



Hochschule für Technik  
und Wirtschaft Berlin

*University of Applied Sciences*

# Buck Converter: Moderne Methoden der Regelungstechnik (VA1)

**Name:**

Sebastian Richter

Aaron Zielstorff

**Matrikelnummer:**

572906

567183

**Fachbereich:** FB1

**Studiengang:** M. Elektrotechnik

**Fachsemester:** 2. FS

**Fach:** VA1 Moderne Methoden der Regelungstechnik

**Dozent:** Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte

**Abgabe am:** 25. Juli 2022

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung in die Regelaufgabe</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Modellierung des Buck-Converters</b>	<b>7</b>
2.1	Ströme . . . . .	7
2.2	Induktivitäten und Kapazitäten . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Zustandsraumdarstellung</b>	<b>10</b>
3.1	Nichtlinear . . . . .	10
3.2	Linear . . . . .	11
3.2.1	Ruhelagen . . . . .	11
3.2.2	Linearisierungsvorschrift . . . . .	12
3.2.3	Zustandsraummodell . . . . .	12
3.2.4	Überprüfung der Steuerbarkeit . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Vergleich beider Systeme</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Zustandsreglerentwurf</b>	<b>17</b>
5.1	Einfache Zustandsrückführung . . . . .	17
5.2	Referenzwertvorsteuerung . . . . .	19
5.3	I-Regelung . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Reglervalidierung</b>	<b>24</b>
6.1	Validierung des linearen Modells . . . . .	24
6.1.1	Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung . . . . .	24
6.1.2	Zustandsregler mit Vorsteuerung . . . . .	26
6.1.3	Zustandsregler mit I-Regelung . . . . .	28
6.1.4	Vergleich des Regelverhaltens . . . . .	30
6.2	Validierung des nichtlinearen Modells . . . . .	32
6.2.1	Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung . . . . .	32
6.2.2	Zustandsregler mit Vorsteuerung . . . . .	34
6.2.3	Zustandsregler mit I-Regelung . . . . .	36
6.2.4	Vergleich des Regelverhaltens . . . . .	38
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>40</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>42</b>

## Abbildungsverzeichnis

1	Skizze der Regelaufgabe . . . . .	6
2	Übersicht der Simulationsstruktur . . . . .	15
3	Nichtlineare Strecke . . . . .	15
4	Lineare Strecke . . . . .	15
5	Vergleich der Spannungen $v_{PV}$ . . . . .	16
6	Vergleich der Ströme $i_L$ . . . . .	16
7	Reglerstruktur der einfache Zustandsrückführung . . . . .	17
8	Polstellenlage der einfache Zustandsrückführung . . . . .	18
9	Reglerstruktur der Referenzwertvorsteuerung . . . . .	19
10	Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung . . . . .	20
11	Reglerstruktur der I-Regelung . . . . .	21
12	Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung mit I-Anteil . . . . .	23
13	Einfacher Zustandsregler Simulink (linear) . . . . .	24
14	Validierung Regler mit einfacher Rückführung (linear) . . . . .	25
15	Zustandsregler mit Vorsteuerung Simulink (linear) . . . . .	26
16	Validierung Regler mit Vorsteuerung (linear) . . . . .	27
17	Zustandsregler mit I-Regelung Simulink (linear) . . . . .	28
18	Validierung Regler mit I-Regelung (linear) . . . . .	29
19	Reglervergleich für das lineare Zustandsraummodell . . . . .	31
20	Einfacher Zustandsregler Simulink (nicht-linear) . . . . .	32
21	Validierung Regler mit einfacher Rückführung (nichtlinear) . . . . .	33
22	Zustandsregler mit Vorsteuerung Simulink (nichtlinear) . . . . .	34
23	Validierung Regler mit Vorsteuerung (nichtlinear) . . . . .	35
24	Zustandsregler mit I-Regelung Simulink (nichtlinear) . . . . .	36
25	Validierung Regler mit I-Regelung (nichtlinear) . . . . .	37
26	Reglervergleich für das nichtlineare Zustandsraummodell . . . . .	39
27	Polregion bei erweitertem LMI . . . . .	40

## Tabellenverzeichnis

1	Modellparameter des Buck Converters . . . . .	5
---	---	---

# 1 Einführung in die Regelaufgabe

Photovoltaikanlagen enthalten viele Tausend einzelne Photovoltaikzellen. Jede Einzelne wandelt einfallende Sonnenstrahlung (direkt und indirekt) in elektrischen Strom um. Unter Vernachlässigung von Verlusten in Kabeln, Wandlerverlusten und Leistungsfehlanspassungen ist die erzeugte Leistung von PV-Systemen, die Anzahl aller enthaltenen Zellen multipliziert mit der Leistung einer einzelnen Zelle. Über diese Annahme ist es möglich, das mathematische Modell der gesamten PV-Anlage für die Systemanalyse abzuleiten.

Die Grundeinheiten einer PV-Anlage sind die PV-Module oder auch Solarzellen. Ein Standard-PV-Modul besteht aus 48 bis 73 in Reihe geschalteten Zellen, die in einen Rahmen montiert sind. PV-Anlagen werden in der Regel durch Reihen- und Parallelschaltungen von Modulen zusammengesetzt. Solarmodule werden in Reihe geschaltet (sog. „Strings“), um die Ausgangsspannung zu erhöhen. Parallel geschaltete Strings bilden ein „Array“, in dem die Leistungskapazität von Tausenden bis Millionen Watt aufgebaut werden kann.

Das mathematische Modell des PV-Generators ergibt sich aus der Zusammenfassung aller PV-Module, die durch das Modell einer einzelnen Zelle beschrieben werden. Strom und Spannung werden in geeigneter Weise multipliziert. Dazu wird die Einzelzelle durch ein Ersatzschaltbild modelliert, das aus einer einstrahlungsabhängigen Stromquelle, einem Modell der Diode  $D$  und Shunt-Widerstand  $R_h$  besteht, wie in Abbildung 1 (links) dargestellt. Die Einstrahlung  $S$  mit der physikalischen Einheit  $\frac{W}{m^2}$  bezieht sich auf die direkte (normal zum PV-Zellenfeld) und die indirekte Einstrahlung.

Um die Spannung von PV-Anlagen zu regeln, werden Gleichspannungswandler eingesetzt. Die Ausgangsspannung des Wandlers kann eingestellt werden und unterscheidet sich von der Eingangsspannung. Eine grundlegende Gleichspannungswandlerschaltung ist der so genannte Buck Converter (Tiefsetzsteller), welcher ebenfalls in Abbildung 1 (rechts) dargestellt ist. Die Pulsweitenmodulation (PWM) ermöglicht die Steuerung und Regelung der gesamten Ausgangsspannung. Die PWM stellt ein Rechtecksignal bereit, welches zwischen 0 und 1 schaltet. Typische Schaltfrequenzen liegen zwischen  $f_{SW} = 1 \text{ kHz} \dots 1 \text{ MHz}$ . Im Falle der konkreten Anlage beträgt die Schaltfrequenz  $f_{SW} = 5 \text{ kHz}$ . In der Praxis werden z. B. MOSFET's als Schalter eingesetzt. Die Ausgangsspannung hinter dem MOSFET (siehe ebenfalls Abbildung 1 (mittig)) wechselt somit zwischen Null und der Ausgangsspannung des Wandlers  $v_{DC}$ . Das Tastverhältnis (Duty Cycle)  $d$  beschreibt die Zeitverhältnisse des Rechtecksignals, also wann der Schalter (MOSFET) in Position 0 bzw. 1 ist. Der Duty Cycle lässt sich wie folgt berechnen:

$$d = \frac{v_{DC}}{v_{PV}} \quad \text{bzw.} \quad d = \frac{i_{PV}}{i_{DC}} \quad (1)$$

Nachfolgend befindet sich die Darstellung der Modellparameter/Konstanten zur Modellierung des Buck Converters (siehe Tabelle 1).

Symbol	Parameter	Wert
Standard Testbedingungen (STC)		
$T_{c,STC}$	PV Zelltemperatur bei STC	298 K
$S_{STC}$	Bestrahlung bei STC	$1000 \frac{W}{m^2}$
$v_{T,STC}$	Thermische Spannung der p-n Sperrschicht bei STC	$25.7 \cdot 10^{-3} V$
$i_{ph,sc,STC}$	Kurzschlussstrom des Diodenmodells bei STC	9.272 A
$v_{oc,STC}$	Leerlaufspannung bei STC	0.644 V
Maximaler Leistungspunkt (MPP)		
$i_{PV,MPP}$	Gesamtstrom des PV Parks beim MPP	2902.13 A
$v_{PV,MPP}$	Gesamtspannung des PV Parks beim MPP	1049.13 V
$P_{MPP}$	Gesamtleistung des PV Parks beim MPP	30447.11 W
Weitere Parameter		
$R_h$	Shunt-Widerstand im Einzeldiodenmodell	$10.196 \Omega$
$v_{DC}$	Ausgangsgleichspannung	900 V
$N_{cell,p}$	Anzahl paralleler Zellen pro Modul	1
$N_{cell,s}$	Anzahl serieller Zellen pro Modul	72
$N_{mod,p}$	Anzahl paralleler Module pro Anlage	336
$N_{mod,s}$	Anzahl serieller Module pro Anlage	27
$N_p$	Anzahl paralleler Zellen pro Anlage	336
$N_s$	Anzahl serieller Zellen pro Anlage	1944
$k$	Boltzmann Konstante	$1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
$q$	Elementarladung	$1.602 \cdot 10^{-19} C$
$A_n$	Dioden-Idealitätsfaktor im Einzeldiodenmodell	1.374
$\alpha_T$	Temperaturkoeffizient des PV-Stroms	$0.06 \cdot 10^{-2}$
$\beta_T$	Temperaturkoeffizient der PV-Spannung	$-0.36 \cdot 10^{-2}$

Tab. 1: Modellparameter des Buck Converters

Ziel der Regelung soll es sein, die Ausgangsspannung  $v_{DC}$  konstant bei 900 V zu halten. Die einzelnen PV-Zellen wurden im Vorhinein für verschiedene Bestrahlungen und Temperaturen messtechnisch analysiert. Die nachfolgende Modellierung erfolgt zunächst für eine konstante Bestrahlung mit  $S = 1000 \frac{W}{m^2}$  bei einer konstanten Zelltemperatur von  $T_c = 298 K$ .

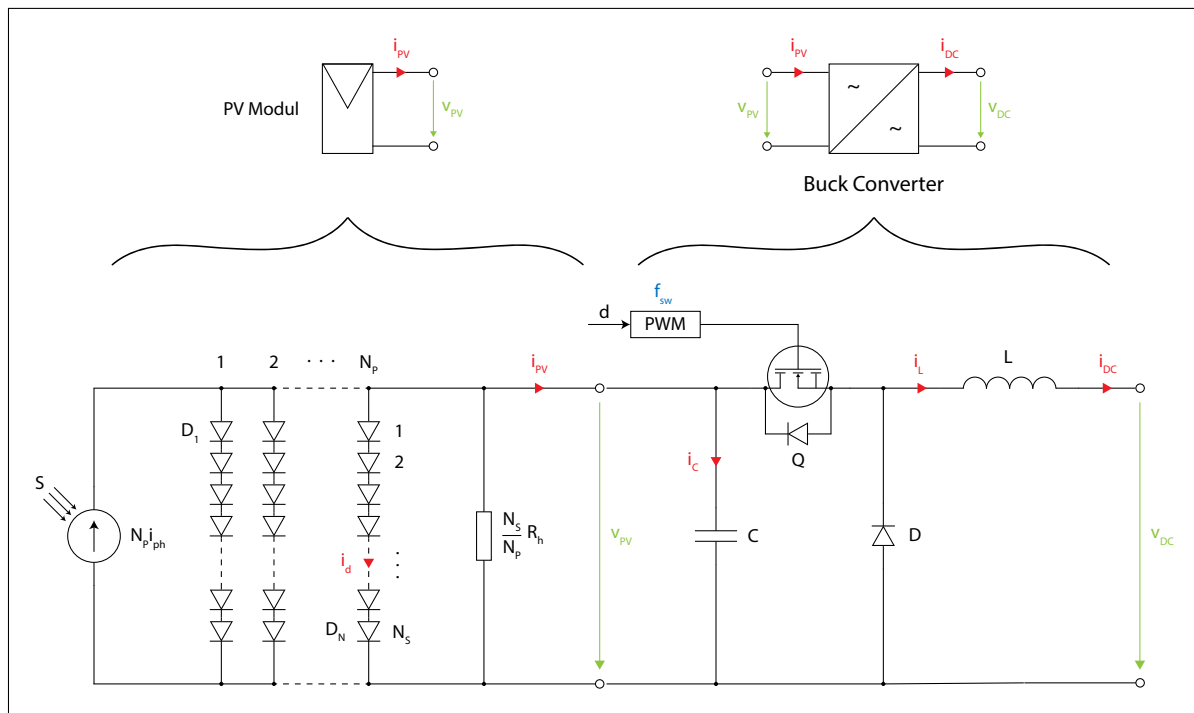


Abb. 1: Übersichtsschaltbild des Buck Converters als zu regelndes System inklusive Photovoltaik Anlage

## 2 Modellierung des Buck-Converters

### 2.1 Ströme

Zur Modellierung des Ausgangsstroms einer PV-Anlage sind Kenntnisse über die einzelnen Anlagenströme notwendig. Zur ersten Betrachtung werden die Ströme einer Zelle dargelegt.

Gesamtstrom einer Zelle:

$$i_{pv,z}(v_{pv,z}, S, T_c) = i_{ph}(S, T_c) - i_d(v_{pv,z}, S, T_c) - \frac{v_{pv,z}}{R_h} \quad (2)$$

mit:

Strom  $i_{ph}$  aufgrund äußerer Bestrahlung:

$$i_{ph}(S, T_c) = \frac{S}{S_{STC}} \cdot i_{ph,sc,STC} \cdot (1 + \alpha_T \cdot (T_c - T_{c,STC}))$$

Sättigungsstrom  $i_s$  des Dioden-Diffusionseffekts:

$$i_s(S, T_c) = \frac{i_{ph}(S, T_c) - \frac{v_{oc}(T_c)}{R_h}}{e^{\frac{v_{oc}(T_c)}{A_n \cdot v_{T,STC}}} - 1}$$

Diodenstrom  $i_d$ :

$$i_d(v_{pv,z}, S, T_c) = i_s(S, T_c) \cdot \left( e^{\frac{v_{pv,z}}{A_n \cdot v_{T,STC}}} - 1 \right)$$

Thermische Leerlaufspannung  $v_{oc}$  pro Zelle:

$$v_{oc}(T_c) = v_{oc,STC} \cdot (1 + \beta_T \cdot (T_c - T_{c,STC}))$$

Durch das Einsetzen der vorangegangenen Gleichungen in Gleichung 2 folgt für den Strom einer Zelle:

$$i_{pv,z}(v_{pv,z}, S, T_c) = i_{ph}(S, T_c) - i_s(S, T_c) \cdot \left( e^{\frac{v_{pv,z}}{A_n \cdot v_{T,STC}}} - 1 \right) - \frac{v_{pv,z}}{R_h} \quad (3)$$

Um Stromgleichungen für eine PV-Anlage bestehend aus mehreren Modulen zu motivieren,

werden die Anzahl der seriellen und parallelen Zellen pro Modul mit der Anzahl der seriellen und parallelen Module multipliziert. Folgender Zusammenhang gilt:

Berechnung der Gesamtzahl serieller ( $N_s$ ) und paralleler ( $N_p$ ) Zellen pro PV-Anlage:

$$N_s = N_{\text{cell},s} \cdot N_{\text{mod},s}$$

$$N_p = N_{\text{cell},p} \cdot N_{\text{mod},p}$$

Aus der Erkenntnis der vorangegangenen zwei Gleichungen resultiert für Strom und Spannung der PV-Anlage:

Strom und Spannung der PV-Anlage:

$$i_{\text{pv}} = N_p \cdot i_{\text{pv},z}$$

$$v_{\text{pv}} = N_s \cdot v_{\text{pv},z}$$

Durch das Einfügen der Zusammenhänge in Gleichung 3 resultiert der Gesamtstrom der PV-Anlage zu:

Gesamtstrom der PV-Anlage:

$$i_{\text{pv}}(v_{\text{pv}}, S, T_c) = N_p \cdot i_{\text{ph}}(S, T_c) - N_p \cdot i_s(S, T_c) \cdot \left( e^{\frac{v_{\text{pv}}}{N_s \cdot A_n \cdot v_{T, \text{STC}}}} - 1 \right) - \frac{N_p \cdot v_{\text{pv}}}{N_s \cdot R_h} \quad (4)$$

Die Parameter  $S$  (Eingangsstrahlung),  $T_c$  (Temperatur der Zellen) und  $v_{\text{pv}}$  (PV-Spannung) werden im späteren Verlauf spezifiziert und zur Berechnung herangezogen.

## 2.2 Induktivitäten und Kapazitäten

Zur Auslegung der Induktivitäten und Kapazitäten des Buck-Converters am MPP werden der Duty Cycle ( $d$ ), die Schaltfrequenz ( $f_{\text{SW}}$ ), der Strom ( $i_{\text{PV,MPP}}$ ) und die Spannung ( $v_{\text{PV,MPP}}$ ) als bekannt vorausgesetzt. Im ersten Schritt werden die maximal zulässigen Strom- und Spannungsschwankungen an den Bauteilen berechnet. Dabei wird eine Schwankung von  $\pm 0.5\%$  zugelassen.



Strom- und Spannungsschwankungen an den Bauteilen:

$$\Delta i_L = 0.005 \cdot i_{PV,MPP}$$

$$\Delta v_{PV} = 0.005 \cdot v_{PV,MPP}$$

Zur Berechnung der Induktivität (L) und der Kapazität (C) werden die Gleichung 5 und Gleichung 6 angewendet.

Berechnung von L und C:

$$L = \frac{v_{DC} \cdot (1 - d)}{\Delta i_L \cdot f_{sw}} \quad (5)$$

$$C = \frac{i_{PV,MPP} \cdot (1 - d)}{\Delta v_{PV} \cdot f_{sw}} \quad (6)$$

Die für die Simulation angesetzten Bauteilgrößen resultieren zu:

Berechnung der Bauteilgrößen:

$$\underline{\underline{L}} = \frac{900V \cdot (1 - 0.8579)}{0.005 \cdot 2902.13A \cdot 5kHz} \approx \underline{\underline{1.76mH}} \quad (7)$$

$$\underline{\underline{C}} = \frac{2902.13A \cdot (1 - 0.8579)}{0.005 \cdot 1049.13V \cdot 5kHz} \approx \underline{\underline{15.7mF}} \quad (8)$$

### 3 Zustandsraumdarstellung

Um das Verhalten mittels mathematischer Beziehungen zu veranschaulichen, wird die Zustandsraumdarstellung verwendet. Folgende messbaren Ein- und Ausgänge werden festgelegt:

Systemeingänge:

$$\underline{u} = d$$

Systemzustände:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{PV} \\ i_L \end{bmatrix} \quad (9)$$

Die Ausgänge des Systems gleichen den beiden Zuständen.

Systemausgänge:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} v_{PV} \\ i_L \end{bmatrix}$$

#### 3.1 Nichtlinear

Die nachstehend gezeigten Zustandsänderungsgleichungen des Mittelwertmodells werden für weitere Betrachtungen als bekannt vorausgesetzt und deren Herleitung als korrekt angenommen.

Mittelwertmodell:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{C} \cdot i_{pv}(x_1, S, T_c) - \frac{1}{C} \cdot x_2 \cdot d$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{L} \cdot x_1 \cdot d - \frac{1}{L} \cdot v_{DC}$$

mit:

$$L = 1.76mH; \quad C = 15.7mF; \quad d = 0.8579; \quad v_{DC} = 900V; \quad S = 1000 \frac{W}{m^2}; \quad T_c = 298K$$

## 3.2 Linear

### 3.2.1 Ruhelagen

Die Ruhelagen des Systems werden ermittelt, indem das Mittelwertmodell aus Unterabschnitt 3.1 gleich Null gesetzt wird und anschließend die Auflösung nach den Zuständen  $x_1$  und  $x_2$  erfolgt.

Vorgabe:

$$\dot{x}_1^* = \dot{x}_1(x_1^*, x_2^*) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\dot{x}_2^* = \dot{x}_2(x_1^*, x_2^*) \stackrel{!}{=} 0$$

Bestimmung von  $x_1^*$ :

$$0 = \frac{1}{L} \cdot x_1^* \cdot d - \frac{1}{L} \cdot v_{\text{DC}}$$

$$\frac{1}{L} \cdot v_{\text{DC}} = \frac{1}{L} \cdot x_1^* \cdot d$$

$$x_1^* = \frac{v_{\text{DC}}}{d} \quad (10)$$

Bestimmung von  $x_2^*$ :

$$0 = \frac{1}{C} \cdot i_{\text{pv}}(x_1^*, S, T_c) - \frac{1}{C} \cdot x_2^* \cdot d$$

$$\frac{1}{C} \cdot x_2^* \cdot d = \frac{1}{C} \cdot i_{\text{pv}}(x_1^*, S, T_c)$$

$$x_2^* = \frac{i_{\text{pv}}(x_1^*, S, T_c)}{d} \quad (11)$$

Die spezifischen Ruhelagen aufgrund der vorgegebenen Parameter resultieren zu:

Ruhelagen des Systems:

$$\begin{aligned}\underline{x}_1^* &= \frac{900V}{0.8579} \approx \underline{\underline{1049.13V}} \\ \underline{x}_2^* &= \frac{i_{pv}(1049.13V, 1000\frac{W}{m^2}, 298K)}{0.8579} \approx \underline{\underline{3422.92A}} \\ \underline{x}^* &= \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1049.13V \\ 3422.92A \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (12)$$

### 3.2.2 Linearisierungsvorschrift

Die Vorschrift zur Linearisierung ist in Gleichung 13 hinterlegt.

Linearisierungsvorschrift nach Taylor:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}^* + \Delta\dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}^* + \Delta\underline{x}, \underline{u}^* + \Delta\underline{u}) \\ &= \underline{f}(\underline{x}^*, \underline{u}^*) + \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[ \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} + R(\Delta\underline{x}^2, \Delta\underline{u}^2)\end{aligned}\quad (13)$$

Durch die Annahme über das Verhalten der nichtlinearen Restglieder folgt die Struktur der Linearisierung aus Gleichung 14.

Zusammengefasste Struktur:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\underline{x}} &= \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[ \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} \\ \Delta\underline{y} &= \left[ \frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[ \frac{\partial h_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u}\end{aligned}\quad (14)$$

### 3.2.3 Zustandsraummodell

Durch die Anwendung der Linearisierungsvorschrift aus Gleichung 14 auf das Mittelwertmodell aus Unterabschnitt 3.1 resultiert das linearisierte Zustandsraummodell zu:

Grundstruktur des linearisierten Zustandsraummodells:

$$\Delta \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \cdot \frac{\partial i_{pv}(x_1, S, T_c)}{\partial x_1} \Big|_{x_1^*} & -\frac{1}{C} \cdot u^* \\ \frac{1}{L} \cdot u^* & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{x} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \cdot x_2^* \\ \frac{1}{L} \cdot x_1^* \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{u} \quad (15)$$

$$\Delta \underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{x} + \underline{0} \cdot \Delta \underline{u}$$

mit:

$$\Delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}_c$$

$$\Delta \underline{u} = \Delta \underline{d} = \underline{d}_{\text{dyn}} - \underline{d}$$

Die Terme  $\underline{x}_c$  und  $\underline{d}$  gleichen den Ruhelagen aus Gleichung 12 und  $d = 0.8579$ . Das vollständige lineare Zustandsraummodell ist in Gleichung 16 dargestellt und folgt durch die Berechnungen der einzelnen Terme aus Gleichung 15.

Linearisiertes Zustandsraummodell:

$$\Delta \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -150.4187 & -54.5419 \\ 486.5101 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{x} + \begin{bmatrix} -2.1763 \cdot 10^5 \\ 5.9499 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{u} \quad (16)$$

$$\Delta \underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta \underline{x} + \underline{0} \cdot \Delta \underline{u}$$

### 3.2.4 Überprüfung der Steuerbarkeit

Zur Überprüfung der Steuerbarkeit wird im ersten Schritt die Steuerbarkeitsmatrix  $Q_s$  nach der Vorschrift aus Gleichung 17 berechnet. Im Anschluss erfolgt die Berechnung der Determinante (quadratische Matrix) oder des Rangs (nichtquadratische Matrix).

Vorschrift:

$$\underline{Q}_s = \left( \underline{B} \quad \underline{A} \cdot \underline{B} \quad \dots \quad \underline{A}^{(n-1)} \cdot \underline{B} \right) \quad (17)$$

Steuerbarkeitsmatrix  $\underline{Q}_s$ :

$$\underline{Q}_s = \begin{bmatrix} -0.0022 \cdot 10^8 & 0.0028 \cdot 10^8 \\ 0.0059 \cdot 10^8 & -1.0588 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Die Matrix ist quadratisch, somit ist die Determinante maßgebend und muss ungleich Null sein.

Determinante von  $\underline{Q}_s$ :

$$\underline{\underline{det(\underline{Q}_s)}} = \underline{\underline{2.2873 \cdot 10^{13}}}$$

Das System ist steuerbar, da gilt:  $det(\underline{Q}_s) \neq 0$ .

## 4 Vergleich beider Systeme

In Abbildung 2 ist die Übersicht der notwendigen Simulationsstruktur dargestellt. Aus der Übersicht geht hervor, dass beide Systeme unterschiedliche Eingänge besitzen und somit ein direkter Vergleich ohne entsprechende Berücksichtigung der Linearisierungsvorschriften unmöglich ist. Das linearisierte Modell verwendet als Eingang im Gegensatz zum nichtlinearen Modell eine Differenz  $\Delta d$ . Dies folgt aus Gleichung 15. Die Variable  $d_{\text{dyn}}$  sei gleich der Konstante  $d$ . Die Strukturen des nichtlinearen und des linearen Modells sind zur Information in Abbildung 3 und Abbildung 4 visualisiert.

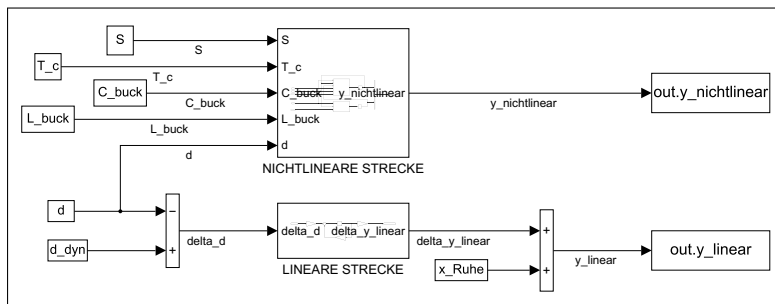


Abb. 2: Übersicht der Simulationsstruktur

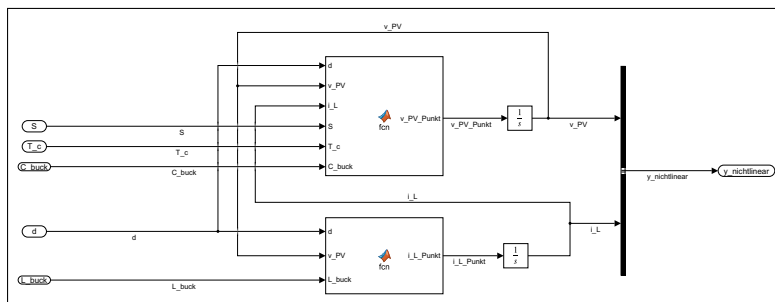


Abb. 3: Nichtlineare Strecke

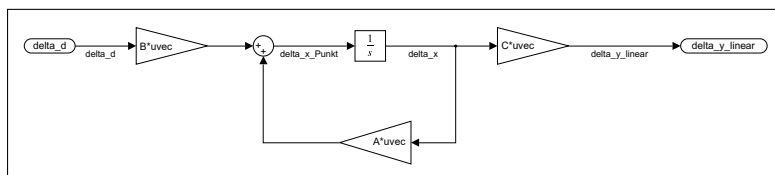


Abb. 4: Lineare Strecke

Um das lineare mit dem nichtlinearen Modell zu vergleichen, werden gemäß Unterunterabschnitt 3.2.3 zu den Zuständen  $\Delta \underline{x}$  die Ruhelagen  $\underline{x}^*$  aus Gleichung 12 addiert. Aus der Abbildung 5 und Abbildung 6 geht hervor, dass die implementierten Systeme für kleine Abweichungen von der Ruhelagen mit steigender Zeit  $t$  selbiges Verhalten aufweisen.

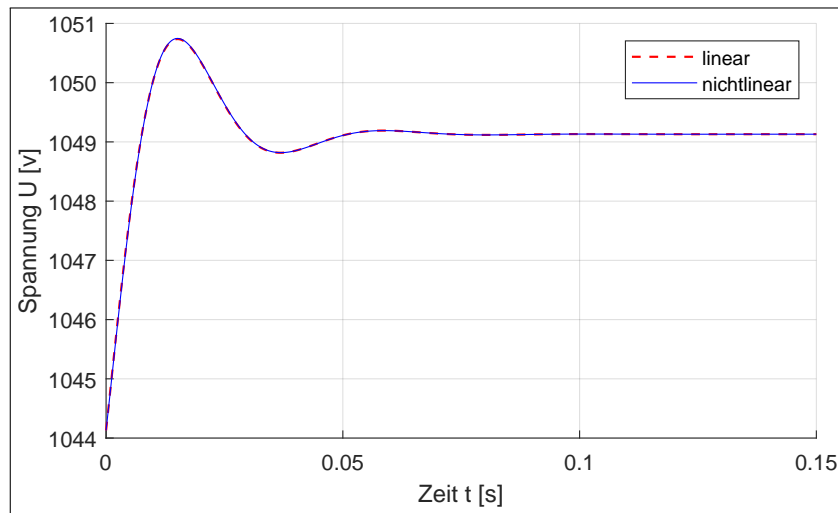


Abb. 5: Vergleich der Spannungen  $v_{PV}$  bei -5V Spannungsabweichung zur Ruhelage

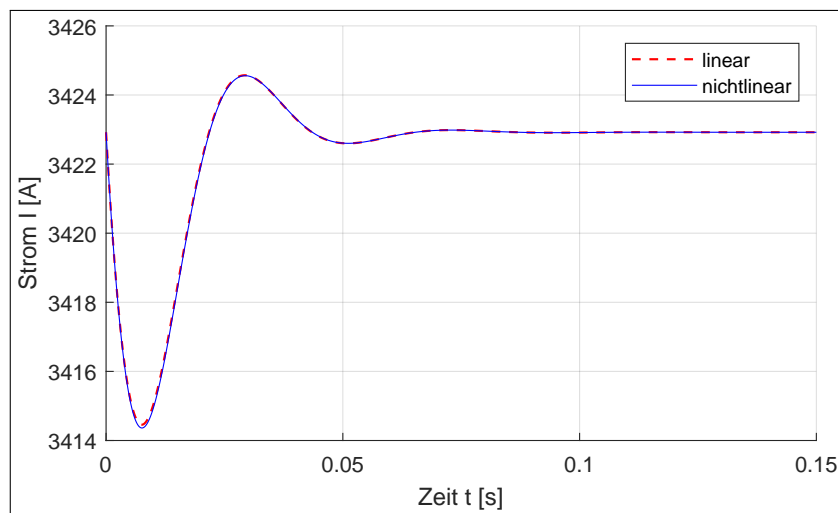


Abb. 6: Vergleich der Ströme  $i_L$  bei -5V Spannungsabweichung zur Ruhelage



## 5 Zustandsreglerentwurf

### 5.1 Einfache Zustandsrückführung

Auf Basis der Reglerstruktur aus Abbildung 7 folgt das notwendige Reglergesetz zu:

Reglergesetz:

$$\underline{u}(t) = -\underline{k} \cdot \underline{x}(t) \quad (19)$$

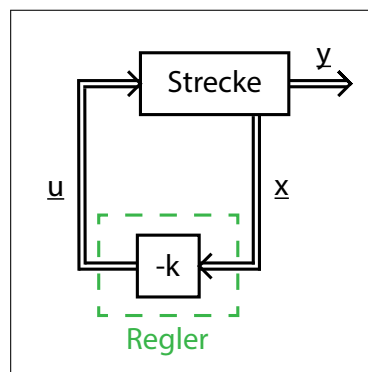


Abb. 7: Reglerstruktur der einfachen Zustandsrückführung

Die Berechnung der k-Faktoren wird mittels linearen Matrixungleichungen mithilfe von Matlab gelöst. Hierbei wird die exponentielle Stabilität mit der Decay-Rate  $\alpha$  berücksichtigt.

Matrixungleichung:

$$\begin{aligned} \underline{X} \cdot \underline{A}' + \underline{A} \cdot \underline{X} - \underline{M}' \cdot \underline{B}' - \underline{B} \cdot \underline{M} + 2 \cdot \alpha \cdot \underline{X} &< 0 \\ \underline{X} &> 0 \end{aligned} \quad (20)$$

mit:

$$\begin{aligned} \underline{X} &= \underline{x} \quad \underline{X} \in \mathbb{R}^{(2 \times 1)} \\ \underline{M} &= \underline{k} \cdot \underline{X} \quad \underline{M} \in \mathbb{R}^{(1 \times 2)} \end{aligned}$$

Die k-Faktoren folgen aus:  $\underline{k} = \underline{M} \cdot \underline{X}^{-1}$ . Die Decay-Rate wird mit 0.1 vorgesehen.

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} 0.7112 \cdot 10^{-3} & 0.0094 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Die Lage der Reglerpolstellen im Vergleich zu den Polstellen der Systemmatrix A sind in Abbildung 8 visualisiert. Die Berechnung der Reglerpolstellen ist folgendermaßen definiert:

Berechnung der Reglerpolstellen:

$$sP = \text{eig}(\underline{A} - \underline{B} \cdot \underline{k})$$

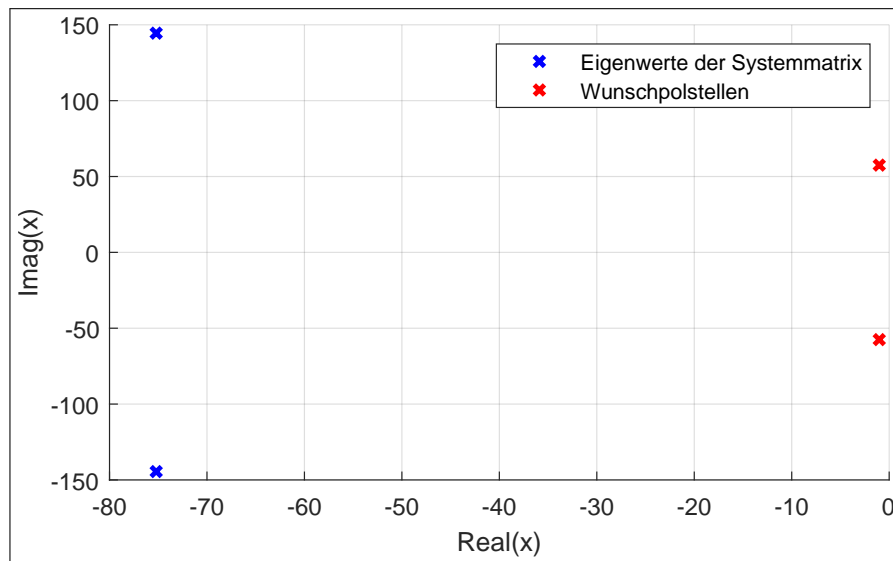


Abb. 8: Polstellenlage der einfachen Zustandsrückführung im Vergleich zur Systemmatrix

## 5.2 Referenzwertvorsteuerung

Die Reglerstruktur wird erweitert, sodass nun eine Referenzspannung vorgegeben wird. Diese wird mit einem Vorfilter F verrechnet (Abbildung 9).

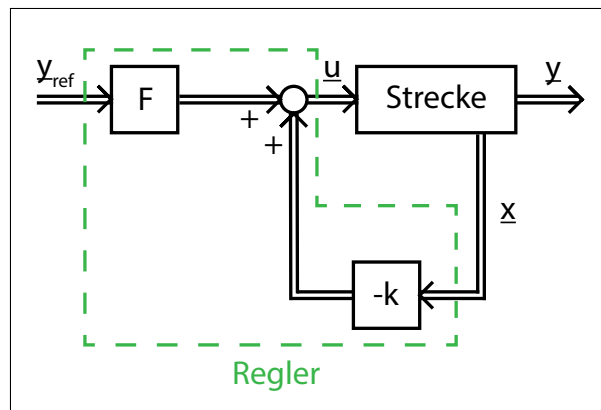


Abb. 9: Reglerstruktur der Referenzwertvorsteuerung

Das Reglergesetz resultiert zu:

Reglergesetz:

$$\underline{u}(t) = -\underline{k} \cdot \underline{x}(t) + \underline{F} \cdot \underline{y}_{\text{ref}(t)} \quad (22)$$

Die Berechnung der k-Faktoren erfolgt analog zum Unterabschnitt 5.1 mit einer Decay-Rate  $\alpha = 0.1$ .

k-Faktoren:

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} -0.7112 \cdot 10^{-3} & 0.0094 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Die Reglerpolstellen und die Eigenwerte der Systemmatrix werden in Abbildung 10 dargestellt.

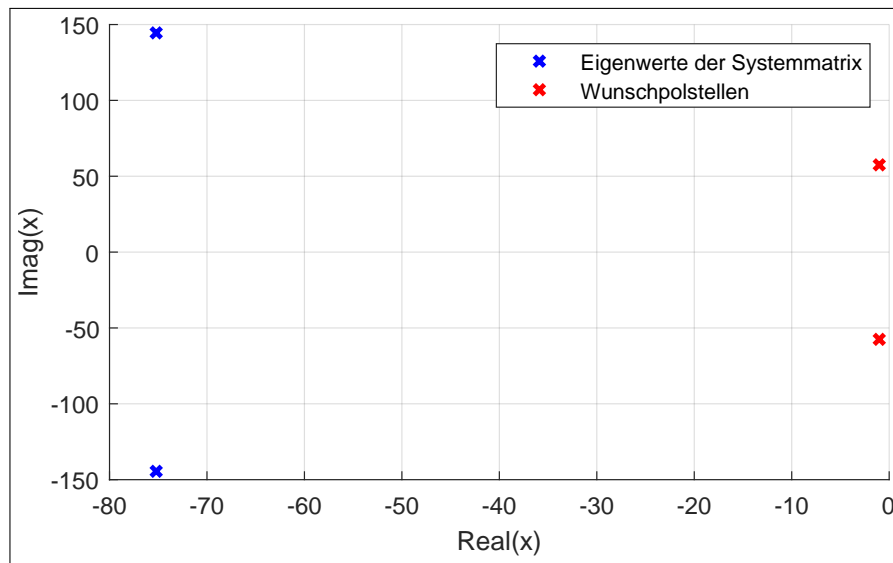


Abb. 10: Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung im Vergleich zur Systemmatrix

Die Berechnung des Vorfilters  $F$  wird auf Grundlage der Gleichung 24 durchgeführt.

$$\underline{F} = \left( C_{\text{Vor}} \cdot (-\underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \right)^{-1} \quad (24)$$

mit:

$$C_{\text{Vor}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Berechnung des Vorfilters ergibt:  $F = -1.0173 \cdot 10^{-4}$ .

### 5.3 I-Regelung

Das anzuwendende Reglergesetz folgt aus der Reglerstruktur in Abbildung 11.

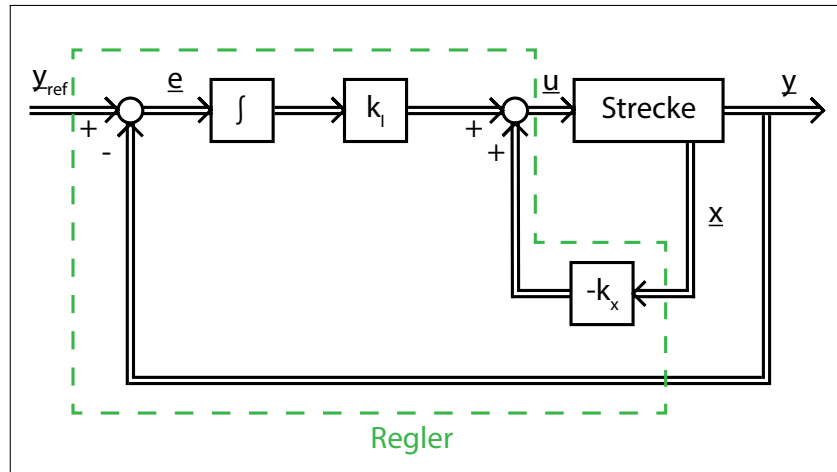


Abb. 11: Reglerstruktur der Regelung mit Integrationsglied

Reglergesetz:

$$\underline{u} = \underline{k}_I \cdot \int_0^t (\underline{y}_{\text{ref}} - \underline{y}) d\tau - \underline{k}_x \cdot \underline{x} \quad (25)$$

Zur Vereinfachung wird nachfolgende Definition eingesetzt.

Definition:

$$\underline{x}_I := \int_0^t (\underline{y}_{\text{ref}} - \underline{y}) d\tau$$

Einsetzen der Definition:

$$\underline{u} = \underline{k}_I \cdot \underline{x}_I - \underline{k}_x \cdot \underline{x} \quad (26)$$

$$\underline{u} = - \begin{bmatrix} \underline{k}_x & -\underline{k}_I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_I \end{bmatrix}$$

mit:

$$\tilde{\underline{k}} = \begin{bmatrix} \underline{k}_x & -\underline{k}_I \end{bmatrix} \quad (27)$$

Zur Berechnung der k-Faktoren wird ein erweitertes Zustandsraummodell eingeführt.

Erweitertes Zustandsraummodell:

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \tilde{x} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \cdot \underline{y}_{ref} \quad (28)$$

mit:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} ; \tilde{A} \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (n+p)} \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} ; \tilde{B} \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (m)} \\ \tilde{B}_y &= \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} ; \tilde{B}_y \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (p)} \end{aligned}$$

Die Matrix C wird wie in Unterabschnitt 5.2 definiert. Somit folgen die Matrizen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$  nach der Definition zu:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} -150.4187 & -54.5419 & 0 \\ 486.5101 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} -2.1763 \cdot 10^5 \\ 5.9499 \cdot 10^5 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Die anschließende Berechnung der notwendigen k-Faktoren erfolgt analog zu Unterabschnitt 5.2 mit den Tilde-Matrizen und  $X \in \mathbb{R}^{(3 \times 1)}$  und  $M \in \mathbb{R}^{(1 \times 3)}$ . Die Decay-Rate wird auf 0.1 festgelegt. Zur Veranschaulichung der Polstellenlagen dient Abbildung 12.

k-Faktoren:

$$k = \begin{bmatrix} 0.6921 \cdot 10^{-3} & -0.0034 \cdot 10^{-3} & 0.0497 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (29)$$

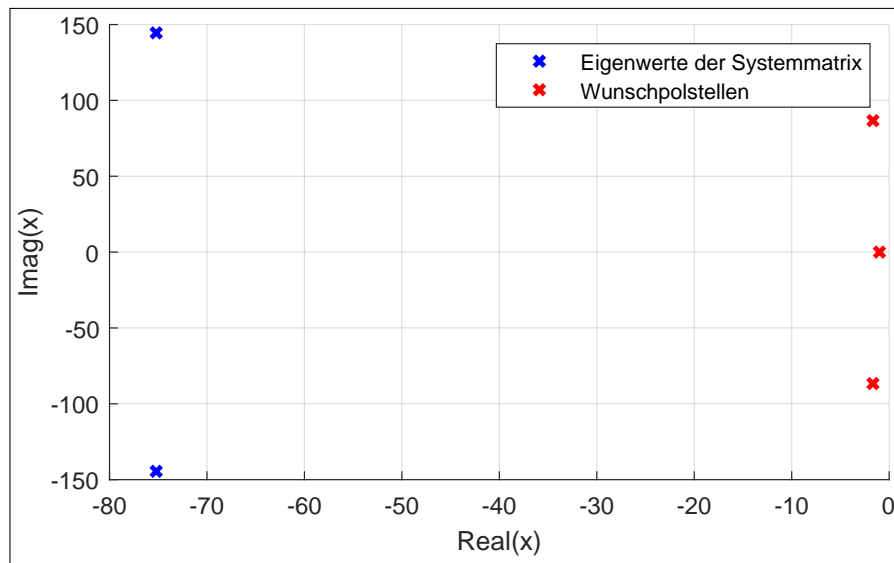


Abb. 12: Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung mit I-Anteil im Vergleich zur Systemmatrix

## 6 Reglervalidierung

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Regler mit einfacher Zustandsrückführung, mit Referenzwertvorsteuerung und mit I-Regelung entworfen wurden, soll deren Funktionalität nun validiert werden. Dazu werden diese in Simulink implementiert und mit der Regelstrecke gekoppelt. Validiert wird gegen das lineare und das nicht-lineare Zustandsraummodell aus Abschnitt 3. Die in Abschnitt 5 berechneten Reglerparameter (z. B. k-Faktoren) werden in Simulink eingesetzt. Anschließend sollen die Simulationsergebnisse auf ihre Plausibilität geprüft und das Regelverhalten bewertet werden.

### 6.1 Validierung des linearen Modells

Begonnen wird mit der Reglervalidierung am linearen Zustandsraummodell. Die lineare Strecke wurde bereits in Simulink umgesetzt und ist in Abbildung 4 dargestellt. Bei der Umsetzung der Regler am linearen Modell ist wichtig zu beachten, dass nicht nur der Regler mit Delta-Größen arbeitet, sondern auch die Regelstrecke Delta-Zustandsgrößen erwartet und ausgibt. Folglich müssen für die Ausgabe der Zustandsvektoren  $v_{PV}$  und  $i_L$  und der Eingangsgröße  $u$  in Diagrammform die Ruhelagen bzw. der Duty Cycle  $d$  addiert werden.

#### 6.1.1 Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung

Als erster Regler wurde der Zustandsregler mit einfacher Rückführung umgesetzt. Das Simulink-Blockschaltbild ist in Abbildung 13 gezeigt. Simuliert werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 21).

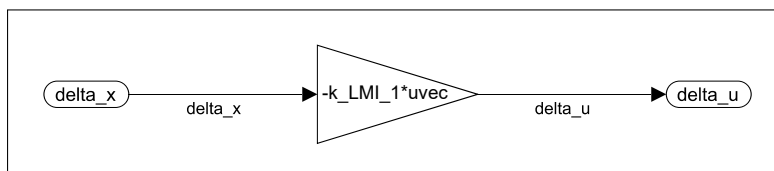


Abb. 13: Simulink Regler-Blockschaltbild für den einfachen Zustandsregler (lineares Zustandsraummodell)

Zur Validierung der Funktionsfähigkeit des Reglers wird der Anfangswert der Spannung  $v_{PV}$  um 10 V bezogen auf die Ruhelage der PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  abgesenkt. Abbildung 14 zeigt, dass der Regler fähig ist, das System wieder in die Ruhelage zu regeln. Dabei wird die Begrenzung der Eingangsgröße  $u$ , welche zwischen maximal 0 und 1 liegen darf aufgrund der Definition des Duty Cycles, nicht über- oder unterschritten.



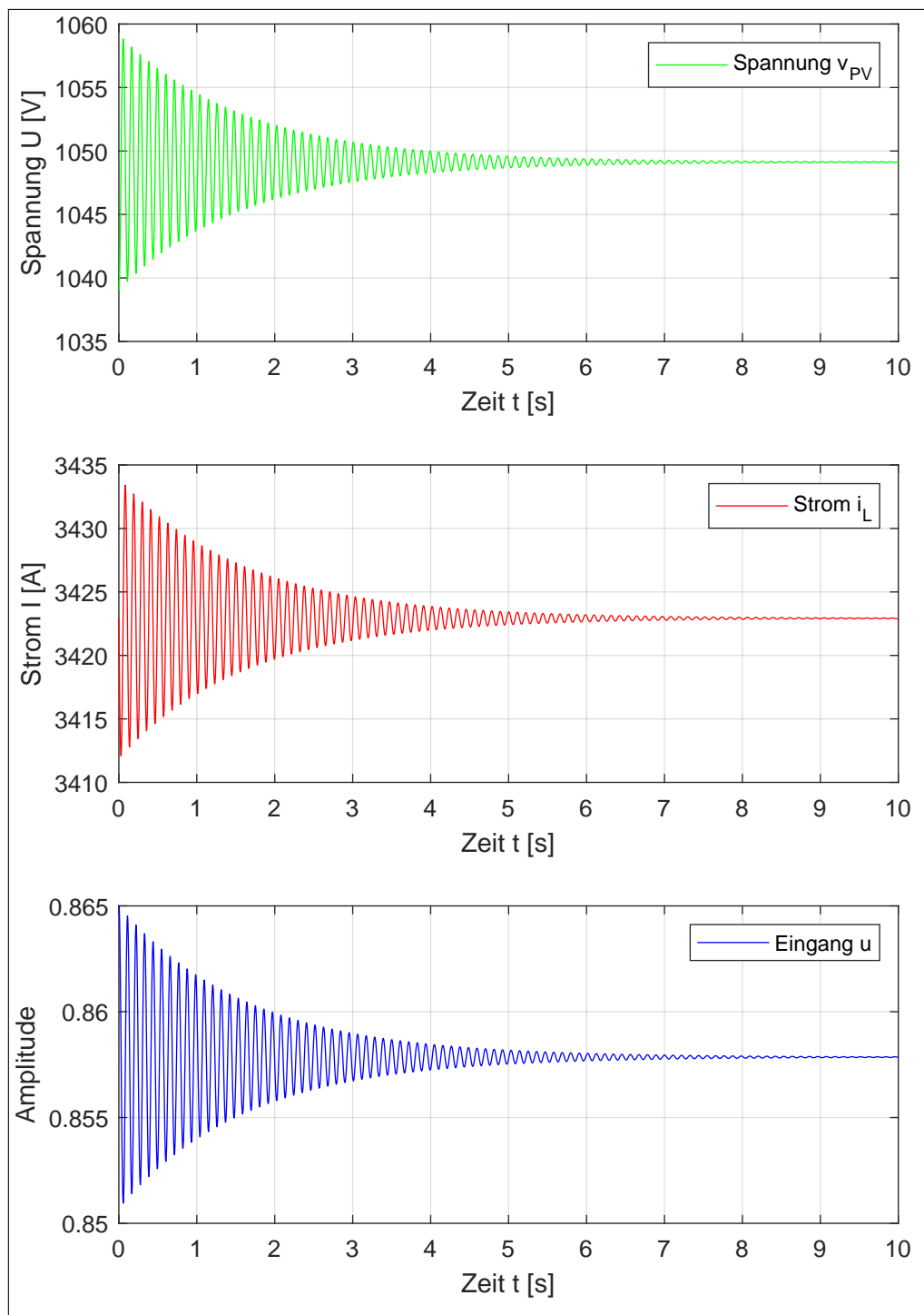


Abb. 14:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Eingangssprung von  $v_{PV,MPP} - 10$  V am einfachen Zustandsregler für das lineare Zustandsraummodell

Es fällt jedoch auf, dass das System stark schwingt und unter anderem dadurch ca. 8 s benötigt, um bei einer kleinen initialen Spannungsabweichung wieder zurück in die Ruhelage geregelt zu werden. Das beschriebene Verhalten kann als plausibel erachtet werden, da der Betrag des Imaginärteils der Polstellen um einen Faktor 50 größer ist als der Betrag des Realteils der Polstellen, was aus Abbildung 8 hervorgeht. Auf eine Verbesserung dieses Verhaltens über die Anpassung der LMI's wird an dieser Stelle verzichtet. Es konnte nachgewiesen werden, dass der Regler grundsätzlich seine Funktion erfüllt.

### 6.1.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

Als nächster Regler wird der Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung behandelt. Dessen Umsetzung in Simulink kann in Abbildung 15 nachvollzogen werden. Ebenfalls wieder simuliert, werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 23). Im Unterschied zum vorangegangenen Regler soll es nun auch möglich sein, einen Referenzwert für die PV-Spannung vorzugeben. Dazu wurde in Gleichung 24 ein Vorfilter  $F$  berechnet, über welchen ein Referenzwert  $y_{ref}$  vorgegeben werden kann.

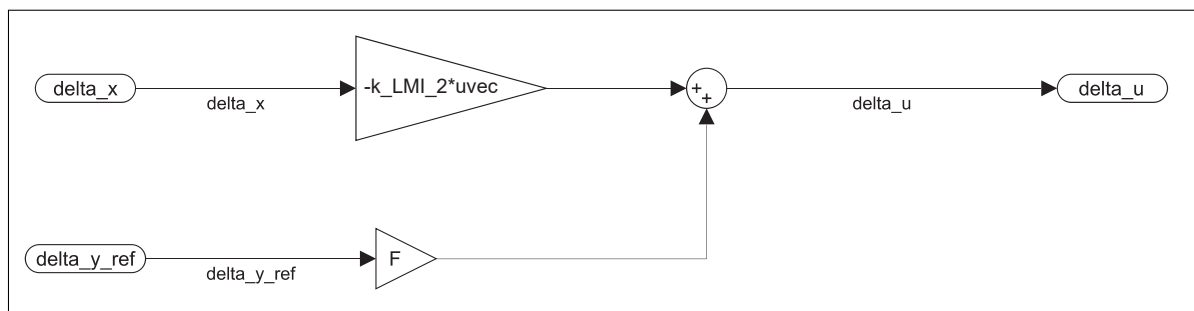


Abb. 15: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit Vorsteuerung (lineares Zustandsraummodell)

Zur Validierung der Funktionsfähigkeit des Reglers wird ein Referenzwert von +10 V bezogen für die PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  vorgegeben. Abbildung 16 zeigt, dass der Regler fähig ist das System zum angegeben Referenzwert auszuregeln. Dabei wird die Begrenzung der Eingangsgröße von  $u \in \mathbb{R} \mid 0 \leq u \leq 1$  nicht über- oder unterschritten.

Auch hier fällt auf, dass das System stark schwingt und erneut rund 8 s benötigt, um den gewünschten Referenzwert zu erreichen. Die Begründung findet sich ebenfalls in der Lage der Polstellen, bei welchen der Betrag des Imaginärteils 50-fach größer ist als der Betrag des Realteils (siehe Abbildung 10).

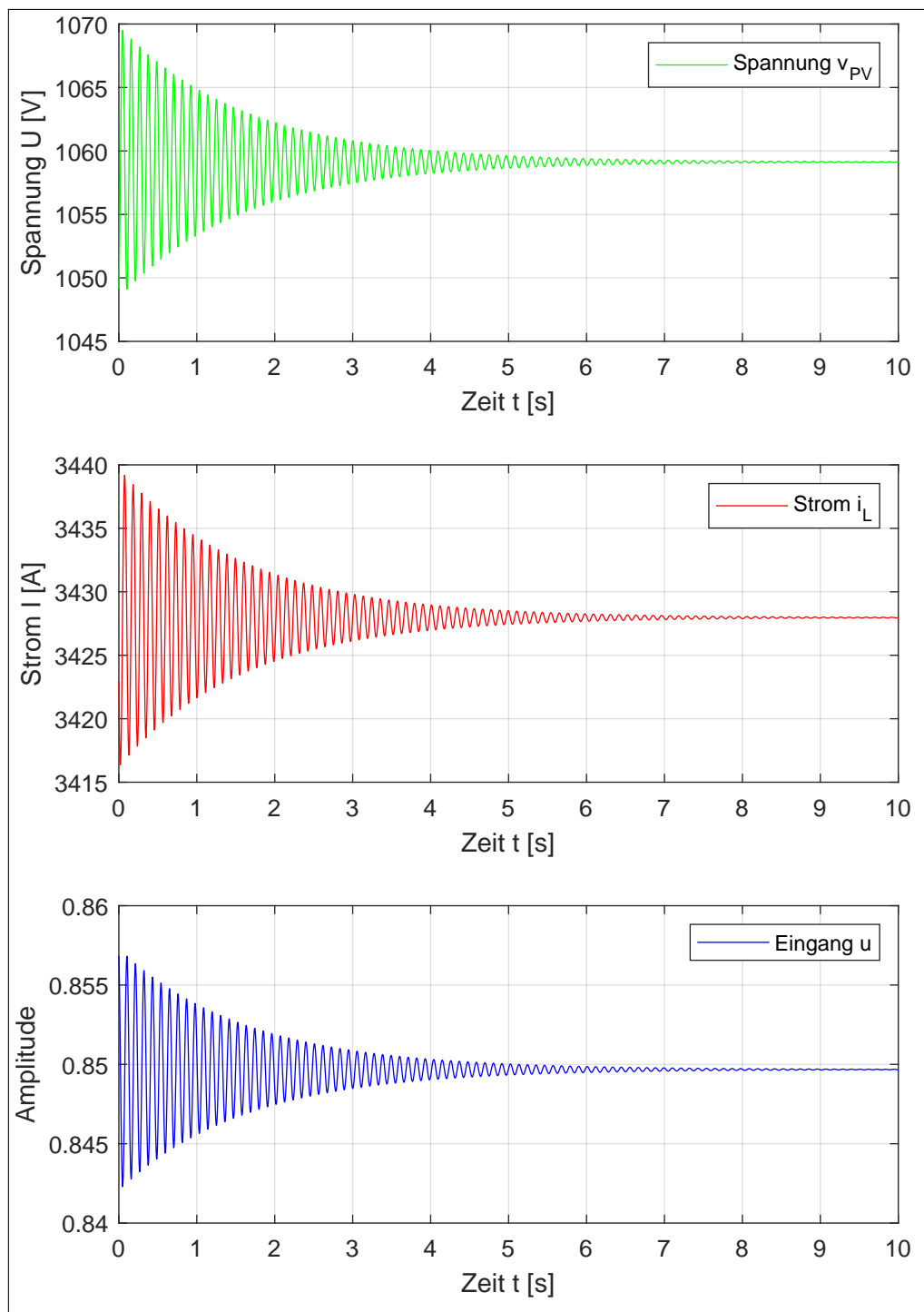


Abb. 16:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10 \text{ V}$  am Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung für das lineare Zustandsraummodell

### 6.1.3 Zustandsregler mit I-Regelung

Der dritte umgesetzte Zustandsregler ist der I-Regler. Die Implementation für Simulink ist in Abbildung 17 dargestellt. Auch hier werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 29) simuliert. Abweichend zu den vorherigen Reglern wird zunächst das erweiterte Zustandsraummodell aufgestellt (Gleichung 28), über welches die Tilde-Matrizen für die A- und B-Matrix erhalten werden können. Mit Hilfe dieser werden nun drei statt zwei k-Faktoren über LMI's berechnet. Wie auch schon bei der Referenzwertvorsteuerung ist es möglich einen Referenzwert  $y_{ref}$  vorzugeben. Der wesentliche Unterschied zur Vorsteuerung liegt im Aufintegrieren des Regelfehlers, wodurch eine generelle Optimierung des Regelverhaltens zu erwarten ist.

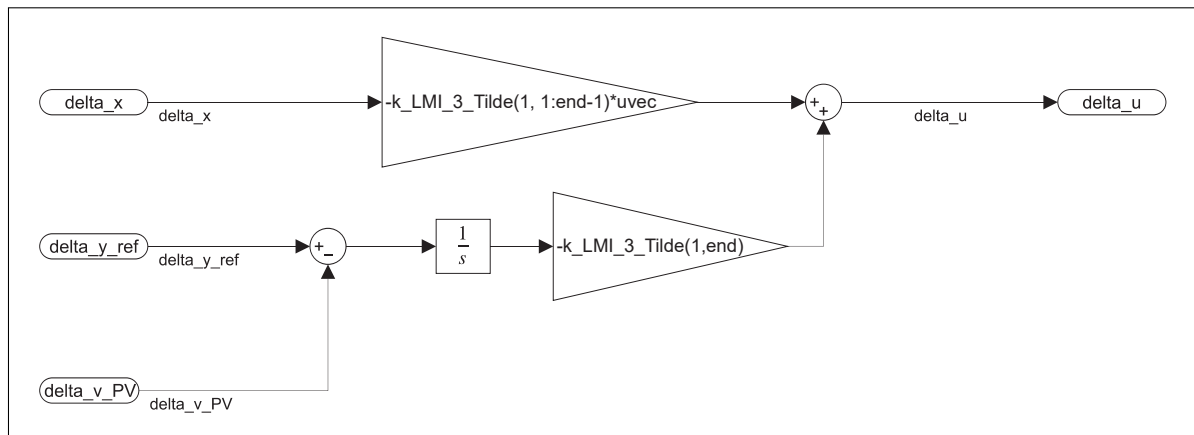


Abb. 17: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit I-Regelung (lineares Zustandsraummodell)

Zur Validierung der Funktionsfähigkeit des Reglers wird erneut ein Referenzwert von  $+10\text{ V}$  bezogen für die PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  vorgegeben. Abbildung 18 zeigt, dass der Regler fähig ist das System zum angegeben Referenzwert auszuregeln. Dabei wird die Begrenzung der Eingangsgröße von  $u \in \mathbb{R} \mid 0 \leq u \leq 1$  nicht über- oder unterschritten.

Es kann positiv vermerkt werden, dass das System im Vergleich zu den vorangegangenen Reglern nur noch minimal schwingt. Grund dafür ist vermutlich die dritte Polstelle (siehe Abbildung 12), die im Vergleich zu den ersten beiden keinen Imaginärteil aufweist und damit das System weniger schwingungsfähig macht. Begründet durch die höhere Komplexität des Reglers dauert der Vorgang des Ausregeln zu dem gewünschten Referenzwert jedoch ca. 2 s länger als beim Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung.

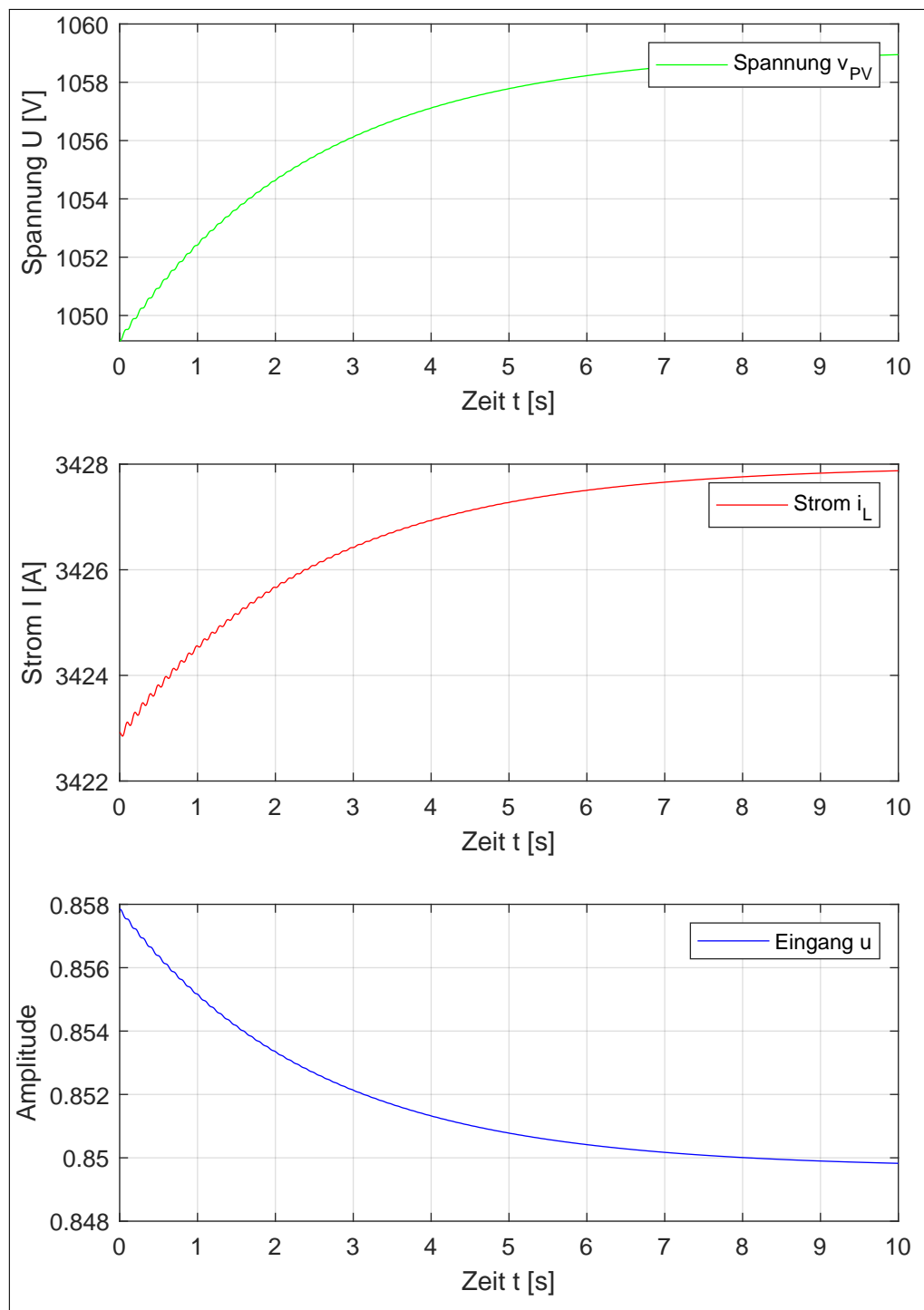


Abb. 18:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10\text{ V}$  am Zustandsregler mit I-Regelung für das lineare Zustandsraummodell

#### 6.1.4 Vergleich des Regelverhaltens

Abschließend wird ein Vergleich der drei Regelkonzepte für das lineare Zustandsraummodell vorgenommen. Dabei werden die Regler bezüglich der Performance gegenübergestellt. Um einen konkreten Vergleich vornehmen zu können, wurden die Kurvenverläufe, die bereits auf den vorhergehenden Seiten gezeigt worden sind, für die Größen  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  übereinander gelegt. Abbildung 19 zeigt den Vergleich der drei Zustandsregler.

Es ist zunächst offensichtlich, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Regler mit einfacher Zustandsrückführung und den beiden Reglern mit der Fähigkeit einen Referenzwert entgegenzunehmen besteht. Durch die Referenzwertvorgabe für die Spannung  $v_{PV}$  bei einem Referenzwert von +10 V bezogen für die PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  ist der Endwert für den Zustandsregler mit Vorsteuerung und für den Zustandsregler mit I-Regelung um 10 V größer. Dies ist im Spannungsdiagramm in Abbildung 19 ersichtlich.

Durch die angepasste Spannung ändert sich auch der Strom  $i_L$  und der Eingang  $u$  antiproportional zu der Differenz des Referenzwertes bezogen auf die Ruhelage.

Weiterhin ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit der drei Regler voneinander abweicht, obwohl für die Berechnung der k-Faktoren der Zustandsregler das selbe  $\alpha$  ( $\alpha = 0.1$ ) verwendet wurde. In der Abbildung 19 ist zu erkennen, dass die Hüllkurve des einfachen Zustandsreglers und die des Reglers mit Vorsteuerung annähernd identisch sind. Vergleicht man diese jedoch mit dem Kurvenverlauf des I-Reglers kann ermittelt werden, dass dieser, was das Ausregeln der Zustandsgröße  $v_{PV}$  angeht, etwas langsamer scheint. Dieses Phänomen ergibt sich vermutlich aus dem weiteren k-Faktor bei der I-Regelung und der damit einhergehenden erhöhten Komplexität, nicht zuletzt auch durch die ebenfalls dazugekommene Integration.

Bei der Betrachtung des Zustandsreglers mit I-Regelung im Vergleich zu den anderen beiden Regelkonzepten fällt auf, dass die Schwingungen stark reduziert sind. Dabei handelt es sich um einen wünschenswerten Effekt, der maßgeblich durch die Polstellenlage beeinflusst wird. Der I-Regler besitzt eine weitere Polstelle, welche rein reell ist und damit dämpfend gegenüber den Polstellen mit großem Imaginärteil wirkt.

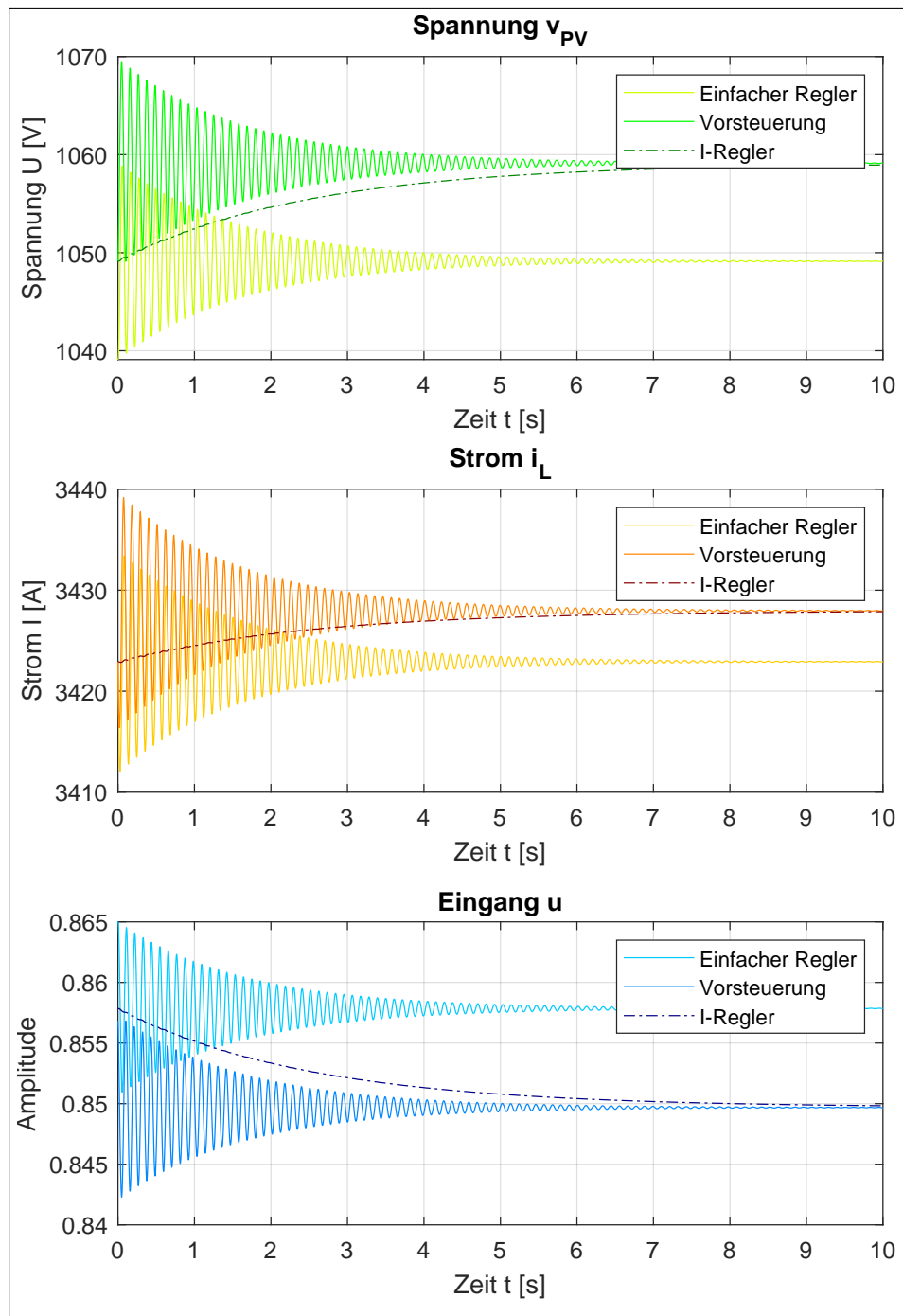


Abb. 19:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  für Regler mit einfacher Zustandsrückführung, Regler mit Referenzwertvorsteuerung und Regler mit I-Regelung bei einem Eingangssprung von  $v_{PV,MPP} - 10 \text{ V}$  bzw. einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10 \text{ V}$  am linearen Zustandsraummodell

## 6.2 Validierung des nichtlinearen Modells

Der zweite Unterabschnitt behandelt die Validierung der Regler am nichtlinearen Zustandsraummodell. Die nichtlineare Strecke wurde bereits in Simulink umgesetzt und ist in Abbildung 3 dargestellt. Bei der Umsetzung der Regler für das nichtlineare Modell ist wichtig zu beachten, dass ausschließlich der Regler mit Delta-Größen arbeitet, die Regelstrecke im Vergleich zum linearen Modell jedoch nicht. Für die Ausgabe der Zustandsvektoren  $v_{PV}$  und  $i_L$  in Diagrammform können direkt die Ausgänge der Regelstrecke visualisiert werden. Die Eingangsgröße  $u$  muss weiterhin mit dem Duty Cycle  $d$  verrechnet werden. Da die Zustandsvektoren auf den Regler zurückgeführt sind, muss am Eingang des Reglers die jeweilige Ruhelage subtrahiert werden. Dieser Zusammenhang ist beispielsweise in Abbildung 20 auf der linken Seite zu erkennen.

### 6.2.1 Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung

Erneut wird mit dem Zustandsregler mit einfacher Rückführung begonnen. Das Simulink-Blockschaltbild ist in Abbildung 20 gezeigt. Simuliert werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 21).

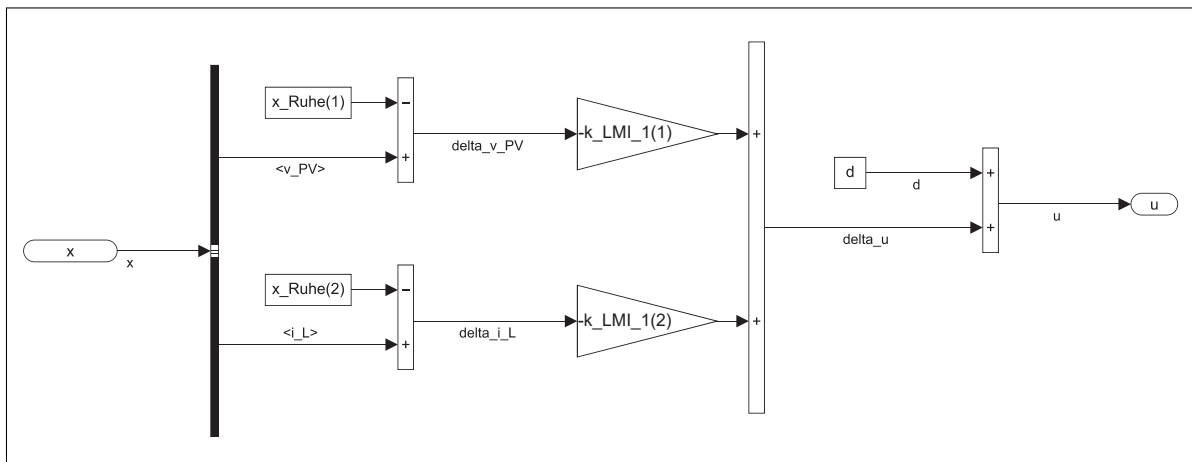


Abb. 20: Simulink Regler-Blockschaltbild für den einfachen Zustandsregler (nichtlineares Zustandsraummodell)

Zur Validierung der Funktionsfähigkeit des Reglers wird der Anfangswert der Spannung  $v_{PV}$  um 10 V bezogen auf die Ruhelage der PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  abgesenkt. Abbildung 21 zeigt nahezu identische Ergebnisse im Vergleich zum linearen Zustandsraummodell. Aufgrund dieser Erkenntnis wird auf weitere Analysen verzichtet.



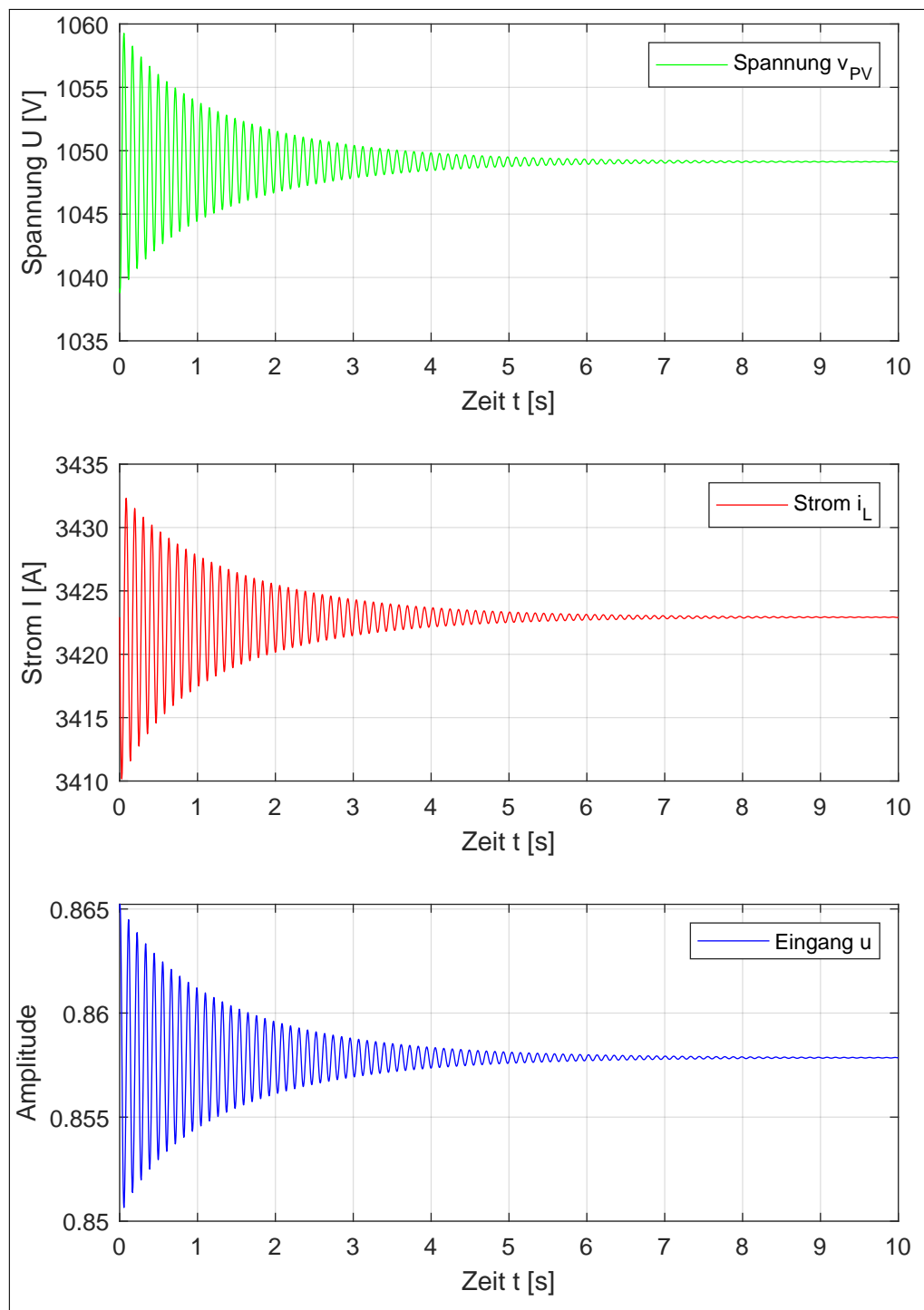


Abb. 21:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Eingangssprung von  $v_{PV,MPP} - 10$  V am einfachen Zustandsregler für das nichtlineare Zustandsraummodell

### 6.2.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

Nachfolgend wird der Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung auf das nichtlineare Zustandsraummodell angewendet. Die Umsetzung des Reglers in Simulink kann in Abbildung 22 nachvollzogen werden. Ebenfalls wieder simuliert, werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 23). Im Unterschied zum vorangegangenen Regler Soll es nun auch möglich sein, einen Referenzwert für die PV-Spannung vorzugeben. Dazu wurde in Gleichung 24 ein Vorfilter  $F$  berechnet, über welchen ein Referenzwert  $y_{ref}$  vorgegeben werden kann.

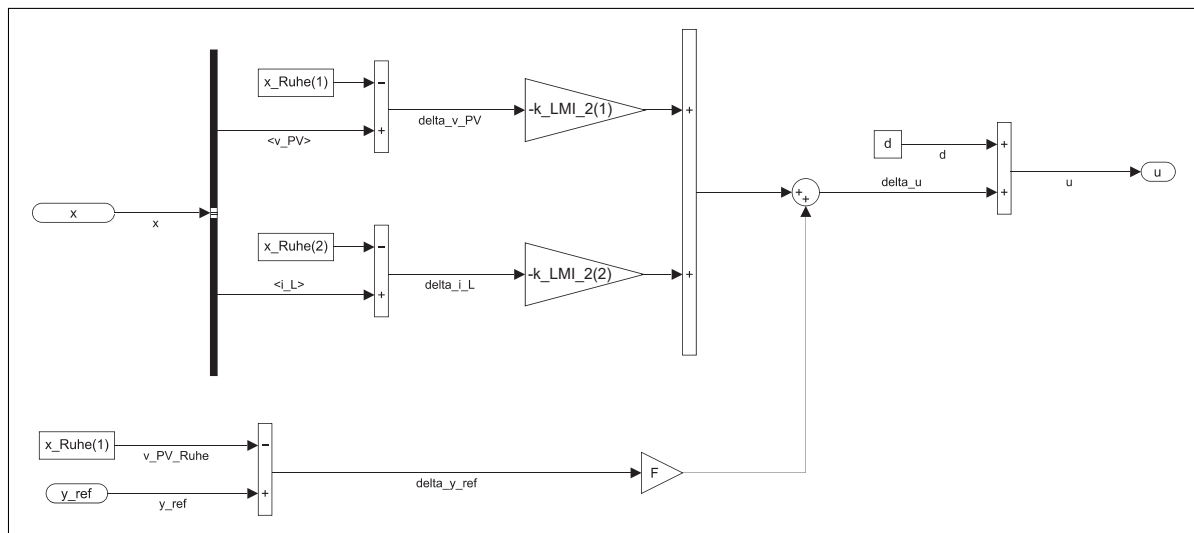


Abb. 22: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit Vorsteuerung (nichtlineares Zustandsraummodell)

Bei der Betrachtung der Ergebnisse aus Abbildung 23 fällt auf, dass sowohl die Spannung  $v_{PV}$ , der Strom  $i_L$  und der Eingang  $u$  von den Simulationsergebnissen aus Unterabschnitt 6.1.2 signifikant abweichen. Das System schwingt nur kurz und ist in unter 500 ms zum Referenzwert ausgeglichen. Es scheint, als wäre die Performance des Reglers stark gesteigert. Es handelt sich jedoch vermutlich um die Auswirkungen des Regelfehlers bei der Referenzwertvorsteuerung, welche sich offensichtlich positiv auf das Regelverhalten auswirken.

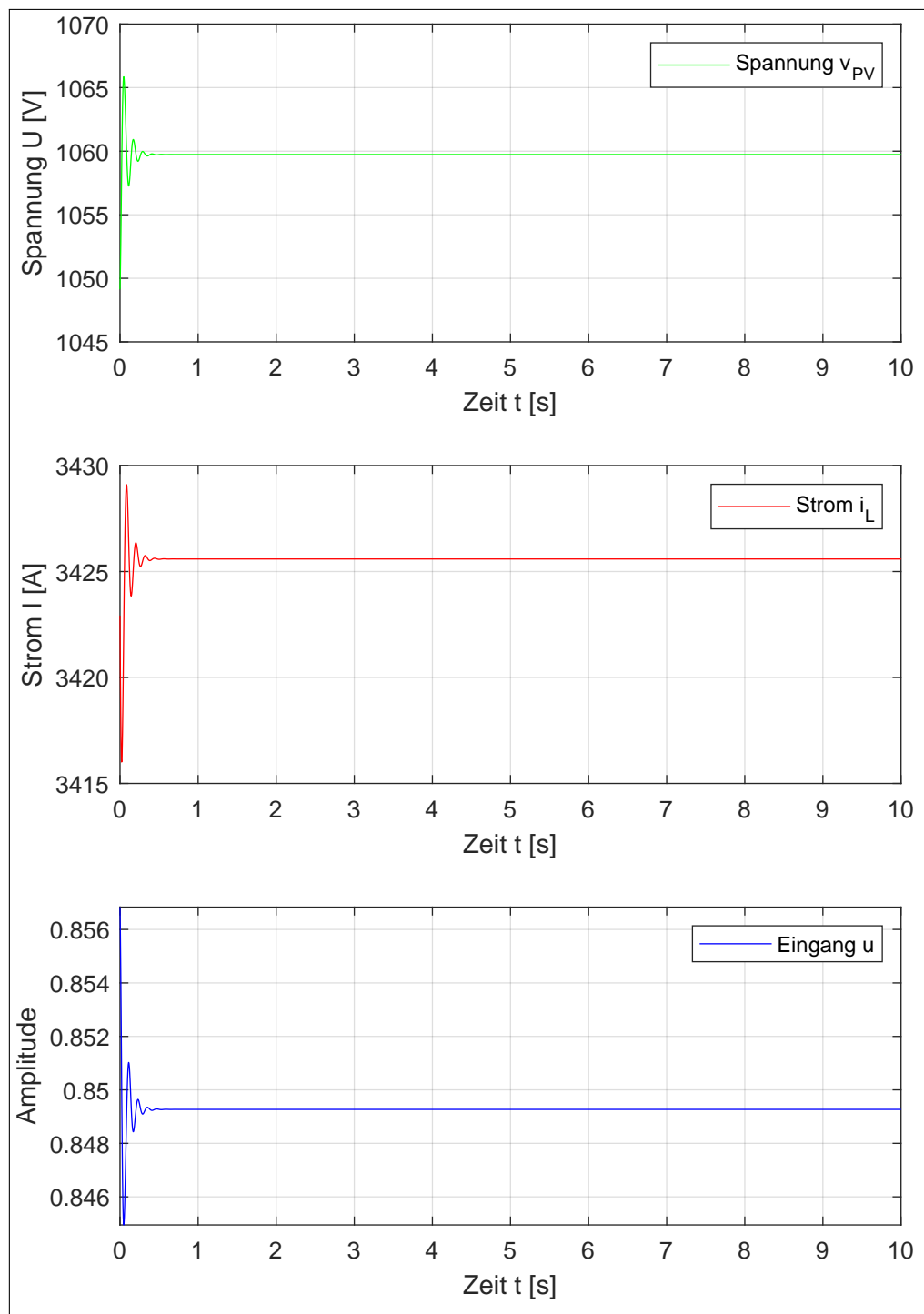


Abb. 23:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10\text{ V}$  am Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung für das nichtlineare Zustandsraummodell

### 6.2.3 Zustandsregler mit I-Regelung

Der zuletzt umgesetzte Zustandsregler ist der I-Regler für das nichtlineare Zustandsraummodell. Die Implementation für Simulink ist in Abbildung 24 dargestellt. Auch hier werden die Zustandsgrößen  $v_{PV}$  und  $i_L$  sowie die Eingangsgröße  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  für die Berechnung der k-Faktoren mit LMI's (siehe Gleichung 29) simuliert. Abweichend zu den vorherigen Reglern wird zunächst das erweiterte Zustandsraummodell aufgestellt (Gleichung 28), über welches die Tilde-Matrizen für die A- und B-Matrix erhalten werden können. Mit Hilfe dieser werden nun drei statt zwei k-Faktoren über LMI's berechnet. Wie auch schon bei der Referenzwertvorsteuerung ist es möglich einen Referenzwert  $y_{ref}$  vorzugeben. Der wesentliche Unterschied zur Vorsteuerung liegt im Aufintegrieren des Regelfehlers, wodurch eine generelle Optimierung des Regelverhaltens zu erwarten ist.

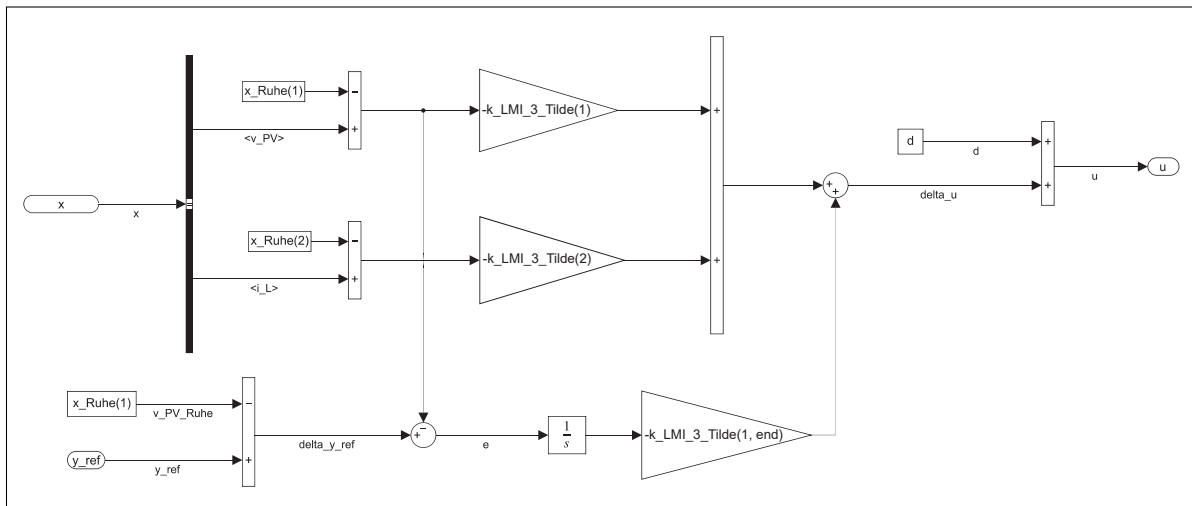


Abb. 24: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit I-Regelung (nichtlineares Zustandsraummodell)

Zur Validierung der Funktionsfähigkeit des Reglers wird erneut ein Referenzwert von  $+10V$  bezogen für die PV-Spannung  $v_{PV,MPP}$  vorgegeben. Abbildung 25 zeigt nahezu identische Ergebnisse im Vergleich zum linearen Zustandsraummodell. Aufgrund dieser Erkenntnis wird auf weitere Analysen verzichtet.

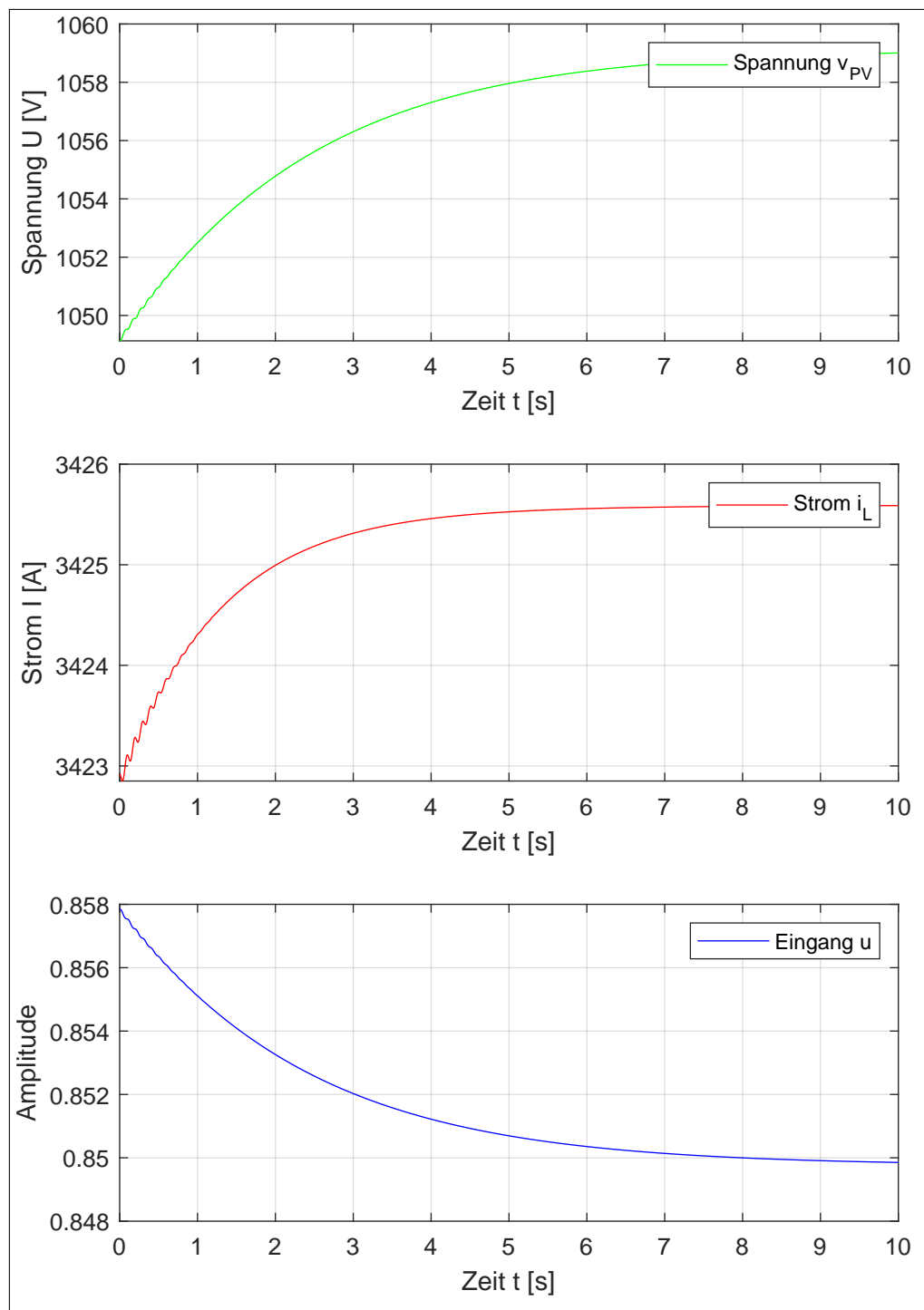


Abb. 25:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  bei  $\alpha = 0.1$  und einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10$  V am Zustandsregler mit I-Regelung für das nichtlineare Zustandsraummodell

#### 6.2.4 Vergleich des Regelverhaltens

Abschließend kann festgehalten werden, dass die drei entwickelten Regler auch auf das nichtlineare Zustandsraummodell angewendet werden können und grundsätzlich plausible Ergebnisse produzieren. Bei der Referenzwertvorgabe für den Regler mit Vorsteuerung bzw. Regler mit I-Regelung konnte quantitativ ermittelt werden, dass die Performance der Zustandsregler nur für Referenzwerte von  $y_{\text{ref}} \in \mathbb{R} \mid -9\text{ V} \leq y_{\text{ref}} \leq +12\text{ V}$  ausreicht.

Bis auf die Regelung mit Referenzwertvorsteuerung konnten annähernd identische Kurvenverläufe im Vergleich zu den Simulationen am linearen Modell festgestellt werden. Besagte Unterschiede wurden bereits in Unterunterabschnitt 6.2.2 analysiert und festgehalten. Somit wird auf weitere Vergleiche an dieser Stelle verzichtet.

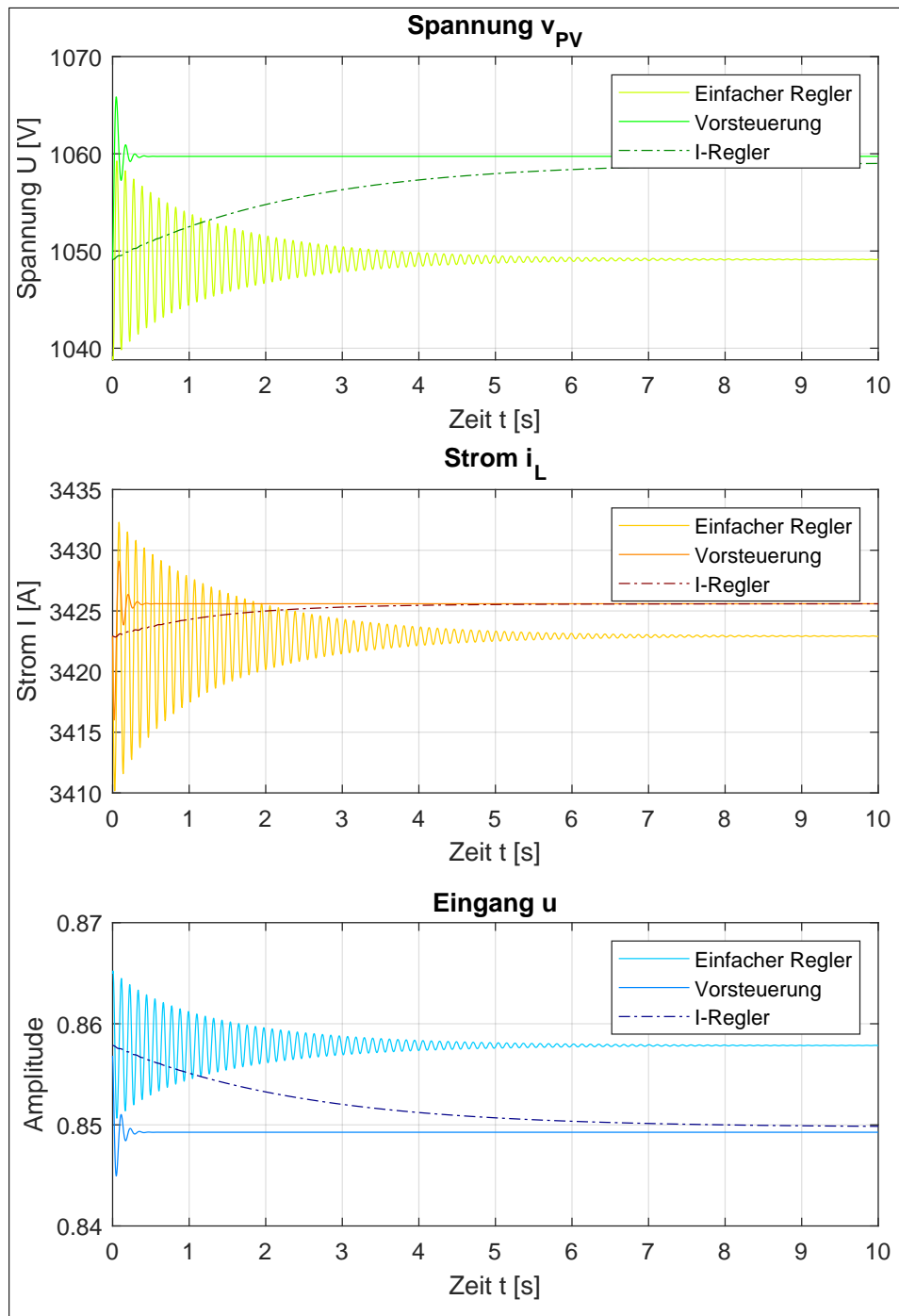


Abb. 26:  $v_{PV}$ ,  $i_L$  und  $u$  für Regler mit einfacher Zustandsrückführung, Regler mit Referenzwertvorsteuerung und Regler mit I-Regelung bei einem Eingangssprung von  $v_{PV,MPP} - 10$  V bzw. einem Referenzwert von  $y_{ref} = v_{PV,MPP} + 10$  V am nichtlinearen Zustandsraummodell

## 7 Ausblick

Wie bereits in Abschnitt 6 aufgefallen ist, schwingt das System sehr stark bei Reglern mit einfacher Zustandsrückführung und Zustandsreglern mit Referenzwertvorsteuerung. Grund dafür ist der Betrag des Imaginärteils der Polstellen, welcher um ein Vielfaches größer ist als der Betrag des Realteils. Um den Imaginärteil zu verkleinern besteht die Möglichkeit die Polregion über LMI's weiter einzuschränken. Der aktuelle Ansatz nutzt lediglich eine Einschränkung über die Vorgabe eines  $\alpha$ -Wertes, um die Polstellen links einer vorgegebenen Position auf der Real-Achse zu platzieren.

Das bisherige LMI könnte über zusätzliche Vorgaben erweitert werden, um die Polregion zu verkleinern bzw. zu optimieren. Dazu wird ein Parameter  $r$  für die Auslegung eines Kreisradius um den Koordinatenursprung eingeführt sowie ein  $\theta$ , um einen Sektor links der Imaginärachse über die Wahl eines Winkels festzulegen. Die sich ergebende Polregion ist in Abbildung 27 dargestellt.

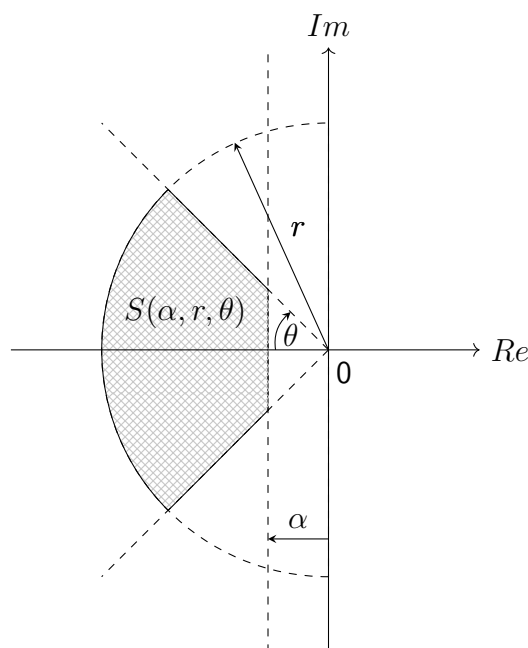


Abb. 27: Polregion bei Erweiterung des LMI zu  $S(\alpha, r, \theta)$

Die Formulierung der erweiterten LMI ist nachfolgend dargestellt:



$$\begin{aligned}
\Gamma^1 &= AX + XA^T - BM - M^T B^T + 2\alpha X \\
\Gamma^2 &= \begin{pmatrix} (AX + XA^T - BM - M^T B^T) \sin \theta & (AX + XA^T - BM + M^T B^T) \cos \theta \\ (XA^T - AX - BM - M^T B^T) \cos \theta & (AX + XA^T - BM - M^T B^T) \sin \theta \end{pmatrix} \\
\Gamma^3 &= \begin{pmatrix} -rX & AX - BM \\ XA^T - M^T B^T & -rX \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{30}$$

## Literaturverzeichnis

- [1] HTW-Logo auf dem Deckblatt  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Logo\\_HTW\\_Berlin.svg](https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Logo_HTW_Berlin.svg)  
Stand: 17.08.2018 um 14:49 Uhr
- [2] HTW-Logo in der Kopfzeile  
<http://tonkollektiv-htw.de/>  
Stand: 17.08.2018 um 14:53 Uhr
- [3] Skript Moderne Methoden der Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte
- [4] Anleitung Linearisierung eines zeitinvarianten,  
nichtlinearen Zustandmodells  
Prof. Dr.-Ing. Heide Brandstädter
- [5] Regelungs- und Steuerungstechnik: Polstellenverteilung  
Prof. Dr.-Ing. M. Buss
- [6] Beobachtbarkeit und Beobachter für lineare Kontrollsysteme  
Judith Schmidt, Universität Bayreuth