uogólnić na przypadek układu ciał oddziałującego termicznie z otoczeniem.

Jeśli w kalorymetrze np. zostanie umieszczona grzałka o mocy $P(\tau)$, to w pewnym przedziale czasu (τ_1, τ_2) układ ciał w kalorymetrze powiększy swoją energię wewnętrzną o wartość $\Delta E = \int_{\tau_1}^{\tau_2} P(\tau)\,d\tau$, a zatem uogólniona zasada bilansu cieplnego przyjmie postać:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n = \Delta E \tag{20.4}$$

W ćwiczeniu układ termicznie oddziałujących ciał stanowi ręka, woda i kalorymetr, a krew przepływająca przez rękę jest odpowiednikiem grzałki o mocy zależnej od temperatury układu ciał. Zakładamy, że temperatura krwi wpływającej do ręki wynosi 37°C (temperatura w jamach ciała ludzkiego), a temperatura krwi wypływającej jest temperaturą chwilowej równowagi termicznej $t(\tau)$ w kalorymetrze. Zaniedbujemy parowanie wody oraz pracę mieszania wody palcami zanurzonej ręki. Zakładamy, że w ciągu pierwszych 10 min następuje wyrównanie się temperatur wody, zanurzonej części ręki oraz kalorymetru. Podczas dalszych 20 min zanurzona w kalorymetrze „grzałka" przekazuje do układu ilość ciepła ΔE określoną przybliżonym wzorem:

$$\Delta E \approx \sum_{i=11}^{30} V_o d_{kr} c_{kr} \left[37° - t(\tau_i)\right] \Delta\tau_i \tag{20.5}$$

gdzie:

$\Delta\tau_i = 1$ min,

V_o – objętość krwi przepływającej przez zanurzoną dłoń w ciągu 1 min (tj. wydatek określony w $m^3(min)^{-1}$,

$t(\tau_i)$ – temperatura układu ciał w kalorymetrze w chwili $\tau_i = i$ min,

d_{kr} – gęstość krwi,

c_{kr} – ciepło właściwe krwi.

Dokładny wzór określający ΔE otrzymamy, zastępując we wzorze (20.5) sumowanie całkowaniem:

$$\Delta E = \int_{10\text{min}}^{30\text{min}} V_o d_{kr} c_{kr} \left[37° - t(\tau)\right] d\tau = V_o 20\,\text{min}\, d_{kr} c_{kr} \left[37° - \frac{1}{20\,\text{min}} \int_{10\text{min}}^{30\text{min}} t(\tau)\,d\tau\right] \tag{20.6}$$

Wprowadzając pojęcie średniej temperatury $t_{śr}$ w kalorymetrze w przedziale czasu $[\tau_1, \tau_2]$ określone wzorem:

$$t_{śr} = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} t(\tau)\,d\tau \tag{20.7}$$

widzimy, że wzór (20.6) przyjmie postać:

$$\Delta E = V_{kr} d_{kr} c_{kr} \left(37° - t_{śr}\right) \tag{20.8}$$

gdzie $V_{kr} = V_o$ 20 min jest objętością krwi, która przepływa przez dłoń w ciągu 20 minut.

Praktyczny sposób wyznaczenia wartości $t_{śr}$ w wykonywanym ćwiczeniu wymaga sporządzenia wykresu zależności $t = t(\tau)$, a następnie obliczenia „pola powierzchni" pod krzywą $t(\tau)$ dla przedziału czasu (τ_1, τ_2). „Pole powierzchni" pod krzywą na wykresie stanowi wartość całki oznaczonej dla przedziału czasu (τ_1, τ_2), a metoda takiego wyznaczania całki nosi nazwę metody graficznej. „Pole powierzchni" mierzymy w jednostkach, które są iloczynem jednostek na obu osiach wykresu, tj. w tym przypadku w [°C min]. Jeśli τ_1, τ_2 oznaczają wartości 10 oraz 30 min, to podzielenie pola pod krzywą $t(\tau)$ przez „długość" przedziału czasu, tj. 20 min określa poszukiwaną wartość $t_{śr}$.

Ilość ciepła Q_p pobranego przez rękę, wodę i kalorymetr w tym przedziale czasu można określić wzorem:

$$Q_p = \left(V_r d c_r + m_w c_w + P_k\right)\left(t_{30} - t_{10}\right) \tag{20.9}$$

gdzie:

V_r – objętość zanurzonej ręki,

c_r – jest ciepłem właściwym ciała ludzkiego,

d – jest gęstością ciała ludzkiego,

m_w – jest masą wody,

c_w – jest ciepłem właściwym wody,

P_k – jest pojemnością cieplną kalorymetru, a symbole t_{30} oraz t_{10} oznaczają temperaturę po upływie 30 oraz 10 min.

Korzystając z uogólnionej zasady bilansu cieplnego (20.4) oraz na podstawie wzorów (20.8) i (20.9), można określić objętość krwi V_{kr}, która przepłynęła przez dłoń między 10 a 30 min procesu, a następnie obliczyć wydatek krwi V_o:

$$V_{kr} = \frac{\left(V_r d c_r + m_w c_w + P_k\right)\left(t_{30} - t_{10}\right)}{d_{kr} c_{kr} \left(37° - t_{śr}\right)} \tag{20.10}$$

$$V_o = \frac{V_{kr}}{20\ \text{min}} \tag{20.11}$$

Na podstawie znajomości wydatku krwi V_o [m^3 min^{-1}] można również określić, ile procent całej krwi przepływa przez dłoń:

$$p = \frac{V_o \cdot 100}{V_s \cdot n} \tag{20.12}$$

W powyższym wzorze V_s oznacza objętość wyrzutową serca równą ok. 70 cm^3, n – tętno, które wyrażone jest w [min^{-1}].

Przebieg ćwiczenia:

1. Zaznaczyć na nadgarstku ręki kreskę i wyznaczyć objętość dłoni V_r do zaznaczonego miejsca w następujący sposób:
   a) włożyć dłoń do zlewki tak, aby kreska na zlewce oznaczająca 1500 cm^3 pokryła się z kreską zaznaczoną na nadgarstku,
   b) wlać do zlewki wodę do wysokości obu pokrywających się kresek, a następnie wyjąć dłoń ze zlewki, co spowoduje obniżenie się poziomu wody,
   c) uzupełnić wodę w zlewce wodą z cylindra miarowego do objętości 1500 cm^3,
   d) odczytać na podziałce cylindra objętość dolanej wody, która jest równa objętości dłoni.
2. Włożyć ostrożnie rękę do kalorymetru i wlać z cylindra wodę do zaznaczonego na nadgarstku poziomu.
3. Odczytać na podziałce cylindra miarowego objętość wlanej do kalorymetru wody i obliczyć m_w.
4. Mierzyć temperaturę wody co minutę przez okres 30 min, przestrzegając następujących zaleceń:
   a) nie opierać ręki o dno kalorymetru i nie zmieniać głębokości jej zanurzenia,
   b) nie wyjmować termometru,
   c) mieszać delikatnie wodę palcami zanurzonej ręki,
   d) nie dotykać ręką termometru.
5. Zmierzyć tętno.
6. Wykreślić zależność temperatury t od czasu τ: $t = t(\tau)$.
7. Na podstawie wykresu wyznaczyć wartość $t_{śr}$ w przedziale czasu (10 min, 30 min).
8. Wykonać obliczenia V_o oraz p wg wzorów roboczych, przyjmując następujące wartości:

ciepło właściwe ciała ludzkiego	$c_r = 3{,}4 \cdot 10^3$ J kg^{-1} °K^{-1},
ciepło właściwe krwi	$c_{kr} = 3{,}6 \cdot 10^3$ J kg^{-1} °K^{-1},
gęstość ciała ludzkiego	$d = 1{,}066 \cdot 10^3$ kg m^{-3},
gęstość krwi dla mężczyzn	$d_{kr} = 1{,}06 \cdot 10^3$ kg m^{-3},
gęstość krwi dla kobiet	$d_{kr} = 1{,}05 \cdot 10^3$ kg m^{-3},
pojemność cieplna kalorymetru	$P_k = 260$ J °K^{-1}.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 20

V_r m^3	m_r kg	m_w kg	t °C	τ min	$t_{śr}$ °C	V_{kr} m^3	V_o m^3/min	n min^{-1}	p %

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać treść pierwszej zasady termodynamiki i definicje wielkości fizycznych z nią powiązanych.
2. Podać definicję temperatury bezwzględnej, która wynika z ruchu molekuł rozważanego ciała makroskopowego.
3. Co to jest ciepło właściwe; podać wzór na ilość ciepła; jak można ustalić, czy ciepło to jest pobrane lub oddane przez rozpatrywane ciało.
4. Napisać bilans cieplny dla 3. ciał o znanych pojemnościach cieplnych i temperaturach początkowych. Rozwiązać otrzymane równanie i obliczyć temperaturę końcową.
5. Podać wzór na temperaturę średnią w zadanym przedziale czasu, gdy wiadome jest, jak temperatura T zależy od czasu t.

Ćwiczenie 21

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA PRZEWODNICTWA CIEPLNEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i jednostki miary wszystkich wielkości występujących w opisie ćwiczenia (w tym gradient temperatury, strumień ciepła), opis zjawisk przenoszenia ciepła: konwekcji, przewodnictwa i promieniowania z zastosowaniami oraz sposobów izolacji cieplnej, opis zjawiska termoelektrycznego (działanie termopary).

Przewodnictwo cieplne jest zjawiskiem polegającym na transporcie energii wewnętrznej w ośrodku materialnym pod wpływem gradientu temperatury. Z mikroskopowego punktu widzenia przewodnictwo cieplne polega na wyrównywaniu się energii ruchów termicznych wskutek zderzeń między cząsteczkami tego ciała. Ciepło przenoszone jest z punktu o temperaturze wyższej do punktu o temperaturze niższej. Wielkością charakteryzującą ten proces jest strumień ciepła J_Q, zdefiniowany jako stosunek wydatku ciepła dQ/dt do powierzchni S, prostopadłej do kierunku przepływu ciepła:

$$J_Q = \frac{dQ}{S\,dt} \tag{21.1}$$

W rozważanym przez nas zjawisku strumień ciepła J_Q opisany jest równaniem Fouriera:

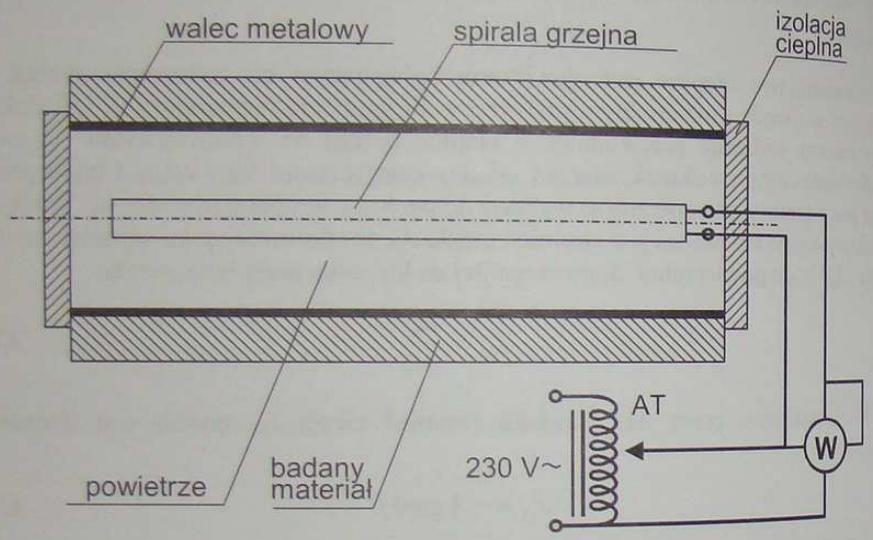
$$J_Q = -\lambda \operatorname{grad} T \tag{21.2}$$

gdzie λ oznacza współczynnik przewodnictwa cieplnego danego ośrodka (lub inaczej – przewodność cieplną). Powyższe równanie wskazuje także, iż strumień ciepła (traktowany wektorowo) ma zwrot przeciwny do wektora gradientu temperatury, co wyraża znak minus po prawej stronie równania (innymi słowy: gradient temperatury ma zwrot w kierunku wzrastających wartości temperatury, a strumień ciepła – w kierunku malejących temperatur).

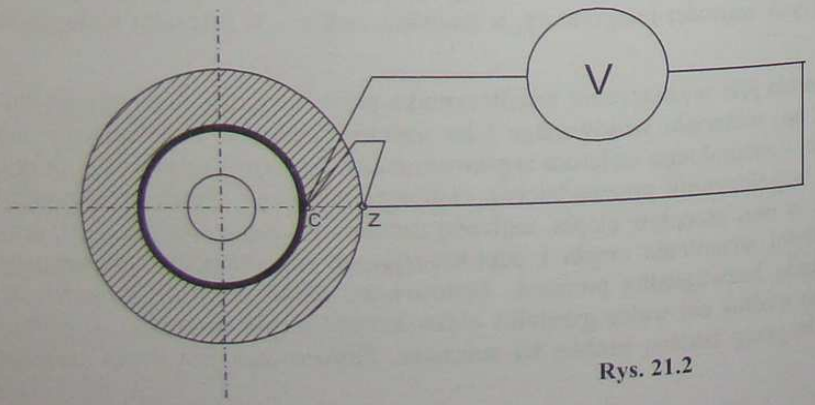
Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego wybranego materiału, np. materiału stosowanego jako izolator cieplny w budownictwie lub sierści zwierzęcej – naturalnego izolatora organizmu ssaka. Jak wynika z prawa Fouriera, aby wyznaczyć współczynnik przewodnictwa cieplnego badanego ośrodka (materiału), należy wywołać w nim przepływ ciepła, najlepiej ustalony w czasie (stacjonarny), oraz wyznaczyć wartości strumienia ciepła i odpowiadającego mu gradientu temperatury. Stanowi to metodę bezwzględną pomiaru. Zastosowano układ o symetrii walcowej: z umieszczonego wzdłuż osi walca grzejnika elektrycznego ciepło rozchodzi się symetrycznie radialnie przez badaną próbkę na zewnątrz. Zastosowana jest dobra izolacja

stacjonarnych można przyjąć, że szybkość przekazywania ciepła dQ/dt równa jest szybkości czerpania energii elektrycznej przez grzejnik, czyli mocy elektrycznej P. Aby polepszyć symetrię radialnego rozpływu ciepła, wokół grzejnika umieszczono cylinder z dobrego przewodnika ciepła (aluminium), na którego całej powierzchni występuje jednakowa temperatura. Na ten cylinder zakłada się badane próbki.

Osiowy przekrój przyrządu wraz z elektrycznym schematem zasilania przedstawia rys. 21.1. Do pomiaru mocy pobieranej przez grzejnik służy watomierz W. Regulację tej mocy zapewnia pokrętło autotransformatora AT. Rysunek 21.2 przedstawia poprzeczny przekrój cylindra z próbką. Zaznaczone są punkty, w których umieszczono czujniki temperatury (spojenia termopar): C – na powierzchni metalowego walca, Z – na zewnątrz.



Rys. 21.1



Rys. 21.2

W przyrządzie zastosowano termometr (patrz rozdz. 1.5.7). Obserwuje się różnicę między punktami granicznymi C i Z warstw próbki (patrz rozdz. 1.5.7). Obserwuje się różnicę temperatury w funkcji czasu umożliwia wyregulowanie mocy P grzejnika, przy której utrzyma się stan stacjonarny procesu przepływu ciepła,

Użycie termopary do pomiaru temperatury wymaga uprzedniego jej wycechowania, polegającego na wyznaczeniu współczynnika proporcjonalności między różnicą temperatur ΔT jej spojeń a wywołaną przez nią siłą termoelektryczną (napięciem) U. (W szerokim zakresie różnic temperatur, do 100 stopni, zależność U od ΔT jest praktycznie liniowa). Współczynnik proporcjonalności a nosi nazwę stałej termopary i jest charakterystyczny dla wybranej pary metali, których układ dwóch spojeń tworzy termoparę. Stałą a wyznaczamy, obserwując zależność siły termoelektrycznej U od różnicy temperatur ΔT.

Model matematyczny. W omówionych warunkach ustalonego i radialnie symetrycznego przepływu ciepła równanie Fouriera (21.2) można zapisać, w obszarze próbki, w odległości r od osi walca, w postaci:

$$\frac{P}{2\pi r l} = -\lambda \frac{dT}{dr} \tag{21.3}$$

gdzie:
$P = dQ/dt$ – wydatek przepływu ciepła (moc grzejna),
l – długość walca,
$2\pi rl = S$ – powierzchnia boczna walca o promieniu r

stąd:

$$dT = -\frac{P}{2\pi l \lambda} \frac{dr}{r} \tag{21.4}$$

Całkując to równanie stronami w granicach: od r_C do r_Z i od T_C do T_Z, otrzymujemy:

$$T_Z - T_C = -\frac{P}{2\pi l \lambda} \ln \frac{r_Z}{r_C} \tag{21.5}$$

stąd:

$$\lambda = \frac{P}{2\pi l (T_C - T_Z)} \ln \frac{r_Z}{r_C} \tag{21.6}$$

Przebieg ćwiczenia:

Cechowanie termopary

1. Odczytujemy początkowe wskazania termometru ΔT i miernika – napięcie U. Włączamy mieszadło z grzejnikiem i badamy zależność U od ΔT, rejestrując pięciokrotnie wskazania obu przyrządów, w zakresie wzrostu temperatury wody o około 20 stopni.
2. Przedstawiamy graficznie charakterystykę termopary $U = U(\Delta T)$, optymalnie dopasowujemy do punktów linię prostą i wyznaczamy dla niej współczynnik kierunkowy (stałą a termopary).

Pomiar przewodności cieplnej

1. Włączyć zasilanie grzejnika i ustawić wstępnie moc 10 W. Gdy wskazówka miernika dojdzie do czerwonej kreski (działka 40), należy (odnotowując czas na stoperze) zmniejszyć zasilanie do wartości mocy z przedziału od 2 do 5 W i dalej rejestrować wskazania napięcia U_{CO} co 1 minutę. Należy starać się, aby wskazówka miernika „M2" przez dalszych parę minut utrzymywała stałe położenie. W razie potrzeby korygujemy wartość mocy w podanym przedziale.
2. Po uzyskaniu stanu ustalonego zapisujemy odczytane wskazania mierników: moc P i napięcie U_{CZ} w tab. 2. Wyłączamy zasilanie (pokrętło i wyłącznik autotransformatora) oraz mierniki.
3. Na podstawie wyznaczonej stałej termopary a obliczamy ustaloną różnicę temperatur dla próbki $T_C - T_Z = U_{CZ} / a$. Ze wzoru (21.9) obliczamy współczynniki λ dla próbki. Wartości l, r_C i r_Z podane są w pracowni.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 21

1. Cechowanie termopary

ΔT	U		a
K	działki	V	V K^{-1}

2. Wyznaczanie λ

P	l	r_Z	r_C	U_{CZ}	ΔT	λ
W	m	m	m	V	K	WK^{-1}m^{-1}

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić zjawisko przewodnictwa cieplnego.
2. Jak obliczyć gradient wielkości skalarnej, mając dany rozkład tej wielkości w funkcji współrzędnych przestrzennych?
3. Jak powstaje napięcie kontaktowe na złączu dwóch metali i od czego zależy jego wartość?
4. Ścianę o grubości 30 cm i przewodności cieplnej 0,1 WK^{-1}m^{-1} obłożono jednostronnie materiałem izolacyjnym o grubości 15 cm i przewodności cieplnej 0,04 WK^{-1}m^{-1}. Jaka jest temperatura na granicy ściana–izolacja, jeżeli temperatury po obu stronach wynoszą 300 K (po stronie nieobłożonej izolacją) i 280 K (po drugiej stronie)?
5. Wyjaśnić metodę pomiaru temperatury za pomocą termopary.

Ćwiczenie 22

BADANIE ENTALPII JAKO FUNKCJI STANU

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i jednostki miary wszystkich wielkości występujących w ćwiczeniu, zasady termodynamiki, termodynamiczne funkcje stanu (ich własności i definicje), zmiany entalpii a ciepło wymienione w procesach izotermiczno-izobarycznych, molowe ciepło rozpuszczania, parcjalne molowe ciepło rozpuszczania, proces rozpuszczania ciała stałego w cieczy, pomiar kalorymetryczny z zastosowaniem termistora.

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki zmiana energii wewnętrznej układu dU (dla przemian elementarnych) w jakimkolwiek procesie jest równa sumie energii wymienionej przez układ z otoczeniem w postaci ciepła δQ i pracy δW:

$$dU = \delta Q + \delta W \tag{22.1}$$

Jeśli ograniczymy się tylko do pracy objętościowej, to $\delta W = -p\,dV$, gdzie p jest ciśnieniem a dV zmianą objętości układu. Wówczas pierwsza zasada termodynamiki przybiera postać:

$$dU = \delta Q - p\,dV \tag{22.2}$$

Dla procesu izobarycznego ciśnienie jest stałe ($dp = 0$) i powyższe równanie można zapisać jako:

$$d(U + pV) = \delta Q \tag{22.3}$$

ponieważ $d(U + pV) = dU + pdV + Vdp = dU + pdV$ przy stałym p. Jak widać z tego równania, ciepło wymienione pomiędzy układem a otoczeniem w warunkach izobarycznych jest równe zmianie funkcji stanu, tj. $dH = \delta Q$, gdzie funkcja stanu zdefiniowana jako $H = U + pV$ nazywa się entalpią (U jest funkcją stanu a dodanie do niej iloczynu parametrów stanu, pV, daje wielkość, która też jest funkcją stanu). Dla przemian skończenie dużych to samo zapisujemy w postaci równości $\Delta H = Q$. W procesach egzotermicznych wydzielane ciepło jest równe ubytkowi entalpii układu ($\Delta H = -|Q|$), a w procesach endotermicznych ciepło pobierane przez układ jest równe przyrostowi entalpii ($\Delta H = |Q|$).

Entalpia jest jedną z termodynamicznych funkcji stanu. Pozostałe funkcje stanu to energia wewnętrzna U, entropia S, entalpia swobodna $G = H - TS$ i energia swobodna $F = U - TS$. Zmiany funkcji stanu pomiędzy dwoma stanami równowagi termodynamicznej są ściśle określone i nie zależą od drogi, po jakiej układ przechodzi od jednego stanu do drugiego. Ponieważ dla procesu izobarycznego $\Delta H = Q$, to ciepło wymienione pomiędzy układem a otoczeniem w takiej przemianie jest ściśle określone i nie zależy od sposobu prowadzenia przemiany. Fakt ten znalazł duże zastosowanie, zwłaszcza w badaniu przemian, w których przeważnie efekty cieplne. I tak na przykład, jeśli możliwe jest otrzymanie określonych produktów z pewnych substratów bezpośrednio albo poprzez produkty pośrednie, to porównując efekty cieplne na obu tych drogach, otrzymujemy równanie, z którego można wyliczyć jedną niewiadomą w postaci efektu cieplnego jednej reakcji, np. tej, dla której efektu cieplnego nie można zmierzyć. Ciepło reakcji zmierzone w warunkach izotermiczno-izobarycznych jest równe izotermicznej zmianie entalpii i nazywa się entalpią reakcji.

Efekty cieplne towarzyszą również procesowi rozpuszczania ciała stałego w cieczy. Podczas tego procesu zachodzi rozerwanie sieci krystalicznej ciała stałego, na co zużywa się pewna ilość energii. Następnie zachodzi solwatacja, czyli otaczanie cząsteczek ciała stałego przez cząsteczki cieczy, a to jest związane z uwolnieniem pewnej ilości energii – właśnie w postaci ciepła. Wzrasta przy tym entropia układu; a przyrost entropii pomnożony przez temperaturę układu to też ciepło otrzymane przez układ. Powyższe efekty energetyczne składają się na całkowite ciepło rozpuszczania, dodatnie albo ujemne, równe zmianie entalpii układu, jeśli rozpuszczanie zachodziło w warunkach izotermiczno-izobarycznych, określane jest krótko jako entalpia rozpuszczania.

W praktyce wygodnie jest posługiwać się tzw. molowym ciepłem rozpuszczania, które jest zdefiniowane jako entalpia rozpuszczania przypadająca na jeden mol substancji rozpuszczonej, tj. $Q_s = \Delta H/n_s$, gdzie n_s to liczba moli substancji rozpuszczonej. Wielkość ta zależy od stężenia roztworu, jaki otrzymujemy po rozpuszczeniu n_s moli substancji. Zależność tę można łatwo wyznaczyć, mierząc ciepło rozpuszczania różnych ilości substancji w tej samej ilości rozpuszczalnika. Z wykresu zależności molowego ciepła rozpuszczania od stężenia można wyznaczyć tzw. parcjalne (cząstkowe) molowe ciepła rozpuszczania, zdefiniowane jako pochodne cząstkowe entalpii rozpuszczania po ilości moli, n_i, i-tej substancji rozpuszczonej: $\Delta h_i = (\partial \Delta H/\partial n_i)$. Oznaczają one zmiany entalpii spowodowane rozpuszczeniem 1 mola substancji w tak dużej ilości roztworu, że rozpuszczenie to nie powoduje zmiany stężenia roztworu. Parcjalne entalpie rozpuszczania, jak również inne wielkości parcjalne, mają tę własność, że $\Delta H = \sum n_i \Delta h_i$.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie molowej entalpii rozpuszczania soli w wodzie i sprawdzenie, czy entalpia układu jest funkcją stanu. Należy zatem proces rozpuszczania przeprowadzić dwiema różnymi drogami i porównać zmierzone zmiany entalpii. Pierwszy sposób to rozpuszczenie jednorazowo pewnej ilości soli o masie m_s w wodzie o masie m_w. Zmierzoną zmianę entalpii na tej drodze oznaczamy przez ΔH^I, a obliczoną na tej podstawie molową entalpię rozpuszczania – przez $\Delta H_s^I = \Delta H^I/n_s$. Druga możliwość to rozpuszczanie tej samej ilości soli, ale porcjami – jedna po drugiej. Wyznaczona na tej drodze entalpia rozpuszczania ΔH^{II} jest sumą etapowych entalpii rozpuszczania ΔH_i: $\Delta H^{II} = \sum \Delta H_i = \sum Q_i$, gdzie Q_i jest efektem cieplnym rozpuszczania soli o masie m_i w tej samej ilości wody o masie m_w. Molowa entalpia rozpuszczania według sposobu drugiego: $\Delta H_s^{II} = \Delta H^{II}/n_s$, gdzie $n_s = \sum n_i$.

Ciepło rozpuszczania mierzymy kalorymetrycznie. Należy określić zmianę temperatury kalorymetru i znajdującej się w nim cieczy, spowodowanej rozpuszczeniem w tej cieczy określonej ilości soli. Mimo że ciepło rozpuszczania zależy od temperatury, to zależność tę można zaniedbać ze względu na nieznaczną zmianę temperatury w kalorymetrze i ciepło rozpuszczania obliczyć według wzoru:

$$\Delta H^{I} = [(m_w + m_s)\, c_r + P_k]\,(T_p - T_k) \qquad (22.4)$$

gdzie:

c_r – ciepło właściwe roztworu, zależne od stężenia,

P_k – pojemność cieplna kalorymetru,

T_p i T_k – odpowiednio temperatura początkowa i końcowa.

Entalpie etapowe ΔH_i wyznaczamy, mierząc efekty cieplne rozpuszczania poszczególnych mas m_i soli i obliczając ΔH_i według wzoru:

$$\Delta H_i = [(m_w + i\, m)\, c_{r\,i} + P_k]\, \Delta T_i \qquad (22.5)$$

gdzie:

c_{ri} – ciepło właściwe roztworu o stężeniu procentowym C_{pi},

$\Delta T_i = T_{i-1} - T_i$ – zmiana temperatury roztworu w trakcie rozpuszczania i-tej porcji substancji.

Temperaturę w kalorymetrze mierzymy za pomocą termistora. Jest to mały element półprzewodnikowy, którego opór silnie zależy od temperatury. Wykres zależności $R = f(T)$, czyli temperaturowa charakterystyka termistora, znajduje się na stanowisku pomiarowym.

Opór termistora mierzymy za pomocą omomierza cyfrowego. Mając opór, wyznaczamy temperaturę, posługując się wykresem. Stężenia procentowe roztworu obliczamy po uprzednim zmierzeniu mas rozpuszczanej soli i wody. Ciepło właściwe roztworu dla poszczególnych stężeń bierzemy z tablic lub z wykresu w pracowni.

Przebieg ćwiczenia:

1. W ćwiczeniu badamy ciepło rozpuszczania kryształków uwodnionego tiosiarczanu sodowego $Na_2S_2O_3\ 5H_2O$, czyli wyznaczamy entalpię rozpuszczania tej soli. Masę molową określamy na podstawie podanego wzoru chemicznego soli.
2. Odmierzamy w cylindrze miarowym ustaloną przez prowadzącego ilość wody destylowanej i wlewamy ją do kalorymetru, zapisując masę wody m_w.
3. Przygotowujemy naważki soli, odważając na wadze elektronicznej:
   - jedną o masie m_s (ustaloną przez asystenta), która będzie użyta do wyznaczenia ΔH^{I};
   - pięć o masach $m = m_s/5$ każda, które posłużą do wyznaczenia ΔH^{II}.
4. Zakres miernika ustawiamy na OHM 20 K. Końcówki (wtyki) przewodów termistora umieszczamy w gniazdach miernika: COMP i V/Ω.
5. Na kalorymetrze osadzamy pokrywę z czujnikiem termistorowym i włączamy miernik. Po pewnej chwili notujemy ustaloną wartość oporu, gdy w kalorymetrze jest czysta woda.
6. Naważki soli wsypujemy przez rurkę z lejkiem do kalorymetru stopniowo, aby nie zatkać rurki i mieszamy roztwór mieszadełkiem. Omomierz (stale włączony) pokazuje zmiany oporu podczas rozpuszczania wsypanej soli. Każdorazowo, po ustaleniu się wskazań, zapisujemy wartości oporu.

7. Wyniki pomiarów masy soli m_s wpisujemy do tabeli pierwszej, a dla rozpuszczania etapowego – do tabeli drugiej. Pierwszym pomiarem dla rozpuszczania etapowego jest pomiar wartości oporu dla czystej wody wlanej ponownie do kalorymetru. Rozpuszczanie poszczególnych porcji soli należy wykonywać bezzwłocznie po odczycie pomiaru poprzedzającego.
8. Obliczamy stężenia procentowe roztworów za pomocą wzorów: $C_{ps} = m_s\ 100\%/(m_w + m_s)$ oraz $C_{pi} = i\, m\ 100\%/(m_w + i \cdot m)$, gdzie i = 1, 2, 3, 4, 5; a ilość moli soli $n_s = m_s/M_s$, gdzie M_s to masa molowa.
9. Na podstawie wykresu zależności ciepła właściwego roztworu od stężenia procentowego, $c_r = f(C_p)$, jak najdokładniej wyznaczamy wartości ciepła właściwego dla poszczególnych stężeń.
10. Za pomocą charakterystyki termistora określamy (z dokładnością do 0,1 K) temperatury dla poszczególnych oporów.
11. Zastosowanie wzorów (22.4) i (22.5) pozwoli wyliczyć poszukiwane zmiany entalpii, ΔH^{I} oraz etapowe ΔH_i, których suma da ΔH^{II}. Porównując wartości ΔH^{I} i ΔH^{II}, możemy osądzić, czy nasz pomiar pozwala stwierdzić, że entalpia jest funkcją stanu układu. W przypadku różnic należy poddać pod dyskusję przyczyny niedokładności.

Uwaga: Na zakończenie pomiarów należy wylać roztwór z kalorymetru i przepłukać go wodą. Czujnik temperatury z pokrywką umieszczamy na kalorymetrze. Wyłączamy miernik.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 22

m_w	m_s	P_k	R	ΔR	ΔT	C_p	c_r	ΔH^{I}	ΔH_s^{I}
kg	kg	J/K	kΩ	kΩ	K	%	J/kgK	J	J/mol

m_i	R_i	ΔR_i	ΔT_i	$C_p^{\,i}$	$c_r^{\,i}$	ΔH_i	ΔH^{II}	ΔH_s^{II}
kg	kΩ	kΩ	K	%	J/kgK	J	J	J/mol
	R_0=							

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Wyrazić matematycznie i słowami I zasadę termodynamiki.
2. Czym się charakteryzuje termodynamiczna funkcja stanu?
3. Podać definicję entalpii.
4. Zmiana jakiej funkcji stanu i w jakich warunkach jest równa ciepłu? (Uzasadnić na podstawie I zasady termodynamiki).
5. Co to jest entalpia rozpuszczania (molowa i parcjalna)?
6. Jakie dwie izoentalpowe drogi występują w ćwiczeniu?

Ćwiczenie 23

POMIAR ZMIANY ENTROPII W PROCESIE SAMORZUTNYM

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości występujących w ćwiczeniu (jednostki miary), I i II zasada termodynamiki, termodynamiczna i statystyczna definicja entropii, entropia jako funkcja stanu, obliczanie zmian entropii przy zmianie temperatury ciała i układu ciał oraz podczas zmiany stanu skupienia, omówienie zjawiska topnienia (krzywa topnienia lodu), bilans cieplny.

Termodynamika jest działem fizyki, zajmującym się opisem przemian energetycznych związanych z wymianą energii na sposób ciepła i pracy pomiędzy układem a otoczeniem. W opisie tym dużą rolę odgrywa fakt istnienia funkcji stanu, czyli wielkości, które zależą tylko od parametrów opisujących stan układu (takich jak temperatura, ciśnienie, objętość, stężenia), a nie zależą od tego, co działo się z układem w przeszłości. A również zmiany funkcji stanu związane ze zmianą stanu układu zależą tylko od stanu początkowego i końcowego, a nie od drogi przejścia pomiędzy tymi stanami. Podstawowe funkcje stanu to energia wewnętrzna U, entropia S, entalpia $H = U + pV$, entalpia swobodna $G = H - TS$ i energia swobodna $F = U - TS$.

Termodynamika opiera się na dwóch doświadczalnie potwierdzonych zasadach. Pierwsza z nich jest zasadą zachowania energii i mówi, że ilość energii Q wymienionej przez układ z otoczeniem na sposób ciepła w sumie z ilością energii W wymienionej na sposób pracy jest równa zmianie energii wewnętrznej układu ΔU. Wyrażamy to w krótkim zapisie:

$$\Delta U = Q + W \tag{23.1}$$

Dla przemian elementarnych, czyli nieskończenie małych, to samo zapisujemy jako $dU = \delta Q + \delta W$. Energia wewnętrzna jest funkcją stanu, posiada różniczkę zupełną (dlatego piszemy dU); natomiast ciepło i praca nie są funkcjami stanu i w związku z tym piszemy δQ i δW.

Druga zasada termodynamiki określa kierunek zachodzenia procesów w przyrodzie. Mówi ona, że wszystkie procesy zachodzą w kierunku określonym przez nierówność:

$$dS > \delta Q / T \tag{23.2}$$

gdzie:

dS – zmiana entropii układu,

δQ – ciepło wymienione przez układ z otoczeniem w elementarnej przemianie rzeczywistej,

T – temperatura układu.

Entropia to termodynamiczna funkcja stanu, której zmiany są określone przez równość:

$$dS = dQ/T \text{ [J/K]} \tag{23.3}$$

Jest to termodynamiczna definicja entropii. dQ jest nieskończenie małą ilością ciepła wymienioną pomiędzy układem a otoczeniem w elementarnej przemianie równowagowej. Skończenie duże zmiany entropii (ΔS) otrzymujemy, całkując równość (23.3). Podczas przemiany równowagowej układ pozostaje w równowadze termodynamicznej z otoczeniem. Prowadząc taką przemianę w odwrotnym kierunku, można powrócić do stanu początkowego, nie pozostawiając żadnego śladu zarówno w układzie, jak i w otoczeniu. Mówimy, że przemiana taka jest odwracalna, bo zarówno układ, jak i jego otoczenie powróciły do stanu początkowego, a ich entropie do wartości początkowych. Mówimy, że po takim kołowym procesie odwracalnym nie pozostał ślad w postaci wzrostu entropii, jak to zawsze ma miejsce dla procesów nieodwracalnych. Jednakże przemiany odwracalnej nie da się zrealizować, ponieważ musiałaby zachodzić nieskończenie wolno, a więc trwać nieskończenie długo. Jest ona jednak do pomyślenia i odgrywa zasadniczą rolę w termodynamice równowagowej.

Tak więc, zgodnie ze wzorem (23.3), w termodynamice klasycznej określone są tylko zmiany entropii. W sposób bezwzględny entropia jest określona w termodynamice statystycznej jako: $S = k \ln Z$, gdzie k jest stałą Boltzmana, a Z prawdopodobieństwem termodynamicznym. Określa ono ilość sposobów realizacji danego stanu termodynamicznego (makrostanu). Przez sposób realizacji rozumiemy jeden mikrostan (wszystkie szczegóły molekularnej realizacji stanu), który realizuje określony makrostan. Ilość mikrostanów realizujących dany makrostan jest tym większa, im bardziej nieuporządkowany układ. To, że chaos i bałagan powstają same, jest zgodne z tym, że prawdopodobieństwo termodynamiczne układów nie będących w równowadze termodynamicznej wzrasta samorzutnie. Wzrasta zatem i entropia układu, przyjmując wartość maksymalną w stanie równowagi termodynamicznej, gdy żaden proces samorzutny nie jest już możliwy. Na tej zasadzie mówimy, że entropia jest miarą nieuporządkowania układu.

Wszystkie procesy zachodzące w przyrodzie są nieodwracalne i dla nich nie jest spełniona równość (23.3). Jest natomiast spełniona nierówność (23.2), tj. iloraz $\delta Q/T$ jest mniejszy od zmiany entropii dS, ponieważ poza entropią wymienioną z otoczeniem równą $\delta Q/T$ występuje dodatkowo entropia wytworzona, $d_i S$, z powodu nieodwracalności procesu. Zachodzi zatem równość $dS = \delta Q/T + d_i S$. Ponieważ $d_i S > 0$, a zmiana entropii jako funkcji stanu nie zależy od sposobu zachodzenia procesu (odwracalnie czy nieodwracalnie), to z równania $dQ/T = \delta Q/T + d_i S$ otrzymujemy $dQ > \delta Q$, czyli ciepło wymienione w przemianie odwracalnej jest zawsze większe od ciepła w przemianach rzeczywistych. Entropia wytworzona $d_i S$ pomnożona przez temperaturę to energia rozproszona w postaci ciepła. Dlatego iloczyn $T d_i S = Q_n$ występuje czasami, zwłaszcza w kontekście organizmów żywych, jako tzw. ciepło nieskompensowane, potrzebne do ogrzewania organizmu.

W procesie nieodwracalnym ciepło δQ pobrane przez układ pochodzi od otoczenia. Z tego powodu entropia otoczenia zmienia się o $dS_{ot} = -\delta Q/T$. Zatem całkowita zmiana entropii, układu plus otoczenia, $dS = dS_u + dS_{ot} = dQ/T - \delta Q/T > 0$, bo $dQ > \delta Q$.

W ten sposób otrzymaliśmy, że całkowita zmiana entropii jest dodatnia, a to znaczy że podczas każdego procesu rzeczywistego narasta entropia w przyrodzie.

Reasumując, stwierdzamy, że II zasadę termodynamiki można wyrazić za pomocą entropii na trzy równoważne sposoby: $dS_u > \delta Q/T$, $d_i S > 0$ oraz $dS > 0$.

Wszystkie procesy rzeczywiste są nieodwracalne w tym sensie, że po każdym z nich pozostaje „ślad" w postaci wytworzonej entropii. Często układ można doprowadzić do stanu początkowego, prowadząc proces odwrotny, jednak ślad w postaci entropii wytworzonej nie tylko nie zostanie usunięty, ale jeszcze bardziej wzrośnie. Tak więc, podczas zachodzenia wszelkich procesów entropia wzrasta; bieg czasu jest zadany warunkiem $dS > 0$.

Wyznaczanie zmian entropii układu w procesie samorzutnym

W ćwiczeniu określamy zmianę entropii układu złożonego z wody, lodu i kalorymetru – w procesie dochodzenia układu do równowagi termicznej. Lód o masie m_l i temperaturze $T_o = 273$ K wrzucamy do kalorymetru z wodą o temperaturze pokojowej T_p, gdzie ulega on stopieniu kosztem ciepła pobranego od wody i kalorymetru. Powstała z lodu woda ogrzewa się do temperatury T_k, jaka ustali się w równowadze termicznej układu. Badany proces polega więc na przejściu układu od stanu początkowego (lód o temperaturze topnienia i woda w kalorymetrze oraz sam kalorymetr o temperaturze początkowej T_p) do stanu końcowego (woda o masie $m_w + m_l$ i kalorymetr, wszystko o temperaturze końcowej T_k). Proces ten możemy podzielić na procesy etapowe i odpowiadające im zmiany entropii: topnienie lodu wrzuconego do kalorymetru (ΔS_1), ogrzanie wody powstałej z lodu (ΔS_2) i ochłodzenie wody będącej na początku w kalorymetrze wraz z kalorymetrem (ΔS_3). Zmiana entropii dla całego procesu jest równa sumie zmian etapowych:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 \tag{23.4}$$

Zmiany etapowe entropii, a przez to i całkowitą zmianę, obliczamy tak jak dla procesów odwracalnych, czyli według wzoru (23.3) (inaczej zresztą nie potrafimy). Proces nieodwracalny zachodzący w kalorymetrze z wodą po wrzuceniu do niego kostki lodu można potraktować jako złożony z trzech procesów odwracalnych, przeprowadzających układ od stanu początkowego do stanu końcowego. Suma zmian entropii tych trzech cząstkowych odwracalnych procesów jest równa zmianie entropii dla rzeczywistego procesu nieodwracalnego, jaki zachodzi w kalorymetrze po wrzuceniu kostki lodu. A to dzięki temu, że entropia jest funkcją stanu i jej zmiany nie zależą od drogi prowadzenia procesu (odwracalnie czy nie), jeśli tylko stany początkowy i końcowy są identyczne. Oczekiwana tu na mocy II zasady termodynamiki dodatnia zmiana entropii wynika stąd, że proces w rezultacie sprowadza się do stopienia kostki lodu i wyrównania temperatur wody powstałej z lodu z wodą w kalorymetrze. Podczas topnienia dopływa do zimnego lodu ciepło od ciepłej wody i kalorymetru, a również podczas wyrównywania się temperatur ciepło płynie od wody cieplejszej do zimniejszej. W obu przypadkach mamy przepływ ciepła spowodowany różnicą temperatur i jest to zawsze proces nieodwracalny – związany z przyrostem entropii.

Równowagowe zmiany entropii, obliczone zgodnie z ... wzorami:

$$\Delta S_1 = \frac{c_l m_l}{T_o} \tag{23.5}$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_o}^{T_k} \frac{dQ}{T} = m_l c_w \int_{T_o}^{T_k} \frac{dT}{T} = m_l c_w \ln \frac{T_k}{T_o} \tag{23.6}$$

$$\Delta S_3 = m_w c_w \ln \frac{T_k}{T_p} + P_k \ln \frac{T_k}{T_p} \tag{23.7}$$

gdzie:

c_l – ciepło topnienia lodu,
m_l – masa lodu,
c_w – ciepło właściwe wody,
m_w – masa wody,
P_k – pojemność cieplna kalorymetru (zdefiniowana jako ilość ciepła potrzebna do ogrzania kalorymetru o jeden stopień),
ln – logarytm naturalny.

Przebieg ćwiczenia:

1. Wyznaczamy masę kalorymetru (wraz z pokrywką i mieszadełkiem) m_k.
2. Wlewamy do kalorymetru ok. 170 ml wody i wyznaczamy masę kalorymetru z wodą m_{kw}.
3. Mierzymy temperaturę początkową T_p.
4. Wrzucamy do kalorymetru dwie kostki lodu (ok. 15 g), mieszamy zawartość kalorymetru mieszadełkiem, obserwując wskazania termometru w celu zauważenia, jaka będzie najniższa temperatura układu.
5. Zapisujemy najniższą temperaturę układu T_k, jak również c_w i P_k.
6. Ponownie wyznaczamy masę kalorymetru z wodą m_{wk}.
7. Obliczamy masę wody wlanej do kalorymetru $m_w = m_{kw} - m_k$ i masę lodu $m_l = m_{wk} - m_{kw}$.
8. Obliczamy zmianę entropii według wzorów (23.4, 23.5, 23.6, 23.7).
9. Niepewność maksymalną i procentową wyliczamy na podstawie wzorów I.12 i I.5. Niepewność maksymalna ważenia jest określona przez najmniejszy odważnik użytego zestawu, a niepewność maksymalna temperatury – przez dokładność podziałki termometru.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 23

m_k	m_{kw}	m_w	m_{wk}	m_l	T_p	T_k	ΔS_1	ΔS_2	ΔS_3	ΔS
kg	kg	kg	kg	Kg	K	K	J/K	J/K	J/K	J/K

Przykładowe pytanie kontrolne:

1. Wyrazić matematycznie i słowami I i II zasadę termodynamiki.
2. Które z występujących tu wielkości są funkcjami stanu i dlaczego?
3. Jaka jest termodynamiczna definicja entropii?
4. Określić za pomocą ciepła zmianę entropii układu i całkowitą zmianę entropii (układu i otoczenia) w procesach odwracalnych. To samo wykonać dla procesów nieodwracalnych.
5. Wyrazić matematycznie na trzy sposoby II zasadę termodynamiki.
6. Jakie procesy składają się na wypadkowy proces zachodzący w kalorymetrze i jakimi wzorami są określone odpowiednie, cząstkowe zmiany entropii. Podać uzasadnienie proponowanych wzorów.
7. Jakiego wniosku należy się spodziewać z przeprowadzonego doświadczenia?

Ćwiczenie 24

WYZNACZANIE LINII EKWIPOTENCJALNYCH POLA ELEKTROSTATYCZNEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje pola elektrostatycznego, potencjału, natężenia pola, stałej dielektrycznej, linii sił, linii ekwipotencjalnych oraz omówienie praw elektrostatyki, ruchu nośników ładunku w cieczy, zasady działania galwanometru.

Przestrzeń otaczającą nieruchomy ładunek elektryczny nazywamy polem elektrostatycznym. Jeśli w polu elektrostatycznym tego ładunku znajdzie się inny ładunek elektryczny, to dozna on działania sił wzdłuż prostej łączącej obydwa ładunki, zwanej linią sił.

Pole elektrostatyczne opisywane jest przez dwie wielkości: natężenie pola i potencjał. Natężeniem pola w jakimś punkcie nazywamy stosunek siły $\overline{F}$ działającej na ładunek q umieszczony w badanym punkcie do tego ładunku: $\overline{E} = \overline{F} / q$. Jest to wielkość wektorowa działająca wzdłuż linii sił.

Tematem niniejszego ćwiczenia jest badanie potencjału pól elektrostatycznych.

Różnicę potencjałów (napięcie) między punktami A i B, znajdującymi się w polu elektrycznym, określamy zależnością:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q} \quad \left[\text{wolt} = \frac{\text{dżul}}{\text{kulomb}}\right] \tag{24.1}$$

gdzie W_{AB} jest pracą, jaką należy wykonać, aby przesunąć ładunek q z punktu A do punktu B.

Dla określenia potencjału punktów pola elektrycznego wybiera się dowolny punkt odniesienia. Zazwyczaj jako punkt odniesienia, punkt A, wybiera się punkt leżący daleko od wszystkich ładunków, a więc w nieskończoności i potencjał elektryczny w tym punkcie jest umownie przyjmowany za równy zeru.

Przyjmując w równaniu (1) $V_A = 0$ i usuwając wskaźnik, otrzymujemy określenie potencjału:

$$V = \frac{W}{q} \tag{24.2}$$

gdzie: W oznacza pracę, którą należy wykonać, aby przenieść ładunek q z nieskończoności do danego punktu pola.

W wielu zagadnieniach jako punkt odniesienia dla potencjału przyjmuje się ziemię, której przypisuje się potencjał zerowy.

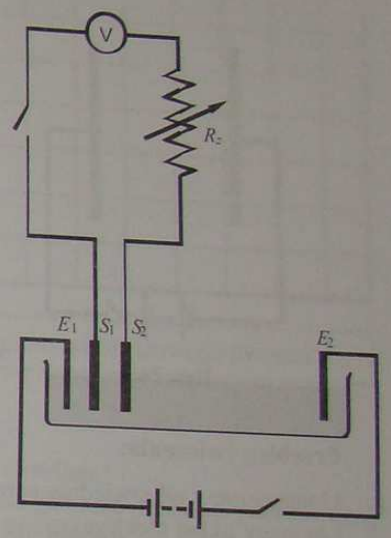
Linie łączące punkty o jednakowym potencjale nazywamy liniami ekwipotencjalnymi: punkty o jednakowym potencjale rozmieszczone w przestrzeni tworzą powierzchnie ekwipotencjalne.

Pod wpływem sił pola elektrostatycznego swobodny ładunek dodatni znajdujący się w tym polu porusza się od punktu o potencjale wyższym do punktu o potencjale niższym. Jak wynika z równania (24.1), przy przesunięciu ładunku między dowolnymi punktami leżącymi na powierzchni ekwipotencjalnej nie jest wykonywana żadna praca. Ponieważ wzdłuż linii ekwipotencjalnych panuje ten sam potencjał, nie występuje wzdłuż nich uporządkowany ruch ładunków elektrycznych.

W ćwiczeniu należy wyznaczyć linie ekwipotencjalne pola elektrostatycznego, wytworzonego przez ładunki elektryczne znajdujące się na dwóch przewodnikach (elektrodach) umieszczonych w pewnej odległości od siebie.

Elektrody E_1 i E_2 zanurzone są w wodzie znajdującej się w płaskim naczyniu z przeźroczystym dnem (rys. 24.1). Do elektrod doprowadza się napięcie z ogniwa suchego lub zasilacza prądu stałego, utrzymując w ten sposób między elektrodami stałą różnicę potencjałów.

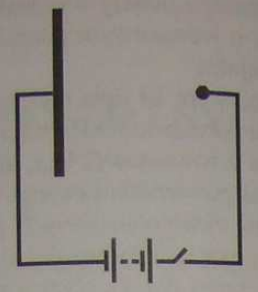
Elektrody pomiarowe S_1 i S_2 (sondy), zanurzone w wodzie wypełniającej naczynie, przyjmują potencjał panujący w danym punkcie pola. Woda zawiera pewną ilość jonów, które pozwalają na przepływ prądu elektrycznego między sondami połączonymi ze sobą poprzez miernik elektryczny. Miernik pozwala na stwierdzenie, czy między sondami panuje różnica potencjałów. Aby wyznaczyć linię ekwipotencjalną, należy jedną sondę, zwaną później nieruchomą, ustawić w dowolnym położeniu, a następnie za pomocą drugiej sondy, zwanej ruchomą, znaleźć kilka punktów pola, których potencjał będzie równy potencjałowi sondy nieruchomej – w przypadku równości wymienionych potencjałów miernik będzie oczywiście wskazywał zero.



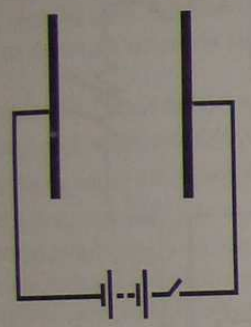
Rys. 24.1

Ćwiczenie należy wykonać dla elektrod o różnym kształcie i różnym ich ustawieniu, np.: 1. dla elektrody kołowej i punktowej (rys. 24.2), 2. dla elektrody płaskiej i punktowej (rys. 24.3), 3. dla dwóch elektrod płaskich ustawionych równolegle (rys. 24.4), 4. dla dwóch elektrod płaskich ustawionych prostopadle względem siebie (rys. 24.5) lub innych wskazanych przez prowadzącego.

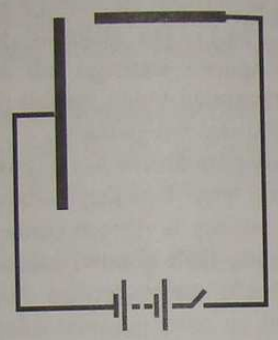
Rys. 24.2



Rys. 24.3



Rys. 24.4



Rys. 24.5

Przebieg ćwiczenia:

1. Umieszczamy odpowiednią parę elektrod w naczyniu z wodą.
2. Łączymy układ elektryczny wg schematu na rys. 24.1 (sondy połączone są z gniazdkami znajdującymi się w obudowie).
3. Opór R_2, zabezpieczający miernik, ustawiamy na maksimum.
4. Ustawiamy sondę nieruchomą, S_1, w odległości kilku cm od jednej z elektrod.
5. Po sprawdzeniu układu połączeń przez prowadzącego zamykamy obwód prądu i za pomocą drugiej sondy, S_2, znajdujemy punkt o potencjale równym potencjałowi sondy nieruchomej.
6. Zmniejszamy stopniowo opór zabezpieczający, zwiększając tym samym czułość miernika i jednocześnie poprawiamy ustawienie sondy.
7. Po dokładnym ustawieniu sondy pomiarowej opór zabezpieczający nastawiamy ponownie na maksimum.
8. Notujemy współrzędne środków sond pomiarowych. Pomiar powtarzamy dla 10–15 punktów, rozmieszczonych w całym obrębie pola pomiarowego.
9. Pomiary wykonujemy dla kilku położeń sondy nieruchomej w celu otrzymania kilku linii ekwipotencjalnych.
10. Wyłączamy obwód elektryczny dla badanej pary elektrod.

11. Pomiary wykonujemy dla wskazanych przez prowadzącego układów elektrod.
12. Na papierze milimetrowym wykreślamy linie ekwipotencjalne w takim układzie współrzędnych, jaki był przyjęty przy pomiarach (patrz rozdz. I.2.3). W każdym przypadku oznaczamy położenie elektrod.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 24

Rodzaj elektrod		Współrzędne													
		sondy nieruchomej	sondy ruchomej												
	x														
	y														
	x														
	y														
	x														
	y														
	x														
	y														

Uwaga: Na ćwiczenia należy przynieść 4 arkusze papieru milimetrowego formatu A_3.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Co to jest pole elektrostatyczne i jakie wielkości je określają?
2. Narysować linie sił pola elektrostatycznego wokół jednego ładunku punktowego, dwóch ładunków punktowych oraz wokół powierzchni płaskiej.
3. Co to jest linia ekwipotencjalna lub powierzchnia ekwipotencjalna? Czy wykonywana jest praca podczas przesunięcia ładunku wzdłuż linii lub powierzchni ekwipotencjalnej?
4. Zasada działania galwanometru: schematyczny rysunek oraz opis i wzór na siłę Ampere'a.
5. Jak skierowane są linie sił w stosunku do powierzchni ekwipotencjalnych?

Ćwiczenie 25

WYZNACZANIE OPORU PRZEWODNIKA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie prawa Ohma, praw Kirchhoffa, zasad wyznaczania oporu wg opisanych niżej metod, łączenia oporów: szeregowego i równoległego, zasady działania amperomierza i woltomierza.

Przepływ prądu elektrycznego w różnych ciałach polega na uporządkowanym ruchu ładunków elektrycznych. Czynnikiem wywołującym ten ruch jest istnienie napięcia, czyli różnicy potencjałów na końcach danego ciała – przewodnika prądu elektrycznego. W czasie przepływu prądu elektrycznego przez przewodniki metalowe mamy do czynienia z ruchem swobodnych elektronów.

Podstawowym prawem obwodów elektrycznych jest prawo Ohma, stwierdzające, że natężenie prądu i płynącego przez przewodnik jest wprost proporcjonalne do napięcia elektrycznego U, występującego między końcami przewodnika:

$$i = \frac{U}{R} \tag{25.1}$$

gdzie R nazywamy oporem przewodnika i określamy na podstawie prawa Ohma jako iloraz napięcia przyłożonego na końcach przewodnika i natężenia prądu płynącego przez ten przewodnik:

$$R = \frac{U}{i} \tag{25.2}$$

Jednostką oporu jest om (Ω). Opór przewodnika jest równy 1Ω, jeżeli przy napięciu 1V płynie prąd o natężeniu 1A.

Wzór (25.1) wykazuje, że im większy będzie opór przewodnika, tym mniejsze natężenie płynącego prądu przy określonym napięciu i odwrotnie – im mniejszy opór będzie stawiał prądowi przewodnik, tym większe natężenie prądu przy danym napięciu, tym lepsze więc będzie jego przewodnictwo. A więc odwrotność oporu elektrycznego przewodnika jest miarą jego przewodnictwa χ.

$$\chi = \frac{1}{R}\left[\Omega^{-1} = \mathrm{S}\right] \tag{25.3}$$

Jednostką przewodnictwa jest simens (S).

Przyczyną występowania oporu elektrycznego podczas przepływu prądu są ustawiczne zderzenia poruszających się nośników ładunków z atomami lub jonami danego ośrodka. Opór przewodnika prądu zależy od jego właściwości geometrycznych oraz od rodzaju materiału, z jakiego został zbudowany. Im większa będzie długość przewodnika, tym większy będzie stawiał opór płynącemu prądowi, natomiast jednocześnie ze wzrostem powierzchni jego przekroju poprzecznego – opór maleje. Dla przewodnika o jednakowej powierzchni przekroju poprzecznego S wzdłuż całej długości l opór jest wprost proporcjonalny do długości, a odwrotnie proporcjonalny do przekroju:

$$R = \rho\frac{l}{S} \tag{25.4}$$

Współczynnik proporcjonalności ρ nosi nazwę oporności (lub oporu właściwego). Jest zależny od temperatury przewodnika i charakterystyczny dla materiału, z którego został wykonany. Odwrotność oporności nosi nazwę przewodności.

$$\frac{1}{\rho} = \sigma \tag{25.5}$$

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie oporu omowego oporników.

Zastosujemy w tym celu dwie metody: metodę techniczną oraz bardziej dokładną metodę mostkową.

25.1. Wyznaczenie oporu przewodnika metodą techniczną

Metoda techniczna oparta jest bezpośrednio na wzorze (25.2). Do wykonania pomiarów potrzebne jest źródło prądu oraz amperomierz i woltomierz. Wymienione przyrządy można połączyć z badanym opornikiem w układzie A (rys. 25.1A) lub w układzie B (rys. 25.1B).

W układzie A woltomierz wskazuje napięcie na oporze badanym R_x, a więc:

$$U = U_x \tag{25.6}$$

gdzie:
U – napięcie wskazywane przez woltomierz,
U_x – napięcie na badanym oporze.

Amperomierz wskazuje natężenie prądu płynącego zarówno przez badany opornik, jak i przez woltomierz, co wynika z pierwszego prawa Kirchhoffa:

$$i = i_x + i_w \tag{25.7}$$

gdzie:
i – natężenie prądu wskazane przez amperomierz,
i_x – natężenie prądu płynącego przez badany opornik,
i_V – natężenie prądu płynącego przez woltomierz.

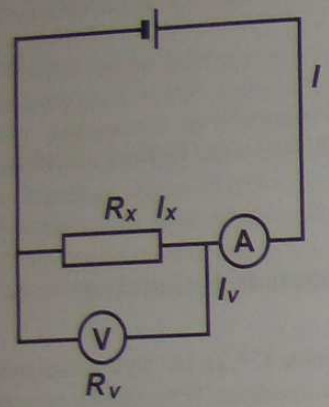
Jeżeli $R_x << R_V$, to na mocy drugiego prawa Kirchhoffa $i_x >> i_V$, a więc:

$$i = i_x + i_V \approx i_x \tag{25.8}$$

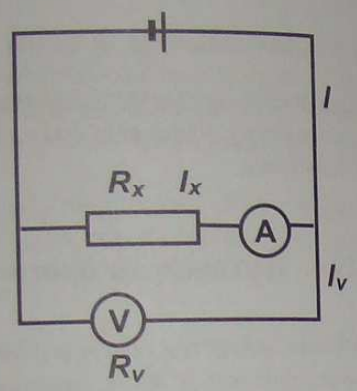
Możemy więc napisać, że:

$$R = \frac{U_x}{i_x} = \frac{U}{i} \tag{25.9}$$

Wynikająca z przybliżenia niepewność jest zaniedbywalnie mała, przy założonym warunku $R_x << R_V$. Przykładowo, gdy badany opór ma wartość 10 Ω, a opór wewnętrzny woltomierza wynosi 10^4 Ω, wartość niepewności z powodu przybliżenia osiąga zaledwie 0,1%. Można więc wnioskować, że metoda techniczna z zastosowaniem połączenia A jest wskazana do pomiaru niewielkich oporów.



Rys. 25.1A



Rys. 25.1B

W układzie B woltomierz wskazuje nie tylko napięcie na badanym oporniku R_x, ale ponadto spadek potencjału na oporze wewnętrznym amperomierza, U_A:

$$U = U_x + U_A \tag{25.10}$$

Amperomierz wskazuje teraz natężenie prądu płynącego przez badany opornik:

$$i = i_x \tag{25.11}$$

Zatem zgodnie ze wzorem (25.2) możemy napisać:

$$R_x = \frac{U_x}{i_x} = \frac{U - U_A}{i} = \frac{U}{i} - R_A \tag{25.12}$$

gdzie $R_A = \frac{U_A}{i}$ jest oporem wewnętrznym amperomierza. Jeśli $R_x >> R_A$, to R_A można zaniedbać i szukany opór obliczyć bezpośrednio ze wskazań mierników, czyli:

$$R_x \approx \frac{U}{i} \tag{25.13}$$

Układ *B* stosuje się do pomiarów dużych oporów przy warunku $R_A << R_x$.

Przebieg ćwiczenia:

1. Łączymy przyrządy kolejno wg schematu na rys. 25.1A i 25.1B, stosując się do zaleceń zawartych w rozdz. I.5.
2. Po sprawdzeniu układu przez prowadzącego zamykamy obwód i odczytujemy napięcie oraz natężenie prądu dla obydwu badanych oporników.
3. Obliczamy opór przewodnika odpowiednio wg wzorów (25.9) lub (25.13).

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 25.1

Schemat połączeń	Numer opornika	i A	U V	R_A Ω	R_V Ω	R_x Ω
A						
B						

Uwaga: Znajomość przybliżonych wartości oporu badanych oporników będzie przydatna w metodzie mostkowej.

25.2. Wyznaczanie oporu przewodnika za pomocą mostka Wheatstone'a

Do dokładniejszych pomiarów oporu używa się mostka Wheatstone`a. Jest to układ przedstawiony schematycznie na rys. 25.2, złożony ze źródła prądu, opornika badanego o oporze R_x oraz trzech oporników – R_Z, R_1 i R_2, których opory mogą się zmieniać. Przez przesunięcie suwaka D tak dobieramy opory R_1 i R_2, aby przez galwanometr nie płynął prąd. Punkty C i D mają wówczas ten sam potencjał (mostek jest w równowadze). Układ zachowuje się tak, jakby w punkcie C nie było rozgałęzienia.

W zrównoważonym mostku natężenie prądu płynącego przez opory R_x i R_Z jest takie samo; również natężenie prądu płynącego przez opory R_1 i R_2 jest identyczne. Napięcie U_{AC} na oporze R_x jest takie samo jak napięcie U_{AD} na oporze R_1, a napięcie U_{CB} na oporze R_Z jest takie jak napięcie U_{DB} na oporze R_2.

$$U_{AC} = U_A \qquad U_{CB} = U_{DB} \tag{25.14}$$

Na podstawie prawa Ohma – równania (25.14) można wyrazić za pomocą oporów i natężeń prądów. Oznaczając natężenie prądu płynącego przez oporniki R_x oraz R_z symbolem I_1, a natężenie prądu płynącego przez oporniki R_1 i R_2 symbolem I_2, możemy napisać:

$$U_{AC} = i_1 R_x \qquad U_{AD} = i_2 R_1$$
$$U_{CB} = i_1 R_z \qquad U_{DB} = i_2 R_2 \tag{25.15}$$

Podstawiając równania (25.15)

$$i_1 R_x = i_2 R_1 \tag{25.16}$$

$$i_1 R_Z = i_2 R_2 \tag{25.17}$$

Dzieląc (25.16) przez (25.17) otrzymujemy:

$$\frac{R_x}{R_z} = \frac{R_1}{R_2} \tag{25.18}$$

W ćwiczeniu użyty został mostek, w którym opory R_1 oraz R_2 stanowi drut oporowy o przekroju S, jednakowym na całej długości. Zgodnie ze wzorem (25.4) opory R_1 i R_2 można wyrazić następująco:

$$R_1 = \frac{\rho l_1}{S} \qquad R_2 = \frac{\rho l_2}{S} \tag{25.19}$$

gdzie ρ oznacza oporność drutu.

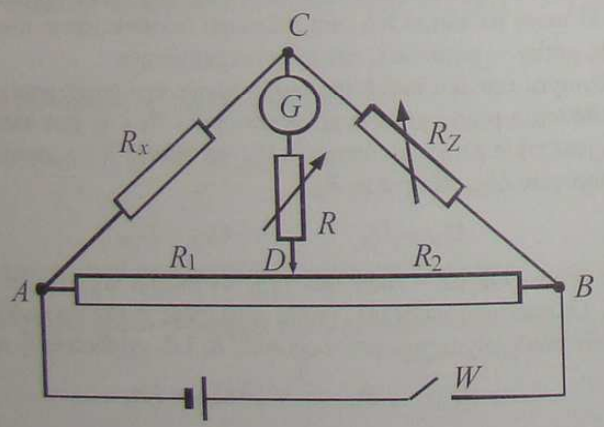
Podstawiając (25.19) do (25.18), otrzymujemy:

$$\frac{R_x}{R_z} = \frac{l_1}{l_2} \tag{25.20}$$

Zależność ta pozwala na obliczenie nieznanego oporu:

$$R_x = R_z \frac{l_1}{l_2} \tag{25.21}$$

Opornica R na rys. 25.2, znajdująca się w obudowie galwanometru, służy do zabezpieczenia galwanometru przed uszkodzeniem:



Rys. 25.2

Przebieg ćwiczenia:

1. Zestawiamy mostek wg schematu 25.2.
2. Po sprawdzeniu układu połączeń przez prowadzącego ćwiczenia nastawiamy opornicę R, zabezpieczającą galwanometr, na największy opór, a suwak na drucie oporowym umieszczamy w położeniu środkowym.
3. Dobieramy wstępnie opór R_z na opornicy dekadowej; powinien mieć wartość zbliżoną do wartości oporu badanego opornika, wyznaczonego metodą techniczną.
4. Włączamy źródło prądu.
5. Przesuwając suwak po drucie oporowym, znajdujemy położenie równowagi mostka. Zmieniamy nieco opór opornicy R_z, tak aby suwak znajdował się w pobliżu środka drutu AB.
6. Ostrożnie zmniejszamy opór zabezpieczający, uważając, aby wskazówka galwanometru nie wychylała się zanadto i poprawiamy położenie suwaka. Doprowadzamy w końcu do takiego położenia suwaka, że nawet przy minimalnym oporze zabezpieczającym R wskazówka galwanometru wskazuje zero.
7. Odczytujemy l_1 i l_2 na skali. Nastawiamy opór zabezpieczający na największy opór i wyłączamy źródło prądu.
8. Zmieniamy badany opornik i powtarzamy wszystkie czynności od punktu 2 do punktu 7 w „Przebiegu ćwiczenia".
9. Obliczamy opory badanych oporników wg wzoru (25.21).
10. Należy porównać wyniki uzyskane w układach przedstawionych na rys.: 25.1A, 25.1B i 25.2 dla obydwu badanych oporników. Wyniki uzyskane metodą mostkową przyjmujemy za bliskie rzeczywistym wartościom oporów.
11. Obliczamy dla każdego opornika procentowe odchylenia up wartości oporu, uzyskane metodą techniczną, wg poniższego wzoru:

$$up = \frac{R_m - R}{R_m} 100\%$$

gdzie:
R_m – wartość oporu uzyskana metodą mostkową dla danego opornika,
R – wartość oporu uzyskana dla tego opornika metodą techniczną.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 25.2

Numer opornika	l_1	l_2	R_z	R_x
	m	m	Ω	Ω

Schemat połączeń w metodzie technicznej	Numer opornika	R_m	R	up
		Ω	Ω	%
A				
B				
A				
B				

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Sformułować prawo Ohma – słownie i za pomocą wzoru.
2. Sformułować prawa Kirchhoffa – słownie i za pomocą wzoru; zilustrować rysunkiem.
3. Sformułować wniosek dotyczący właściwego układu połączeń dla każdego opornika przy stosowaniu metody technicznej.
4. Narysować schemat mostka Wheatstone'e oraz omówić warunek równowagi mostka.
5. Które napięcia i które natężenia w zrównoważonym mostku są sobie równe i dlaczego?
6. Dany jest obwód zawierający w połączeniu szeregowym źródło o sile elektromotorycznej E=12 V oraz opory R_1 = 100 mΩ i R_2 = 400 mΩ. Jakie jest natężenie prądu w obwodzie i jakie są napięcia na oporach? Opór wewnętrzny źródła przyjąć równy zeru.

Ćwiczenie 26

WYZNACZANIE SPRAWNOŚCI GRZEJNIKA ELEKTRYCZNEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki, w szczególności definicje ciepła, ciepła parowania, sprawności grzejnika oraz omówienie I zasady termodynamiki, zasady działania woltomierza i amperomierza.

Praca W wykonana w czasie przepływu prądu elektrycznego o natężeniu i oraz pod napięciem U wyraża się wzorem:

$$W = U \cdot i \cdot t \tag{26.1}$$

gdzie t oznacza czas przepływu prądu.

Zgodnie z I zasadą termodynamiki, jeśli wykonana praca została użyta jedynie na wytworzenie ciepła, to wytworzone ciepło Q jest równe wykonanej przy tym pracy W:

$$Q = W \tag{26.2}$$

Wyrażenie (26.2) słuszne jest także w przypadku pracy wykonanej przez prąd elektryczny, tzn. jeżeli cała praca wykonana przy przeniesieniu ładunku q pod wpływem napięcia U została zużyta na pokonanie oporu przewodnika, to wytworzone przy tym ciepło wyraża się wzorem (26.2) lub po uwzględnieniu (26.1):

$$Q = U \cdot i \cdot t \tag{26.3}$$

Gdy napięcie wyrazimy w woltach, natężenie prądu w amperach, czas w sekundach, to ciepło otrzymamy w dżulach.

Część ciepła wytworzonego w czasie przepływu prądu przez spiralkę zostaje użytecznie wykorzystana do ogrzania ciała, pozostała część rozprasza się w otoczeniu.

Stosunek ciepła wykorzystanego Q_w do całego wytworzonego ciepła Q nazywamy sprawnością grzejnika i oznaczamy symbolem η. Wyrażając sprawność w procentach, otrzymamy:

$$\eta = \frac{Q_w}{Q} 100\% \tag{26.4}$$

W ćwiczeniu wyznaczamy sprawność kuchenki elektrycznej i grzałki elektrycznej. Ogrzewać będziemy wodę w otwartym naczyniu. Ciepło Q wytworzone przez prąd elektryczny obliczamy wg wzoru (26.3) przez pomiar napięcia, natężenia i czasu ogrzewania. Na ciepło Q_w wykorzystane składać się będzie ciepło Q_1, zużyte na ogrzewanie naczynia, ciepło Q_2, zużyte na ogrzewanie wody i ciepło Q_3, zużyte na parowanie wody:

$$Q_w = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m_n c_n (T_2 - T_1) + m_w c_w (T_2 - T_1) + m_p c_p \qquad (26.3)$$

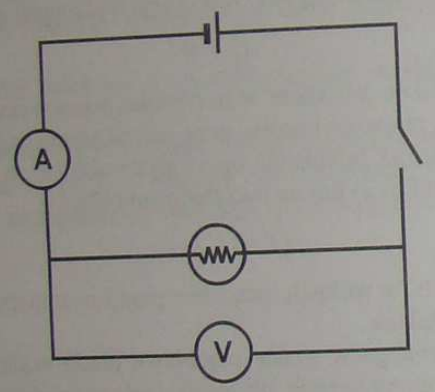
gdzie:

m_n – masa naczynia,
c_n – ciepło właściwe naczynia,
m – masa wody,
c_w – ciepło właściwe wody,
m_p – masa wyparowanej wody,
c_p – ciepło parowania wody.

Podstawiając zależności (26.3) i (26.5) do (26.4), otrzymamy wzór na obliczenie sprawności grzejnika:

$$\eta = \frac{(m_w c_w + m_n c_n)\cdot(T_2 - T_1) + m_p c_p}{U\,i\,t}\cdot 100\% \qquad (26.6)$$

Sprawność grzejnika zależy od jego budowy. Największą sprawność mają grzałki oraz grzejniki, w których spirala zanurzona jest w wodzie, np. imbryki, samowary elektryczne itp. Sprawność kuchenek jest mniejsza, ponieważ duża część ciepła rozprasza się w otoczeniu.



Rys. 26.1

Przebieg ćwiczenia:

1. Łączymy przyrządy wg podanego schematu (rys. 26.1).
2. Ważymy puste naczynie wraz z przykrywką (jego masę oznaczamy przez m_n) oraz naczynie z wodą o łącznej masie m_1 i obliczamy masę wody $m_w = m_1 - m_n$.
3. Mierzymy temperaturę początkową wody, T_1.
4. Po sprawdzeniu połączeń przez asystenta zamykamy obwód i notujemy czas zamknięcia, t_1 (wodę ogrzewamy bez przykrywki).
5. W czasie przepływu prądu obserwujemy wskazania woltomierza i amperomierza. Co 2 minuty notujemy wskazania przyrządów.

6. Po 10 minutach od chwili zagotowania wody wyłączamy prąd, przykrywamy naczynie, notujemy czas przerwania obwodu, t_2 i obliczamy czas przepływu prądu $t = t_2 - t_1$. Temperaturę wrzącej wody T_2 odczytujemy z tablic na podstawie wskazań barometru.
7. Ważymy powtórnie naczynie z wodą (m_2) i obliczamy masę wyparowanej wody $m_p = m_1 - m_2$.
8. Obliczamy sprawność grzejnika wg wzoru (26.6).

Uwaga: Ćwiczenie wykonujemy z kuchenką i grzałką.

9. Obliczamy niepewność maksymalną i procentową wyniku (patrz rozdz. I.1). Przy wyznaczaniu maksymalnych niepewności $u(i)$ i $u(U)$ należy posłużyć się metodą Gaussa, jeśli liczba pomiarów będzie większa niż 10 lub metodą Studenta–Fishera, jeśli będzie mniejsza niż 10. W celu wyznaczenia niepewności standardowych pomiarów mas, czasu i temperatury stosujemy metodę B i wzór 1.5a. Dla $u(m_n)$, $u(m_1)$, $u(m_2)$ przyjmujemy masę najmniejszego odważnika, dla $u(t_1)$ oraz $u(t_2)$ – wartości najmniejszej działki skali zegarkowej, dla $u(T_1)$ – wartość najmniejszej działki termometru, $u(T_2)$ oszacować na podstawie wskazań barometru. Niepewności, jakimi są obarczone wielkości tablicowe c_w, c_n oraz c_p, uznajemy za zerowe.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 26

Rodzaj grzejnika	m_n	m_1	m_w	m_2	m_p	T_1	T_2	t	$U_{śr}$	$i_{śr}$	c_w	c_n	c_p	η
	kg	kg	kg	kg	kg	K	K	s	V	A	$\frac{J}{kg\,K}$	$\frac{J}{kg\,K}$	$\frac{J}{kg}$	%

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać słownie i za pomocą wzoru definicje: napięcia, natężenia prądu, ciepła, ciepła parowania oraz sprawności grzejnika.
2. Co to jest bilans cieplny?
3. Na co zużywana jest praca prądu elektrycznego w ćwiczeniu?
4. Dlaczego sprawność grzałki (lub imbryka) jest większa niż kuchenki elektrycznej?
5. Ile ciepła przekaże wodzie grzałka elektryczna w ciągu 1 minuty, jeżeli napięcie $U = 220$V, a natężenie prądu $i = 2$A?

Ćwiczenie 27

WYZNACZANIE SIŁY ELEKTROMOTORYCZNEJ OGNIWA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z tym ćwiczeniem, ich jednostki, omówienie prawa Ohma, praw Kirchhoffa, zasady działania ogniwa galwanicznego, zasady działania galwanometru, znajomość metody kompensacji wyznaczenia *SEM* wraz z układem połączeń i wyprowadzeniem wzorów roboczych dla wyliczenia *SEM*.

Aby umożliwić stały przepływ prądu elektrycznego w przewodniku, musimy podtrzymywać różnicę potencjałów, czyli napięcie elektryczne na jego końcach. Źródłami stałej różnicy potencjałów (zwanymi również źródłami prądu elektrycznego lub generatorami prądu elektrycznego) są urządzenia przetwarzające na energię elektryczną inne rodzaje energii. Źródła te występują na ogół w postaci ogniw elektrycznych i prądnic. W ogniwach energia elektryczna powstaje kosztem energii reakcji chemicznych (ogniwa galwaniczne – baterie i akumulatory), energii promieniowania elektromagnetycznego (ogniwa fotoelektryczne) czy energii wewnętrznej przy istnieniu różnicy temperatur (ogniwa termoelektryczne). W prądnicach i generatorach elektrostatycznych energia elektryczna powstaje na koszt energii mechanicznej.

Każde źródło prądu elektrycznego charakteryzuje siła elektromotoryczna, w skrócie *SEM*. Wielkość tę oznaczoną $\mathcal{E}$ definiuje się:

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \tag{27.1}$$

gdzie dW to praca (wyrażana w dżulach [J]) wykonywana przez siły zewnętrzne (związane np. z procesami chemicznymi) przy przenoszeniu ładunku dq (wyrażanego w kulombach [C]) z bieguna o niższym potencjale do bieguna o wyższym potencjale. Siła elektromotoryczna źródła prądu jest więc pracą przypadającą na jednostkę przenoszonego ładunku. Siłę elektromotoryczną $\mathcal{E}$ wyraża się w *woltach* [V = J/C].

Przykładem prostego ogniwa galwanicznego jest ogniwo Daniela. Składa się ono z dwóch płytek z różnych metali zanurzonych w odpowiednich elektrolitach, pomiędzy którymi zapewniony jest kontakt elektryczny. Płytka cynkowa tego ogniwa zanurzona jest w roztworze siarczanu cynku, $ZnSO_4$, będącego w kontakcie elektrycznym z roztworem siarczanu miedzi, $CuSO_4$, w którym jest zanurzona płytka miedziana (rys. 27.1a). W takim układzie na powierzchni elektrody miedzianej możliwa jest reakcja redukcji, zgodnie z zapisem $Cu^{2+} + 2e = Cu$ (miedź osadza się na tej płytce) a na elektrodzie cynkowej – reakcja utleniania: $Zn = Zn^{2+} + 2e$ (kationy cynku z tej elektrody przechodzą do elektrolitu). Dodając te reakcje, otrzymujemy $Cu^{2+} + 2e + Zn = Cu + Zn^{2+} + 2e$, co jest

równoważne zapisowi $Cu^{2+} + Zn = Cu + Zn^{2+}$, czyli otrzymaliśmy reakcję redukcji miedzi i utleniania cynku opisywanego ogniwa, złożonego z dwóch elektrod – miedzianej i cynkowej. Powyższe reakcje elektrodowe mogą zachodzić zgodnie z ich zapisem (czyli w prawo), ponieważ tendencja jonów miedzi do przyłączania elektronów (redukcja) sumuje się z tendencją jonów cynku do oddawania elektronów (utleniania). Miarą tych tendencji są wartości standardowych potencjałów redukcji tych pierwiastków (rys. 27.1b), które wynoszą dla miedzi 0,34 V a dla cynku –0,76 V. Są to potencjały standardowe tych elektrod mierzone względem standardowej elektrody wodorowej. Różnica potencjałów elektrodowych jest siłą elektromotoryczną ogniwa, czyli: $\mathcal{E}^o = U^o_{Cu} - U^o_{Zn} =$ 0,34 – (–0,76) = 1,1 V. Taką siłę elektromotoryczną posiada ogniwo Daniela w warunkach standardowych, tj. gdy stężenia obu jonów w roztworach wynoszą 1 mol/dm^3, temperatura 298 K i ciśnienie $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa.

SEM ogniwa jest różnicą potencjałów elektrycznych, jaka musi powstać pomiędzy elektrodami ogniwa, aby został zatrzymany przebieg reakcji chemicznych ogniwa, czyli aby reakcja znalazła się w stanie równowagi termodynamicznej. Różnica potencjałów wymuszająca ten stan równowagi ma wartość największą z możliwych dla danego układu i powstaje na biegunach ogniwa otwartego, czyli takiego, przez które nie płynie prąd. Sytuacja taka jest przedstawiona na rys. 27.2. Jeśli elektrody ogniwa są połączone przewodnikiem prądu i elektrody są na tyle duże, aby reakcja chemiczna ogniwa pozostała w pobliżu równowagi, to zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa suma spadków potencjałów na oporach jest równa sile elektromotorycznej ogniwa (rys. 27.2), tj.:

$$\mathcal{E} = iR + ir \tag{27.2}$$

gdzie:

i – natężenie prądu,

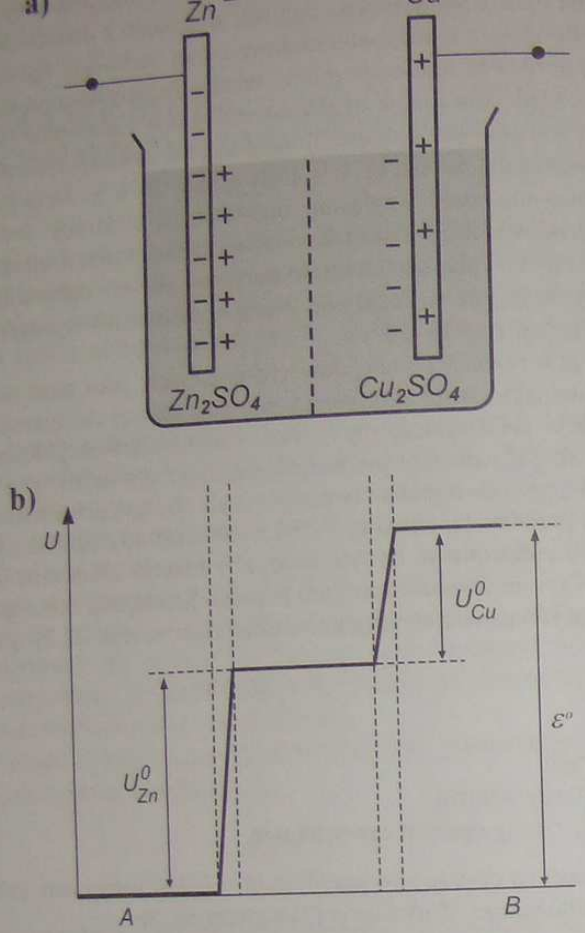
r – opór wewnętrzny ogniwa,

R – opór obwodu zwany oporem zewnętrznym.

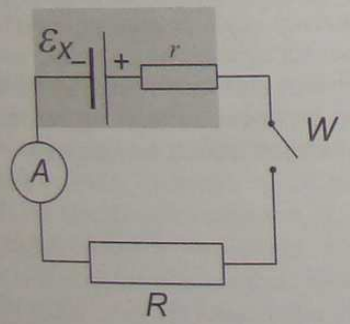
Spadek potencjału na oporze zewnętrznym $iR = U$ jest napięciem, które można zmierzyć za pomocą woltomierza. Z równania (2) wyliczamy, że:

$$U = \mathcal{E} - ir \tag{27.3}$$

skąd widać, że mierzone napięcie U jest mniejsze od *SEM* ogniwa o spadek potencjału ir na oporze wewnętrznym ogniwa; czyli za pomocą zwykłego woltomierza nie można zmierzyć siły elektromotorycznej ogniwa. Może to być pomiar tylko przybliżony, tym lepszy, im mniejszy prąd i płynie przez woltomierz i im mniejszy jest opór wewnętrzny r ogniwa. W celu dokładnego wyznaczenia *SEM* ogniwa trzeba stosować odpowiednie metody pomiarowe. Jedną z nich jest metoda kompensacji.



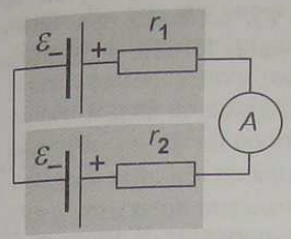
Rys. 27.1



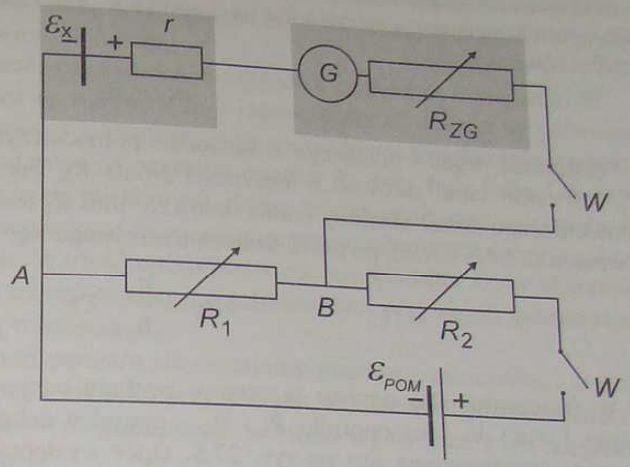
Rys. 27.2

(i o dowolnych oporach wewnętrznych) w taki sposób, jak pokazano na rys. 27.3, to w obwodzie zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa prąd nie płynie. Siły elektromotoryczne kompensują się wzajemnie. Ideę tę można zastosować do wyznaczenia siły elektromotorycznej ogniwa, jeśli drugą siłę elektromotoryczną zastąpi się odpowiednio dobranym napięciem.

Schemat połączeń umożliwiający kompensację *SEM* o wartości $\mathcal{E}_x$ ze spadkiem potencjału powstającym na oporze regulowanym R_1 przedstawia rys. 27.4.



Rys. 27.3



Rys. 27.4

Układ pomiarowy składa się z dwóch oczek: górnego, będącego obwodem zasadniczym oraz dolnego, nazwanego obwodem pomocniczym. W obwodzie zasadniczym znajduje się badane źródło *SEM* o wartości $\mathcal{E}_X$ (lub tak zwane wzorcowe źródło *SEM* o wartości $\mathcal{E}_Z$), galwanometr *G*, opór zabezpieczający galwanometr R_{ZG}, wyłącznik W oraz opornik regulowany R_1, który jest elementem tego obwodu wspólnym z obwodem pomocniczym. W obwodzie pomocniczym umieszczone jest źródło $\mathcal{E}_{pom}$, zasilające ten obwód w prąd elektryczny o natężeniu *i*, oraz dwa regulowane oporniki, wspomniany już opornik R_1 oraz opornik R_2 i wyłącznik W.

W węźle obwodu oznaczonym literą *A* połączone są jednoimienne bieguny badanego źródła *SEM* oraz pomocniczego źródła prądu. Drugi biegun badanej siły elektromotorycznej $\mathcal{E}_X$ podłączony jest poprzez galwanometr do węzła *B* (miejsce będące wyjściem z opornika R_1 lub wejście na opornik R_2). W tak zbudowanym obwodzie, po zamknięciu wyłączników, regulowane potencjometrycznie napięcie U_{AB} na oporniku R_1 będzie skierowane przeciwnie do badanej siły elektromotorycznej $\mathcal{E}_X$. Skompensowanie tej siły elektromotorycznej z napięciem U_{AB} będzie miało miejsce przy ściśle określonym ustawieniu oporu regulowanego R_1 na wartość R_x. Wtedy prąd płynący w obwodzie pomocniczym, przepływając przez opornik R_1, o ustawionej na nim wartości R_x, będzie powodował powstanie spadku potencjału o wartości $U_{AB} = U_X$, który skompensuje badaną siłę

elektromotoryczną $\mathcal{E}_X$. Fakt skompensowania siły elektromotorycznej równowagi wskazówka galwanometru. Podsumowując, dla warunków kompensacji można napisać:

$$iR_X = \mathcal{E}_X \tag{27.4}$$

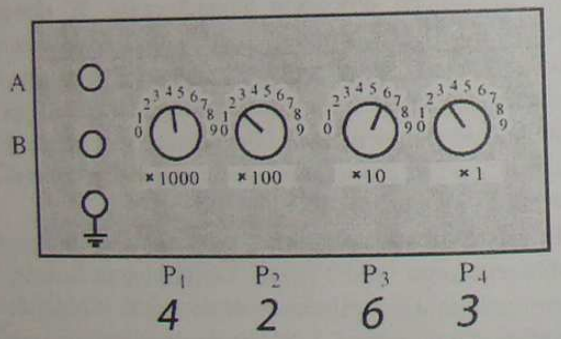
Następnie do obwodu kompensacyjnego w miejsce siły elektromotorycznej badanej $\mathcal{E}_X$ należy wstawić wzorcowe źródło siły elektromotorycznej o znanej wartości $\mathcal{E}_Z$ i czynności związane z obecnością tego źródła w obwodzie powtórzyć, wyznaczając dla momentu kompensacji wartość R_Z na oporniku R_1, dla której słuszna będzie w tym przypadku równość:

$$iR_Z = \mathcal{E}_Z \tag{27.5}$$

Natężenie prądu i płynącego w obwodzie pomocniczym, między innymi przez opór R_1, jest takie samo zarówno w obecności źródła $\mathcal{E}_X$, jak i $\mathcal{E}_Z$, ponieważ opór obwodu pomocniczego został ustalony (suma oporu R_1 plus R_2 jest stała). Dzieląc więc stronami równania (27.4) i (27.5), po przekształceniu otrzymuje się:

$$\mathcal{E}_X = \frac{R_X}{R_Z}\,\mathcal{E}_Z \tag{27.6}$$

W ćwiczeniu jako ogniwo wzorcowe posłuży ogniwo normalne Westona o *SEM* równej 1,0183 V, jako oporniki R_1 i R_2 – opornice dekadowe. Tablica czołowa takiej opornicy przedstawiona jest na rys. 27.5. Opór występujący między zaciskami A i B zależy od ustawienia pokręteł P_1, P_2, P_3 i P_4. W przypadku przedstawionym na rys. 27.5 opór między zaciskami A i B wynosi 4263 Ω.



Rys. 27.5

Przebieg ćwiczenia:

1. Przed przystąpieniem do połączenia obwodu elektrycznego notujemy w tabeli polecony numer zestawu ogniw (nr 1 lub nr 2), numer badanego ogniwa, wybraną wartość napięcia $\mathcal{E}_{pom}$ (z przedziału 10–13 V, np. 11 V) oraz ustaloną sumę wartości oporów $R_1 + R_2$ (np. 4000 Ω). Zestawiamy i łączymy obwód według schematu przedstawionego na rys. 27.4, stosując się do zaleceń zawartych w rozdz. I.5. Opór R_{ZG} zabezpieczający galwanometr ustawiamy na maksymalną wartość. Na oporniku R_1 ustawiamy wartość oporu według zaleceń podanych w pracowni a na oporniku R_2 wartość będącą dopełnieniem do ustalonej stałej sumy oporów $R_1 + R_2$. Suma tych oporów przez czas trwania pomiarów powinna być stała.
2. Po sprawdzeniu połączeń przez prowadzącego ćwiczenia zamykamy wyłączniki W.
3. Zmniejszamy wartość oporu na oporniku R_1 i jednocześnie obserwujemy galwanometr. Każde zmniejszenie wartości oporu R_1 musi spowodować zwiększenie wartości oporu R_2 tak, aby suma ustawianych wartości oporów R_1 i R_2 była stała. Gdy wychylenie galwanometru stanie się bliskie zeru, dalsze zmniejszanie wartości oporu R_1 przeprowadzamy przy jednoczesnym zmniejszaniu oporu zabezpieczającego galwanometr R_{ZG} aż do minimum. Wartość oporu ustawiona na oporniku R_1, w obecności minimalnej wartości oporu zabezpieczającego galwanometr, przy której galwanometr wskazuje zero, jest szukaną wartością R_X.
4. Dla wyznaczenia niepewności pomiaru ΔR_X ustalamy graniczne minimalne i maksymalne wartości oporów na oporniku R_1, przy których wskazówka galwanometru nie wychyla się. Większa różnica tych granicznych wartości wynikająca z ich odjęcia od wartości R_X jest wartością ΔR_X.
5. Po odczytaniu wartości R_X ustalamy maksymalny opór zabezpieczający galwanometr R_{ZG} oraz ponownie ustawiamy początkowe wartości na opornikach R_1 i R_2. Otwieramy wyłączniki W.
6. W miejsce źródła siły elektromotorycznej $\mathcal{E}_X$ podłączamy do obwodu wzorcowe źródło siły elektromotorycznej $\mathcal{E}_Z$ i podobnie jak poprzednio (patrz pkt. 3) kompensujemy wartość siły elektromotorycznej wzorcowego źródła $\mathcal{E}_Z$ ze spadkiem potencjału na odpowiednio dobranym oporze R_Z na oporniku R_1. Po odczytaniu wartości oporu R_Z (z opornika R_1) zabezpieczamy galwanometr (ustawiając maksymalny opór zabezpieczający R_{ZG}) oraz otwieramy wyłączniki W.
7. Obliczamy siłę elektromotoryczną ogniwa $\mathcal{E}_X$ zgodnie ze wzorem (27.6).
8. Obliczamy niepewność pomiaru maksymalną i procentową wyniku na podstawie odpowiednich wzorów wynikających z rachunku błędu [wzory (patrz rozdz. I.1)].

Tabela wyników i pomiarów do ćwiczenia 27

Nr zestawu ogniw Nr ogniwa	$\mathcal{E}_{pom}$	$R_1 + R_2$	R_x	R_z	$\mathcal{E}_z$	$\mathcal{E}_x$
	V	Ω	Ω	Ω	V	V

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Co to jest siła elektromotoryczna *SEM* źródła prądu, co to jest natężenie prądu i napięcie?
2. Wyjaśnić budowę i zasadę działania dowolnego ogniwa elektrycznego.
3. Sformułować, zapisać i wyjaśnić prawo Ohma.
4. Sformułować, zapisać i wyjaśnić dwa prawa Kirchhoffa (z jakich ogólniejszych zasad wynikają).
5. Przedstawić metodę kompensacji wyznaczenia SEM (narysować i omówić schemat połączeń, uzasadnić otrzymanie wzoru roboczego), zwrócić uwagę na to, co kompensuje się w tej metodzie.

Ćwiczenie 28

CHARAKTERYSTYKA DIODY PÓŁPRZEWODNIKOWEJ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości fizycznych związanych z ćwiczeniem i ich jednostki oraz omówienie teorii przewodnictwa elektronowego i dziurowego, modelu pasmowego półprzewodnika, własności półprzewodników, budowy i działania prostowników zaporowych.

Pod względem zdolności przewodzenia prądu elektrycznego możemy podzielić ciała stałe na 3 rodzaje:

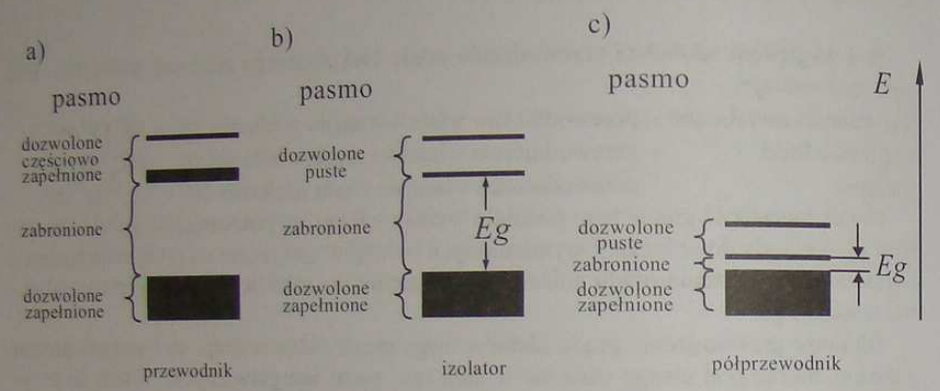
przewodniki metaliczne – przewodnictwo właściwe rzędu wielkości $10^8 - 10^6\ \Omega^{-1}m^{-1}$,
półprzewodniki – przewodnictwo właściwe rzędu wielkości $10^7 - 10^{-10}\ \Omega^{-1}m^{-1}$,
izolatory – przewodnictwo właściwe rzędu wielkości $10^{-9} - 10^{-18}\ \Omega^{-1}m^{-1}$.

Pewna nieostrość granic tego podziału wynika z faktu, że poszczególne substancje zalicza się niekiedy do jednego z wymienionych rodzajów ciał raczej na podstawie budowy i sposobu przewodzenia prądu aniżeli w odniesieniu do wartości liczbowej przewodnictwa właściwego.

Zdolność przewodzenia prądu elektrycznego przez różne rodzaje ciał stałych można wyjaśnić, biorąc pod uwagę istnienie w nich tzw. pasm energetycznych. Należy tu przypomnieć, że w pojedynczych izolowanych atomach elektrony poruszające się w obrębie określonych powłok znajdują się na określonych, związanych z tymi powłokami, dyskretnych poziomach energetycznych. Jak wiemy, te poziomy (stany) energetyczne nie mogą być zupełnie dowolne, lecz muszą być zgodne z zakazem Pauli'ego. Elektrony mogą pozostawać tylko na poziomach dozwolonych. W ciele stałym, gdzie odległości między atomami są tak małe, że elektron poddany jest oddziaływaniu ze strony sąsiednich atomów, obserwujemy występowanie zamiast jednego poziomu energetycznego – większej liczby bardzo nieznacznie różniących się od siebie poziomów, tworzących tzw. pasmo energetyczne. Poziomy wchodzące w skład pasma dozwolonego mogą być obsadzone przez elektrony całkowicie (pasmo zapełnione) lub tylko częściowo (pasmo niezapełnione). Między pasmami dozwolonymi znajduje się pasmo zabronione, którego szerokość stanowi tzw. przerwę energetyczną.

Na podstawie takiego modelu ciała stałego możemy wyjaśnić zachowanie się wspomnianych 3 rodzajów ciał w polu elektrycznym. Jak wynika z rys. 28.1a, w przewodniku metalicznym niższe pasma dozwolone są zapełnione, natomiast najwyższe pasmo dozwolone (w którym znajdują się elektrony walencyjne) pozostaje niezapełnione. W obrębie tego pasma niewielka ilość energii wystarczy do przeniesienia elektronu na wyższy poziom energetyczny. Może to nastąpić np. w słabym stosunkowo polu elektrycznym, gdzie elektron uzyskuje dostateczny przyrost energii, by stać się swobodnym i zacząć się poruszać w sposób uporządkowany w tym polu. Toteż takie niezapełnione pasmo walencyjne

nosi nazwę pasma przewodnictwa. W izolatorze (rys. 28.1b) pasmo walencyjne jest zapełnione, a następne pasmo dozwolone jest puste. Jednak ze względu na dużą przerwę energetyczną E_g ani słabe pole elektryczne, ani ogrzewanie lub naświetlanie nie mogą spowodować przejścia elektronu z pasma walencyjnego do pustego pasma przewodnictwa. Staje się to dopiero możliwe np. w silnym polu elektrycznym w wyniku tzw. przebicia, które umożliwia przepływ prądu. W półprzewodniku (rys. 28.1c), podobnie jak w izolatorze, pasmo walencyjne jest zapełnione, ale wobec bardzo małej przerwy energetycznej wystarczy ogrzanie lub oświetlenie takiego ciała, by elektrony mogły przechodzić do pustego pasma przewodnictwa. Ten wpływ warunków zewnętrznych na zdolność półprzewodnika do przewodzenia prądu elektrycznego (w pewnych warunkach przewodzi, w innych nie) stał się źródłem jego nazwy.



Rys. 28.1

Półprzewodniki można podzielić na dwie zasadnicze grupy. Do jednej z nich zaliczamy te związki metali (niektóre tlenki, azotki, węgliki, siarczki itd.), w których nie wszystkie elektrony walencyjne są połączone w pary. Istniejące elektrony swobodne, jako nośniki ładunku, umożliwiają przepływ prądu w sposób analogiczny jak w metalach. Mamy tu więc do czynienia z przewodnictwem elektronowym, przy czym przewodnictwo to maleje wraz z temperaturą, a więc podobnie, jak to się dzieje w metalach. Półprzewodniki z tej grupy są w gruncie rzeczy przewodnikami, tyle że gorszymi (przewodnictwo właściwe jest rzędu wielkości 10^7–10^5 $\Omega^{-1}m^{-1}$).

Półprzewodniki, we właściwym sensie tego słowa, tworzą drugą grupę, do której zaliczamy zarówno niektóre substancje w postaci pierwiastków (krzem, german, selen, arsen, tellur, diament), jak i niektóre związki (tlenki, siarczki, azotki, węgliki, selenki, arsenki, tellurki itd.). Grupę tę możemy z kolei podzielić na 2 podgrupy: półprzewodniki samoistne oraz domieszkowe (zakłóceniowe).

Półprzewodniki samoistne są kryształami o wiązaniach kowalencyjnych, w których uczestniczą wszystkie elektrony walencyjne. Przykładami takiego półprzewodnika mogą być np. krzem, german lub diament, których cztery elektrony walencyjne są zaangażowane w wiązaniach kowalencyjnych (brak zatem elektronów swobodnych). W niskich temperaturach i w ciemności kryształy takie bardzo źle przewodzą prąd – praktycznie

rzecz biorąc, są izolatorami. Podwyższenie temperatury lub oświetlenie takiego półprzewodnika może jednak spowodować rozerwanie któregoś z wiązań kowalencyjnych i uwolniony elektron może przejść do pasma przewodnictwa. Na miejscu tego elektronu powstaje tzw. „dziura", która zostanie wypełniona przez jeden z sąsiednich elektronów, ten jednakże znów pozostawi po sobie „dziurę" itd. Będziemy więc mieli w półprzewodniku samoistnym do czynienia z równoczesnym przemieszczaniem się elektronów i „dziur". Ponieważ „dziury" są równoważne ładunkom dodatnim, oznacza to równoczesny przepływ prądu elektronowego i „dziurowego". Przewodnictwo właściwe wyrazi się zatem wzorem:

$$\sigma = |e| \cdot (n_e u_e + n_d u_d)$$

gdzie:

$|e|$ – bezwzględna wartość ładunku elektronu,

n_e i n_d – ilość obu rodzajów nośników w jednostce objętości,

u_e i u_d – ruchliwości obu rodzajów nośników.

W półprzewodniku samoistnym ilości obu rodzajów nośników są jednakowe, jednak ruchliwość elektronów jest większa od ruchliwości dziur, toteż udział prądu elektronowego w przewodzeniu jest większy aniżeli prądu dziurowego. Zależność przewodnictwa właściwego od temperatury przedstawia się dla półprzewodników samoistnych następująco:

$$\sigma = \sigma_o e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

gdzie:

σ_o – stały współczynnik o wartości ok. 10^5 $\Omega^{-1}m^{-1}$,

E_g – przerwa energetyczna,

k – stała Boltzmana,

T – temperatura w skali Kelvina.

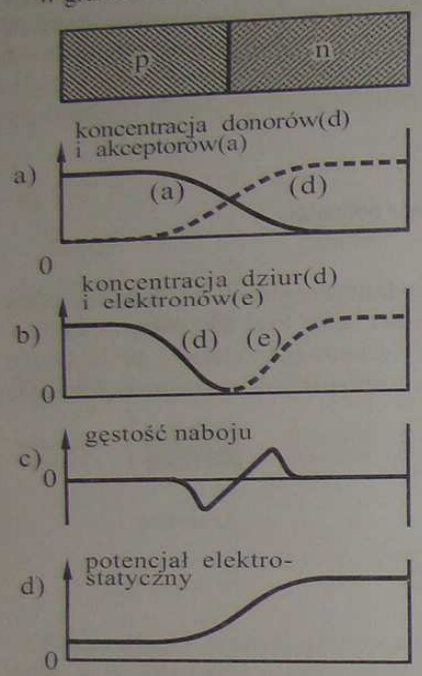
e – podstawa logarytmów naturalnych.

Gdy do kryształu idealnego, jakim jest półprzewodnik samoistny, wprowadzimy pewną ilość domieszek obcej substancji lub spowodujemy pewne dyslokacje atomów w jego sieci, otrzymamy półprzewodnik domieszkowy (zakłóceniowy). Przykładami mogą tu być kryształy pierwiastków z IV grupy układu okresowego, zawierające domieszki pierwiastków z III lub V grupy. I tak atom pierwiastka z III grupy (np. gal lub ind), umieszczony w sieci krystalicznej pierwiastka z grupy IV (np. german), angażuje wszystkie 3 swoje elektrony walencyjne w wiązaniach kowalencyjnych. Brakujący mu do czwartego wiązania elektron „wypożycza" od jednego z sąsiednich atomów germanu. Powstaje w ten sposób dziura, która może się poruszać, jak to już wiemy z opisu przewodnictwa dziurowego. Ponieważ atom galu lub indu pobiera w tej sytuacji elektron, nazywamy go akceptorem, a jego domieszkę – akceptorową. Kryształ z domieszką akceptorową nazywamy półprzewodnikiem typu „p" (nazwa pochodzi od dodatnich nośników ładunku). Jeśli natomiast w sieci krystalicznej pierwiastka z IV grupy (np. german) umieścimy atom pierwiastka z V grupy (np. arsen lub antymon), to jeden z 5 elektronów atomu domieszkowego przejdzie, jako nie związany kowalencyjnie, do pasma przewodnictwa.

Atom arsenu lub antymonu staje się w ten sposób [illegible], zapewniając przewodnictwo elektronowe. Półprzewodnik z domieszką donorową nosi nazwę półprzewodnika typu „n" (ujemne nośniki ładunku).

Na zakończenie należy podkreślić, że zależność przewodnictwa półprzewodników od ilości domieszek jest bardzo silna. Na przykład wprowadzenie 1 atomu boru do kryształu zawierającego 10^5 atomów krzemu powoduje tysiąckrotny wzrost przewodnictwa.

W gruncie rzeczy, wszystkie półprzewodniki są typu domieszkowego.



Rys. 28.2

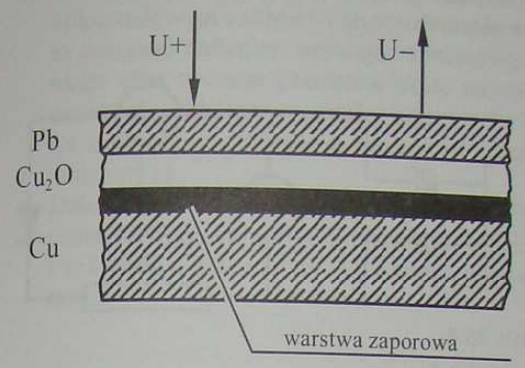
Biorąc pod uwagę zastosowanie półprzewodników, bardzo interesujące i ważne jest zjawisko asymetrii oporu elektrycznego, dające się zaobserwować np. na styku półprzewodnika typu „p" z metalem lub na granicy półprzewodnika typu „p" z półprzewodnikiem typu „n" (tzw. złącze *p-n*). Wyjaśnienie tego zjawiska ułatwi rys. 28.2. Na rysunku widoczna jest pewna warstwa przejściowa, która w wyniku dyfuzji elektronów z obszaru „n" do „p" oraz „dziur" z obszaru „p" do „n" staje się warstwą zaporową, stanowiącą barierę potencjału. Dyfuzja elektronów do obszaru „p", powodująca jednocześnie powstawanie ładunku dodatniego w obszarze „n" oraz dyfuzja „dziur" do obszaru „n", powodująca powstawanie ładunku ujemnego w obszarze „p", pociągają za sobą utworzenie owej bariery potencjału. Oba te przepływy dyfuzyjne stanowią tzw. prądy większościowe. Równocześnie odbywa się także dyfuzja termiczna elektronów z „p" do „n" i „dziur" z „n" do „p", która ma charakter stały i nie zachodzi wbrew barierze potencjału; są to tzw. prądy mniejszościowe. W warunkach równowagi termodynamicznej prądy te równoważną się wzajemnie i żaden prąd wypadkowy przez złącze *p–n* nie płynie.

Gdy do opisanego tutaj układu przyłożymy napięcie zewnętrzne (za pośrednictwem elektrod metalowych), stwierdzimy wspomnianą wyżej asymetrię oporu elektrycznego. Nadając bowiem metalowi lub półprzewodnikowi typu „n" potencjał ujemny, a półprzewodnikowi typu „p" potencjał dodatni, powodujemy obniżenie bariery potencjału w warstwie zaporowej i umożliwiamy przepływ prądu większościowego (mówimy, że napięcie zostało przyłożone w kierunku przewodzenia lub w kierunku przepustowym). Gdy natomiast przyłożymy napięcie w kierunku przeciwnym (tzw. napięcie wsteczne), bariera potencjału wzrośnie, prąd większościowy zmaleje do zera, a pozostanie tylko bardzo mały prąd mniejszościowy, dla którego bariera potencjału nie istnieje. Prąd płynie teraz w kierunku wstecznym lub zaporowym.

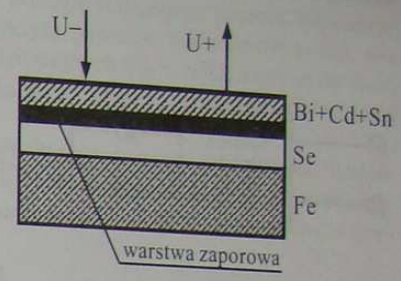
Należy dodać, że warstwa zaporowa, która ma tak zasadniczy wpływ na przewodzenie prądu, jest bardzo cienka – wynosi $10^{-8} - 10^{-6}$m.

Ponieważ układ, którego własności zostały tu opisane, charakteryzuje się tak wyraźną asymetrią oporu elektrycznego, posiada on rzeczywiście własności prostownicze. Prostowniki tego typu noszą nazwę prostowników suchych, stykowych lub zaporowych.

Przykładem takiego prostownika może być prostownik miedziowy (rys. 28.3a) lub prostownik selenowy (rys. 28.3b).



Rys. 28.3a



Rys. 28.3b

Prąd przewodzenia przepływa warstwę zaporową w kierunku od półprzewodnika typu „p" do półprzewodnika typu „n" lub do metalu. Prostowniki miedziowe wytrzymują napięcie wsteczne ok. 8 V, selenowe zaś ok. 20 V. Pod względem użytkowym znacznie lepsze są powszechnie stosowane prostowniki (diody) germanowe, wytrzymujące napięcie do 1000 V, oraz diody krzemowe.

Na przykład wspomniana wyżej dioda germanowa powstaje z kryształu germanu, do którego wprowadza się z obu stron przyszłej warstwy zaporowej domieszki akceptorowe (gal lub ind) oraz domieszki donorowe (arsen lub antymon), tworząc w ten sposób złącze *p-n*.

Prostowniki zaporowe otrzymuje się w wyniku np. napylenia, naparowania lub innego sposobu uformowania warstwy metalu na półprzewodniku, ewentualnie na odwrót – półprzewodnika na metalu. Diody germanowe można uzyskać m.in. przez naświetlanie germanu wiązkami neutronów o odpowiednich energiach.

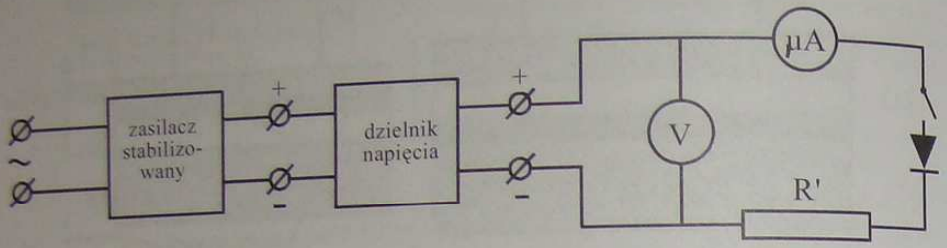
Miarą jakości prostownika zaporowego, a więc jego wartości użytkowej, jest stosunek natężenia prądu w kierunku przewodzenia do natężenia prądu w kierunku zaporowym, czyli:

$$k = \frac{J_p}{J_z} = \frac{\frac{U}{R_p}}{\frac{U}{R_z}} = \frac{R_z}{R_p} \qquad (28.1)$$

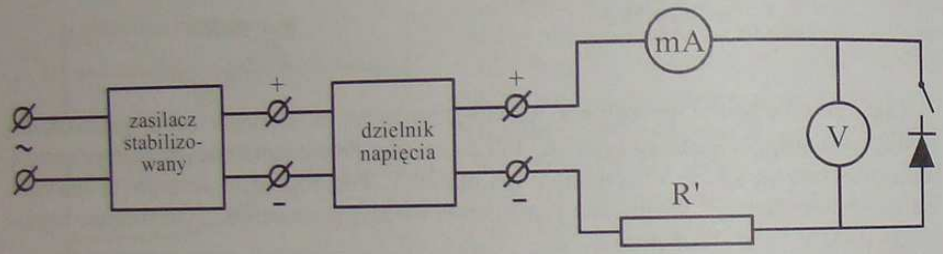
Stosunek ten nosi nazwę współczynnika prostowania.

Celem ćwiczenia jest zdjęcie charakterystyki wybranej diody półprzewodnikowej, mianowicie germanowej. Charakterystykę tę stanowić będzie zależność prądu przewodzonego przez diodę od przyłożonego napięcia. Wartości U oraz J będziemy mogli ponadto wykorzystać do obliczenia współczynników k i oporów R dla poszczególnych punktów charakterystyki. Okaże się, że zarówno k, jak i R są funkcjami przyłożonego napięcia. Wykreślenie przebiegu tych funkcji będzie kolejnym celem ćwiczenia.

Pomiary przeprowadzać będziemy w układzie przedstawionym na rys. 28.4a (kierunek zaporowy) oraz 28.4b (kierunek przewodzenia).



Rys. 28.4a



Rys. 28.4b

Na zakończenie warto dodać, że nie należy stosować napięć wyższych i prądów silniejszych aniżeli podane w instrukcji. Przekroczenie wartości maksymalnych prowadzi bowiem łatwo do zniszczenia warstwy zaporowej, a tym samym całej diody.

Przebieg ćwiczenia:

1. Zestawiamy układ pomiarowy według schematu na rys. 28.4a.
2. Po upływie ok. 2 min od włączenia zasilacza regulujemy jego napięcie wyjściowe, ustalając je na ok. 180 V. Wartości liczbowe napięć w kierunku zaporowym i prądów w kierunku przewodzenia ustalamy pokrętłami dzielnika napięć, a w razie konieczności doregulowujemy pokrętłem potencjometru zasilacza. Zdejmujemy charakterystykę diody w kierunku zaporowym, odczytując natężenia prądu dla następujących napięć (w woltach):
   –1,0; –0,6; –0,4; –0,25; –0,15; –0,10; –0,06; –0,04; –0,025; –0,015; –0,010.

3. Zestawiamy układ pomiarowy według schematu na rys. 28.4b.
   Zdejmujemy charakterystykę diody w kierunku przewodzenia, odczytując napięcia dla następujących natężeń prądu (w miliamperach):
   0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50.
4. Wykresy charakterystyk prądowo-napięciowych diody wykreślamy osobno dla kierunku zaporowego $J_z(U_z)$ i osobno dla kierunku przewodzenia $J_p(U_p)$. Ponieważ jedna zmienna, w każdym badanym przebiegu będąca niezależną (U_z dla kierunku zaporowego, J_p dla kierunku przewodzenia), ma wybrane wartości w szerokim, kilkurzędowym zakresie zmienności, stosujemy do niej skalę logarytmiczną. Można to osiągnąć najlepiej, używając specjalnego półlogarytmicznego papieru milimetrowego albo tworząc potrzebną skalę na zwykłym papierze milimetrowym (np. dla zmiennej x obliczamy wartości logarytmów dziesiętnych $\log x$, odkładamy je na skali, ale zapisujemy uzyskane w ten sposób działki jako interesujące nas okrągłe wartości zmiennej x).
5. Dalsze opracowanie wykorzystuje wzór (28.1), który wymaga komentarza. Współczynnikiem prostowania diody jest stosunek natężeń prądu w kierunku przewodzenia i w kierunku zaporowym uzyskanych przy takiej samej wartości bezwzględnej napięcia U:

$$k = \left(\frac{J_p}{J_z}\right)_U$$

   Obie charakterystyki prądowo-napięciowe są silnie nieliniowe, dioda nie stosuje się do prawa Ohma! Wprowadzone opory diody w każdym kierunku $R_z = U_z / J_z$ i $R_p = U_p / J_p$ nie są wielkościami stałymi, silnie zależą od przyłożonych napięć. Aby je porównywać, obliczamy je parami dla tych samych wartości bezwzględnych napięcia.
6. Wybieramy przedział wartości napięć nadający się do porównawczego obliczania oporów i współczynnika k. Zaleca się wybrać 5 punktów z przedziału od 0,10 do 0,30 V na skalach U_z i U_p, ponumerować je: A, B, C, D, E, następnie oznaczyć odpowiadające tym wartościom punkty leżące na krzywych (wykresach). Obliczamy odpowiadające im wartości R_z, R_p i k i notujemy je w tabeli 2.
7. Sporządzamy wykres zależności $k = k(U)$.

U	J_z	R_z
V	μA	MΩ

U	J_p	R_p
V	mA	kΩ

U	k
V	

Tabela 2 pomiarów i wyników do ćwiczenia 28

	U	R_z	R_p	k
	V	Ω	Ω	
A				
B				
C				
D				
E				

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić przewodzenie prądu elektrycznego w ciele stałym.
2. Omówić budowę i własności półprzewodników.
3. Omówić diodę półprzewodnikową.

POMIAR MEMBRANOWEJ RÓŻNICY POTENCJAŁÓW. SPRAWDZANIE PRAWA NERNSTA

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości fizycznych występujących w ćwiczeniu oraz takie pojęcia, jak: równowaga termodynamiczna, energia swobodna Gibbsa (entalpia swobodna), potencjał chemiczny i elektrochemiczny rozcieńczonego roztworu elektrolitu, napięcie elektryczne na granicy elektroda/elektrolit, wzór Nernsta, równowaga Donnana.

Wśród mechanizmów funkcjonowania żywych komórek ważną rolę pełni zdolność utrzymywania różnicy potencjałów elektrycznych między wnętrzem i zewnętrzem komórki, czyli tzw. spoczynkowego potencjału błonowego komórki. Zjawisko to zachodzi w warunkach dalekich od równowagi termodynamicznej i obejmuje występowanie, związanego z metabolizmem komórki, transportu aktywnego jonów przez błonę cytoplazmatyczną (tzw. pomp jonowych).

Prostszym odniesieniem do zrozumienia tamtego zjawiska są zagadnienia powstawania potencjałów błonowych w stanach równowagi: potencjału Nernsta oraz potencjału Donnana, a w stanach nierównowagi: potencjału dyfuzyjnego. Potencjały te można obserwować, dokonując pomiarów za pomocą odpowiednich elektrod w układzie dwu komór, zawierających roztwory elektrolitu, przedzielonych błoną selektywną, w różnym stopniu przepuszczającą różne jony.

Celem tego ćwiczenia jest pomiar równowagowej różnicy potencjałów elektrycznych na błonie kationoselektywnej, czyli potencjału Nernsta, a także sprawdzenie prawa Nernsta.

Rozpatrzmy sytuację przedstawioną na rys. 29.1. Dwie komory L i P oddzielone są błoną M. W komorach znajduje się wodny roztwór 1-1-wartościowej soli AB całkowicie zdysocjowanej na jony A^+ i B^-. Stężenia (molowe) soli po obu stronach błony są różne i wynoszą: c_L i c_P, niech $c_L < c_P$. Oczywiście stężenia kationów i anionów w danej komorze są takie same i równe stężeniu soli: $c_{AL} = c_{BL} = c_L$ oraz $c_{AP} = c_{BP} = c_P$ (musi zachodzić elektroobojętność każdej objętości roztworu!).

Przyjmujemy, że błona wybiórczo przepuszcza tylko kationy A^+, nie pozwala natomiast na przenikanie anionów. O stanie termodynamicznym układu, jego równowadze bądź nierównowadze, decyduje więc tylko różnica potencjałów elektrochemicznych mogącego przenikać przez błonę składnika, czyli jonu A^+, którą w przypadku rozcieńczonych roztworów elektrolitu można wyrazić następująco:

$$\Delta\tilde{\mu}_A = \tilde{\mu}_{AL} - \tilde{\mu}_{AP} = \Delta\mu_A^0 + \bar{v}_A \Delta p + RT \ln \frac{c_{AL}}{c_{AP}} + z_A F U \qquad (29.1)$$

gdzie:

$\tilde{\mu}_A$ – potencjał elektrochemiczny jonów A^+,

$\Delta\mu^\ell_A$ – różnica standardowych części potencjału chemicznego, które zależą od temperatury i od rodzaju oddziaływań molekularnych w danej fazie,

$\bar{v}_A$ – molowa objętość składnika A^+,

$\Delta p = p_L - p_P$ – różnica ciśnień między komorami,

T – temperatura,

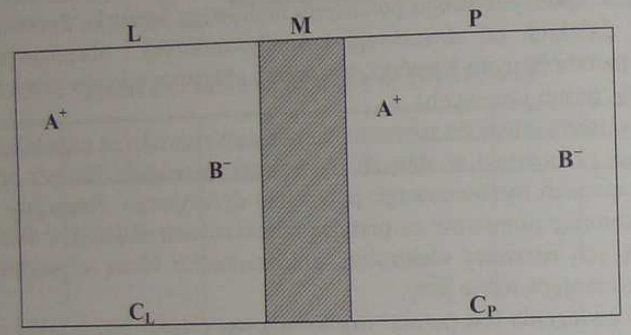
$R = 8{,}314\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ – stała gazowa,

$F = 96485\ \mathrm{C\,mol^{-1}}$ – stała Faradaya,

$U = V_L - V_P$ – różnica potencjałów elektrycznych na błonie,

z_A – wartościowość jonu A^+.

Tutaj: $\Delta\mu^\ell_A = 0$ (jednakowe fazy roztworu), $z_A = 1$, zaś $\bar{v}\,\Delta p << F\,U$, ponieważ brak zewnętrznej różnicy ciśnień, a efekt osmotyczny jest do pominięcia w porównaniu z efektem elektrycznym).



Rys. 29.1

Można sobie wyobrazić stan początkowy, kiedy brak jest różnicy potencjałów elektrycznych, a układ nie jest w równowadze. Wystąpi wtedy niewielki ruch śladowej ilości kationów przez błonę, którego skutkiem będzie elektryczna polaryzacja błony, czyli utworzenie na błonie elektrycznej warstwy podwójnej, która z kolei zahamuje ruch kationów i ustanowi równowagę. Wszystko to nastąpi bardzo szybko. Kładąc w równowadze $\Delta\tilde{\mu}_A = 0$, przy podanych założeniach otrzymujemy wzór Nernsta:

$$U = \frac{RT}{F}\ln\frac{c_P}{c_L} \qquad (29.2)$$

W danych warunkach ($c_P > c_L$) roztwór w lewej komorze ładuje się dodatnio (tzn. $U = V_L - V_P > 0$). Należy podkreślić, że stężenia we wzorze Nernsta są zadanymi stężeniami soli w naczyniach. Brak możliwości ruchu anionów przez błonę, wobec nadrzędnego [illegible] znikomej ilości [illegible] powstającego potencjału błonę znikomej ilości [illegible] elektrycznego.

Ściślejsze ujęcie wymagałoby wprowadzenia w wyrażeniu na potencjał elektrochemiczny, a co za tym idzie, we wzorze Nernsta tzw. aktywności roztworu soli w miejsce stężeń. Wynika to z faktu, że rozproszony układ oddziałujących elektrostatycznie jonów w roztworze zachowuje się tak, jakby ich było mniej niż w rzeczywistości. Istnieją stosowne tablice poprawiających stężenia współczynników aktywności właściwych danej soli i zależnych od stężenia. Rezygnując z wykorzystania tego, należy pamiętać, że w warunkach pomiarowych ćwiczenia wzór (29.2) da wynik o około od 3 do 6% za duży.

Gdyby błona była w jednakowym stopniu przepuszczalna dla obu jonów A^+ i B^-, równoczesna dyfuzja kationów i anionów odbywałaby się bez wzbudzania potencjału błonowego i proces zachodziłby aż do wyrównania stężeń. Z kolei, gdyby błona selektywnie przepuszczała oba jony, co ma miejsce w układach biologicznych, to wskutek na przykład większej ruchliwości kationu niż anionu nastąpiłoby lekkie zaburzenie elektroneutralności w dyfuzyjnym obszarze błony i wzbudziłaby się polaryzacja błony, zwana potencjałem dyfuzyjnym. Byłby on mniejszy od potencjału Nernsta i nie zahamowałby procesu dyfuzji, który zachodziłby dalej, aż do wyrównania stężeń i zaniku potencjału dyfuzyjnego. Efekt potencjału dyfuzyjnego można by utrzymywać na stałym poziomie dzięki kontrolowaniu stężeń w obu naczyniach. Byłby to nierównowagowy stan stacjonarny.

Układ pomiarowy w ćwiczeniu stanowią: dwie jednakowe komory pomiarowe o pojemności 120 ml każda, przedzielone błoną kationoselektywną, zawierające rozcieńczone wodne roztwory NaCl o określonych dalej stężeniach, dwie nasycone elektrody chlorosrebrowe, elektrometr (miliwoltomierz cyfrowy).

Celem ćwiczenia jest zmierzenie potencjału błonowego Nernsta dla serii stosunków stężeń w układzie pomiarowym, przedstawienie graficzne wyników jako zależności mierzonego U od logarytmu ze stosunku stężeń i porównanie z wartościami U obliczonymi ze wzoru (29.2).

Podczas pomiarów w komorze L znajduje się stale roztwór o stężeniu $c_L = c_0$. Do komory P wlewa się początkowo roztwór o tym samym stężeniu c_0 i o tej samej objętości V_0. Następnie, aby powstał tam jeden z serii roztwór o stężeniu c_n, należy wkroplić pipetą (lub mikrodozymetrem) n porcji, o objętości $V_d = 0{,}1$ ml każda, odpowiednio stężonego roztworu NaCl, którego stężenie jest podane. Nowe stężenie roztworu w prawej komorze można obliczyć następująco:

$$c_n = \frac{V_0 c_0 + n V_d c_d}{V_0 + n V_d}$$

a po użytecznym przekształceniu według wzoru:

$$c_n = \frac{c_0 + n\,p\,c_d}{1 + n\,p}, \quad \text{gdzie mnożnik } p = \frac{V_d}{V_0} = \frac{0{,}1\mathrm{ml}}{85\mathrm{ml}} = 1{,}176\cdot 10^{-3} \qquad (29.3)$$

Do pomiaru napięcia elektrycznego między roztworami w komorach służą zanurzane w nich, odwracalne względem jonów chlorkowych, nasycone elektrody chlorosrebrowe

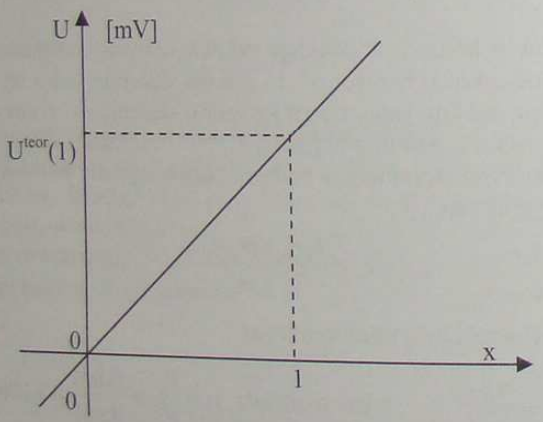
Cl /AgCl, Ag i połączony z nimi elektrometr (miliwoltomierz). Aby wskazanie miernika było zbliżone do rzeczywistej wartości wzbudzonego napięcia membranowego (które jest siłą elektromotoryczną wywołującą prąd pomiarowy), opór wewnętrzny miernika musi być dużo większy od sumy oporów elektrycznych stawianych prądowi pomiarowemu przez wszystkie warstwy roztworów elektrolitycznych po drodze i (przede wszystkim) od wysokiego oporu elektrycznego samej błony. Bardzo duży opór elektrometru zapewnia pomiar badanego napięcia, a więc *SEM*, w warunkach znikomego prądu (rzędu nA lub pA), zatem prawie jak w warunkach kompensacji prądu (por. ćwiczenie 27).

Ze względu na możliwość uszkodzenia membrany kationoselektywnej, jak i na niebezpieczeństwo uszkodzenia drogich elektrod należy bezwzględnie przestrzegać poleceń podanych niżej oraz znajdującej się na stanowisku instrukcji postępowania z elektrodami. Przed pierwszym pomiarem napięcia membranowego – elektrody powinny zostać zanurzone do naczynia zawierającego 0,1 mol/dm^3 KCl , powinna być sprawdzona ich symetria, tzn. zanotowane ewentualne napięcie U_n^{asym}.

Celem sprawdzenia prawa Nernsta uzyskane wyniki pomiaru napięć U_n dla serii stężeń w prawej komorze należy przedstawić graficznie w układzie współrzędnych, gdzie na osi rzędnych jest napięcie, a na osi odciętych logarytm dziesiętny ze stosunku stężeń, oznaczony: $x = \log_{10}(c / c_L)$. Dla porównania, na tym samym rysunku należy umieścić przewidywany przez prawo Nernsta liniowy przebieg tej zależności. W tym celu trzeba posłużyć się odpowiednio przekształconym wzorem Nernsta (29.2):

$$U^{teor} = 2{,}30 \cdot \frac{RT}{F} x \qquad (29.4)$$

i wyznaczyć teoretyczne wartości napięcia U^{teor} dla dwóch wartości odciętej: $x = 0$ (równe stężenia), skąd $U^{teor}(0) = 0$ i dla $x = 1$ (stężenie prawe 10 razy większe od lewego). Przebieg liniowego prawa Nernsta w omawianym układzie współrzędnych przedstawia rys. 29.2.



Rys. 29.2

Przebieg ćwiczenia

1. Sprawdzamy: czy zastaliśmy komory pomiarowe napełnione, czy w tryskawce jest woda destylowana i czy na stole jest zapas wody destylowanej, czy elektrody pomiarowe znajdują się w kolbach „Przechowywanie elektrod". Jeśli coś jest inaczej, należy to zgłosić prowadzącemu zajęcia. Zapoznajemy się ze znajdującymi się na stanowisku pomiarowym instrukcjami obsługi elektrod i miernika oraz posługiwania się mikropipetą (mikrodozymetrem).
2. Wylewamy zastaną wodę z komór pomiarowych. Do dwóch cylindrów miarowych nalewamy po 100 ml wody destylowanej, którą następnie wlewamy do komór, ponownie je przepłukując. Wodę wylewamy.
3. Do obu komór pomiarowych wlewamy po 85 ml (odmierzone w cylindrze miarowym) wyznaczonego roztworu NaCl, oznaczonego „C_0". Zapisujemy podaną wartość stężenia c_0 dwukrotnie: jako c_L i c_n dla $n = 0$. Komory ustawiamy na mieszadle magnetycznym, które włączamy.
4. Wyjmujemy elektrody z kolby z nasyconym roztworem KCl, gdzie są przechowywane. Przemywamy je wodą destylowaną z tryskawki i przekładamy obie elektrody do naczynia z roztworem 0,1 mol/dm^3 KCl do testowania ich symetrii (oznaczonego „TEST SYM"). Roztwór ten wcześniej należy zamieszać bagietką.
5. Po ustawieniu trybu pracy i zakresu miernika przyłączamy przewód elektrody oznaczonej „L" do gniazda górnego potencjału (+) lub (V) miernika, a elektrodę „P" łączymy z gniazdem dolnego potencjału (-) lub (COM). Włączamy miernik i po ustaleniu się wskazań odczytujemy ewentualną różnicę potencjałów. Zmierzoną wartość wpisujemy do tabeli jako U_0^{asym} (zwracamy uwagę na znak algebraiczny).
6. Ustawiamy stolik statywu elektrod nad komorami pomiarowymi. Wyjmujemy elektrody z naczynia do testowania, spryskujemy je wodą destylowaną. Zanurzamy je w roztworach, stosownie do oznaczeń „L" i „P", delikatnie wkładając przez otwory statywu do komór, aż do oparcia się kołnierzy elektrod na statywie.
7. Włączamy miernik i obserwujemy wartość napięcia, która będzie stopniowo zmieniać się. Czekamy do jej ustalenia i zapisujemy wynik U_0', może się on różnić od oczekiwanej wartości 0.
8. Do komory „P" za pomocą mikropipety (mikrodozymetru) dodajemy V_d = 0,1 ml wyznaczonego roztworu NaCl (z kolby „C_d") o podanym stężeniu c_d, które zapisujemy. Roztwór w prawej komorze mieszamy bagietką. Uzyskane stężenie c_1 obliczamy ze wzoru (29.3), a stąd wielkość $x_1 = \log(c_1/c_L)$. Czekamy na ustalenie się wyniku i notujemy wartość napięcia U_1'.
9. Powtarzając czynności punktu 8, mierzymy ciąg napięć U_n' dla serii stężeń c_n, którym odpowiada ciąg wartości $x_n = \log(c_n / c_L)$. Pomiary wykonujemy, wkrapiając kolejne dozy roztworu o stężeniu c_d tak, aby w prawej komorze łączna dawka dodanego roztworu wynosiła $n \cdot V_d$, gdzie: V_d = 0,1 ml, a numerator:

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 10,\ 13.$$

10. Redukujemy wartości U_n' o wyniki prób symetrii elektrod: $U_n = U_n' - U_{asym}$.

11. Przedstawiamy graficznie wyniki pomiarów napięcia U w funkcji zmiennej x i porównujemy z liniowym przebiegiem prawa Nernsta (por. rys. 29.2) W tym celu odczytujemy temperaturę panującą w pracowni i obliczamy jej wartość T w kelwinach. Posługujemy się wzorem (29.4) do obliczenia $U^{teor}(1)$.
12. Przeprowadzamy dyskusję wyników obserwacji.
13. Na zakończenie wylewamy roztwory z komór, napełniamy każdą z komór ilością 100 ml wody destylowanej, porządkujemy stanowisko, stosując się do podanych tam wskazówek.

Tabela pomiarów i wyników

c_d	c_L	n	c_n	x_n	U_n^{asym}	U'_n	U_n	T	$U^{teor}(1)$
mol/dm³	mol/dm³		mol/dm³		mV	mV	mV	K	mV
		0							
		1							
		2							
		3							
		5							
		7							
		10							
		13							

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Podać definicję (słownie i wzorem) energii swobodnej Gibbsa G i potencjału chemicznego substancji. Od czego i jak zależy potencjał chemiczny substancji rozpuszczonej w roztworze o małym stężeniu?
2. Omówić stany równowagi i nierównowagi termodynamicznej w układzie dwóch komór zawierających roztwory elektrolitu, przedzielonych błoną półprzepuszczalną.
3. Wyprowadzić wzór Nernsta (29.2), wychodząc z równania (29.1) i stosując założenia odpowiadające sytuacji pomiarowej ćwiczenia.
4. Ile wynosi potencjał Nernsta, jeśli równowagowe stężenia po obu stronach błony wynoszą: 0,0026 M i 0,0520 M, a temperatura roztworów równa jest 24°C?
5. Opisać mechanizm molekularny ustalania się równowagi Nernsta w tutejszym układzie pomiarowym. Co się będzie (błyskawicznie) działo z jonami, gdy dwa roztwory NaCl o stężeniach c_L = 0,008 M i c_P = 0,080 M wejdą w kontakt za pośrednictwem błony kationoselektywnej? Czy wiesz, że dla płytki metalowej włożonej do elektrolitu też ustala się podobna równowaga (potencjał Volty półogniwa)? Dlaczego? W jakim układzie dochodzi do równowagi Donnana i na czym ona polega?

Ćwiczenie

BADANIE WŁASNOŚCI ELEMENTÓW RLC W OBWODZIE PRĄDU STAŁEGO I PRZEMIENNEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem i ich jednostki oraz omówienie prawa Ohma, praw Kirchhoffa, prawa indukcji Faradaya, reguły Lenza, zjawiska indukcji elektromagnetycznej, samoindukcji, zjawiska przepływu prądu stałego i przemiennego w obwodzie RLC, przesunięcia fazowego, znaczenia maksymalnych, chwilowych i skutecznych wartości napięcia, natężenia prądu, mocy, mocy rzeczywistej i pozornej, a ponadto zasady budowy i działania watomierza.

Przewodnik metalowy, przez który przepuszczamy prąd zmienny, zachowuje się zupełnie inaczej niż taki sam przewodnik w obwodzie prądu stałego. Natężenie prądu zmiennego nie osiąga od razu wartości takiej, jaka wynikałaby ze stosowanego napięcia w myśl prawa Ohma, lecz narasta stopniowo. Przyczyną tego zjawiska jest, jak wiadomo, indukowanie się w przewodniku siły elektromotorycznej skierowanej przeciwnie do aktualnego kierunku przepływu prądu. Ta siła elektromotoryczna powoduje opóźnienie fazowe prądu względem napięcia. Wielkość przesunięcia fazowego zależy od częstości zmian prądu oraz od własności indukcyjnych przewodnika, określanych za pomocą tzw. współczynnika samoindukcji. Współczynnik ów zależy od kształtu i rozmiarów przewodnika oraz – w przypadku zwojnicy – od ilości zwojów. W obwodzie prądu stałego, gdzie nie występują zmiany natężenia pola magnetycznego i elektrycznego, przewodniki nie wykazują tych własności.

Podobnie kondensator, który umieścimy w obwodzie prądu przemiennego, zachowa się inaczej niż w obwodzie prądu stałego. Prąd stały, jak wiadomo, przez kondensator nie przepływa, prąd zmienny natomiast przepływa, wykazując jednak przy tym niezgodność w fazie z napięciem. Z uwagi na zjawisko ładowania się kondensatora napięcie jest opóźnione względem prądu, przy czym wielkość przesunięcia fazowego zależy od częstości zmian prądu oraz od pojemności kondensatora.

Jak więc widzimy, przewodzenie prądu zmiennego zależy nie tylko od oporu przewodnika występującego w prawie Ohma (czyli tzw. oporu omowego), lecz także od własności indukcyjnych i od pojemności elementów przewodzących prąd oraz od częstości zmian prądu. Wprowadzamy zatem oprócz oporu omowego również pojęcie oporu indukcyjnego i oporu pojemnościowego.

Jakkolwiek prawo Ohma w postaci:

$$R = \frac{U}{J} \tag{30.1}$$

gdzie:

R [Ω] – opór,

U [V] – napięcie,
J [A] – natężenie prądu,

nie jest w ścisłym sensie obowiązujące dla obwodu prądu przemiennego, to jednak, stosując analogię, możemy napisać:

$$Z = \frac{U_s}{J_s} \tag{30.2}$$

gdzie:
Z – zawada (impedancja, opór pozorny),
U_s – napięcie skuteczne,
J_s – natężenie prądu skuteczne.

Należy tu przypomnieć, że $U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ (U_0 – amplituda napięcia) oraz $J_s = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$ (J_0 – amplituda natężenia prądu).

Na zawadę Z będą się oczywiście składały wszystkie typy oporów występujących w obwodzie prądu zmiennego.

Wielkości elektryczne, takie jak E, U, J, zmieniające się w obwodzie prądu zmiennego sinusoidalnie w czasie, można wyrazić za pomocą wzoru:

$$A = A_0 \sin(\omega t - \varphi) \tag{30.3}$$

gdzie:
A – rozpatrywana wielkość elektryczna,
A_0 – amplituda tej wielkości,
ω – częstość kołowa,
φ – faza początkowa.

Wymienione trzy wielkości elektryczne można więc przedstawić odpowiednio wzorami:

$$E = E_0 \sin \omega t \tag{30.4}$$

gdzie E_0 – amplituda siły elektromotorycznej,

$$U = U_0 \sin \omega t \tag{30.5}$$

gdzie U_0 – amplituda napięcia,

$$J = J_0 \sin(\omega t - \varphi) \tag{30.6}$$

gdzie:
J_0 – amplituda natężenia prądu,
φ – różnica faz.

Wzór (30.6) wskazuje na istnienie różnicy faz między napięciem i natężeniem prądu w obwodzie prądu zmiennego.

Przechodząc do rozważań dotyczących wpływu elementów RLC na natężenie prądu i napięcie występujące w obwodzie zmiennoprądowym, zauważymy, że wprowadzona do tego obwodu sinusoidalnie zmienna siła elektromotoryczna:

spowoduje przepływ prądu o natężeniu:

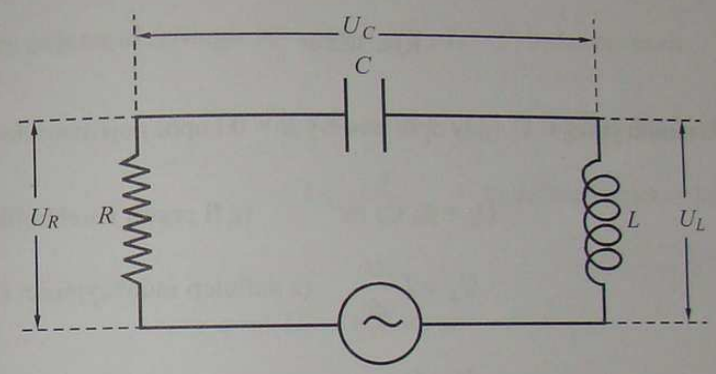
$$J = J_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

gdzie φ – przesunięcie fazowe między siłą elektromotoryczną i natężeniem prądu.

W oczku sieci utworzonym przez obwód RLC z omawianą siłą elektromotoryczną (rys. 30.1) powstaną zgodnie z II prawem Kirchhoffa spadki napięć na poszczególnych rodzajach oporów:

$$E_0 \sin \omega t = E = U_R + U_L + U_C \tag{30.7}$$

gdzie:
U_R – spadek napięcia na oporze omowym,
U_L – spadek napięcia na oporze indukcyjnym,
U_C – spadek napięcia na oporze pojemnościowym.



Rys. 30.1

Natężenie prądu w całym tym obwodzie będzie jednakowe.

I tak dla oporu **omowego** R (gdy opór indukcyjny $X_L = 0$ i opór pojemnościowy $X_C = 0$), zachodzą zależności:

$$U_R = E_0 \sin \omega t \quad \text{(z II prawa Kirchhoffa)} \tag{30.8}$$

$$U_R = J_R R \quad \text{(z definicji oporu } R\text{)} \tag{30.9}$$

Zatem:

$$J_R = \frac{U_R}{R} = \frac{E_0}{R} \sin \omega t = J_0 \sin \omega t \tag{30.10}$$

gdzie:

$$R = \frac{U_R}{J_R} = \frac{E_0 \sin \omega t}{J_0 \sin \omega t}$$

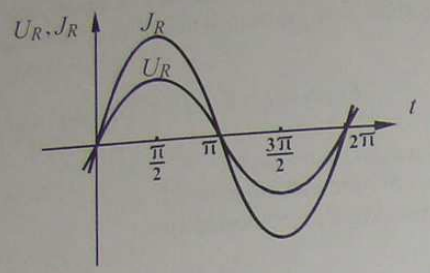
skąd:

$$J_0 = \frac{E_0}{R}$$

oraz:

$$R = \frac{E_0}{J_0} \tag{30.11}$$

Wykresy $U_R(\omega t)$ i $J_R(\omega t)$ przedstawione są na rys. 30.2.



Rys. 30.2

Dla oporu **indukcyjnego** X_L (gdy opór omowy $R = 0$ i opór pojemnościowy $X_C = 0$), otrzymamy:

$$U_L = E_0 \sin \omega t \qquad \text{(z II prawa Kirchhoffa)} \tag{30.12}$$

$$U_L = L\frac{dJ}{dt} \qquad \text{(z definicji indukcyjności } L\text{)} \tag{30.13}$$

skąd:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{U_L}{L}$$

oraz:

$$dJ = \frac{U_L}{L}dt = \frac{E_0}{L}\sin \omega t dt$$

a po scałkowaniu:

$$J_L = -\frac{E_0}{\omega L}\cos \omega t = \frac{E_0}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = J_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{30.14}$$

gdzie:

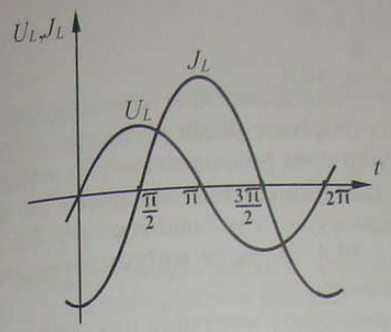
$$J_0 = \frac{E_0}{\omega L} = \frac{E_0}{X_L}$$

a opór indukcyjny:

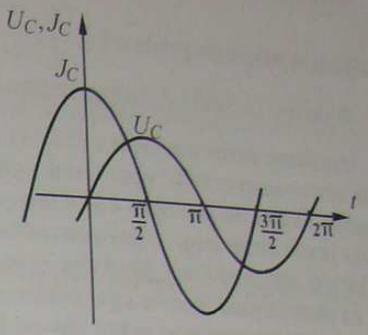
$$X_L = \omega L \tag{30.15}$$

oraz $\varphi = \frac{\pi}{2}$, czyli napięcie U_L wyprzedza w fazie natężenie prądu o kąt $\frac{\pi}{2}$.

Wykresy $U_L(\omega t)$ i $J_L(\omega t)$ przedstawione są na rys. 30.3.



Rys. 30.3



Rys. 30.4

Dla oporu **pojemnościowego** X_C (gdy $R = 0$ i $X_L = 0$) będziemy mieli:

$$U_C = E_0 \sin \omega t \qquad \text{(z II prawa Kirchhoffa)} \tag{30.16}$$

$$U_C = \frac{q}{C} \qquad \text{(z definicji pojemności } C\text{)} \tag{30.17}$$

skąd:

$$q = CU_C = E_0 C \sin \omega t \tag{30.18}$$

Ponieważ:

$$J = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(z definicji } J\text{)} \tag{30.19}$$

otrzymamy po zróżniczkowaniu (18):

$$J_C = E_0 \omega C \cos \omega t = J_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{30.20}$$

skąd:

$$J_0 = E_0 \omega C = \frac{E_0}{X_C}$$

gdzie:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{30.21}$$

Z równości (30.20) wynika ponadto, że $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, czyli napięcie U_C jest opóźnione względem natężenia prądu o kąt $\frac{\pi}{2}$.

Wykresy $U_C(\omega t)$ i $J_C(\omega t)$ przedstawione są na rys. 30.4.

Uzyskane przez nas wzory (30.14) i (30.20) na natężenie prądu płynącego w obwodzie zawierającym tylko opór indukcyjny X_L lub tylko opór pojemnościowy X_C wyjaśniają wspomniane na początku opisu tego ćwiczenia zjawiska opóźnienia napięcia lub natężenia prądu zmiennego obserwowane w cewce indukcyjnej i w kondensatorze. Ponadto wskazują one, podobnie jak wykresy na rys. 30.3 i 30.4, na to, że wpływy elementów L i C na przesunięcie fazowe są wzajemnie przeciwstawne.

Rozważając wreszcie pełny obwód RLC, tj. zawierający wszystkie trzy rodzaje oporów, możemy zauważyć, że zgodnie z cytowanym już II prawem Kirchhoffa (30.7) spełniona jest zależność:

$$E = U_R + U_L + U_C$$

Uwzględniając przeciwstawność wpływu elementów L i C na przesunięcie fazowe, możemy stwierdzić (bez wyprowadzenia), że:

$$E_0 = \sqrt{U_{R_0}^2 + \left(U_{L_0} - U_{C_0}\right)^2} \tag{30.22}$$

Podstawiając odpowiednio:

$$U_{R_0} = J_0 R\,,\ U_{L_0} = J_0 X_L\,,\ U_{C_0} = J_0 X_C$$

otrzymamy:

$$E_0 = \sqrt{J_0^2\left[R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2\right]}$$

czyli:

$$E_0 = J_0\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} \tag{30.23}$$

Zatem:

$$J_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{E_0}{Z} \tag{30.24}$$

gdzie:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = \frac{E_0}{J_0} \tag{30.25}$$

nosi nazwę zawady.

Wykorzystując wzory (30.15) i (30.21), możemy przedstawić zawadę w postaci:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{30.26}$$

Kąt przesunięcia fazowego możemy wyznaczyć na podstawie wzoru:

$$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{30.27}$$

Istniejące związki między wartościami skutecznymi zmiennych wielkości elektrycznych a ich amplitudami w postaci:

$$E_s = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\,;\ U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}}\,;\ J_s = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$$

pozwalają nam przedstawić zawadę za pomocą wzoru:

$$Z = \frac{E_0}{J_0} = \frac{E_s}{J_s} \tag{30.28}$$

lub (dla małych oporów wewnętrznych źródła prądu):

$$Z = \frac{U_s}{J_s} \qquad \text{patrz wzór (30.2)}$$

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie oporu omowego R, współczynnika samoindukcji (indukcyjności) cewki L, pojemności kondensatora C, zawady Z oraz przesunięcia fazowego φ. Zastosujemy obwód RLC podłączony zarówno do źródła prądu stałego, jak i prądu przemiennego (prąd przemienny jest prądem zmiennym, dla którego nie tylko napięcie i natężenie ulegają zmianie, ale również kierunek przepływu). Źródłem prądu przemiennego jest sieć o częstości $f = 50\ Hz$. Częstość kołowa $\omega = 2\pi f$.

Przepuszczając tylko przez cewkę najpierw prąd stały, a potem zmienny, wyznaczymy w prosty sposób współczynnik samoindukcji L tej cewki, bowiem na podstawie (30.26) możemy wtedy napisać:

$$Z_L = \sqrt{R_L^{\,2} + \omega^2 L^2}$$

skąd:

$$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_L^{\,2} - R_L^{\,2}} = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{U_s^{\,2}}{J_s^{\,2}} - \frac{U^2}{J^2}} \tag{30.29}$$

gdzie:
Z_L – zawada cewki,
R_L – opór omowy cewki.

Wartość R_L i Z_L obliczamy oczywiście ze wzorów (30.1) i (30.2).

Przepuszczając z kolei prąd zmienny tylko przez kondensator, będziemy mogli znaleźć jego pojemność, gdyż wtedy:

$$Z_C = X_C = \frac{1}{\omega C}$$

skąd:

$$C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{J_s}{\omega U_s} \tag{30.30}$$

W oporze aktywnym R podczas przepływu prądu stałego wydziela się zawsze moc zwana rzeczywistą lub aktywną, którą wyrażamy w postaci $M_a = UJ = J^2R$. Moc ta w przypadku przepływu prądu zmiennego przez opór aktywny wyrazi się wzorem $M_a = J_s^2 R$. W oporze indukcyjnym i pojemnościowym moc w tej postaci nie wydziela się (na koszt mocy zachodzą tu bowiem zmiany pola magnetycznego i elektrycznego). Pełna moc prądu zmiennego płynącego w obwodzie RLC oznaczona jest wzorem $M_p = U_s J_s$, nie stanowi zatem w całości mocy rzeczywistej, lecz tzw. moc pozorną. Związek między mocą rzeczywistą (aktywną) a pozorną wynika z przesunięcia fazowego między napięciem i natężeniem prądu:

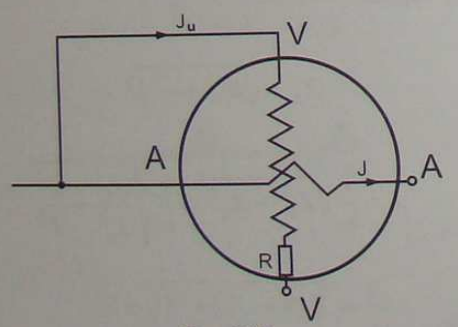
$$M_a = U_s J_s \cos\varphi = M_p \cos\varphi \tag{30.31}$$

Jeśli zmierzymy moc aktywną, to będziemy mogli wyznaczyć przesunięcie fazowe z zależności:

$$\cos\varphi = \frac{M_a}{M_p} = \frac{M_a}{U_s J_s} \tag{30.32}$$

Wyznaczony w ten sposób kąt φ będziemy mogli porównać z kątem obliczonym na podstawie zależności (30.27).

Pomiar mocy aktywnej przeprowadzamy w tym ćwiczeniu za pomocą watomierza elektrodynamicznego. Przyrząd ten pracuje na zasadzie oddziaływania między dwoma obwodami prądu. Główną część urządzenia pomiarowego stanowią tutaj dwie wzajemnie prostopadłe cewki: prądowa (nieruchoma) i napięciowa (ruchoma), które przedstawiono na rys. 30.5.



Rys. 30.5

Do zacisków napięcie, które zostało doprowadzone do odbiornika mocy. Ponieważ szeregowo z tą cewką połączony jest opór bezindukcyjny R, więc przepływający przez nią prąd J_U nie doznaje przesunięcia w fazie względem napięcia. Do cewki prądowej doprowadzamy prąd J płynący przez odbiornik, w którym następuje przesunięcie fazowe φ. W rezultacie dochodzi do oddziaływania między cewkami, a więc do wychylenia cewki ruchomej oraz połączonej z nią wskazówki. Wychylenie α jest funkcją między innymi iloczynu natężeń obu prądów:

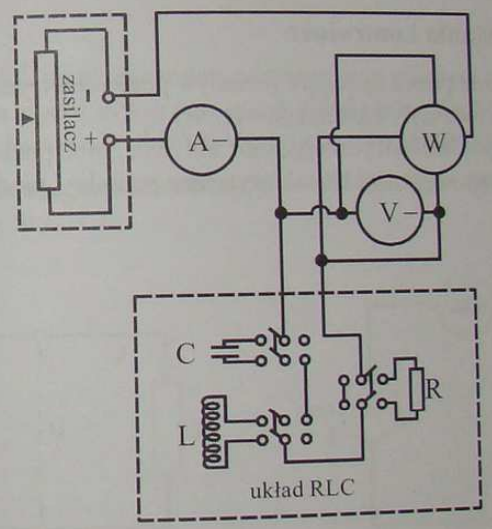
$$\alpha = \alpha(kJ_u J) \tag{30.33}$$

a po prostych podstawieniach i przekształceniach można nadać mu postać:

$$\alpha = \alpha(k' M_p \cos\varphi) = \alpha(k' M_a) \tag{30.34}$$

Wskazanie watomierza jest zatem funkcją mocy rzeczywistej wydzielonej w odbiorniku. Przeważnie k′ osiąga wartość stałą, a wychylenie wskazówki staje się proporcjonalne do mocy rzeczywistej.

Badanie elementów RLC przeprowadzamy w układzie przedstawionym na rys. 30.6.



Rys. 30.6

Szczegółowe informacje na temat układu pomiarowego, przebiegu czynności oraz tabele pomiarów i wyników zamieszczone są w instrukcji znajdującej się w pracowni.

Tabela pomiarów do ćwiczenia 30

Rodzaj elementu	Prąd stały			Prąd przemienny		
	J	U	M_a	J_s	U_s	M_a
	A	V	W	A	V	W
R						
L						
C						
R+L+C						

Tabela wyników do ćwiczenia 30

R	R_L	Z_R	Z_L	Z_C	L	C	Z_{zm}	Z_{obl}	$\cos\varphi$	φ	$tg\varphi$	φ
Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	H	μF	Ω	Ω				

Objaśnienie: Z_{zm} – zawada obliczona dla obwodu RLC ze wzoru (30.2)
Z_{obl} – zawada obliczona dla obwodu RLC ze wzoru (30.26)

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić podstawowe prawa opisujące przepływ prądu elektrycznego.
2. Objaśnić zjawisko indukcji elektromagnetycznej.
3. Zdefiniować moc prądu elektrycznego, moc aktywną, moc pozorną.
4. Omówić podstawowe wielkości charakteryzujące przepływ prądu w obwodzie RLC.

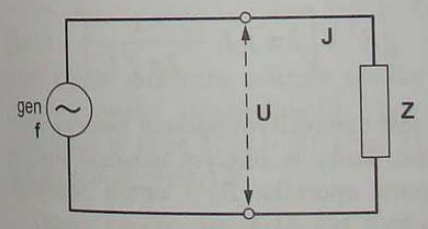
BADANIE OBWODU SZEREGOWEGO RLC, REZONANS NAPIĘĆ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje i jednostki miary wszystkich wielkości fizycznych występujących w ćwiczeniu, omówienie zjawisk zachodzących podczas przepływu prądu zmiennego w oporniku, w cewce i w kondensatorze, sformułowanie prawa Ohma, zasady indukcji elektromagnetycznej Faradaya, prawa samoindukcji, prawa ładowania kondensatora; wzory opisujące przebiegi prądowe, napięciowe i moce dla szeregowego obwodu RLC oraz reprezentacja graficzna (strzałkowa) tych równań, zależność zawady od częstości, zjawisko i warunek rezonansu napięć.

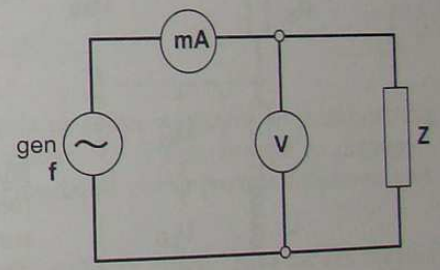
Zawada odbiornika, czyli układu elektrycznego posiadającego dwa zaciski, za pomocą których może być połączony ze źródłem prądu przemiennego (rys. 31.1a), dana jest wzorem:

$$Z = \frac{U}{J} \tag{31.1}$$

gdzie U i J są wartościami skutecznymi przemiennego napięcia między zaciskami wejściowymi i natężenia prądu płynącego przez układ. Wartości te mogą być zmierzone przez odpowiednio włączone w obwód – woltomierz i amperomierz, jak to pokazuje rys. 31.1b. Dla prądu zmiennego sinusoidalnie wartości skuteczne są $\sqrt{2}$ razy mniejsze od wartości maksymalnych U_0 i J_0.



Rys. 31.1a



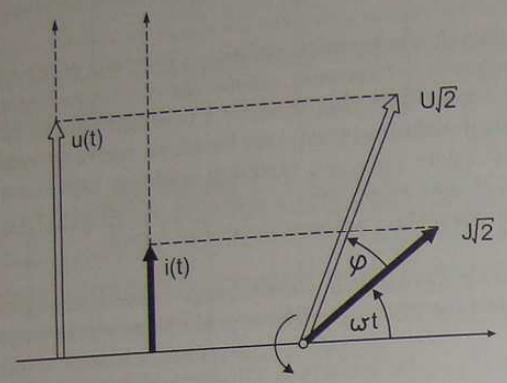
Rys. 31.1b

Sinusoidalną zmienność przebiegu natężenia prądu oraz, zwykle przesuniętego w fazie, przebiegu napięcia elektrycznego, dotyczących wybranego elementu obwodu, najlepiej ilustrują wirujące strzałki o długościach J_0 i U_0 (rys. 31.2). Strzałki wirują z częstością f, której odpowiada prędkość kątowa $\omega = 2\pi f$ (prędkość fazowa, pulsacja). Zmie-

niającym się w czasie wartościom chwilowym natężenia prądu i i napięcia u odpowiadają wartości rzutów (np. na osie pionowe) odpowiadających strzałek, dane równaniami:

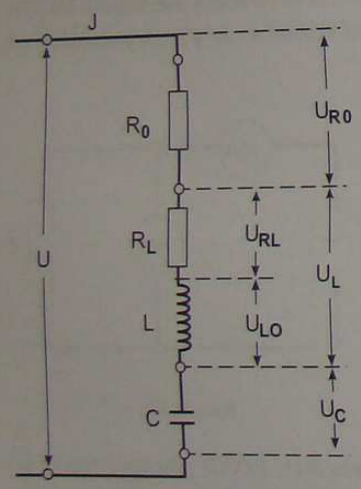
$$i(t) = J_0 \sin\omega t = J\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$



Rys. 31.2

Kąt ωt jest fazą prądu, kąt $(\omega t + \varphi)$ fazą napięcia, φ – to przesunięcie fazowe napięcia względem natężenia.



Rys. 31.3

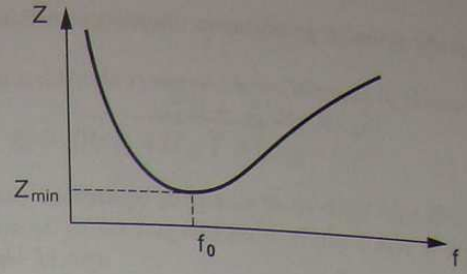
Zawada zależy od: wartości elementów R, L, C, konfiguracji schematu elektrycznego odbiornika i częstotliwości f prądu. Dla prostego układu szeregowego (rys. 31.3) wzór ma postać:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2} \qquad (31.2)$$

gdzie R jest całkowitym oporem rzeczywistym (omowym), który w naszym układzie stanowi sumę oporu opornika R_0 i oporu omowego cewki R_L (por. rys. 31.3):

$$R = R_0 + R_L \qquad (31.3)$$

Wzór (31.2) dla danego układu przedstawia Z jako funkcję częstości f. Szkic wykresu tej funkcji przedstawiony jest na rys. 31.4. Wykres ten posiada jedno minimum.



Rys. 31.4

Rezonans napięć występuje dla takiej częstości f_0, przy której zawada układu jest najmniejsza: $Z = Z_{min}$. Odpowiada to minimum spadku napięcia na zaciskach układu przy danym natężeniu prądu (lub maksimum natężenia prądu przy ustalonym napięciu zasilającym). Można wykazać, że przy minimum zawady zeruje się wyraz w nawiasie wzoru (31.2), a stąd:

$$Z_{min} = R \qquad (31.4)$$

zaś częstość rezonansowa f_0 wyraża się wzorem:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C}} \qquad (31.5)$$

a więc zależy tylko od iloczynu pojemności i indukcyjności w układzie.

Opór indukcyjny cewki przedstawia się wzorem:

$$X_L = 2\pi f L \qquad (31.6)$$

a zdefiniowany jest jako stosunek:

$$X_L = \frac{U_{L0}}{J} \qquad (31.7)$$

gdzie U_{L0} to skuteczna wartość spadku napięcia na cewce wywołana jej indukcyjnością (dzięki zjawisku samoindukcji). Przy tym napięcie to (i jego strzałka na diagramie) wyprzedza w fazie prąd o 90° (rys. 31.5a). Prawdziwa cewka posiada dodatkowo opór omowy (rzeczywisty) R_L.

Opory rzeczywiste opornika R_0 i cewki R_L spełniają prawo Ohma tak dla wartości chwilowych, jak i skutecznych:

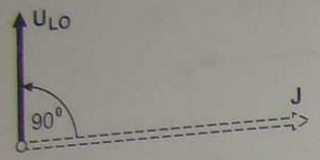
$$U_{R0} = R_0 J \qquad (31.8)$$

$$U_{RL} = R_L J \qquad (31.8a)$$

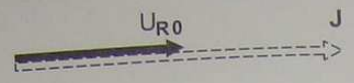
Występuje tu zgodność w fazie między spadkami napięcia i prądem, strzałki obu wielkości mają ten sam zwrot (rys. 31.5b).

Dla rzeczywistej cewki sytuację przedstawia diagram strzałkowy (rys. 31.5c) i wzór na spadek napięcia:

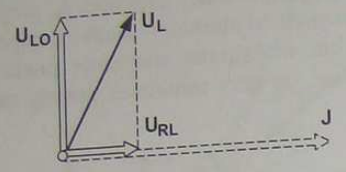
$$U_L = \sqrt{U_{RL}^2 + U_{L0}^2} \tag{31.9}$$



Rys. 31.5a



Rys. 31.5b



Rys. 31.5c

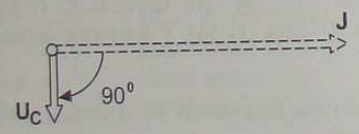
Opór pojemnościowy przedstawia wyrażenie:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \tag{31.10}$$

a zdefiniowany jest jako stosunek:

$$X_C = \frac{U_C}{J} \tag{31.11}$$

gdzie U_C jest skuteczną wartością napięcia między okładkami kondensatora, związanego z indukującymi się tam ładunkami elektrycznymi. Napięcie to spóźnia się w fazie o 90° za prądem (rys.31.5d).



Rys. 31.5d

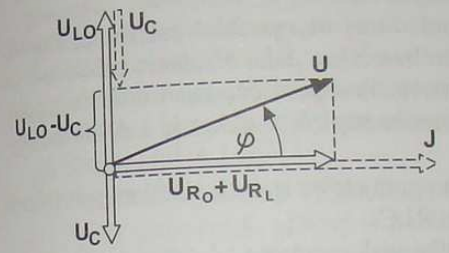
Prawo składania napięć (II prawo Kirchhoffa). Ponieważ w połączeniu szeregowym przepływa ten sam prąd o tej samej fazie przez wszystkie elementy, można prosto połączyć powyższe efekty, wyznaczając strzałkę napięcia wypadkowego, czyli panującego na wejściu układu. Symbolicznie:

Dodawanie graficzne przedstawia rysunek 31.6a. Wartość liczbowa U:

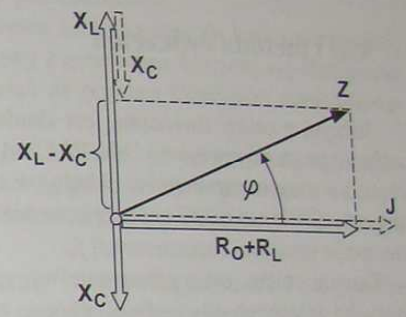
$$U = \sqrt{(U_{R0} + U_{RL})^2 + (U_{L0} - U_C)^2} \tag{31.12}$$

Podzielenie obu stron ostatniego równania (a na diagramie długości wszystkich strzałek napięcia) przez wartość skuteczną natężenia prądu J daje w wyniku wzór na zawadę (i diagram oporów – rys. 31.6b):

$$Z = \sqrt{(R_0 + R_L)^2 + (X_{L0} - X_C)^2} \tag{31.13}$$



Rys. 31.6a



Rys. 31.6b

„Kosinus fi" to ważna liczba określająca kąt przesunięcia fazowego, którą oblicza się w widoczny na podstawie diagramów sposób:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R_0 + R_L}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_{R0} + U_{RL}}{U} \tag{31.14}$$

W odbiorniku prądu zmiennego mamy do czynienia aż z trzema rodzajami mocy. **Moc czynna** P informuje o szybkości nieodwracalnego zużywania energii (ciepło Joule'a - Lenza) w rzeczywistych oporach:

$$P = U_R J = R J^2 = U J \cos\varphi \tag{31.15}$$

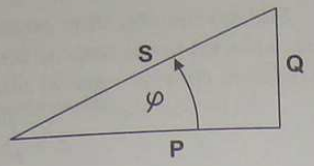
Moc bierna Q dotyczy szybkości odwracalnych procesów wykonywania pracy, polegającej na wzbudzaniu pola elektrycznego w kondensatorze i pola magnetycznego w cewce. Dlatego pełne obciążenie źródła (generatora) jest większe od mocy zużywanej P i nazywa się **mocą pozorną** S, którą przedstawia najprostszy wzór:

$$S = U J = Z J^2 \tag{31.16}$$

Łatwo zauważyć, że te trzy moce dają się przedstawić jako liczby spełniające wzór Pitagorasa, zatem tworzące prostokątny „trójkąt mocy" (rys. 31.7), skąd obliczyć można moc bierną:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = U\,J\sin\varphi \qquad (31.17)$$

Jednostki tych mocy, w zasadzie jednakowe, nazwane są inaczej ze względu na całkowicie różne znaczenie praktyczne. Tylko jednostka mocy czynnej to wat [W], jednostką mocy biernej jest war [var], zaś jednostką mocy pozornej – woltamper [VA].



Rys. 31.7

Cel i metoda ćwiczenia

Jednym z celów ćwiczenia jest zbadanie pokazanej na rys. 31.4 zależności zawady wybranego szeregowego układu RLC od częstotliwości, a dalej zbadanie zależności od częstości innych parametrów układu, w tym mocy. Przedział częstości dobiera się tak, aby umożliwić wyraźne zaobserwowanie rezonansu napięć w układzie i dokładne wyznaczenie częstości rezonansowej f_0.

Drugim celem jest wyznaczenie wszystkich parametrów stałych i zmiennych (niezależnych i zależnych od częstości) danego układu RLC.

Do badania układu wykorzystana jest technika niskoprądowa ($J < 5$ mA). Ćwiczący otrzymują płytkę z zamontowanymi: opornikiem i kondensatorem o nieznanych wartościach R i C oraz polecenie dołączenia cewki z określoną wartością L, którą należy ustawić w indukcyjności dekadowej. Napięcie zasilające, o małej i stabilnej amplitudzie, pochodzi z generatora funkcji (sygnału), który posiada regulację częstości w szerokim zakresie, od 1 Hz do kilku tysięcy herców.

Pierwszą część pomiarów stanowią (z użyciem multimetrów cyfrowych) obserwacje natężenia prądu i napięcia wejściowego w zależności od częstotliwości. Znalezienie współrzędnych rezonansu w układzie: f_0 i Z_{min} pozwala obliczyć wartości R i C.

W części drugiej mierzy się, w warunkach nierezonansowych, dla określonej częstości f_1, natężenie prądu i spadki napięć na poszczególnych elementach. Wykorzystanie całej listy przytoczonych wzorów umożliwi wyznaczenie wszystkich parametrów układu, zależnych i niezależnych od częstości. Można porównać wartości R i C z poprzednio uzyskanymi przy f_0.

Do opracowania wyników pierwszej części pomiarów służy komputer. Odpowiedni program zainstalowany w pracowni pozwala, po wpisaniu wartości mierzonych, automatycznie, otrzymać przebiegi częstotliwościowe wszystkich interesujących wielkości. Program tworzy wykresy $Z(f)$, $P(f)$, $Q(f)$ i $S(f)$, które dobitnie ukazują efekt rezonansowy.

Przebieg ćwiczenia:

Część I

1. Symbol literowy otrzymanej płytki z badanym układem, numer pojemności, poleconą wartość indukcyjności L oraz wartość odpowiadającego jej (według załączonej na płytce tabelki) oporu omowego cewki R_L wpisujemy do tabeli 1.
2. Łączymy zaciski przeznaczone dla cewki z zaciskami indukcyjności dekadowej i ustawiamy za pomocą pokręteł poleconą wartość L.
3. Sprawdzamy, czy multimetry mają właściwie ustawione tryby i zakresy. Powinny być wciśnięte klawisze: dla amperomierza: A, AC, 20 mA, dla woltomierza: V, AC, 20 V.
4. Zaciski wejściowe płytki (po lewej) łączymy szeregowo z wyjściem generatora i z amperomierzem. Równolegle, między te zaciski, włączamy woltomierz (por. rys. 31.1b). Tak przygotowany układ pokazujemy prowadzącemu.
5. Włączamy generator i mierniki. (Stan włączenia utrzymujemy do końca pomiarów). Przez pół minuty stabilizuje się prąd wyjściowy z generatora. Uczymy się obsługiwać generator i wybierać poprawnie częstotliwości za pomocą klawiszów zorganizowanych w systemie dziesiętnym.
6. Zmieniając częstotliwość, najpierw większymi krokami, potem mniejszymi, znajdujemy wstępnie przybliżoną wartość częstości f_0, przy której amperomierz wskazuje maksymalne natężenie (a woltomierz minimalne napięcie). Obliczamy w zaokrągleniu liczby: $(1/3)f_0$ i $2f_0$.
7. W przedziale wartości $\langle(1/3)f_0\,;\,2\,f_0\rangle$ wybieramy 15 ustawień częstości, 7 razy poniżej f_0 i 7 razy powyżej f_0, gęściej w pobliżu f_0 i rzadziej na skrajach przedziału. Dla każdego ustawienia odczytujemy wartości skuteczne napięcia wejściowego U i natężenia prądu J. Odczyty wpisujemy do tabeli 1.

Część II

8. Wybieramy wartość częstości w przybliżeniu równą $(1/2)\,f_0$. Oznaczamy ją f_1. Odczytujemy wartości J i U_{zm} (wartość zmierzona napięcia wejściowego. Wartości wpisujemy do tabeli 2.
9. W tym samym stanie zasilania mierzymy kolejno spadki napięcia na oporniku U_{R0}, na cewce U_L i na kondensatorze U_C. (Przenosimy wtyki przewodów woltomierza do odpowiednich par gniazd). Odczyty wpisujemy do tabeli 2.

Opracowanie wyników pomiarów

Część I

A1. Jeśli w pracowni jest zainstalowany komputer z programem obliczeniowym tego ćwiczenia, uruchamiamy ten program (na podstawie odpowiedniej instrukcji przy komputerze) i wpisujemy do zaznaczonych komórek arkusza *Excela* zmierzone war tości z tabeli 1. Pojawią się liczby w wierszu dla zawady Z, a także wykres zależno ści $Z = Z(f)$ na dołączonym arkuszu „wykres 1".

A2. Na tej podstawie ustalamy minimalną wartość Z_{min} i określamy wartość odpowiadającej temu minimum częstości rezonansowej f_0. Liczby te wpisujemy do kolejnych wyróżnionych komórek arkusza. Pojawią się obliczane liczby w dalszych wierszach i nowy arkusz z „wykresem 2", który przedstawia moce jako funkcje częstotliwości.

A3. Wydrukowane tabelę i wykresy należy pokazać prowadzącemu do akceptacji, a następnie zabrać do domu. Wnioski z uzyskanych wyników (komentarz) przedstawić w sprawozdaniu.

B1. Jeśli w pracowni nie jest dostępny program obliczeniowy w komputerze, należy w tabeli 1 obliczyć wartości zawady według wzoru (31.1) i sporządzić na papierze milimetrowym wykres $Z = Z(f)$.

B2. Określić minimalną wartość zawady Z_{min} i odpowiadającą jej częstość rezonansową f_0. Na podstawie tych danych obliczyć szukane wartości oporu R_0 ze wzoru (31.4) i (31.3) i pojemności C ze wzoru (31.5). Wyniki wpisać do tabeli 1.

Część II

Posługując się odpowiednio wzorami (31.8a), (31.9), (31.12), obliczamy wyobrażone skuteczne wartości U_{RL} i U_{L0} przy częstości f_1 i wypadkowe napięcie (wejściowe) na odbiorniku RLC, które oznaczamy U_{obl}. Wpisujemy te wartości do tabeli 2. Wartość U_{obl} porównujemy z U_{zm}.

Obliczamy R_0 ze wzoru (31.8), X_L ze wzoru (31.7), L ze wzoru (31.6), X_C ze wzoru (11), C ze wzoru (10) i wpisujemy do tabeli 2. Wyniki te porównujemy z wartościami w tabeli 1 (lub w tabeli wydrukowanej przez komputer). Z odpowiednich wzorów obliczamy także wartości: $\cos\varphi$, moce P, S, Q odpowiadające częstości f_1. (Jeśli mamy wydruk „wykresu 2", możemy porównać wartości mocy przy f_1).

W sprawozdaniu krótko omawiamy uzyskane wyniki obserwacji i obliczeń.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Jakie zjawisko zachodzi w cewce podczas przepływu prądu przemiennego? Od czego zależy indukcyjność L cewki? Na czym polega opór indukcyjny X_L i od czego zależy?
2. Na czym polega „przewodzenie" prądu elektrycznego zmiennego przez kondensator, w którym jest przecież nieprzewodząca ładunków elektrycznych warstwa izolatora (dielektryka)? Co to jest pojemność elektryczna C? Na czym polega opór pojemnościowy X_C i od czego zależy?
3. Jakie równania opisują chwilowe wartości napięcia i natężenia prądu sinusoidalnego? Czym są wartości skuteczne U i J?
4. Zdefiniować zawadę odbiornika. Od czego zależy zawada szeregowego układu RLC?
5. Na czym polega zjawisko rezonansu napięć w szeregowym układzie RLC? Niech R = 800 Ω, L = 24 mH, C = 150 μF, obliczyć częstość rezonansową i minimalną wartość zawady.
6. Skąd się bierze przesunięcie fazowe φ napięcia względem prądu? Jak oblicza się „kosinus fi" i jaką rolę pełni ten współczynnik?
7. Zdefiniować moce czynną, bierną i pozorną. Niech odbiornik w ciągu 20 min zużywa 0,5 kWh energii. Niech dla tego odbiornika współczynnik cos φ = 0,4. Jaka jest moc czynna odbiornika? Jakie jest obciążenie zasilacza mocą pozorną S w tym czasie? Ile wynosi moc bierna Q?

(Wzór pierwszej strony sprawozdania z tabelami pomiarów i wyników można wypożyczyć w pracowni)

PŁYTKA:		KONDENSATOR nr:	

Lp	L	R_L	f	J	U	Z	Z_{min}	f_0	R	R_0	C
	H	Ω	Hz	mA	V	Ω	Ω	Hz	Ω	Ω	μF
1.											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15.											

f_1	U_{zm}	J	U_{R0}	U_L	U_C
Hz	V	mA	V	V	V

U_{RL}	U_{L0}	U_{obl}	R_0	X_L	L	X_C	C	$\cos\varphi$	P	S	Q
V	V	V	Ω	Ω	H	Ω	μF		mW	mVA	mVA

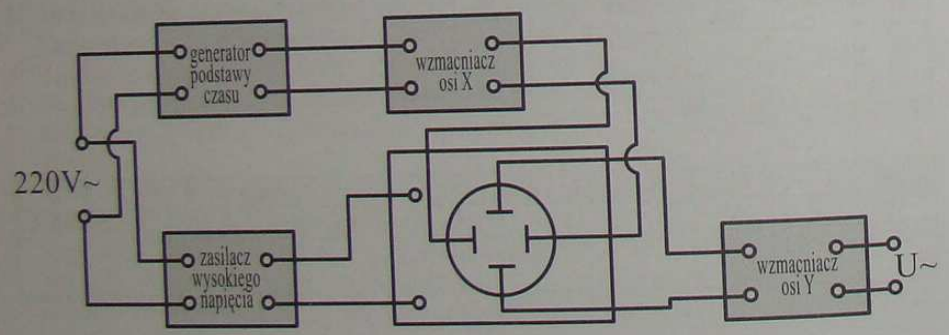
Ćwiczenie 32

NIEKTÓRE ZASTOSOWANIA OSCYLOGRAFU KATODOWEGO

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem i ich jednostki oraz omówienie ruchu drgającego, sposobu składania drgań wzajemnie prostopadłych, budowy i działania lampy oscylograficznej i oscylografu katodowego, zastosowań oscylografu oraz metod pomiarowych opisanych w ćwiczeniu, a także podstawowe informacje o prądzie zmiennym, przesunięciu fazowym między napięciem i natężeniem prądu, rezonansie napięć w układzie szeregowym RLC.

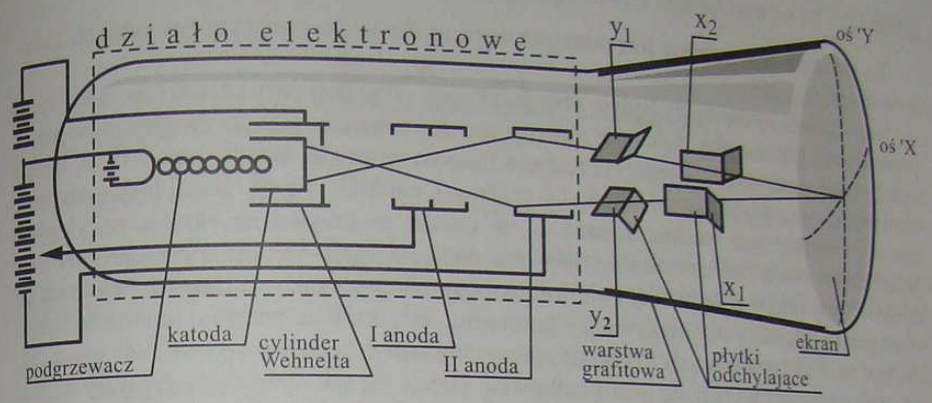
Oscylograf katodowy jest urządzeniem umożliwiającym obserwację i rejestrację zmiennych przebiegów elektrycznych, a więc różnego rodzaju drgań elektrycznych. Jest rzeczą dość oczywistą, że przyrząd ten pozwala również obserwować zmiany wielkości nieelektrycznych, dających się przekształcić na elektryczne (np. zapis temperatury mierzonej za pomocą termoelementu lub zapis ciśnienia mierzonego za pomocą czujnika piezoelektrycznego itp.). Obraz wspomnianych przebiegów kreślony jest na ekranie oscylografu przez poruszający się w próżni strumień elektronów, który może ulec odchyleniu w polu elektrycznym lub magnetycznym. Aby lepiej zrozumieć zasadę działania oscylografu, zajmiemy się pokrótce jego budową.

Otóż oscylograf katodowy, jak to widać ze schematu blokowego przedstawionego na rys. 32.1, składa się zasadniczo z następujących części: 1) lampa oscylograficzna (Brauna), 2) zasilacz wysokiego napięcia – ZWN, 3) generator „podstawy czasu" – P.Cz., 4) wzmacniacze drgań poziomych i pionowych („X" i „Y").



Rys. 32.1

Podstawową częścią aparatu jest lampa oscylograficzna (rys. 32.2). Jest to opróżniona z powietrza rura szklana, wewnątrz której umieszczono tzw. działo elektronowe oraz dwie pary płytek odchylających. Działo elektronowe mieści się w części lampy ograniczonej na rysunku prostokątem, zaznaczonym linią przerywaną. Najszersza część lampy, leżąca naprzeciw działa elektronowego, pokryta jest substancją fluoryzującą i stanowi ekran oscylografu. Na odcinku między końcem działa elektronowego a ekranem strona wewnętrzna lampy pokryta jest warstwą grafitu.



Rys. 32.2

Przepuszczając prąd elektryczny przez podgrzewacz, powodujemy termoemisję z powierzchni katody i tworzenie się wokół niej chmury elektronowej. Przykładając z kolei wysokie napięcie między elektrody lampy oscylograficznej, rozpędzamy elektrony w polu elektrycznym między katodą i anodami oraz kierujemy strumień tych elektronów do ekranu, wywołując jego świecenie. Zaobserwujemy wówczas na ekranie plamkę świetlną. Jasność tej plamki możemy regulować, zmieniając ujemne napięcie przyłożone do cylindra Wehnelta, a więc zmieniając natężenie wiązki elektronów opuszczających katodę. Dodatni potencjał pierwszej anody pozwala zogniskować wiązkę elektronów w obszarze między cylindrem Wehnelta a wymienioną anodą. Ponieważ jednak wewnątrz anody natężenie pola elektrycznego wynosi zero, wiązka staje się rozbieżna. Dopiero wyższy nieco potencjał drugiej anody powoduje dodatkowe przyspieszenie elektronów, ponowne zakrzywienie ich toru i zogniskowanie wiązki – tym razem na ekranie oscylografu. Pierwsza anoda nosi nazwę ogniskującej, druga zaś – przyspieszającej. Ogniskowanie plamki świetlnej odbywa się za pomocą zmiany potencjału anody. Elektrony rozproszone, których nie udało się zogniskować, są wychwytywane przez wspomnianą uprzednio warstwę grafitu na ścianie lampy. Warstwa ta posiada potencjał dodatni względem katody i jest, podobnie zresztą jak ekran i druga anoda, uziemiona.

Strumień elektronów w swojej drodze do ekranu przebiega kolejno między płytkami poziomymi i pionowymi. Przykładając do tych płytek napięcie elektryczne, możemy odchylić wiązkę elektronów w płaszczyźnie pionowej (wzdłuż osi Y) lub płaszczyźnie poziomej (wzdłuż osi X). Odchylenie to będzie proporcjonalne do przyłożonego napięcia.

Gdy napięcia zostaną przyłożone do obu par płytek równocześnie, uzyskamy pewne wychylenie wypadkowe. W szczególności, przykładając do płytek napięcie zmienne o pewnej częstości, uzyskamy drgania plamki świetlnej o takiej samej częstości. Gdy drgania te będą dostatecznie szybkie, zaobserwujemy na ekranie linię ciągłą. Przykładając napięcia zmienne do obu par płytek, otrzymamy obraz drgań wypadkowych w postaci:

$$U_Y = f[t, U_X(t)]$$

gdzie U_X i U_Y są wartościami chwilowymi przyłożonych napięć.

To ostatnie stwierdzenie jest punktem wyjścia dla wielu bardzo różnorodnych zastosowań oscylografu.

Szczególnie interesujący będzie przypadek, gdy do jednej pary płytek (np. odchylania pionowego) przyłożymy dowolnie zmieniające się napięcie, zaś do drugiej pary płytek (odchylania poziomego) – napięcie rosnące liniowo w czasie. Wtedy, oczywiście, obserwowana krzywa przedstawiać będzie $U_Y = f(t, kt)$, czyli $U_Y = g(t)$. Jeżeli badanym przez nas przebiegiem jest właśnie zmiana U_Y w czasie, to krzywa na ekranie oscylografu przedstawia obraz tej zależności. Gdy oba napięcia będą się zmieniały periodycznie w czasie, uzyskamy powtarzający się wielokrotnie obraz badanej zależności. Stanie się on szczególnie dogodny dla obserwacji i pomiarów, gdy krzywa zostanie unieruchomiona. Nastąpi to w przypadku, gdy częstości zmian obu napięć będą jednakowe, lub gdy stosunek tych częstości wyrazi się liczbą całkowitą. Dzieje się tak dlatego, że drgający wzdłuż jednej osi promień świetlny, przy periodycznych powrotach do swego punktu wyjściowego, napotyka tam za każdym razem drgania wzdłuż drugiej osi w tej samej fazie. W pozostałych przypadkach krzywa będzie „płynęła", bowiem powracający promień natrafi w punkcie wyjściowym każdorazowo na inną fazę wzdłuż osi prostopadłej, tzn. krzywa będzie stale ulegała przesunięciu. Warunek „unieruchomienia" krzywej wynika zresztą w prosty sposób z faktu, że różnica faz między obu drganiami winna być po upływie każdego okresu drgań powolniejszych równa zeru, to znaczy:

$$\omega_2 T_1 - \omega_1 T_1 = (\omega_2 - \omega_1) T_1 = 2k\pi \qquad (32.1)$$

gdzie k jest liczbą całkowitą.

Dzieląc obie strony przez T_1, otrzymujemy

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{2k\pi}{T_1} = k\omega_1 \qquad (32.2)$$

skąd:

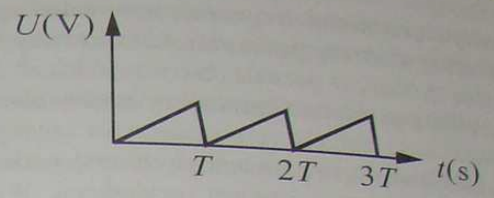
$$\omega_2 = \omega_1 (1 + k) \qquad (32.3)$$

a więc stosunek obu częstości musi być liczbą całkowitą.

Na podstawie dotychczasowych rozważań stwierdzamy, że chcąc zbadać napięcie przedstawiające interesujący nas przebieg (U_Y), przykładamy je do płytek odchylenia pionowego (zwanych w dalszym ciągu płytkami „Y"), zaś do płytek odchylenia poziomego (zwanych płytkami „X") podłączamy napięcie rosnące liniowo w czasie (U_X). Dobierając częstość zmian napięcia U_X tak, by krzywa została unieruchomiona (czyli

synchronizowana), uzyskujemy obraz badanego przebiegu w postaci nadającej się do obserwacji i pomiarów.

Urządzeniem pozwalającym otrzymać takie regulowane napięcie U_X jest tzw. **generator „podstawy czasu"**. U_X stanowi właśnie ową „podstawę czasu". Omawiany generator musi dostarczać periodycznie zmiennych napięć, rosnących najpierw liniowo, a potem malejących gwałtownie do zera. Tego typu drgania przedstawione są na rys. 32.3 i noszą nazwę „piłozębnych".



Rys. 32.3

Generator takich drgań działa na zasadzie ładowania i rozładowywania kondensatora prądem niezależnym od napięcia. Wtedy U jest proporcjonalne do czasu, w myśl zależności:

$$U = C\,Q = C\,J\,t \qquad (32.4)$$

gdzie:
C – pojemność kondensatora,
J – stały prąd ładowania,
Q – ładunek elektryczny
t – czas.

Dla regulacji szerokości i wysokości obserwowanych krzywych należy zmieniać amplitudy U_X oraz U_Y. Służą do tego **wzmacniacze drgań poziomych i pionowych**.

Celem ćwiczenia jest praktyczne zapoznanie się z własnościami oscyloskopu i ukazanie możliwości jego wykorzystania. Służy do tego seria obserwacji i pomiarów, którą należy realizować według przebiegu czynności podanego w pracowni. Plan ten jest w szczegółach dostosowany do aktualnie znajdujących się w pracowni przyrządów: oscyloskopu i współpracujących z nim generatorów.

W planie tym mogą znaleźć się: pomiar amplitudy napięcia, obserwacja podstawy czasu i, z jej pomocą, obserwacja czasowych przebiegów drgań na wejściu „Y", pomiary częstości, składanie prostopadłych drgań sinusoidalnych – obserwacja figur Lissajous, badanie układu RLC: wyznaczenie częstości rezonansowej, pomiar przesunięcia fazowego.

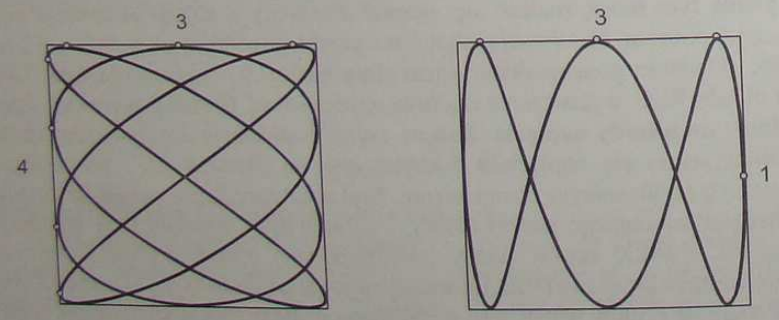
Badanie amplitudy napięcia. Badany sygnał napięciowy doprowadzony do wejścia „Y", zanim stanie się napięciem odchylającym na płytkach „Y", przechodzi przez wzmacniacz o regulowanym wzmocnieniu. Stąd amplituda drgań plamki na ekranie (połowa długości świecącego paska) zależy i od amplitudy sygnału, i od współczynnika wzmocnienia. Zwykle ekrany lampy oscyloskopowej posiadają siatkę centymetrową, a pokrętła wzmacniacza zawierają informacje pozwalające odczytywać wartości amplitud napięć. Podaje się czułość napięciową w miliwoltach na centymetr, którą można regulować. Jeśli np. czułość wynosi s = 500 mV/cm, a długość paska na ekranie h = 8,0 cm (h = 2A,

gdzie A – amplituda wychylenia plamki), to amplitudę napięcia obliczamy następująco: $U = s \cdot A = s \cdot h/2 = 500$ mV/cm · 4,0 cm = 2000 mV = 2,0 V. Jeśli ekran nie posiada siatki skali, a pokrętła wzmacniacza nie mają oznaczeń czułości, posługujemy się sygnałem wzorcowym o znanej amplitudzie U_o. Dobieramy wygodne dla obserwacji wzmocnienie i mierzymy długość paska ($2A$), której przypisujemy napięcie $2U_o$ oraz znajdujemy czułość napięciową. Stąd, proporcjonalnie, wyznaczamy amplitudę badanego napięcia.

Obserwacja czasowych przebiegów. Uczymy się wprowadzać sygnały o znanej częstości na wejście „Y" przy włączonej podstawie czasu. Uczymy się synchronizować drgania pionowe z podstawą czasu, co pozwala obserwować kształt zależności czasowej sygnału w postaci nieruchomego obrazu. Obserwujemy zmiany obrazu, gdy zmieniamy częstość podstawy czasu.

Figury Lissajous. Składanie drgań harmonicznych wzajemnie prostopadłych jest najbardziej atrakcyjnym ćwiczeniem z użyciem oscyloskopu. Wyłączamy podstawę czasu, a na wejścia „X" i „Y" wprowadzamy niezależne sinusoidalne sygnały napięciowe z dwóch generatorów. Obraz drgań złożonych będzie zawierał się w polu prostokąta, którego stosunek długości boków będzie równy stosunkowi amplitud obu sygnałów (o ile wzmocnienia sygnałów byłyby takie same). Warunkiem powstania nieruchomego obrazu w postaci krzywej zamkniętej (figury Lissajous) jest współmierność częstości obu sygnałów, tzn. ich stosunek powinien być liczbą wymierną typu m/n, najlepiej o niedużych wartościach całkowitych liczb m i n. Kształt krzywej zależy również od przesunięcia w fazie obu drgań w chwili początkowej. Zajmujące jest wypróbowanie postaci figur dla szeregu przypadków prostych stosunków częstości drgań. Ładne są ruchome, powoli jakby obracające się, obrazy, gdy stosunek częstości zbliżony jest do prostej liczby wymiernej. W szczególnym przypadku, gdy częstości obu drgań są równe, torem drgania złożonego jest elipsa. Elipsa ta ścieśnia się w skośny odcinek, kiedy fazy drgań są zgodne. Osie elipsy pokrywają się z osiami X i Y, kiedy fazy drgań są przesunięte o 90°.

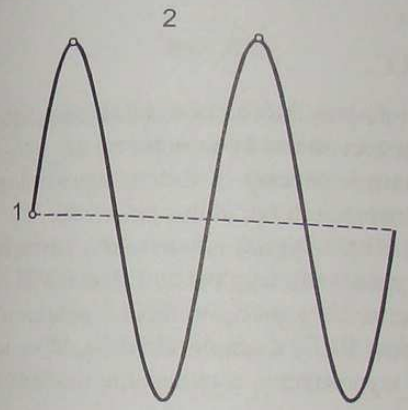
Szczególną własnością figur Lissajous (także gdy np. jedno drganie składowe nie jest harmoniczne) jest, że z rysunku figury można określić stosunek częstości drgań. Liczby m i n, określające ten stosunek, można znaleźć jako liczby punktów styczności figury z bokami pionowym i poziomym prostokąta. Pokazują to przykłady rysunkowe (rys. 32.4). Własność ta umożliwia określenie jednej z częstości, gdy znana jest druga.



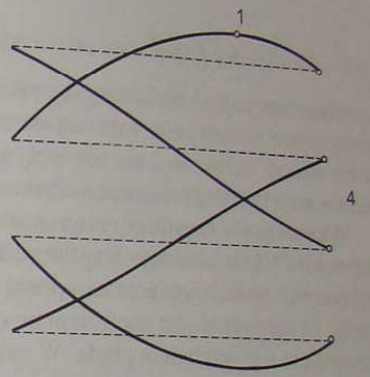
Rys. 32.4

Pomiar częstotliwości sygnału napięciowego polega, najogólniej, na porównaniu tego sygnału z napięciem o znanej częstości. Jest kilka sposobów pomiaru, zależnie od wyposażenia oscyloskopu i współpracujących przyrządów. Pierwszy, wykorzystujący własność figur Lissajous, ukazany został wyżej. A oto inne:

1. Gdy generator podstawy czasu posiada skalę częstości i na wejście „Y" wprowadzimy badany sygnał zewnętrzny, stroimy generator podstawy czasu tak długo, aż uzyskamy, przy odpowiedniej synchronizacji, możliwie najprostszy przebieg badanego sygnału. Jeżeli unieruchomiony obraz przedstawia jeden pełny okres drgania pionowego, oznacza to, że częstość badanego sygnału równa jest ustawionej częstości podstawy czasu.
2. Czasem trzeba wnioskować o badanej częstości na podstawie bardziej złożonego obrazu, wykorzystując wspomnianą własność figur Lissajous. Na rys. 32.5a i b pokazane są dwa typowe przypadki figur, w których drganie poziome jest piłozębne.



Rys. 32.5a



Rys. 32.5b

Linie przerywane szybkiego powrotu plamki z prawa na lewo są niewidoczne. Na pierwszym rysunku stosunek częstości drgań pionowych do częstości drgań podstawy czasu wynosi 2:1 (widoczne są dwa okresy sinusoidy drgania pionowego utworzone z jednej ciągłej linii podstawy czasu). Na drugim rysunku stosunek liczb punktów styczności wynosi 1:4. Rzeczywiście, widzimy cztery fragmenty sinusoidy drgania pionowego rozerwanej powrotami czterokrotnie szybszej podstawy czasu.

3. Gdy generator podstawy czasu nie jest wyskalowany, musimy użyć zewnętrznego sygnału wzorcowego, o znanej częstości f_0. Ustawiamy dla niego tak pokrętło podstawy czasu, aby widoczny był jeden pełny okres sinusoidy. Nie zmieniając tak ustawionej (f_0) częstości podstawy czasu, wprowadzamy badany sygnał, synchronizujemy go i według instrukcji podanej w punktach poprzednich określamy jego częstość.
4. Najpraktyczniej bada się częstość, gdy oscyloskop posiada dwa kanały (wejścia) „Y". Do jednego doprowadzamy badany sygnał i strojąc podstawę czasu, dobieramy dogodny obraz dwóch lub trzech okresów sinusoidy. Obraz ten unieruchamiamy, synchronizując go z podstawą czasu. Do drugiego doprowadzamy sygnał z generatora drgań wzorcowych, dobierając jego częstość tak długo, aż obie sinusoidy będą miały ten sam okres.

Badanie układu szeregowego RLC. Prosty odbiornik w obwodzie prądu zmiennego, jakim jest układ szeregowy RLC, opisany został w ćwiczeniach 30 i 31. Interesują nas tutaj tylko dwa zjawiska, które można zbadać za pomocą oscyloskopu: przesunięcie fazowe napięcia względem natężenia prądu oraz rezonans napięć. Oba efekty wynikają z wpływu częstości f na wartości oporu indukcyjnego X_L i pojemnościowego X_C, a stąd na wartość zawady Z. Przy wspólnym prądzie w elementach R, L i C tylko spadek napięcia na oporze U_R jest zgodny w fazie z prądem i niezależny od częstości. Spadki napięcia na elemencie indukcyjnym U_L i pojemnościowym U_C są przesunięte w fazie, w przeciwne strony, o 90°, a ich wartości zależą od częstości. (Tu symbole napięć oznaczają ich amplitudy, czyli wartości maksymalne).

Przesunięcie fazowe φ wyznacza się, obliczając wartość kosinusa tego kąta ze wzoru:

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_Z} \tag{32.5}$$

gdzie U_Z – spadek napięcia na całym odbiorniku RLC.

Rezonans napięć zachodzi przy takiej częstości f_0, przy której zawada układu osiąga najmniejszą wartość, a to ma miejsce wtedy, gdy przeciwne w fazie napięcia U_L i U_C są sobie równe, czyli znosi się ich wpływ na przesunięcie fazowe φ. Zatem wyróżnikiem rezonansu jest brak przesunięcia fazowego między napięciem i prądem, $\varphi(f_0) = 0$.

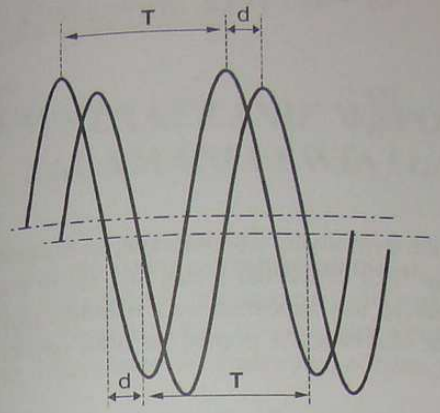
Wyznaczanie częstości rezonansowej układu RLC. Sygnał z generatora zasila badany układ RLC, z którego wyprowadza się dwa sygnały do oscyloskopu. Jeden stanowi przemienny spadek napięcia na oporze, o amplitudzie U_R, zgodny w fazie z natężeniem prądu. Drugi sygnał jest napięciem na całym układzie RLC, o amplitudzie U_Z, które jest przesunięte o φ względem prądu. W zależności od wyposażenia oscyloskopu możliwe są dwa rozwiązania:

a. Sygnały doprowadza się oddzielnie do dwóch kanałów „Y", przy włączonej podstawie czasu i obserwuje się dwa przebiegi sinusoidalne o tej samej częstości, przesunięte w fazie. Regulując częstość generatora zasilającego, znajdujemy wartość f_0, przy której to przesunięcie znika.
b. Sygnały doprowadza się oddzielnie do płytek „X" i „Y" (gdy wyłączona jest podstawa czasu). Obrazem jest elipsa (częstość obu drgań jest jednakowa). Regulując częstość generatora zasilającego, znajdujemy wartość f_0, przy której elipsa ścieśnia się w skośny odcinek.

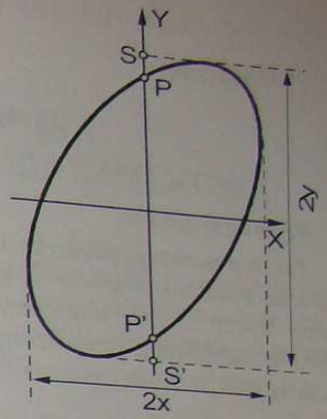
Wyznaczanie przesunięcia fazowego. Dobieramy częstość sygnału zasilającego układ RLC wyraźnie różną od rezonansowej. Mamy, jak poprzednio, dwie możliwości:

a. Przy istniejącej podstawie czasu obserwujemy wzajemnie przesunięte dwie sinusoidy. Optymalnie dobieramy ich wygląd, mniej więcej tak, jak proponuje to rysunek 32.6. Mierzymy w centymetrach długość okresu sinusoidy T i przesunięcie sinusoid d. Na podstawie oczywistej proporcji wyznaczamy kąt przesunięcia fazowego φ (w stopniach) ze wzoru:

$$\varphi = \frac{d}{T} \cdot 360^o \tag{32.6}$$



Rys. 32.6



Rys. 32.7

b. Bez podstawy czasu obserwujemy pochyloną elipsę (rys. 32.7). Dobieramy optymalnie jej wielkość. Analiza jej kształtu prowadzi do wyznaczenia przesunięcia fazowego na dwa sposoby: raz uzyskujemy wartość cos φ, innym razem sin φ (tu istotne staje się założenie, że to sygnał o amplitudzie U_R doprowadzony jest do płytek „X", a drugi sygnał do płytek „Y").
   1) Mierzymy poziome i pionowe rozmiary elipsy: $2x$ i $2y$. Zauważamy, że odpowiadają im podwójne amplitudy sygnałów wyjściowych z układu RLC: $2U_R$ i $2U_Z$. Na podstawie wzoru (32.5) mamy:

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U_Z} = \frac{2x\, s_x}{2y\, s_y} \tag{32.7}$$

   gdzie: s_x, s_y – czułości napięciowe w odchylaniu poziomym i pionowym (por. punkt dotyczący badania amplitud napięć).
   2) Mierzymy długości odcinków PP' i SS' na prostej pionowej przechodzącej przez środek elipsy (rys. 32.7). Następujące rozważanie prowadzi do znalezienia wartości sin φ. Chwilowe wartości napięć poziomego i pionowego opisane są funkcjami czasu:

$$u_R(t) = U_R \sin\omega t \qquad u_Z(t) = U_Z \sin(\omega t + \varphi)$$

   gdzie: t – czas, $\omega = 2\pi f$ – częstość kołowa.

   Gdy plamka wykonująca drgania przechodzi przez punkt P lub P', wtedy $u_R(t) = 0$, skąd sin $\omega t = 0$ i konsekwentnie kąt fazowy w pierwszym równaniu $\omega t = 0$. Stąd drugie równanie przyjmuje postać:

$$u_Z(0) = U_Z \sin\varphi$$

   Wartości napięć w tym wzorze odpowiadają połowom mierzonych odcinków, przy uwzględnieniu czułości napięciowej s_y, następująco:

$$u_Z(0) = 0{,}5 \cdot |PP'| \cdot s_y, \qquad U_Z = 0{,}5 \cdot |SS'| \cdot s_y$$

Ostatecznie:

$$\sin\varphi = \frac{u_Z(0)}{U_Z} = \frac{|PP'|}{|SS'|} \tag{32.8}$$

Przebieg ćwiczenia:

Tabele obserwacji, pomiarów i wyników, jak było wyżej wspomniane, są dostosowane do aktualnego wyposażenia aparaturowego tego ćwiczenia i znajdują się w pracowni. Należy wcześniej wypożyczyć taką instrukcję, aby zapoznać się z układem płyty czołowej oscyloskopu, przewidzianym wyborem obserwacji i pomiarów oraz uzyskać aktualny wzór protokołu ćwiczenia.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić budowę lampy oscyloskopowej. W szczególności: jakie zjawisko zachodzi na katodzie lampy, jak powstają świetlne efekty na ekranie, w jaki sposób reguluje się jasność świecącej plamki?
2. Przedstawić budowę i działanie oscylografu katodowego.
3. Co to jest napięcie „podstawy czasu" i czemu służy w oscyloskopie?
4. Na wejście „Y" podawany jest sygnał napięcia przemiennego o amplitudzie $U_0 = 6\ V$. Pokrętło wzmacniacza „Y" ustawione jest na czułość $s = 1200\ mV/cm$. Podstawa czasu jest wyłączona. Jak wygląda obraz sygnału na ekranie i jaka jest jego wielkość?
5. Na wejścia „X" i „Y" podawane są napięcia sinusoidalne. Amplituda wychyleń poziomych jest 2 razy większa od amplitudy wychyleń pionowych. Jaki jest obraz złożenia takich drgań, gdy: fazy są zgodne, fazy różnią się niewiele, drgania są przesunięte o 90^0 ?
6. Podać przykład figury Lissajous i objaśnić jej powstanie.
7. Przedstawić obraz sygnału sinusoidalnego na wejściu „Y", którego częstość jest 2 razy większa od częstości napięcia „podstawy czasu".
8. Opisać jedną z metod wyznaczania częstości nieznanego sygnału sinusoidalnego.
9. Omówić ruch drgający i jego rodzaje na przykładach.
10. Omówić prąd zmienny i wielkości go charakteryzujące.

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA ŚWIATŁA METODĄ SZPILKOWĄ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki, definicja kąta granicznego oraz omówienie prawa załamania światła, prawa odbicia, biegu promieni w płytce płasko-równoległej i w pryzmacie, całkowitego wewnętrznego odbicia, natury światła.

W różnych ośrodkach promienie świetlne rozchodzą się z różnymi prędkościami. Z dwóch ośrodków nazywamy optycznie gęstszym ten, w którym promienie świetlne rozchodzą się z mniejszą prędkością.

Na powierzchni odgraniczającej różne ośrodki optyczne prędkość promieni ulega nagłej zmianie, co powoduje załamanie się promieni świetlnych. Prawo rządzące tym zjawiskiem nazywamy prawem załamania światła.

Mówi ono, że:

1. Stosunek sinusa kąta padania (rys. 33.1) do sinusa kąta załamania jest wielkością stałą dla dwóch danych ośrodków i równy jest stosunkowi prędkości światła w tych ośrodkach: wielkość tę nazywamy współczynnikiem $n_{2,1}$ załamania światła ośrodka „2" względem ośrodka „1":

$$n_{2,1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = const \tag{33.1}$$

gdzie:

α – kąt padania,
β – kąt załamania,
v_1 – prędkość światła w ośrodku „1",
v_2 – prędkość światła w ośrodku „2".

2. Promień padający, promień załamany i normalna wystawiona w punkcie padania światła leżą w jednej płaszczyźnie.

Z prawa załamania światła wnioskujemy, że promienie przy przejściu z ośrodka optycznie rzadszego do gęstszego załamują się ku normalnej, zaś w przypadku przeciwnym odwrotnie.

Współczynnik załamania światła danego ośrodka względem próżni nazywamy bezwzględnym współczynnikiem załamania i jest on równy $n = c/v$, gdzie c jest prędkością światła w próżni. Prędkość światła w powietrzu jest w przybliżeniu równa prędkości światła w próżni. Można więc zależność (33.1) dla danego ośrodka, w którym prędkość światła wynosi v, oraz dla powietrza zapisać w postaci:

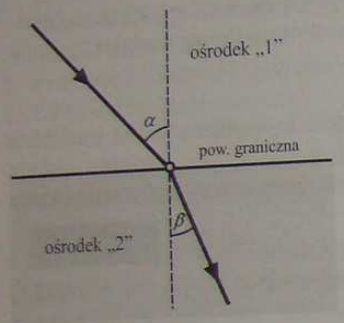
$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} = const \qquad (33.2)$$

Płytką płasko-równoległą nazywamy bryłę, której dwie płaszczyzny są do siebie równoległe. Pryzmatem nazywamy bryłę, której dwie płaszczyzny tworzą ze sobą pewien kąt, zwany kątem łamiącym pryzmatu.

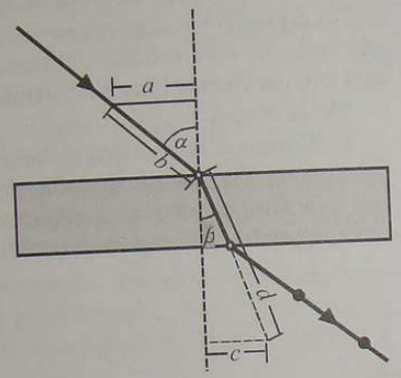
Promienie świetlne, przy przejściu przez płytkę płasko-równoległą (rys. 33.2), ulegają dwukrotnie załamaniu: przy wejściu i wyjściu. Ponieważ obydwie powierzchnie graniczne są do siebie równoległe i ośrodki po obydwu stronach płytki są jednakowe, promienie: padający i wychodzący, po dwukrotnym załamaniu, będą miały ten sam kierunek; zostaną jedynie względem siebie przesunięte.

Promienie świetlne przy przejściu przez pryzmat (rys. 33.3) ulegną również dwukrotnemu załamaniu na powierzchniach granicznych, lecz promień wychodzący z pryzmatu zostanie odchylony od kierunku promienia padającego na pryzmat.

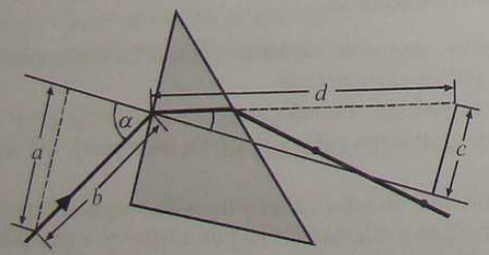
Celem ćwiczenia jest wykreślenie biegu promieni przez płytkę płasko-równoległą i przez pryzmat oraz wyznaczenie dla nich współczynników załamania światła.



Rys. 33.1



Rys. 33.2



Rys. 33.3

1. Na desce umieszczamy papier milimetrowy, po czym ustawiamy na nim płytkę płasko-równoległą i odrysowujemy jej kontur.
2. Rysujemy półprostą wyznaczającą promień padający (patrz rys. 33.2).
3. Patrząc z drugiej strony płytki, wbijamy dwie szpilki na przedłużeniu promienia padającego, trzymając przy tym oczy na poziomie deski.
4. Odejmujemy płytkę, oznaczamy kropkami dziurki po szpilkach i rysujemy na papierze półprostą, przechodzącą przez te kropki. Punkty przecięcia tych półprostych z obrysem płytki łączymy ze sobą, otrzymując w ten sposób całkowitą drogę promienia.
5. Sinusy kąta padania α oraz kąta załamania β wyznaczamy metodą geometryczną, przez pomiar odpowiednich boków trójkąta: $\sin\alpha = \frac{a}{b}$, zaś $\sin\beta = \frac{c}{d}$ (patrz rys. 33.2).

   Dla ułatwienia rachunków można tak dobrać boki trójkąta, by wielkości a i c albo d i b były sobie równe. Boki trójkątów powinny być nie mniejsze niż 2 cm.
6. Przy pomiarach z pryzmatem postępujemy podobnie jak przy płytce. Jako kąt łamiący pryzmatu przyjmujemy kąt ostry (rys. 33.3).
7. Współczynnik załamania światła w obydwu przypadkach obliczamy według wzoru (33.2).

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 33

	a	b	$\sin\alpha$	c	d	$\sin\beta$	n
	m	m		m	m		
Płytka							
Pryzmat							

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić prawo załamania oraz prawo odbicia światła – słownie i za pomocą wzoru (podać uproszczony rysunek.)
2. Kiedy światło ulega załamaniu?
3. Narysować i omówić bieg promieni w płytce płasko-równoległej.
4. Narysować i omówić bieg promieni w pryzmacie.
5. Omówić naturę światła.

Ćwiczenie 34

ZESTAWIENIE MIKROSKOPU I POMIAR DŁUGOŚCI ZA POMOCĄ MIKROSKOPU

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie zjawiska załamania i odbicia światła, całkowitego wewnętrznego odbicia, pełnego wzoru soczewkowego, wad soczewek, biegu promieni i zasad konstrukcji obrazu soczewek skupiających i rozpraszających, biegu promieni w mikroskopie i lupie oraz określenie zdolności rozdzielczej mikroskopu.

34.1. Zestawienie modelu mikroskopu i wyznaczenie jego powiększenia

Mikroskopem nazywamy układ soczewek dający powiększone obrazy przedmiotów. Składa się z dwóch zespołów soczewek: obiektywu i okularu. Obydwa zespoły soczewek znajdują się na dwóch końcach metalowej rury, zwanej tubusem. Obiektyw ma bardzo krótką ogniskową, a okular nieco większą.

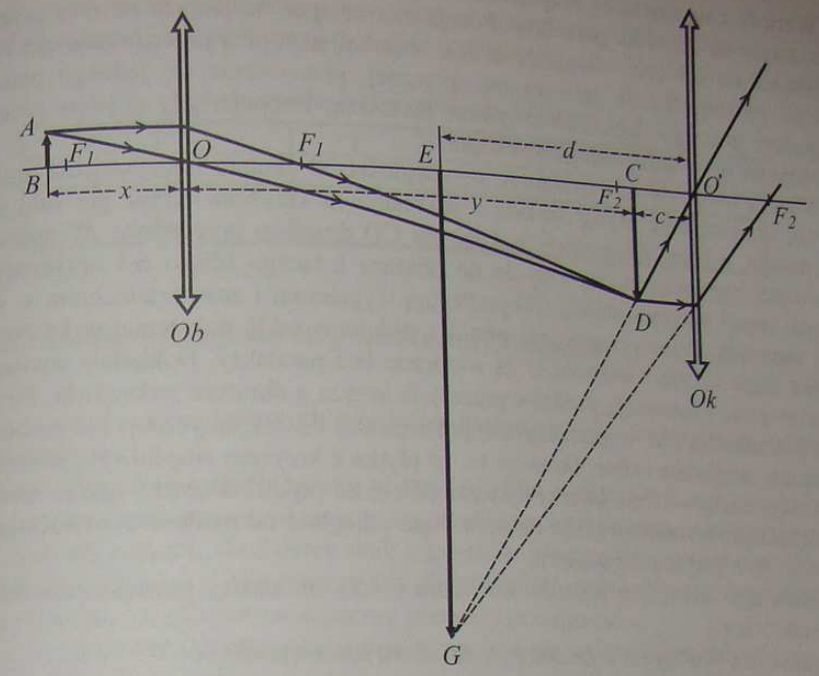
Schematycznie bieg promieni w mikroskopie ilustruje rys. 34.1, gdzie układy soczewek zostały zastąpione pojedynczymi soczewkami. Aby znaleźć obraz jakiegoś punktu, np. A, wystarczy spośród wszystkich promieni wychodzących z tego punktu wybrać dwa dowolne promienie. Najwygodniej jest wybrać takie, których bieg po przejściu przez soczewkę jest znany, a mianowicie: równoległy do osi optycznej, który przechodzi następnie przez ognisko soczewki oraz promień przechodzący przez środek cienkiej soczewki bez zmiany kierunku.

Przedmiot AB umieszczamy tuż za ogniskiem obiektywu. Promienie po przejściu przez obiektyw tworzą obraz CD rzeczywisty, powiększony i odwrócony. Na ten obraz nastawiamy okular w taki sposób, by znalazł się on między okularem i ogniskiem okularu, lecz blisko ogniska okularu. Okular spełnia więc rolę lupy. W rezultacie, patrząc przez okular, ujrzymy obraz EG urojony, powiększony i odwrócony względem przedmiotu.

Powiększeniem liniowym k nazywamy stosunek liniowych wymiarów poprzecznych obrazu, b, do takich samych wymiarów przedmiotu, a. Powiększenie układu soczewek równa się iloczynowi powiększeń poszczególnych soczewek.

W przypadku obiektywu (rys. 34.1) możemy napisać, że AB = a, zaś CD = b. Jak wynika z podobieństwa trójkątów: ABO oraz CDO, stosunek b/a jest równy stosunkowi odległości y obrazu od soczewki do odległości x przedmiotu od soczewki:

$$\frac{b}{a} = \frac{y}{x} = k_{ob} \tag{34.1}$$



Rys. 34.1

W podobny sposób, analizując podobieństwo trójkątów CDO' i EGO', możemy wyznaczyć powiększenie okularu k_{ok}, a następnie powiększenie układu obydwu soczewek, czyli powiększenie mikroskopu k :

$$k_{ob} = \frac{y}{x}, \quad k_{ok} = \frac{d}{c}, \quad k = k_{ob} \cdot k_{ok}$$

czyli:

$$k = \frac{y \cdot d}{x \cdot c} \tag{34.2}$$

gdzie:
c – odległość obrazu CD od okularu,
d – odległość obrazu EG od okularu.

W ćwiczeniu tym należy z dwóch soczewek zestawić model mikroskopu, obliczyć powiększenie zestawionego mikroskopu oraz obliczyć ogniskową obiektywu.

Przedmiot oglądany, rysunek wskazówki na papierze, ustawiamy tuż za ogniskiem obiektywu. Przesuwamy okular tak długo, dopóki nie otrzymamy wyraźnego obrazu przedmiotu (oko należy trzymać blisko okularu). Obserwator posiadający normalny wzrok tak ustawi okular, że odległość d okularu od obrazu będzie równa tzw. odległości dobrego widzenia i wyniesie ok. 25 cm.

Wartość x wyznaczamy bezpośrednio linijką (patrz rys. 34.1). Aby znaleźć wartość y, korzystamy ze zjawiska paralaksy. Polega ono na tym, że patrząc na dwa przedmioty znajdujące się w różnej odległości od oka, obserwujemy, przy przesuwaniu oka w płaszczyźnie prostopadłej do głównej osi optycznej, przesuwanie się jednego przedmiotu względem drugiego. Zjawisko to, zwane paralaksą, ustępuje, gdy obydwa przedmioty znajdują się w tej samej odległości od oka.

Między obiektywem i okularem, w odległości od okularu mniejszej niż jego ogniskowa, umieszczamy płytkę szklaną z nakreślonym krzyżem. Krzyż gra rolę jednego przedmiotu, a obraz rzeczywisty wskazówki CD drugiego przedmiotu. W naszych obserwacjach ograniczamy się jedynie do obszaru leżącego blisko osi optycznej, gdyż skrajne części krzyża i obrazu CD podlegają wygięciom i zniekształceniom w wyniku wad soczewek. Przez przesuwanie płytki znajdujemy takie położenie, w którym przyosiowa część krzyża i wskazówki są widoczne bez paralaksy. Dokładnie stwierdzić to możemy przez obserwację punktów przecięcia krzyża z obrazem wskazówki. Punkty te, przy przesuwaniu oka w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej, nie powinny się przesuwać względem siebie. Oznacza to, że płytka z krzyżem znajduje się w płaszczyźnie obrazu rzeczywistego. Mierzymy teraz odległość płytki od obiektywu, y. Obraz CD jest oglądanym przedmiotem dla okularu. Jego odległość od okularu, c, jest równa odległości płytki z krzyżem od okularu.

Wstawiając otrzymane wartości do wzoru (34.2), obliczamy powiększenie zestawionego mikroskopu.

Ogniskową obiektywu wyznaczymy ze wzoru soczewkowego:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f} \tag{34.3}$$

gdzie f oznacza ogniskową soczewki.
Po przekształceniu tego wzoru otrzymamy:

$$f=\frac{xy}{x+y} \tag{34.4}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Umieszczamy oglądany przedmiot na końcu ławy optycznej.
2. Szacujemy wartości ogniskowej obiektywu i okularu przez oszacowanie odległości dowolnego ekranu, kartki lub dłoni, od soczewki nastawionej na odległy świecący przedmiot, lampę lub okno. W takim przypadku promienie zostaną skupione (w przybliżeniu) w płaszczyźnie ogniskowej soczewki. Umieszczamy soczewkę obiektywu na ławie optycznej w odległości nieco większej od ogniskowej obiektywu.
3. Trzymając oko tuż przy okularze, ustawiamy okular w takiej odległości od obiektywu, aby uzyskać ostry obraz oglądanego przedmiotu. Obraz powinien być kilkakrotnie większy od przedmiotu.
4. Między obiektywem i okularem, w odległości od okularu mniejszej niż jego ogniskowa, ustawiamy płytkę szklaną z krzyżem. Przesuwając płytkę, znajdujemy położenie, w którym krzyż i wskazówka są widoczne bez paralaksy.

5. Mierzymy [illegible]
6. Według wzoru (34.2) obliczamy powiększenie zestawionego mikroskopu.
7. Według wzoru (34.4) obliczamy ogniskową obiektywu.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 34.1

x	y	c	d	k	f
m	m	m	m		m

34.2. Pomiar długości za pomocą mikroskopu

W celu wyznaczenia liniowych rozmiarów bardzo małych przedmiotów posługujemy się mikroskopem.

Okular mikroskopu zaopatrujemy w tzw. szkiełko okularowe z wyrysowaną skalą. Oglądając przedmiot przez mikroskop ze szkiełkiem okularowym, widzimy go na tle skali i możemy określić, ile działek skali odpowiada poszczególnym rozmiarom badanego przedmiotu. Wiedząc, jaka rzeczywista długość odpowiada jednej działce skali szkiełka okularowego, moglibyśmy wyznaczyć rozmiary przedmiotów.

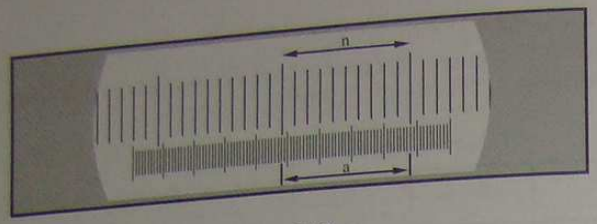
Aby wycechować szkiełko okularowe, tj. znaleźć rzeczywistą długość odpowiadającą jednej działce szkiełka okularowego, umieszczamy na stoliku mikroskopu tzw. szkiełko obiektywowe z wyrysowaną skalą, której działki posiadają określoną szerokość (u nas 0,01 mm). W celu dokładniejszego wycechowania szkiełka okularowego obserwacje prowadzimy dla większej ilości działek, a następnie obliczamy liczbę działek skali szkiełka obiektywowego, widzianych na tle jednej działki skali szkiełka okularowego. Jeśli np. na tle jednej działki skali szkiełka okularowego widzimy 15 działek skali szkiełka obiektywowego, to przedmiot widziany na tle dwóch działek skali szkiełka okularowego posiada 0,30 mm długości.

Celem ćwiczenia jest wycechowanie szkiełka okularowego i pomiar grubości kilku przedmiotów według wyżej podanej metody.

Przebieg ćwiczenia:

1. Kładziemy szkiełko obiektywowe na stoliku mikroskopu.
2. Nastawiamy mikroskop na ostre widzenie skali szkiełka obiektywowego.
3. Określamy liczbę a działek skali szkiełka obiektywowego widzianych na tle n (np. 10) działek skali szkiełka okularowego (rys. 34.2). Liczba b działek skali szkiełka obiektywowego przypadająca na 1 działkę skali szkiełka okularowego wynika z podzielenia a przez n.

$$b=\frac{a}{n}$$



Rys. 34.2

Otrzymany wynik mnożymy przez długość jednej działki skali szkiełka obiektywowego, tj. przez 0,01 mm i otrzymujemy w ten sposób długość e skali obiektywowej, widzianej na tle 1 działki skali okularowej:

$$e = b \cdot 0{,}01\,\text{mm} = \frac{a}{n} \cdot 0{,}01\,\text{mm}$$

4. Zdejmujemy ze stolika szkiełko obiektywowe i kładziemy kolejno badane przedmioty w polu widzenia mikroskopu. Określamy liczbę g działek szkiełka okularowego wyznaczających liniowe wymiary badanych przedmiotów.
5. Obliczamy wymiary badanych przedmiotów, $h = ge$.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 34.2

Nazwa przedmiotu	a	n	b	e	g	h
				mm		mm

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Sformułować prawo załamania światła słownie i za pomocą wzoru; zilustrować rysunkiem.
2. Narysować bieg promieni w mikroskopie oraz w lupie.
3. Jakie obrazy powstają w obiektywie, a jakie w okularze mikroskopu? Jaki obraz nazywamy rzeczywistym, a jaki urojonym? Uzasadnić te nazwy.
4. Od czego zależy powiększenie mikroskopu?

BADANIE WIDM PIERWIASTKÓW ZA POMOCĄ SPEKTROSKOPU

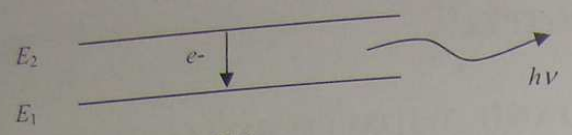
Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z ćwiczeniem i ich jednostki w układzie SI, opis fali elektromagnetycznej, dyspersja światła, prawo załamania światła, natura światła, omówienie biegu promieni w spektroskopie, wyjaśnienie powstawania widm spektralnych (na podstawie budowy atomu).

Emisja światła przez substancje jest wynikiem przemian energetycznych zachodzących w atomach i cząsteczkach. Substancja składa się z atomów, z których każdy może znajdować się w różnych stanach energetycznych. Emisja światła z atomu wiąże się z przejściami elektronów ze stanów o wyższej energii do stanów o energii niższej. Proces ten możemy prześledzić na podstawie planetarnego modelu atomu. W 1913 roku Niels Bohr zaproponował nowy model budowy atomu oparty na kombinacji fizyki klasycznej i kwantowej. Bohr, podobnie jak wcześniej Rutherford, przyjął, że elektrony krążą po orbitach kołowych dookoła jądra atomowego. Aby usunąć sprzeczności związane z elektrodynamiką klasyczną, przyjął również trzy nowe tezy (zwane postulatami). Pierwsza z nich mówi o tym, że elektrony w atomie mogą krążyć jedynie po pewnych, tzw. dozwolonych, stacjonarnych orbitach. Krążące po nich elektrony nie tracą energii na promieniowanie. Znalezienie się elektronu na jakiejkolwiek orbicie pośredniej jest niemożliwe. Drugi postulat głosi, że w atomie elektron może przeskakiwać z jednej dozwolonej orbity na drugą. Na każdej orbicie elektron ma ściśle określoną („dyskretną") wartość energii. Energie elektronu na różnych orbitach są różne (mówimy, że stany elektronowe są skwantowane). Stan o najniższej energii nazywamy podstawowym. Energia jest tym większa, im orbita jest bardziej odległa od jądra. Aby elektron mógł przeskoczyć na wyższą orbitę, musi pochłonąć odpowiednią porcję (kwant) energii. Jeśli w jakikolwiek sposób dostarczymy atomowi odpowiednią ilość energii, to przejdzie on do jednego z wyższych stanów energetycznych – tzw. stanu wzbudzonego. Stany te są niestabilne – czas ich życia jest bardzo krótki. Przechodząc ze stanu wzbudzonego do podstawowego (rys. 35.1), atom wypromieniowuje kwant energii równy różnicy energii tych dwóch orbit, w postaci fali elektromagnetycznej:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \tag{35.1}$$

gdzie:

E_1 – wartość energii atomu w stanie podstawowym,
E_2 – wartość energii atomu w stanie wzbudzonym,
h – stała Plancka,
ν – częstość drgań fali elektromagnetycznej,
c – prędkość światła w próżni,
λ – długość fali elektromagnetycznej.



Rys. 35.1

Zmiana energii atomu ΔE zostaje zużyta całkowicie na wytworzenie energii kwantu promieniowania $h\nu$ – co stanowi treść trzeciego postulatu Bohra. Energia kwantu jest proporcjonalna do częstotliwości emitowanego promieniowania. Promienie orbit stacjonarnych determinują zatem częstotliwość promieniowania. W rezultacie atom może emitować i pochłaniać światło tylko o pewnych określonych częstościach, a tym samym – o pewnych długościach fal (35.1).

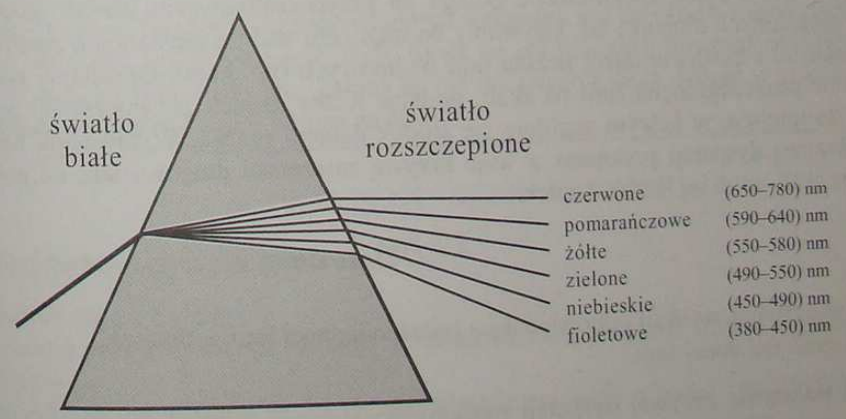
Obraz, zwany widmem, otrzymany w wyniku rozszczepienia promieniowania, ma postać oddzielnych, barwnych linii, których układ jest charakterystyczny dla danego pierwiastka. Poszczególnym liniom widma odpowiadają ściśle określone długości fali. Mając widmo nieznanej substancji, jesteśmy w stanie, na podstawie tablic widm spektralnych, nie tylko określić, jakie pierwiastki wchodzą w jej skład, ale oszacować również ich zawartość. Metoda ta nosi nazwę analizy widmowej i jest jedną z bardziej czułych metod badających skład substancji. Analiza widmowa przyczyniła się do odkrycia pierwiastków występujących w małych ilościach w skorupie ziemskiej, takich jak: gal, ind i tal. Tą metodą odkryto też prawie wszystkie gazy szlachetne, których istnienie jest trudne do stwierdzenia na drodze chemicznej.

Aby przeprowadzić analizę widmową dowolnego ciała, należy je (ciało stałe, gaz lub ciecz) pobudzić do świecenia i emitowane promieniowanie rozszczepić. Pobudzenie do świecenia może nastąpić na drodze termicznej, elektrycznej lub innej. Widma uzyskane w wyniku świecenia substancji nazywamy widmami emisyjnymi. Istnieje kilka rodzajów widm emisyjnych. Widma ciągłe emitowane przez ogrzane ciała stałe i ciecze występują w postaci barwnej wstęgi, w której nie da się wyodrębnić poszczególnych linii odpowiadających danym długościom fali. Gazy jednoatomowe oraz pary ciał stałych promieniują widma liniowe, które składają się z oddzielnych, wyraźnych linii rozłożonych w sposób regularny i tworzących tzw. serie widmowe. Widma pasmowe, składające się z szeregu jasnych pasm, emitowane są przez pobudzone do świecenia wieloatomowe gazy i pary.

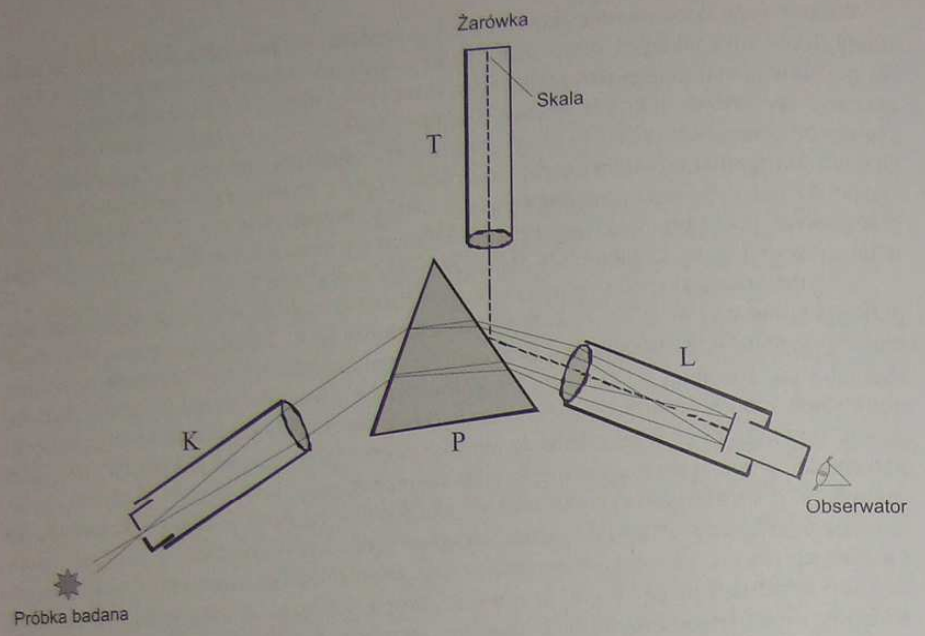
Skład chemiczny substancji możemy także określić na podstawie widm absorpcyjnych. Powstają one wtedy, gdy na drodze promieniowania o widmie ciągłym umieścimy ciało absorbujące (np. warstwę cieczy lub gazu) o odpowiednio niższej temperaturze niż źródło światła. Wówczas w substancji wypełniającej tę warstwę pochłaniane są kwanty o energii odpowiadającej przejściom między dozwolonymi poziomami atomów lub cząsteczek tej substancji. W rezultacie, po rozszczepieniu promieniowania, które przeszło przez warstwy absorbentu, obserwujemy widmo ciągłe, poprzerywane ciemnymi liniami lub pasmami, odpowiadającymi przejściom między dozwolonymi poziomami energetycznymi absorbentu. Widma absorpcyjne, podobnie jak emisyjne, mogą być również pasmowe i liniowe. Przykładem linii absorpcyjnych są linie Fraunhoffera (od nazwiska optyka, który je pierwsze odkrył i usystematyzował) w widmie ciągłym promieniowania słonecznego.

Widma wszystkich pierwiastków są znane i zebrane w odpowiednich tablicach. W celu zidentyfikowania jakiegoś pierwiastka należy doświadczalnie wyznaczyć jego widmo. Na podstawie znajomości rozkładu linii widmowych i długości fal im odpowiadających możemy stwierdzić, jaki pierwiastek badamy. Jednym z przyrządów stosowanym do analizy promieniowania ciał świecących jest spektroskop pryzmatyczny. Zasadniczy jego element to pryzmat powodujący rozszczepienie barwne światła, czyli zjawisko dyspersji. Dyspersję pojedynczego promienia światła białego przedstawia rys. 35.2. Światło białe, przechodząc przez pryzmat, ulega rozszczepieniu na składowe promienie barwne dzięki temu, że współczynniki załamania dla różnych barw są różne.

Schemat prostego spektroskopu, którego będziemy używać w naszym ćwiczeniu, jest przedstawiony na rys. 35.3. Składa się on z kolimatora K, lunetki L, tubusa ze skalą T oraz z pryzmatu P. Kolimator jest to metalowy tubus, zamknięty z jednej strony soczewką skupiającą, a z drugiej – przesłoną z regulowaną szczeliną. Tuż przed szczeliną ustawiamy badane źródło światła. Szczelina kolimatora, równoległa do krawędzi łamiącej pryzmatu, powinna być umieszczona w ognisku soczewki. Wówczas wiązka światła, która przechodzi przez wąską szczelinę i jako rozbieżna pada na soczewkę kolimatora, po załamaniu w soczewce wychodzi jako wiązka równoległa (jest to warunek konieczny do uzyskania widma czystego i ostrego). Następnie pada na pryzmat, ulega w nim załamaniu i rozszczepieniu na monochromatyczne wiązki promieni, które trafiają do lunetki. Lunetka skupia każdą wiązkę w innym punkcie swojej płaszczyzny ogniskowej. W lunetce widzimy więc barwne linie będące obrazami szczeliny. Skala spektroskopu osadzona jest w płaszczyźnie ogniskowej soczewki tubusa, za skalą znajduje się żarówka. Tubus jest tak umieszczony, że wiązka promieni równoległych wychodzących z soczewki pada na pryzmat, odbija się od jego ścianki i wchodzi do lunetki. Dzięki temu widzimy linie widmowe na tle skali i możemy odczytać ich położenie.



Rys. 35.2



Rys. 35.3

Celem naszego ćwiczenia jest określenie długości fal widma badanego pierwiastka (np. neonu) za pomocą spektroskopu. Aby to zrobić, należy przyrząd uprzednio wycechować. Cechowanie spektroskopu polega na przyporządkowaniu danym podziałkom skali określonych długości fal. Używamy do tego celu widma substancji o znanych długościach fal i możliwie dużej liczbie linii widmowych (np. helu). Określamy położenia środków poszczególnych linii na skali, podając liczbę działek począwszy od początku skali do miejsca, w którym znajduje się środek danego prążka. Wykreślamy następnie tzw. krzywą dyspersji pryzmatu, a więc krzywą zależności długości fali, od położenia linii na skali, czyli od liczby działek:

$$\lambda = f(n) \tag{35.2}$$

gdzie:
n – liczba działek na skali odpowiadająca położeniu danej linii widmowej,
λ – długość fali danej linii.

Na podstawie krzywej dyspersji możemy wyznaczyć długości fal dla linii widma, które chcemy zbadać. W tym celu odczytujemy w spektroskopie położenia linii widmowych badanego pierwiastka, a następnie na podstawie krzywej dyspersji określamy, jakie długości fal im odpowiadają.

1. Oświetlamy szczelinę kolimatora światłem o widmie wzorcowym.
2. Regulujemy położenie soczewek w lunetce i kolimatorze, tak aby otrzymać ostry obraz szczeliny o maksymalnym natężeniu. Dzięki dużej dyspersji szkła pryzmatu całe widmo widzialne nie mieści się w polu widzenia lunety, stąd by je zobaczyć, obracamy lunetę wokół pionowej osi stolika.
3. Regulujemy szerokość szczeliny, aby prążki były jak najwęższe przy ostro zarysowanych brzegach.
4. Oświetlamy skalę spektroskopu i przesuwamy tubus przyrządu w taki sposób, by znaleźć położenie, przy którym obraz skali jest wyraźny. Po ustawieniu ostrości sprawdzamy jeszcze, czy przy nieznacznym przesunięciu źródła badanego światła (helu) widmo przesuwa się na skali. Jeżeli tak, to wsuwamy bądź też wysuwamy soczewkę kolimatora i sprawdzamy położenie obrazu. Następnie ponownie ustawiamy ostrość skali.
5. Określamy położenie wybranych linii helu na skali i zapisujemy w tabeli cechowania spektroskopu wraz z odpowiadającymi im długościami fal (długości fal linii widmowych helu zostaną podane w pracowni).
6. Następnie, zwracając uwagę, aby nie naruszyć ustawienia spektroskopu, oświetlamy szczelinę kolimatora światłem z badanego źródła i odczytujemy położenie jego linii na skali. Wyniki zapisujemy w tabeli pomiarów widm emisyjnych.
7. Wykreślamy krzywą dyspersji widma wzorcowego (helu). Sporządzamy ją poprzez odmierzenie na osi rzędnych: długości fali – λ, a na osi odciętych: położenia na skali poszczególnych linii widmowych, czyli liczby działek – n (patrz rozdz. I.2.3).
8. Na podstawie krzywej dyspersji odczytujemy długości fal dla poszczególnych linii badanego pierwiastka (np. neonu, sodu), odczytane wartości zapisujemy w tabeli pomiarów widm emisyjnych.

Uwaga: Przy wykreślaniu krzywej dyspersji wskazane jest na osiach współrzędnych zaznaczyć tylko użyteczną część skali. Skala na osi rzędnych powinna obejmować zakres wartości (400–700) nm. Zakres na osi odciętych należy dobrać w zależności od położenia skrajnych linii widma na skali.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić naturę światła.
2. Na czym polega dyspersja światła? Przedstawić bieg promieni światła białego przez pryzmat.
3. Co jest powodem tego, że każdy pierwiastek ma swój własny, charakterystyczny układ barw?
4. Czym się różnią widma emisyjne od absorpcyjnych?
5. Omówić budowę i zasadę działania spektroskopu.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 35

Tabela cechowania spektroskopu

Nazwa gazu	Barwa linii widma	λ	n
		nm	

Tabela pomiarów widm emisyjnych

Nazwa badanego pierwiastka	Barwa linii widma	λ	n
		nm	

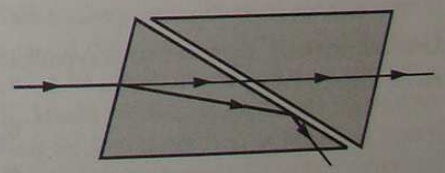
Ćwiczenie 36

WYZNACZANIE STĘŻENIA ROZTWORU CUKRU ZA POMOCĄ SACHARYMETRU

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki oraz omówienie zjawiska polaryzacji światła w powiązaniu z naturą fal elektromagnetycznych, sposobów polaryzacji światła, prawa załamania i odbicia oraz całkowitego wewnętrznego odbicia, biegu promieni przez nikol i zasady działania nikola oraz zasady pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji (czyli zasady działania polarymetru), i zasady działania suwmiarki (odczytywanie dziesiątych części milimetra).

Światło ma dwojaką naturę. Są to fale elektromagnetyczne, na które wrażliwe jest oko ludzkie (długość mieści się w granicach 350–750 nm) i jednocześnie jest to strumień cząstek zwanych fotonami. Fale elektromagnetyczne (czyli rozchodzące się w przestrzeni drgania natężenia pola elektrycznego i pola magnetycznego) z natury swej są poprzeczne, tzn. kierunek drgań jest prostopadły do kierunku biegu fali. W zwykłej wiązce światła wektory natężenia pola elektrycznego, a co za tym idzie, także i magnetycznego, drgają w różnych, ale zawsze prostopadłych do siebie kierunkach i jednocześnie w kierunkach prostopadłych do kierunku biegu fali. Jeżeli w wiązce światła wszystkie wektory elektryczne i magnetyczne drgają tylko w jednych (prostopadłych do siebie) kierunkach, to wiązkę taką nazywamy spolaryzowaną. Wiązka spolaryzowana ma zatem określoną płaszczyznę polaryzacji, przez którą rozumiemy płaszczyznę prostopadłą do kierunku drgań wektora natężenia pola elektrycznego.

Przyrządy do polaryzacji światła nazywamy polaryzatorami i mogą one działać na różnych zasadach. Jeden ze sposobów polaryzacji światła polega na wykorzystaniu zjawiska dwójłomności. Dwójłomność jest to właściwość niektórych kryształów (np. szpatu islandzkiego) objawiająca się tym, że promień światła wchodzący do kryształu rozdziela się na dwa promienie. Oba te promienie spolaryzowane są w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Jeden z nich załamuje się zgodnie z prawem załamania (promień zwyczajny), a drugi zachowuje się nietypowo (promień nadzwyczajny), niezgodnie z prawem załamania, i biegnie, nie zmieniając prawie kierunku. Przyrząd do polaryzacji światła, wykorzystujący to zjawisko, eliminuje promień zwyczajny, a przepuszcza tylko nadzwyczajny, dając w ten sposób światło spolaryzowane. Jest to pryzmat Nicola, tzw. nikol. Zbudowany jest on tak (rys. 36.1), że promień zwyczajny ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu na warstwie specjalnego



Rys. 36.1

kleju, tzw. balsamu kanadyjskiego sklejającego dwie części nikola. Balsam kanadyjski jest ośrodkiem optycznie rzadszym i jeżeli płaszczyzna sklejenia jest ustawiona pod odpowiednim kątem takim, że kąt padania na nią promienia zwyczajnego jest większy niż kąt graniczny, to następuje całkowite wewnętrzne odbicie tego promienia i w rezultacie nie przechodzi on dalej. Przechodzi tylko promień nadzwyczajny, który się nie załamał i nie uległ odbiciu (i oczywiście jest spolaryzowany).

Jeśli więc wiązkę światła przepuścimy przez nikol, to otrzymamy wiązkę spolaryzowaną w jednej płaszczyźnie. Jeśli natomiast wiązkę światła przepuścimy kolejno przez dwa nikole, to możemy otrzymać wygaszanie pola widzenia, gdy płaszczyzny polaryzacji nikoli są względem siebie prostopadłe (nikole są skrzyżowane), albo maksymalne rozjaśnienie pola widzenia, gdy płaszczyzny polaryzacji są równoległe.

Stwierdzono, że niektóre przezroczyste ciała stałe, ciecze i gazy posiadają zdolność skręcania płaszczyzny polaryzacji. Są to substancje optycznie czynne – lewoskrętne lub prawoskrętne; odzwierciedla to przestrzenną budowę ich cząsteczek i dotyczy większości substancji organicznych. Jeśli substancję taką umieścimy między skrzyżowanymi uprzednio nikolami (nie przepuszczają one światła – pole widzenia jest ciemne), to zaobserwujemy rozjaśnienie pola widzenia. Chcąc ponownie uzyskać maksymalne zaciemnienie pola widzenia, musimy jeden z tych nikoli (zwany analizatorem) przekręcić o taki kąt, o jaki płaszczyzna została skręcona i kąt ten (kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji) można wyznaczyć jako różnicę pomiędzy kątem ustawienia nikola po skręceniu płaszczyzny polaryzacji i kątem ustawienia nikola przed skręceniem płaszczyzny.

Roztwór cukru skręca płaszczyznę polaryzacji. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji jest proporcjonalny do stężenia i do grubości warstwy roztworu, przez którą przechodzi światło.

$$\alpha = k\,c\,d \tag{36.1}$$

gdzie:
α – kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji,
k – współczynnik proporcjonalności,
c – stężenie roztworu cukru,
d – grubość warstwy roztworu.

Dla dwóch roztworów o stężeniu c_n i c_x otrzymujemy dwa kąty skręcenia płaszczyzny polaryzacji α_n i α_x.

Wstawiając te wielkości do wzoru (36.1), otrzymamy:

$$\alpha_n = k\,d\,c_n$$

$$\alpha_x = k\,d\,c_x;$$

Grubość warstwy d jest w obu przypadkach jednakowa. Dzielimy stronami obydwa równania. Otrzymamy:

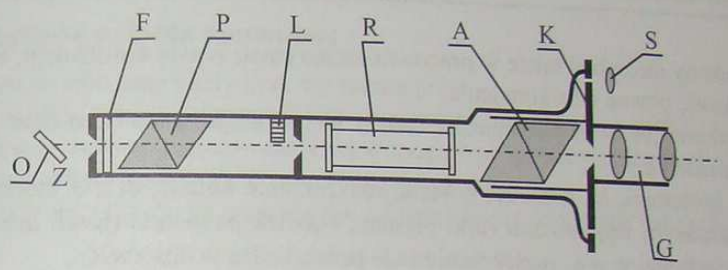
$$\frac{\alpha_n}{\alpha_x} = \frac{c_n}{c_x}$$

skąd:

$$c_x = \frac{c_n \alpha_x}{\alpha_n} \tag{36.2}$$

Widzimy więc, że znając stężenie c_n jakiegoś roztworu, możemy wyznaczyć stężenie c_x innego przez pomiar kątów skręcenia płaszczyzny polaryzacji.

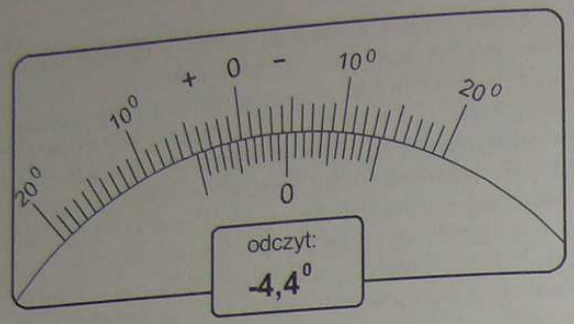
Polarymetr służy do pomiaru kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w substancjach optycznie czynnych. Polarymetry przeznaczone do pomiaru stężenia roztworu cukru nazywamy sacharymetrami. Polarymetr (rys. 36.2) składa się ze zwierciadła Z kierującego światło do przyrządu, filtru F przepuszczającego wyłącznie światło żółte, polaryzatora P, przyrządu półcieniowego L, rurki R zawierającej badaną ciecz lub roztwór, analizatora A, połączonego z kątomierzem K oraz lunetki G. Przyrząd zaopatrzony jest ponadto w dodatkową lupę S, zwiększającą dokładność odczytu kąta. Zarówno lunetka, jak i lupa mają możliwość regulowania ostrości widzenia (przez obroty). Analizator i zwierciadło mogą obracać się wokół osi optycznej przyrządu.



Rys. 36.2

Przyrząd półcieniowy został zastosowany w celu zwiększenia precyzji odczytu. Oko ludzkie jest mało wrażliwe na zmiany oświetlenia całego pola widzenia, stąd dokładne ustalenie płaszczyzny polaryzacji za pomocą analizatora powoduje duże trudności. Okazuje się jednak, że oko jest bardzo wrażliwe na niewielkie nawet różnice oświetlenia poszczególnych części pola widzenia. W naszym polaryzatorze okrągłe pole widzenia, widoczne przez lunetę G, składa się z dwóch części: 1) szerokiego paska biegnącego przez środek, 2) reszty, tj. dwóch półksiężyców. Należy, obracając analizator, tak go ustawić, aby pasek środkowy był tak samo ciemny jak półksiężyce (by nie różnił się jasnością) i w tym położeniu odczytać kąt na skali. Po umieszczeniu w rurce roztworu optycznie czynnego trzeba będzie analizator obrócić o pewien kąt, aby ponownie uzyskać równomierność oświetlenia. Ten kąt jest właśnie kątem, o jaki nasz roztwór skręca płaszczyznę polaryzacji światła.

Kąt należy odczytywać na skali kątowej umieszczonej na ruchomym górnym wycinku koła widocznego przez górną lupę S. Skala ta ma dwadzieścia działek dodatnich (+) na lewo od zera i dwadzieścia działek ujemnych (-) na prawo od zera. Kąt odczytujemy, biorąc pod uwagę położenie względem tej skali, kreski środkowej (zerowej) umieszczonej na dolnym nieruchomym wycinku koła. Obok tej kreski zerowej w lewo i w prawo znajdują się działki noniusza umożliwiające odczyt z dokładnością do jednej dziesiątej stopnia, podobnie jak z dokładnością do jednej dziesiątej milimetra na suwmiarce (patrz rozdział I.3.1). Poniższy rysunek przedstawia przykład ustawienia, przy którym wartość kąta odczytana wynosi minus 4,4.



Rys. 36.3

Uwaga:
Stosowany może być także w pracowni sacharymetr nowej konstrukcji, w którym wprowadzono pewne udoskonalenia:
- oświetlenie jest wmontowane na stałe i nie wymaga ustawiania oraz regulacji zwierciadełka,
- rurka (pojemnik na roztwór) posiada rozszerzenie kuliste, dzięki któremu, przy niedokładnym wypełnieniu rurki płynem, bąbelek powietrza (jeżeli nie jest zbyt duży) wchodzi w ww. rozszerzenie i nie przeszkadza w obserwacji,
- skala jest bardziej precyzyjna, noniusz umożliwia odczyt z dokładnością do jednej dwudziestej części stopnia ($0{,}05^0$).

Przebieg ćwiczenia:

1. Włączamy źródło światła i regulujemy ostrość widzenia lunetki G i lupy S.
2. Wlewamy do rurki czystą wodę, wstawiamy ją do sacharymetru i przez obrót analizatora uzyskujemy jednakowe oświetlenie pola widzenia. Odczytujemy w lunetce S kąt α_0. Należy jednak podkreślić, że powinno to być zrównanie jasności paska środkowego i półksiężyców przy ciemnym polu widzenia (wartość kąta jest bliska zeru), a nie przy jasnym polu, co bywa także możliwe (wartość kąta jest duża), ale dokładność ustawienia, a więc i pomiaru, jest wtedy mała.

Uwaga: Rurkę należy wypełnić całkowicie, aby nie było pęcherzyków powietrza, a po napełnieniu wytrzeć, aby nie zalewać sacharymetru.

3. Odważamy 5 gramów cukru, wsypujemy cukier do cylindra, dopełniamy wodą destylowaną do 50 cm^3. Stężenie otrzymanego roztworu wyrażamy w gramach na 100 cm^3.

Uwaga: Często studenci otrzymują gotowy roztwór wzorcowy.

4. Wylewamy z rurki wodę i wlewamy do niej sporządzony (lub otrzymany) roztwór wzorcowy. Skręcamy analizator do powtórnego uzyskania jednakowego oświetlenia pola. Notujemy kąt α_1. Kąt skręcenia otrzymamy ze wzoru:

$$\alpha_1 - \alpha_0 = \alpha_n$$

5. Wylewamy z rurki wodę i wlewamy do niej roztwór o nieznanym stężeniu. Postępujemy jak w punkcie 4. Notujemy kąt α_2. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji otrzymamy ze wzoru:

$$\alpha_2 - \alpha_0 = \alpha_x$$

6. Otrzymane wartości wstawiamy do wzoru (36.2) i obliczamy stężenie c_x.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 36

Numer roztworu	c_n g/100 cm^3	α_0	α_1	α_n	α_2	α_x	c_x g/100 cm^3

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Co to jest światło oraz kiedy i jak się załamuje?
2. Co to jest płaszczyzna polaryzacji i co są roztwory optycznie czynne?
3. Co to jest światło spolaryzowane i jakie mogą być sposoby polaryzacji światła (kąt Brewstera, nikol – zasada działania, bieg promienia)?
4. Na czym polega całkowite wewnętrzne odbicie i kiedy występuje kąt graniczny?

Ćwiczenie 37

BADANIE ZJAWISK FOTOELEKTRYCZNYCH ZEWNĘTRZNYCH I WEWNĘTRZNYCH

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki, omówienie zjawiska fotoelektrycznego wewnętrznego i zewnętrznego w powiązaniu z teorią o naturze światła, budowy fotokomórki i budowy fotoogniwa.

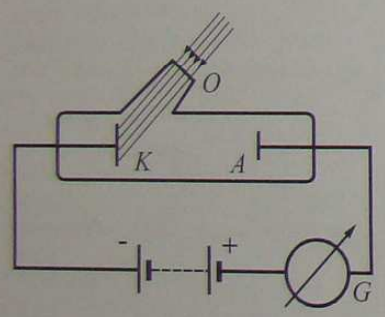
Zjawiskami fotoelektrycznymi nazywamy zjawiska, w których kosztem energii świetlnej zachodzą zmiany prądowe w obwodach elektrycznych.

Wyróżniamy dwa główne zjawiska fotoelektryczne: zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne oraz zjawisko fotoelektryczne wewnętrzne.

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne będzie w naszym ćwiczeniu badane za pomocą fotokomórki, natomiast zjawisko fotoelektryczne wewnętrzne – za pomocą fotoogniwa.

37.1. Badanie zależności natężenia prądu fotoelektrycznego od natężenia oświetlenia fotokomórki

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne (fotoefekt zewnętrzny) polega na emisji elektronów z powierzchni ciał stałych napromieniowanych światłem. Ten rodzaj emisji elektronów swobodnych nazywamy fotoemisją, emitowane elektrony – fotoelektronami, zaś związany z nimi prąd elektryczny – fotoprądem.



Rys. 37.1

Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne można zaobserwować w układzie przedstawionym na rys. 37.1.

W naczyniu próżniowym zatopione są dwie elektrody A i K, między którymi wytworzono za pomocą źródła prądu stałego pewną różnicę potencjałów. Odstęp między elektrodami jest na tyle duży, a napięcie między nimi na tyle niskie, że istnieje praktycznie przerwa w obwodzie i przy zasłoniętym okienku O prąd nie płynie. Jeżeli jednak elektroda K zostanie oświetlona, to w obwodzie popłynie fotoprąd.

Badając fotoelektronów zależności:

1. Liczba fotoelektronów opuszczających naświetloną elektrodę w jednostce czasu, czyli natężenie prądu fotoelektrycznego, jest wprost proporcjonalne do natężenia światła wywołującego emisję.
2. Energia emitowanych fotoelektronów nie jest zależna od natężenia światła, lecz od częstotliwości fali świetlnej.
3. Dla każdego materiału katody istnieje charakterystyczna częstotliwość graniczna ν_o (i związana z nią graniczna długość fali); dla częstości mniejszych od ν_o efekt fotoelektryczny nie występuje, niezależnie od tego, jak silne będzie oświetlenie katody.

Zależności zawartych w punktach 2 i 3 nie można było wyjaśnić na gruncie falowej teorii światła. Efekt fotoelektryczny wyjaśnił Einstein dzięki założeniu, że energia wiązki świetlnej rozchodzi się w przestrzeni w postaci skończonych porcji, kwantów energii, zwanych fotonami. Energia E pojedynczego fotonu dana jest wzorem:

$$E = h\nu \tag{37.1}$$

gdzie: h jest stałą, tzw. stałą Plancka, a ν – częstotliwością drgań fali świetlnej.

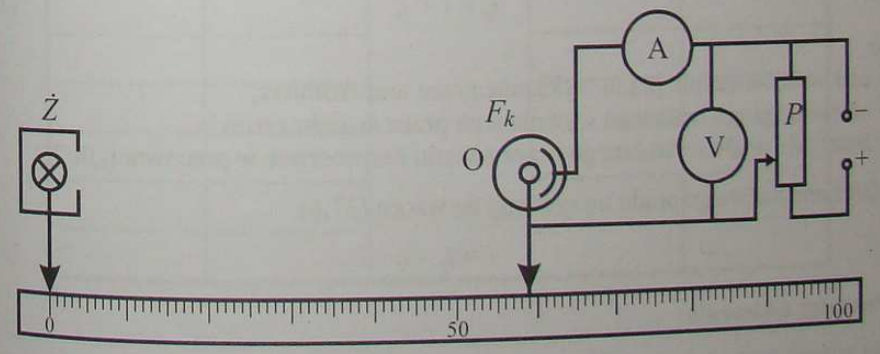
Stosując koncepcję fotonową do fotoefektu, Einstein sformułował równanie:

$$h\nu = W_w + E_k \tag{37.2}$$

Z równania tego wynika, że w procesie fotoelektrycznym zewnętrznym foton zostaje pochłonięty przez elektron znajdujący się w warstwie powierzchniowej katody; część tej energii W_w zostaje zużyta na przejście elektronu przez powierzchnię, tzw. pracę wyjścia. Nadmiar energii $(h\nu - W_w)$ elektron otrzymuje w postaci energii kinetycznej.

Fotoefekt zewnętrzny wykorzystany został do konstrukcji fotokomórek.

W metalach alkalicznych lub w ich światłoczułych związkach chemicznych, odznaczających się niewielką wartością pracy wyjścia, fotoemisja zachodzi już pod wpływem światła widzialnego. Tę właściwość wykorzystano do budowy fotokomórek. Schemat fotokomórki wraz z układem pomiarowym przedstawia rys. 37.2.



Rys. 37.2

Na wewnętrznej ściance szklanej bańki, opróżnionej z powietrza, osadza się warstewkę metalu alkalicznego (K, Na, Rb, Cs) lub ich światłoczułych związków. W warstwie tej zrobione jest okienko *O*, przez które pada światło na warstwę światłoczułą. Wewnątrz bańki znajduje się metalowa obrączka połączona z dodatnim biegunem zasilacza. Warstwę światłoczułą łączymy z ujemnym biegunem zasilacza. Jak to już opisano powyżej, po oświetleniu fotokomórki żarówką *Ż* warstwa światłoczuła wysyła elektrony, które zostają wychwycone przez anodę, co w rezultacie powoduje przepływ prądu fotoelektrycznego przez obwód, rejestrowany przez mikroamperomierz.

Natężenie prądu fotoelektrycznego i jest proporcjonalne do natężenia oświetlenia I fotokomórki, gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności:

$$i = k\,I \tag{37.3}$$

Przy stałej światłości J źródła światła natężenie oświetlenia fotokomórki jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości r od źródła światła. Przy prostopadłym padaniu promieni świetlnych, co jest w naszym doświadczeniu w przybliżeniu spełnione, otrzymamy:

$$I = \frac{J}{r^2} \tag{37.4}$$

Zależność (37.3) można więc przedstawić w postaci:

$$i = k\frac{J}{r^2} \tag{37.5}$$

Dla ustalonej światłości źródła światła J natężenie prądu jest więc wprost proporcjonalne do $1/r^2$.

Celem ćwiczenia jest doświadczalne znalezienie charakterystyki fotokomórki, tj. zależności $i = f(I)$, czyli $i = f(1/r^2)$.

Mikroamperomierz wskazuje całkowite natężenie prądu płynącego w obwodzie, a więc zarówno natężenie fotoprądu wywołanego oświetleniem żarówki, jak i fotoprądu wywołanego oświetleniem pracowni („tła"). Możemy więc napisać:

$$i_c = i + i_t \tag{37.6}$$

gdzie:

i_c – całkowite natężenie prądu wykazane przez amperomierz,
i – natężenie prądu badanego wywołanego przez światło żarówki,
i_t – natężenie prądu wywołanego przez światło rozproszone w pracowni („tło").

Natężenie badanego prądu otrzymamy ze wzoru (37.6):

$$i = i_c - i_t \tag{37.7}$$

Przebieg ćwiczenia:

1. Na przeciwległych końcach ławy optycznej ustawiamy fotokomórkę F_k i źródło światła Ż. Okienko fotokomórki powinno znajdować się na tym samym poziomie co okienko żarówki i powinno być zakryte.

2. Łączymy układ pomiarowy według schematu 37.2, stosując się do wskazań podanych w rozdz. I.6 oraz do instrukcji podanych w pracowni. Na schemacie tym *Z* oznacza zasilacz anodowy, *P* – potencjometr regulacji napięcia wyjściowego, F_k – fotokomórkę.
3. Po sprawdzeniu układu połączeń przez prowadzącego – podłączamy układ z fotokomórką do źródła prądu.
4. Ustalamy podane w instrukcji napięcie, odsłaniamy ostrożnie fotokomórkę i odczytujemy natężenie prądu i_t.
5. Umieszczamy żarówkę w odległości maksymalnej od fotokomórki, włączamy ją do sieci, odczytujemy natężenie prądu i_c i wyłączamy żarówkę.
6. Powtarzamy pomiary dla 10 różnych odległości żarówki od fotokomórki, od maksymalnej do minimalnej, dobranych tak, aby natężenia prądu różniły się o jednakową wartość (np. o 0,1 μA).

Uwaga: Po każdym pomiarze należy wyłączyć żarówkę i zasłonić fotokomórkę. Trzeba również przez cały czas trwania pomiarów utrzymywać stałe napięcie zasilające.

7. Obliczamy i na podstawie wzoru (37.7).
8. Sporządzamy wykres zależności $i = f(1/r^2)$.
9. Po zakończeniu pomiarów należy stopniowo zredukować do zera napięcie zasilające i wyłączyć źródło zasilania z sieci.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 37.1

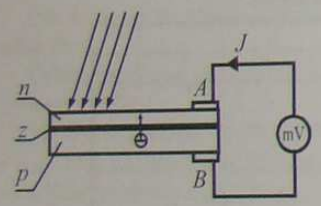
r	$1/r^2$	i_t	i_c	i
m	$1/m^2$	A	A	A

37.2. Badanie zależności siły elektromotorycznej fotoogniwa od natężenia oświetlenia

O fotoefekcie wewnętrznym mówimy wówczas, gdy pochłonięte fotony powodują zmianę stężenia nośników prądu elektrycznego wewnątrz naświetlonego materiału. Fotoefekt wewnętrzny zachodzi głównie dla półprzewodników. Półprzewodniki (patrz ćwicz. 28) charakteryzuje mała liczba lub brak elektronów w paśmie przewodzenia (elektronów swobodnych), przy silnej obsadzie pasma podstawowego. Oba te pasma energetyczne oddzielone są niezbyt szerokim pasmem wzbronionym ΔEg (rys. 28.1). Przewodnictwo wzrasta, gdy kosztem dostarczonej z zewnątrz energii elektrony przechodzą z pasma podstawowego do pasma przewodzenia, tworząc parę nośników prądu elektron-dziura. W przypadku fotoefektu wewnętrznego odbywa się to kosztem energii świetlnej. Zjawisko to występuje tylko wówczas, gdy wartość kwantu promieniowania jest równa lub większa od wartości szerokości pasma wzbronionego ($h\nu \geq \Delta Eg$). Z tego powodu każde ciało charakteryzuje się określoną czułością widmową ze względu na fotoefekt wewnętrzny.

Skutkiem fotoefektu wewnętrznego może być np. zmiana oporu elektrycznego (w fotooporniku), zmiana charakterystyki prądowo-napięciowej (w fotodiodzie) lub indukowanie siły elektromotorycznej (w fotoogniwie).

Przy konstrukcji ogniw wykorzystywane jest zjawisko fotoelektryczne w warstwach zaporowych, które występuje na oświetlonych złączach *n-p* lub *p-n* (patrz ćwicz. 28).



Rys. 37.3

W zestawie przedstawionym na rys. 37.3 dwa półprzewodniki o różnym charakterze przewodnictwa zetknięte ze sobą ściśle (często są to dwa różnie domieszkowane obszary tego samego ciała), tworząc typowe złącze *n-p* z warstwą zaporową *z* o grubości rzędu (10^{-5} – 10^{-6}) cm. Jest to warstwa podwójna ładunków elektrycznych z potencjałem dodatnim po stronie półprzewodnika typu *n* i ujemnym po stronie półprzewodnika typu *p* (kontaktowa różnica potencjałów). Naświetlenie powierzchni złącza powoduje wyzwolenie dodatkowych nośników mniejszościowych ładunku, które dyfundują – elektrony z obszaru *p* do *n*, zaś dziury z *n* do *p*. W ten sposób zostaje zachwiany stan istniejącej dotychczas równowagi i między elektrodami *A* i *B* wytwarza się dodatkowa różnica potencjałów. Zamknąwszy obwód, poprzez czuły miernik prądowy obserwujemy przepływ prądu elektrycznego. Układ taki pracuje jako źródło siły elektromotorycznej *SEM* wyzwalanej kosztem energii świetlnej; tzw. fotoogniwo.

Wartość indukowanej światłem siły elektromotorycznej $\mathcal{E}$ zależy liniowo od natężenia światła *I*, co można zapisać:

$$\mathcal{E} = aI \tag{37.8}$$

gdzie *a* jest współczynnikiem proporcjonalności.

Podobnie jak w ćwiczeniu 28, celem ćwiczenia jest doświadczalne znalezienie zależności $\mathcal{E} = f(I)$. Korzystając ze wzoru (37.4), możemy wzór (37.8) przedstawić w postaci:

$$\mathcal{E} = a\frac{J}{r^2} \tag{37.9}$$

a więc *SEM* fotoogniw, dla ustalonej światłości źródła światła, jest proporcjonalne do $1/r^2$.

Rysunek 37.4 przedstawia układ pomiarowy do badania zależności $\mathcal{E} = f\left(\frac{1}{r^2}\right)$ dla fotoogniwa. Powstająca *SEM* fotoogniwa będzie rejestrowana za pomocą miliwolto-mierza. Fotoogniwo będzie oświetlone przez żarówkę *Ż*, przesuwaną wzdłuż listwy. Podobnie jak natężenie fotoprądu w fotokomórce również *SEM* fotogniwa zależy od całkowitego oświetlenia, tj. pochodzącego od żarówki oraz od „tła" w pracowni, a więc:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} + \mathcal{E}_t \quad \text{skąd} \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}' - \mathcal{E}_t \tag{37.10}$$

gdzie:

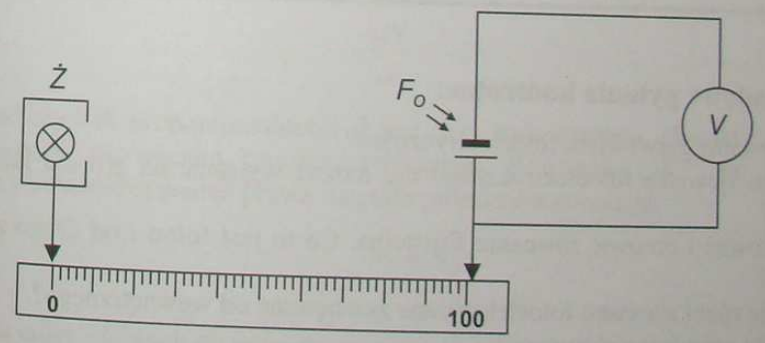
$\mathcal{E}'$ – całkowita siła elektromotoryczna ogniwa,

$\mathcal{E}$ – *SEM* ogniwa, wywołana przez światło żarówki,

$\mathcal{E}_t$ – *SEM* ogniwa, wywołana przez światło rozproszone w pracowni.

Przebieg ćwiczenia:

1. Na przeciwległych końcach ławy optycznej ustawiamy fotoogniwo i źródło światła. Okienko fotoogniwa powinno znajdować się na tym samym poziomie co okienko żarówki i powinno być zakryte.
2. Łączymy układ pomiarowy według schematu na rys. 37.4, stosując się do instrukcji znajdującej się w pracowni.



Rys. 37.4

3. Odsłaniamy fotoogniwo i odczytujemy *SEM* fotoogniwa dla „tła" w pracowni – $\mathcal{E}_t$, po czym zasłaniamy fotoogniwo.
4. Włączamy żarówkę do sieci i odczytujemy *SEM* fotoogniwa indukowaną przez światło żarówki i „tło" – $\mathcal{E}'$ Wyłączamy żarówkę.
5. Powtarzamy pomiary dla 10 różnych odległości żarówki od fotoogniwa, od maksymalnej do minimalnej, dobranych tak, aby siły elektromotoryczne różniły się o jednakową wartość (np. o 0,2 mV).

Uwaga: Po każdym pomiarze należy wyłączyć żarówkę i zasłonić fotoogniwo.

6. Obliczamy $\mathcal{E}$ na podstawie wzoru (37.10).
7. Sporządzamy wykres zależności $\mathcal{E} = f(1/r^2)$.

Tabela pomiarów i wyników do ćwiczenia 37.2

r	$1/r^2$	$\mathcal{E}_t$	$\mathcal{E}'$	$\mathcal{E}$
m	$1/m^2$	V	V	V

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Co nazywamy zjawiskiem fotoelektrycznym?
2. Dlaczego zjawiska fotoelektrycznego nie można wyjaśnić na gruncie falowej teorii światła?
3. Sformułować i omówić równanie Einsteina. Co to jest foton i od czego zależy jego energia?
4. Czym się różni zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne od wewnętrznego?
5. Co to jest próg fotoelektryczny?

WYZNACZANIE AKTYWNOŚCI PRÓBKI PROMIENIOTWÓRCZEJ

Zakres wymaganych wiadomości: definicje wszystkich wielkości związanych z danym ćwiczeniem, ich jednostki, omówienie budowy jądra atomowego, zjawiska promieniotwórczości, prawa rozpadu promieniotwórczego, prawa przesunięć, zasady działania licznika scyntylacyjnego oraz omówienie rachunku błędów i niepewności stosowanego w tym ćwiczeniu (krzywa rozkładu błędów Gaussa, odchylenie standardowe, poziom ufności).

Zjawisko promieniotwórczości naturalnej polega na spontanicznej przemianie jąder atomów danego pierwiastka na jądra innego pierwiastka, z równoczesnym wypromieniowaniem cząstek α lub β. Rozpadowi temu często towarzyszy promieniowanie γ. Promieniowanie α to rozpędzone jądra helu, promienie β – rozpędzone elektrony lub pozytony, a promienie γ to wysokoenergetyczne fale elektromagnetyczne.

Szybkość przemiany jąder, szybkość rozpadu charakteryzuje wielkość zwana aktywnością A źródła promieniowania. Określona jest zależnością:

$$A = \frac{dN}{dt} \tag{38.1}$$

gdzie dN jest liczbą rozpadów jąder atomowych zachodzących w czasie dt. Liczbowo aktywność próbki promieniotwórczej określa liczbę rozpadów zachodzących w jednostce czasu. Jednostką aktywności próbki jest jeden rozpad na sekundę (bekerel, *Bq*).

Stwierdzono, że aktywność próbki promieniotwórczej jest proporcjonalna do aktualnie istniejącej liczby N atomów pierwiastka promieniotwórczego:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \tag{38.2}$$

gdzie współczynnik proporcjonalności λ jest tzw. stałą rozpadu, charakterystyczną dla danego izotopu pierwiastka promieniotwórczego. Równanie (38.2) po scałkowaniu przyjmuje wykładniczą postać prawa rozpadu promieniotwórczego:

$$N_t = N_o e^{-\lambda t} \tag{38.3}$$

gdzie:
N_t – liczba jąder zdolnych do rozpadu po czasie t,
N_o – liczba jąder w chwili początkowej, dla $t = 0$ (początek obserwacji),
e – podstawa logarytmów naturalnych.

Czas T, po upływie którego połowa jąder danego pierwiastka ulega rozpadowi, nosi nazwę okresu połowicznego rozpadu (półokres rozpadu). Między półokresem rozpadu a stałą rozpadu λ istnieje ścisła zależność: $T = 0{,}693/\lambda$. Rozpadem rządzą prawa statystyczne, tzn. że dysponując próbką złożoną z bardzo wielu atomów, można w przybliżeniu określić, ile atomów w danym czasie ulegnie rozpadowi, ale nie można wyjaśnić, dlaczego jądro jednego atomu ulegnie rozpadowi w danej chwili, a identyczne, sąsiednie, za np. 2 lata.

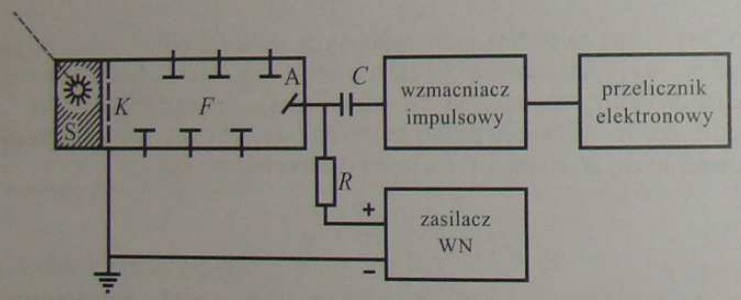
Promienie α, β lub γ oddziałują z materią, przez którą przenikają; mogą spowodować jonizację atomów ośrodka materialnego lub pobudzić atomy do świecenia. Zjawiska te są wykorzystywane do rejestracji promieniowania wysyłanego przez izotopy promieniotwórcze. Urządzeniami rejestrującymi promieniowanie są m.in. komory jonizacyjne, liczniki Geigera-Müllera oraz liczniki scyntylacyjne. Do określenia radioaktywności próbki najczęściej stosuje się liczniki scyntylacyjne, gdyż są one bardziej uniwersalne niż liczniki Geigera-Müllera. Sondą taką z kompletem wymiennych scyntylatorów można mierzyć aktywność promieniowania α, β i γ.

W naszym ćwiczeniu do określenia aktywności próbki promieniotwórczej zostanie wykorzystany licznik scyntylacyjny.

Zasada działania licznika scyntylacyjnego

Licznik scyntylacyjny składa się z sondy scyntylacyjnej oraz dodatkowych elektronicznych urządzeń zasilająco-rejestrujących (rys. 38.1), składających się z zasilacza wysokiego napięcia, wzmacniacza impulsów przychodzących z licznika oraz aparatury liczącej.

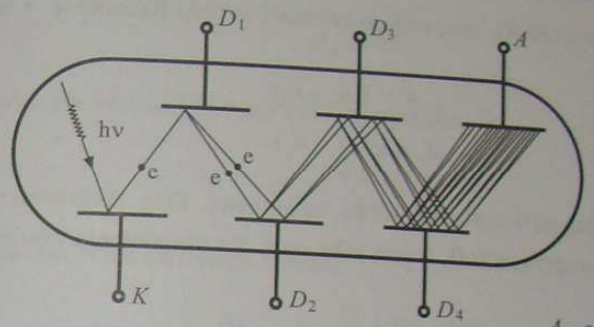
Sonda scyntylacyjna składa się z kolei ze scyntylatora S i fotopowielacza F.



Rys. 38.1

Scyntylatorami mogą być kryształy organiczne i nieorganiczne (np. antracen, siarczek cynku, jodek sodu) lub ciecze. Gdy cząstka α, β lub promienie γ wpadną do scyntylatora, przekażą część swojej energii cząsteczkom scyntylatora, wprowadzając je w stan wzbudzony; elektrony przemieszczą się na wyższe poziomy energetyczne. Wracając na poziomy niższe, wyemitują kwanty energii świetlnej – fotony. W substancjach fluoryzujących spowodują powstanie krótkotrwałych błysków światła, zwanych scyntylacjami.

połączonego z dzielnikiem napięć. Fotony padające na fotokatodę K wywołują efekt fotoelektryczny zewnętrzny, w wyniku którego następuje emisja elektronów z fotokatody (patrz ćwicz. 37). Zadaniem fotopowielacza jest znaczne zwiększenie prądu fotoelektrycznego. Znajduje się w nim szereg elektrod – (dynod) $D_1, D_2, ..., D_n$, do których podłączony jest z dzielnika napięć wzrastający potencjał elektryczny, a więc między kolejnymi parami dynod występuje wysokie napięcie przyspieszające. Elektrony wyzwolone z katody K przez światło i przyspieszone padają na pierwszą dynodę D_1, wyzwalając elektrony wtórne, a te powodują ten sam efekt na kolejnych dynodach. W efekcie powstaje bardzo duży sygnał na wyjściu z fotopowielacza. Impuls ten jest następnie wzmacniany przez wzmacniacz impulsowy i rejestrowany w przeliczniku elektronowym.



A – anoda
K – fotokatoda
$D_1 - D_4$ – dynody

Rys. 38.2

Bezwzględne pomiary radioaktywności są bardzo uciążliwe, gdyż wymagają szeregu poprawek. Niżej zostaną wymienione ich przyczyny:

- nie wszystkie wyemitowane przez próbkę promienie dochodzą do licznika, bowiem część z nich zostanie zaabsorbowana w samej próbce promieniotwórczej lub w ośrodku między preparatem a licznikiem, lub też zostanie wyemitowana w innych kierunkach niż licznik;
- nie wszystkie promienie spośród tych, które trafią do licznika, zostaną zarejestrowane, bowiem licznik po zarejestrowaniu cząstki przez pewien czas nie jest zdolny do kolejnej rejestracji (tzw. czas martwy licznika);
- licznik rejestruje oprócz cząstek wysyłanych przez mierzoną próbkę również promieniowanie kosmiczne, promieniowanie pochodzące od zanieczyszczeń promieniotwórczych i naturalnych pierwiastków promieniotwórczych oraz wyładowania samorzutne w liczniku. Szybkość policzeń (liczba impulsów zarejestrowanych w jednostce czasu) aparatury pomiarowej wywołanych powyższymi czynnikami nosi nazwę tła.

Z powyższych przyczyn pomiar bezwzględny aktywności jest bardzo trudny do zrealizowania i dlatego stosuje się najczęściej pomiary względne. Porównuje się mianowicie szybkość policzeń aparatury pomiarowej dla próbki wzorcowej z szybkością policzeń dla próbki badanej w identycznych warunkach geometrycznych i na tej samej aparaturze pomiarowej.

Nie możemy jednak całkowicie odizolować licznika od promieniowania pochodzącego z innych źródeł – od tła. Tak więc szybkość policzeń aparatury n_c będzie sumą szybkości policzeń pochodzących od badanej próbki – n oraz od tła – n_t. A więc szybkość policzeń pochodzących od próbki będzie równa:

$$n = n_c - n_t \tag{38.4}$$

Aktywność A próbki promieniotwórczej jest proporcjonalna do szybkości policzeń n wywołanych przez badaną próbkę:

$$A = kn \tag{38.5}$$

gdzie k to współczynnik proporcjonalności.

Korzystając ze wzoru (38.4), możemy aktywność próbki badanej A i wzorcowej A_o napisać w postaci:

$$A = k(n_c - n_t) \tag{38.6}$$

$$A_o = k(n_c^o - n_t)$$

gdzie n_c^o jest szybkością policzeń dla próbki wzorcowej. Przy zachowaniu stałych warunków pomiarowych współczynnik k jest taki sam. Po podzieleniu obu równań (38.6) stronami otrzymamy:

$$\frac{A}{A_o} = \frac{n_c - n_t}{n_c^o - n_t}$$

skąd:

$$A = \frac{n_c - n_t}{n_c^o - n_t} A_o \tag{38.7}$$

Pomiar aktywności preparatu promieniotwórczego, jak każdy pomiar wielkości fizycznej, obarczony jest błędem. Przy ocenie błędów będziemy brali pod uwagę tylko błędy przypadkowe. Błędy przypadkowe, oprócz innych nieznanych przyczyn, są często związane z charakterem badanego zjawiska. Ma to miejsce w przypadku pomiaru aktywności próbki promieniotwórczej, gdzie przebieg rozpadów promieniotwórczych w czasie ma charakter statystyczny. W równych odstępach czasu liczba rozpadających się jąder nie jest jednakowa i wykonuje fluktuacje wokół wartości średniej, charakterystycznej dla zdarzeń przypadkowych. W naszym ćwiczeniu ograniczymy się do niepewności przypadkowych związanych tylko ze statystycznym charakterem badanego zjawiska.

Określając przez p prawdopodobieństwo tego, że w czasie t zarejestrujemy N rozpadów, oraz że liczba ta różni się od wartości najbardziej prawdopodobnej (średniej arytmetycznej wyników dużej liczby pomiarów) o ε, otrzymujemy na podstawie rachunku prawdopodobieństwa:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2N}} \tag{38.8}$$

na standardowe odchylenie σ przy pomiarze aktywności próbki promieniotwórczej wzór:

$$\sigma = \pm\sqrt{N} \tag{38.9}$$

gdzie N jest liczbą rozpadów zarejestrowanych w czasie t.

Ponieważ szybkość policzeń n wyrażamy wzorem:

$$n = \frac{N}{t} \tag{38.10}$$

otrzymujemy dla średniego odchylenia standardowego szybkości policzeń wzór:

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{N}}{t} \tag{38.11}$$

Podstawiając do wzoru (10) wzór (11), otrzymujemy:

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{nt}}{t} = \sqrt{\frac{n}{t}} \tag{38.12}$$

Niepewność procentowa będzie równa:

$$u_p = \frac{\sigma_n}{n} 100 = \sqrt{\frac{n}{t}} \frac{100}{n} = \frac{100}{\sqrt{nt}} = \frac{100}{\sqrt{N}} \tag{38.13}$$

Wynik ten ma duże znaczenie praktyczne. Wskazuje on bowiem, że im mniejsza jest aktywność próbki, tym dłużej należy wykonywać pomiary, aby zachować dostatecznie małą niepewność procentową.

Przebieg ćwiczenia:

1. Włączamy przelicznik zgodnie z instrukcją obsługi przyrządu.
2. Za pomocą pęsetki umieszczamy kolejno obydwie próbki promieniotwórcze w podstawce pod licznikiem i dla każdej z nich zmierzymy czasy pomiaru następujących liczb impulsów: 50, 100, 250, 500 i 1000.
3. Obliczamy w domu przed wykonaniem ćwiczenia odchylenie standardowe i niepewności procentowe dla liczby impulsów wymienionych w pkt. 2, na podstawie wzorów (38.9) i (38.13).
4. Mierzymy szybkości policzeń dla próbki wzorcowej n_c^o, badanej n_c oraz tło n_t. Czas pomiaru należy tak dobrać, aby niepewność procentowa była zawarta w przedziale: $2\% \le u_p \le 5\%$. Zalecany czas pomiaru tła – 10 min.
5. Obliczamy aktywność próbki na podstawie wzoru (38.7). Aktywność próbki wzorcowej zostanie podana w pracowni.

Tabele pomiarów i wyników do ćwiczenia 38

Liczba zarejestrowanych rozpadów N	Odchylenie standardowe	Niepewność procentowa u_p	Czas pomiaru próbki 1 t_1[min]	Czas pomiaru próbki 2 t_2[min]
50				
100				
250				
500				
1000				

n_c	n_c^o	n_t	A_o	A
imp/min	imp/min	imp/min	B_q	B_q

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić budowę jądra atomowego.
2. Podać i scharakteryzować typy rozpadów promieniotwórczych.
3. Podać słownie i za pomocą wzoru prawo rozpadu promieniotwórczego.
4. Omówić budowę i zasadę działania licznika scyntylacyjnego.
5. Omówić rachunek błędów i niepewności stosowany w tym ćwiczeniu.

LITERATURA

Drabent R.,2006. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, Olsztyn.
Gołębiowska D., 2007. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki i biofizyki, Szczecin.
Halliday D., Resnick R., Walker J., 2006, 2007. Podstawy fizyki, t. I-V, Warszawa.
Hewitt P.G., 2003. Fizyka wokół nas, Warszawa.
Jóźwiak Z., Bartosz G., 2005. Biofizyka. Wybrane zagadnienia wraz z ćwiczeniami, Warszawa.
Massalski J.M., 2005. Fizyka dla inżynierów, t. I i II, Warszawa
Poprawski R., Salejda W., 2002. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki-część I, Wrocław.
Przestalski S., 2003. Elementy fizyki, biofizyki i agrofizyki, Wrocław.
Szydłowski H., 2003. Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Warszawa.