

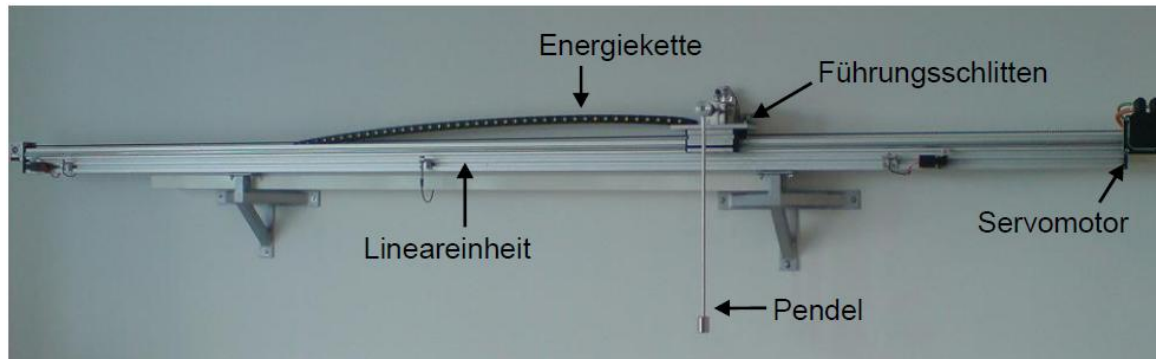
Zustandsregelung des invertierten Pendels im RT Labor

H. Schulte

HTW Berlin
Fachgebiet Regelungstechnik und Systemdynamik

1. Einführung und Regelaufgabe
2. Modellbildung
3. Linearisierung für den Zeitbereichsentwurf mit linearen Zustandsreglern
4. Zustandsreglerentwurf (Übung)
5. Beobachterentwurf (Übung)
6. Reglervalidierung (Übung)

Experimenteller Aufbau



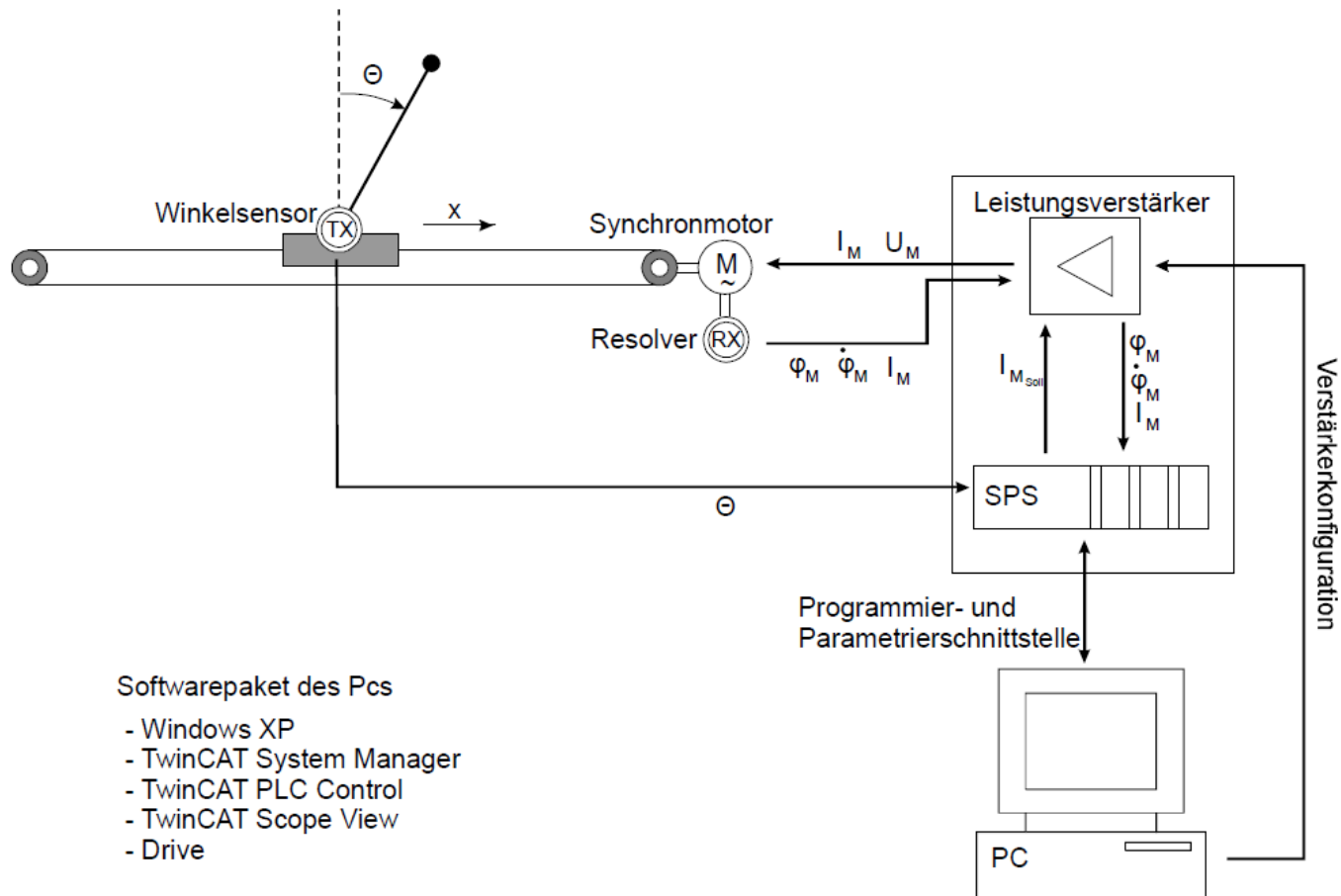
Systembeschreibung durch ein Wirkschaltbild

- enthält die wesentlichen Systemkomponenten
- kennzeichnet die Ein-, Ausgänge und Zustände des Systems
- Andeutung der gerätetechnischen Realisierung (Prinzipskizze)

Motivation: The inverted pendulum benchmark, in particular the cart version, was used for teaching and research in control theory to stabilize open-loop unstable SISO systems. The first solution to this problem was described by [74] and then by [77]. This benchmark was considered in many references to solve the linear-quadratic optimal control problem around the unstable operating point [50] or as a nonlinear control problem in the full/an extended operating range.

- [74] J.K. Roberge, The Mechanical Seal. Bachelor's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1960.
- [77] J.F. Schaefer, R.H. Cannon, On the control of unstable mechanical systems, in: Proceedings of the third Automatic and Remote Control 3, 1966, pp. 12–24.
- [50] H. Kwakernaak, R. Sivan, Linear Optimal Control Systems, Wiley, New York, 1972.

Systembeschreibung durch ein Wirkschaltbild



- Stabilisierung eines invertierten Pendels allein durch die Bewegung des Schlittens!



- das Pendel ist frei gelagert
 - der Motor (Synchronmaschine) ist momentengeregt
 - erfasst wird die Position- und Geschwindigkeit des Schlittens
 - erfasst wird der Winkel, jedoch nicht die Winkelgeschwindigkeit des Pendels
- der Schlitten darf den Arbeitsbereich nicht verlassen
 - Verwendet werden soll ein Zustandsregler (4 Zustände)
 - Notwendig ist ein Beobachter, da die Winkelgeschwindigkeit des Pendels nicht messbar ist

- Notwendige Schritte zur linearen Reglerentwicklung im Zustandsraum
 1. analytische Modellbildung mittels Bilanzgleichungen oder Energiemethode (Lagrange-Formalismus mittels L)
 2. Linearisierung um die instabile Ruhelage
 3. Überprüfung der Steuerbarkeit
 4. Überprüfung der Beobachtbarkeit (falls nicht alle Zustände messbar sind)
 5. Zustandsreglerentwurf
 6. Beobachterentwurf
 7. Reglervalidierung am linearisierten Modell
 8. Reglervalidierung am nichtlinearen Modell um den Arbeitspnkt

Modellvalidierung am Experiment

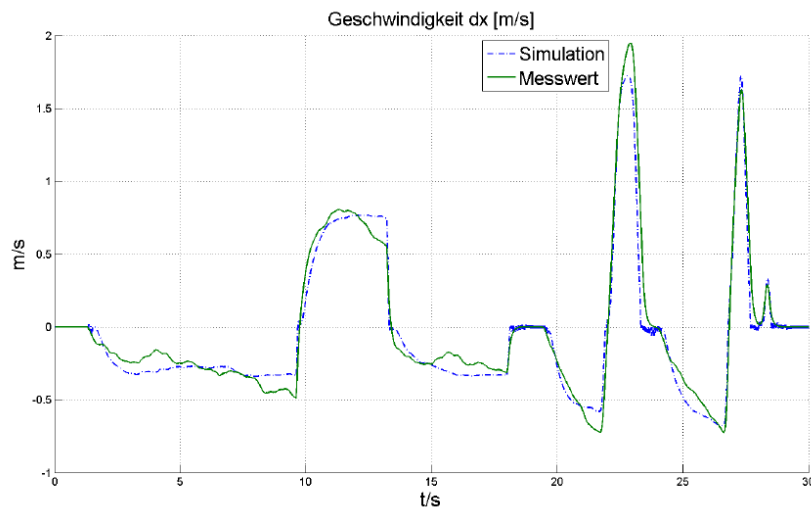
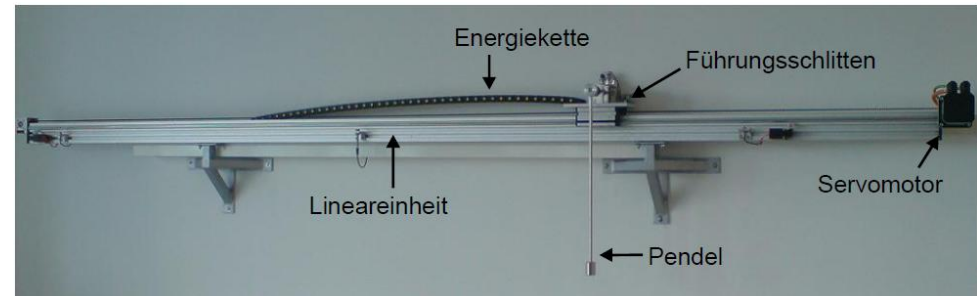


Abbildung 5.2.: Validierung der Geschwindigkeit \dot{x} des Schlittens

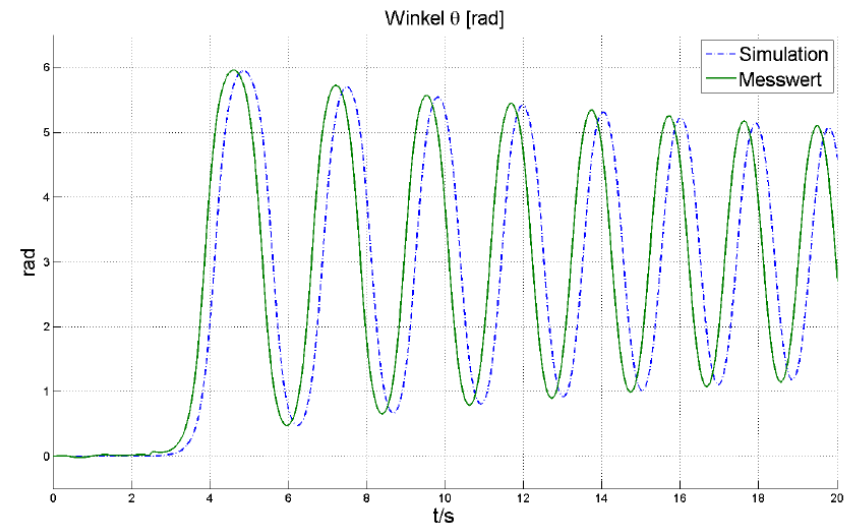


Abbildung 5.4.: Validierung des Winkels vom Pendel

Modellvalidierung am Experiment

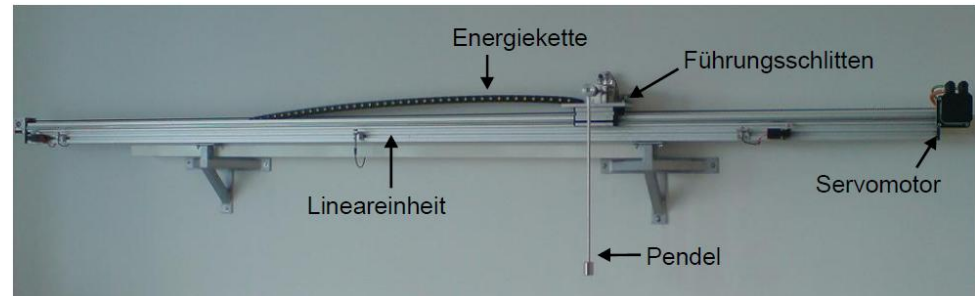


Tabelle 5.3.: ermittelte Modellparameter

Symbol	Parameter	Wert
l	Länge des Pendels	40 cm
m	Gewicht des Pendels	260 g
M	Gewicht des gesamten Schlittens	3 kg
F_c	Coulombsche Reibung	$16 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$
d	Dämpfungskoeffizient des Schlittens	$7 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$
d_{Mf}	Lagerreibung	$0.00095 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$

- Linearisierung um die instabile Ruhelage ($\mathbf{x}_0 = [0\ 0\ 0\ 0]^T, \mathbf{u}_0 = 0$)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{x}), & \mathbf{A} &= \left. \frac{\delta \mathbf{f}(x, u)}{\delta \mathbf{x}} \right|_{(x_0, u_0)} & \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x}, & \mathbf{B} &= \left. \frac{\delta \mathbf{f}(x, u)}{\delta \mathbf{u}} \right|_{(x_0, u_0)} & \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x}\end{aligned}$$

- Entwurfsmodell als Zustandsraummodell (Matlab Ausgabe)

```
>> linMdl.A
```

```
ans =
```

```
      0      1.0000
12.7674 -0.0119
      0      0
-0.1629  0.0002
```

```
>> linMdl.B
```

```
ans =
```

```
      0
-0.3994
      0
0.3195
```

- Modellvalidierung: Vergleich nichtlineares mit linearem Modell

