



Hochschule für Technik
und Wirtschaft Berlin

University of Applied Sciences

Inverses Pendel: Moderne Methoden der Regelungstechnik (VA1)

Name: Sebastian Richter
Aaron Zielstorff

Matrikelnummer:
572906
567183

Fachbereich: FB1
Studiengang: M. Elektrotechnik
Fachsemester: 2. FS
Fach: VA1 Moderne Methoden der Regelungstechnik
Dozent: Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte
Abgabe am: 19. Juli 2022

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung in die Regelaufgabe	5
2 Modellierung: Energiemethode nach Lagrange	7
2.1 Ansatz	7
2.2 Freiheitsgrade und Zwangsbedingungen	7
2.3 Generalisierte Koordinaten	7
2.4 Berechnung der kinetischen und potentiellen Energie	8
2.5 Herleitung der Bewegungsgleichungen	9
3 Nichtlineares Zustandsraummodell	11
3.1 Umformungen	11
3.2 Zustandsraumdarstellung (nichtlinear)	11
4 Linearisiertes Zustandsraummodell	13
4.1 Linearisierungsvorschrift	13
4.2 Stabile und instabile Ruhelage	13
4.3 Zustandsraumdarstellung (linear)	14
4.4 Überprüfung der Steuerbarkeit	15
5 Vergleich beider Systeme	16
6 Zustandsreglerentwurf	19
6.1 Ackermann-Formel	19
6.2 Vorsteuerung	22
6.3 I-Regelung	26
7 Reglervalidierung	28
7.1 Validierung des linearen Modells	28
7.1.1 Zustandsregler mit Ackermann-Formel	28
7.1.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung	30
7.1.3 Zustandsregler mit I-Regelung	33
7.1.4 Vergleich des Regelverhaltens	36
7.2 Validierung des nicht-linearen Modells	36
7.2.1 Zustandsregler mit Ackermann-Formel	36
7.2.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung	36
7.2.3 Zustandsregler mit I-Regelung	36
7.2.4 Vergleich des Regelverhaltens	36

8 Beobachtbarkeit	37
8.1 Überprüfung der Beobachtbarkeit	37
8.2 Beobachterentwurf	37
8.3 Beobachtervalidierung	37
Literaturverzeichnis	38

Abbildungsverzeichnis

1	Skizze des Aufbaus der Regelaufgabe	6
2	Simulinkmodell des nichtlinearen Systems	16
3	Simulinkmodell des linearisierten Systems	16
4	Vergleich der beiden radialen Winkelverläufe	17
5	Vergleich der beiden Winkelverläufe in Grad	17
6	Vergleich der beiden Winkelverläufe in Grad mit Abweichung	18
7	Reglerstruktur Ackermann	19
8	Polstellenlage	21
9	Reglerstruktur Vorsteuerung	22
10	Reglerstruktur I-Regelung	26
11	φ für Regler mit Ackermann-Formel	28
12	x_M für Regler mit Ackermann-Formel	29
13	u für Regler mit Ackermann-Formel	29
14	φ für Regler mit Vorsteuerung	30
15	x_M für Regler mit Vorsteuerung	31
16	u für Regler mit Vorsteuerung	32
17	φ für Regler mit I-Regelung	33
18	x_M für Regler mit I-Regelung	34
19	u für Regler mit I-Regelung	35

Tabellenverzeichnis

1	Modellparameter des Inversen Pendels	5
---	--	---

1 Einführung in die Regelaufgabe

Ziel des Beleges ist die Modellierung und Regelung eines inversen Pendels, welches auf einem durch einen Motor bewegten Schlitten befestigt ist. Über die Regelung soll es möglich sein das Pendel in der instabilen Ruhelage aufrecht stehen zu lassen. Dies soll ausschließlich über die Bewegung des Schlittens möglich sein. Es gelten folgende Voraussetzungen für das System:

- Das Pendel ist frei gelagert.
- Der Motor (Synchronmaschine) ist momentengeregt.
- Die Position und Geschwindigkeit des Schlittens werden erfasst.
- Der Winkel, aber nicht die Winkelgeschwindigkeit, des Pendels wird gemessen.

Es werden folgende Einschränkungen festgelegt:

- Der Schlitten darf den Arbeitsbereich nicht verlassen.
- Es soll ein Zustandsregler mit vier Zuständen verwendet werden.
- Für die Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit ist eine Rekonstruktion über einen Beobachter notwendig.

Für die Umsetzung der Aufgabe sind nachfolgende Modellparameter gegeben:

Symbol	Parameter	Wert
l	Länge des Pendels	40 cm
m	Gewicht des Pendels	260 g
M	Gewicht des gesamten Schlittens	3 kg
F_c	Coulombsche Reibung	$16 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
d	Dämpfungskoeffizient des Schlittens	$7 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$
d_{Mf}	Lagerreibung	$0,00095 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

Tab. 1: Modellparameter des Inversen Pendels

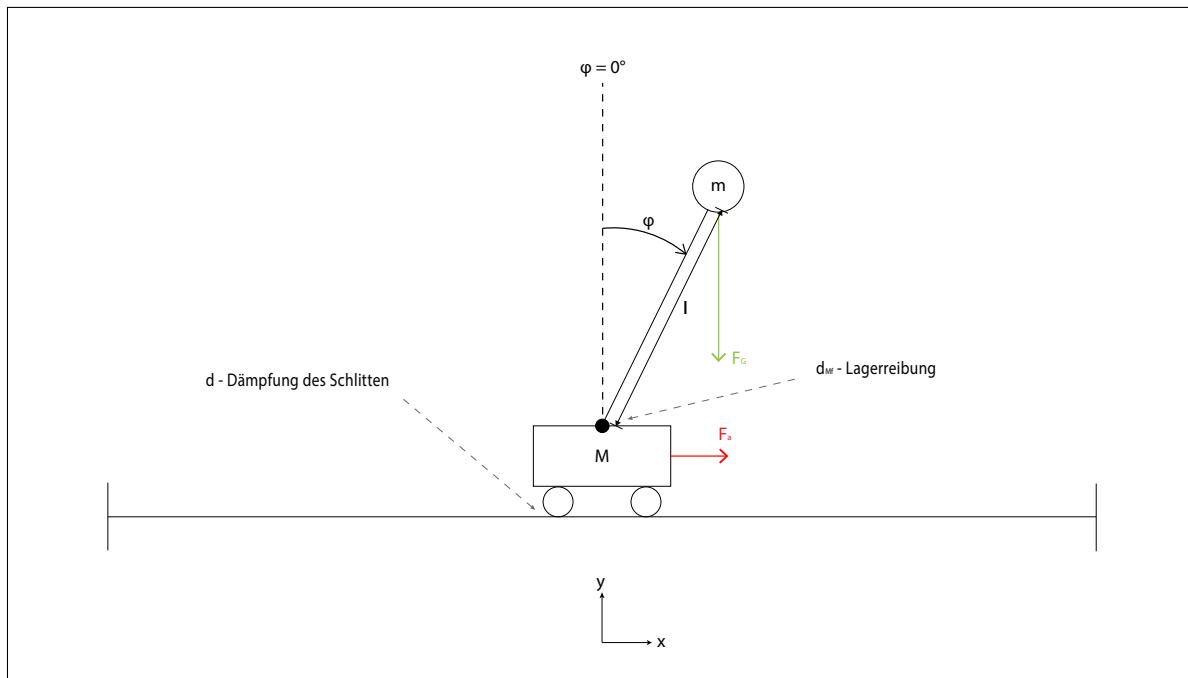


Abb. 1: Skizze des Aufbaus der Regelaufgabe Inverses Pendel mit Darstellung der Einwirkenden Kräfte und Momente

2 Modellierung: Energiemethode nach Lagrange

2.1 Ansatz

Die nachfolgende Gleichung zeigt den Lagrange Ansatz unter Berücksichtigung der dissipativen Funktion. Diese besagt in Erweiterung zu der Lagrange-Formulierung, dass Energie in einem Vorgang in Wärme umgewandelt wird. Mit Hilfe der dissipativen Funktion können Reibungsverluste bei der Energiemethode nach Lagrange berücksichtigt werden.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_i \quad (1)$$

2.2 Freiheitsgrade und Zwangsbedingungen

In Abbildung 1 sind zwei Massepunkte im \mathbb{R}^2 zu erkennen. Somit gilt grundsätzlich:

- 2 Punkte: 4 Freiheitsgrade (FHG)

Das inverse Pendel besitzt jedoch auch zwei Zwangsbedingungen, die wie folgt formuliert werden können:

- Der Wagen kann sich nur horizontal bewegen:
 $y_M = 0$
- Die Masse m am Ende des Pendels ist mit dem Wagen gekoppelt:
 $(y_M - y_m)^2 + (x_M - x_m)^2 = l^2$

Somit bleiben am Ende noch zwei Freiheitsgrade (FHG) übrig.

2.3 Generalisierte Koordinaten

Aus den verbliebenen Freiheitsgraden können nun die beiden generalisierten Koordinaten abgeleitet werden.

- $q_1 = x_M$
- $q_2 = \varphi$

2.4 Berechnung der kinetischen und potentiellen Energie

Der Ansatz zur Berechnung einer kinetischen Energie ist nachfolgend gezeigt.

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (2)$$

Zu berücksichtigen ist, dass beide Massen (m und M) eine kinetische Energie besitzen (Gleichung 3 und Gleichung 4).

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_m^2 \quad (3)$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) \quad (4)$$

Weiter gilt:

$$x_m = x_M + l \cdot \sin(\varphi)$$

$$y_m = l \cdot \cos(\varphi)$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_M + l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi$$

$$\dot{y}_m = -l \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin(\varphi)$$

Daraus resultiert:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot ((\dot{x}_M + l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi))^2 + (-l \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin(\varphi))^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_M^2 + 2 \cdot \dot{x}_M \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) + l^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos^2(\varphi) + l^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin^2(\varphi)) \\ &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{x}_M^2 + m \cdot \dot{x}_M \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \\ &\quad \cdot m \cdot l^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos^2(\varphi) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot l^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin^2(\varphi) \end{aligned}$$

Durch das Zusammenfassen der vorangegangenen Beziehung folgt die Gleichung 5 für die gesamte kinetische Energie des Systems.

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_M^2 \cdot (M + m) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot \dot{x}_M \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) + l^2 \cdot \dot{\varphi}^2) \quad (5)$$

Ausschließlich die Masse m am Pendelende besitzt eine für den Lagrange-Formalismus relevante potentielle Energie (Gleichung 6).

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot h \\ E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot y_m \\ E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (6)$$

2.5 Herleitung der Bewegungsgleichungen

Die Lagrange-Funktion wird aus der Differenz der kinetischen und der potentiellen Energie berechnet (Gleichung 7).

$$L = E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}} \quad (7)$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_M^2 \cdot (M + m) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot \dot{x}_M \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) + l^2 \cdot \dot{\varphi}^2) - m \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi) \quad (8)$$

Im ersten Schritt wird die Bewegungsgleichung des Wagens hergeleitet. Dafür wird zunächst Gleichung 8 nach der ersten zeitlichen Ableitung der generalisierten Koordinate x_M partiell differenziert:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_M} = (M + m) \cdot \dot{x}_M + m \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) \quad (9)$$

Die vorangegangene Gleichung wird zeitlich differenziert:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_M} \right) = (M + m) \cdot \ddot{x}_M + m \cdot l \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin(\varphi)) \quad (10)$$

Im zweiten Schritt wird die Lagrange-Funktion nach der generalisierten Koordinate x_M abgeleitet.

$$\frac{\partial L}{\partial x_M} = 0 \quad (11)$$

Abschließend wird die dissipative Funktion nach der 1. Ableitung der generalisierten Koordinate x_M differenziert.

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_M} = d \cdot \dot{x}_M \quad (12)$$

Durch das Einsetzen der Gleichung 9 bis Gleichung 12 in den Ansatz aus Gleichung 1 resultiert die vollständige Bewegungsgleichung des Wagens.

$$(M + m) \cdot \ddot{x}_M + m \cdot l \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos(\varphi) - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin(\varphi)) + d \cdot \dot{x}_M = F_a \quad (13)$$

Analog wird die Bewegungsgleichung des Pendels entwickelt. Hierbei wird zunächst Gleichung 8 nach der 1. Ableitung der generalisierten Koordinate φ partiell differenziert.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m \cdot l \cdot \dot{x}_M \cdot \cos(\varphi) + m \cdot l^2 \cdot \dot{\varphi} \quad (14)$$

Die vorangegangene Gleichung wird nach der Zeit abgeleitet:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) = m \cdot l \cdot (\ddot{x}_M \cdot \cos(\varphi) - \dot{x}_M \cdot \sin(\varphi) \cdot \dot{\varphi}) + m \cdot l^2 \cdot \ddot{\varphi} \quad (15)$$

Als nächstes wird für die Bewegungsgleichung des Pendels die Lagrange-Funktion nach der generalisierten Koordinate φ abgeleitet:

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = -m \cdot l \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{x}_M \cdot \sin(\varphi) + m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi) \quad (16)$$

Abschließend wird die dissipative Funktion analog nach der 1. Ableitung der generalisierten Koordinate φ differenziert:

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}} = d_{Mf} \cdot \dot{\varphi} \quad (17)$$

Über das Anwenden von Gleichung 1 folgt die Bewegungsgleichung des Pendels zu:

$$\ddot{x}_M \cdot \cos(\varphi) + l \cdot \ddot{\varphi} - g \cdot \sin(\varphi) + \frac{d_{Mf} \cdot \dot{\varphi}}{m \cdot l} = 0 \quad (18)$$

3 Nichtlineares Zustandsraummodell

3.1 Umformungen

Zum Aufstellen des nichtlinearen Zustandsraummodells werden die Gleichung 13 und Gleichung 18 nach den höchsten Ableitungen \ddot{x}_M und $\ddot{\varphi}$ umgestellt.

$$\ddot{x}_M = \frac{-d_{Mf} \cdot \dot{\varphi} - m \cdot l^2 \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi)}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \quad (19)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{F_a - (M + m) \cdot \ddot{x}_M + m \cdot l \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin(\varphi) - d \cdot \dot{x}_M}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \quad (20)$$

Beide Gleichungen sind über die Wagenbeschleunigung \ddot{x}_M und der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ miteinander verkoppelt. Durch das gegenseitige Einsetzen werden die Abhängigkeiten eliminiert.

$$\ddot{x}_M = \frac{-d_{Mf} \cdot \dot{\varphi} - m \cdot l^2 \cdot \left(\frac{F_a - (M + m) \cdot \ddot{x}_M + m \cdot l \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin(\varphi) - d \cdot \dot{x}_M}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \right) + m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi)}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \quad (21)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{F_a - (M + m) \cdot \left(\frac{-d_{Mf} \cdot \dot{\varphi} - m \cdot l^2 \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\varphi)}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \right) + m \cdot l \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin(\varphi) - d \cdot \dot{x}_M}{m \cdot l \cdot \cos(\varphi)} \quad (22)$$

3.2 Zustandsraumdarstellung (nichtlinear)

Das zu untersuchende System weist vier Zustände auf, welche in Form eines Zustandsvektors \underline{x} erfasst werden. Die Dokumentation der zeitlichen Ableitungen erfolgt im Vektor der Zustandsänderungen $\dot{\underline{x}}$. Der Eingangsvektor \underline{u} gleicht der Eingangskraft des Systems F_a .

Eingangsvektor:

$$\underline{u} = F_a \quad (23)$$

Zustandsvektor:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ x_M \\ \dot{x}_M \end{bmatrix} \quad (24)$$

Vektor der Zustandsänderungen:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{x}_M \\ \ddot{x}_M \end{bmatrix} \quad (25)$$

Mithilfe der Gleichung 23 bis Gleichung 25, durch das Einsetzen in Gleichung 21 und Gleichung 22, dem Zusammenfassen und Umstellen nach \ddot{x}_M und $\ddot{\varphi}$ folgt das nichtlineare Zustandsraummodell aus Gleichung 14.

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \left(\frac{F_a - g \cdot \tan(x_1) \cdot (M+m) - d \cdot x_4}{m \cdot l \cdot \cos(x_1)} + d_{Mf} \cdot x_2 \cdot \left(\frac{M}{m^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2(x_1)} + \frac{1}{m \cdot l^2 \cdot \cos^2(x_1)} \right) + x_2^2 \cdot \tan(x_1) \right) \\ \left(1 - \frac{1}{\cos^2(x_1)} - \frac{M}{m \cdot \cos^2(x_1)} \right) \\ x_4 \\ \left(g \cdot \tan(x_1) - \frac{F_a}{m \cdot \cos^2(x_1)} + \frac{d \cdot x_4}{m \cdot \cos^2(x_1)} - \frac{l \cdot x_2^2 \cdot \tan(x_1)}{\cos(x_1)} - \frac{d_{Mf} \cdot x_2}{m \cdot l \cdot \cos(x_1)} \right) \\ \left(1 - \frac{(M+m)}{m \cdot \cos^2(x_1)} \right) \end{bmatrix} \quad (26)$$

4 Linearisiertes Zustandsraummodell

4.1 Linearisierungsvorschrift

Das Verhalten des nichtlinearen Systems ist für große Änderungen des Eingangssignals nicht vorhersehbar. Um dennoch Aussagen über das Systemverhalten treffen zu können, wird das nichtlineare Zustandsraummodell mithilfe der Taylorreihenentwicklung um eine Ruhelage (\underline{x}^*) linearisiert. Die nichtlinearen Restglieder $R(\Delta\underline{x}^2, \Delta\underline{u}^2)$ werden zu Null angenommen. Durch die Linearisierung wird das Systemverhalten für kleine Änderungen um die Ruhelage kontrollierbar.

Taylorreihenentwicklung für Linearisierung:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}^* + \Delta\dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}^* + \Delta\underline{x}, \underline{u}^* + \Delta\underline{u}) \\ &= \underline{f}(\underline{x}^*, \underline{u}^*) + \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} + R(\Delta\underline{x}^2, \Delta\underline{u}^2)\end{aligned}\quad (27)$$

Durch die Annahme über das Verhalten der nichtlinearen Restglieder folgt die Struktur des linearen Zustandraummodells aus Gleichung 16.

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\underline{x}} &= \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} \\ \Delta\underline{y} &= \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial h_i}{\partial u_j} \right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u}\end{aligned}\quad (28)$$

Allgemein gefasst, wird das lineare Zustandsraummodell folgendermaßen dargestellt:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= A \cdot \underline{x} + B \cdot \underline{u} \\ \underline{y} &= C \cdot \underline{x} + D \cdot \underline{u}\end{aligned}\quad (29)$$

4.2 Stabile und instabile Ruhelage

Um das linearisierte Zustandsraummodell zu erhalten, werden die einzelnen Gleichungen des nichtlinearen Zustandsraummodells aus Gleichung 26 nach den Zuständen x_1 bis x_4 , sowie dem Eingang F_a partiell abgeleitet und die entsprechende Ruhelage eingesetzt. Folgende

Ruhelagen werden betrachtet:

Hängendes Pendel:

$$\underline{x}_1^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ x_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Stehendes Pendel:

$$\underline{x}_2^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ x_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

4.3 Zustandsraumdarstellung (linear)

Die linearisierten Zustandsraummodelle unter Berücksichtigung der Ruhelagen resultieren zu:

Hängendes Pendel:

$$\Delta \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -26.6505 & -0.0248 & 0 & -5.8333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.8502 & -7.916 \cdot 10^{-4} & 0 & -2.333 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8333 \\ 0 \\ 0.3333 \end{bmatrix} \cdot F_a \quad (32)$$

$$\Delta \underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} + 0 \cdot F_a$$

Stehendes Pendel:

$$\Delta \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 26.6505 & -0.0248 & 0 & 5.8333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.8502 & 7.916 \cdot 10^{-4} & 0 & -2.333 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.8333 \\ 0 \\ 0.3333 \end{bmatrix} \cdot F_a \quad (33)$$

$$\Delta \underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} + 0 \cdot F_a$$

4.4 Überprüfung der Steuerbarkeit

Die Steuerbarkeit eines Systems ist gegeben, wenn unter Berücksichtigung der Eingangsgröße $\underline{u}(t)$ das System von einem Anfangszustand \underline{x}_0 in einen beliebigen Endzustand \underline{x}_e gebracht werden kann. Dies wird mathematisch mithilfe der Determinante der Steuerbarkeitsmatrix Q_s bestimmt. Zur Überprüfung der Steuerbarkeit reicht der Nachweis, dass die Determinante ungleich Null ist. Die Berechnung der Steuerbarkeitsmatrix erfolgt durch Gleichung 34 mit $n \in \mathbb{N}$, $A \in \mathbb{R}^{(nxn)}$, $B \in \mathbb{R}^{(nx1)}$.

$$\underline{Q}_s = (\underline{B} \quad \underline{A} \cdot \underline{B} \quad \dots \quad \underline{A}^{(n-1)} \cdot \underline{B}) \quad (34)$$

Zur Überprüfung werden die System- und Eingangsmatrix des linearisierten Modells um die instabile Ruhelage (stehendes Pendel) eingesetzt. Die Steuerbarkeitsmatrix Q_s ist quadratisch.

Steuerbarkeitsmatrix des Systems:

$$\underline{Q}_s = \begin{bmatrix} 0 & -0.8333 & 1.9651 & -26.7984 \\ -0.8333 & 1.9651 & -26.7984 & 67.7740 \\ 0 & 0.3333 & -0.7784 & 2.5264 \\ 0.3333 & -0.7784 & 2.5264 & -7.5869 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Die Determinante folgt zu: 46,41, d.h. das System ist steuerbar.

5 Vergleich beider Systeme

Der Vergleich des Systemverhaltens des nichtlinearen (Abbildung 2) und des linearen Systems (Abbildung 3) wird in der stabilen Ruhelage durchgeführt, da hierzu keine Reglerstruktur benötigt wird. Für den direkten Vergleich wird zu jedem Zeitpunkt ein radialer Winkel von π (180°) zu dem Winkel φ des linearen Systems addiert. Als Testsignal wird ein Einheitssprung nach 0,5s mit der Amplitude Eins eingeprägt.

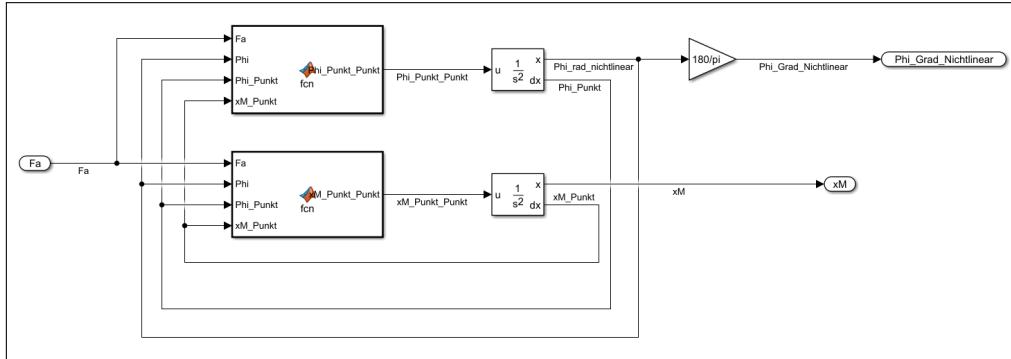


Abb. 2: Simulinkmodell des nichtlinearen Systems

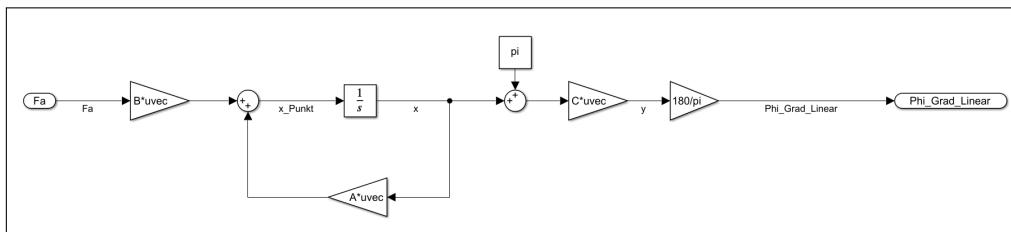


Abb. 3: Simulinkmodell des linearisierten Systems

Beim Vergleich der beiden Systemverhalten ist zu erkennen, dass diese für kleine Winkelabsenkungen nahezu identisch erscheinen (Abbildung 4 und Abbildung 5). Durch den sinusoidalen Signalverlauf wird weiter geschlussfolgert, dass eine positive Eingangskraft (Wagen fährt nach rechts) das Pendel in positive Winkelrichtung ausschlagen lässt. Da keine weiteren äußeren Kräfte auf das System eingeprägt werden, erfolgt mit steigender Zeit t durch die Reib- und Dämpfungsmomente das erneute Einpendeln in die stabile Ruhelage (hängendes Pendel).

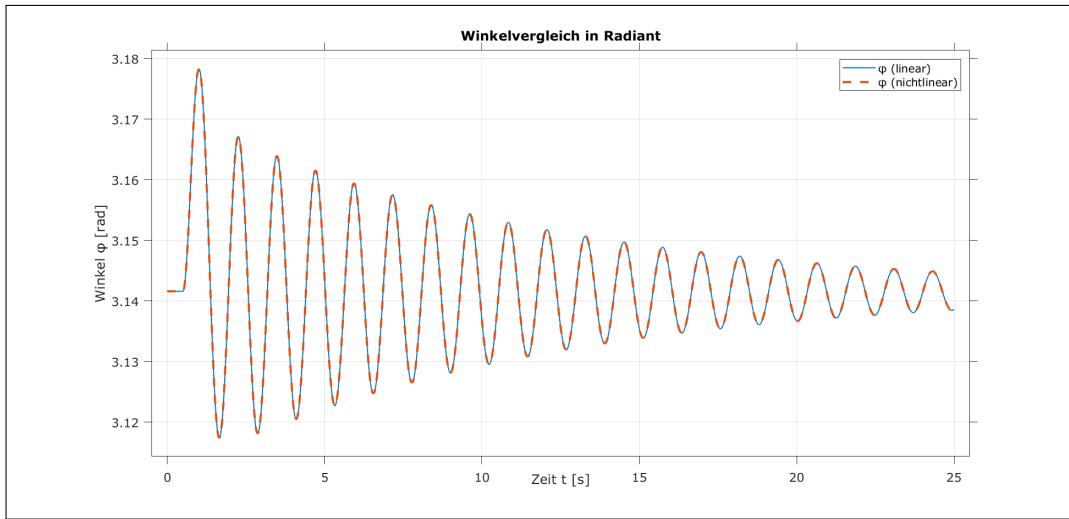


Abb. 4: Vergleich der beiden radialen Winkelverläufe

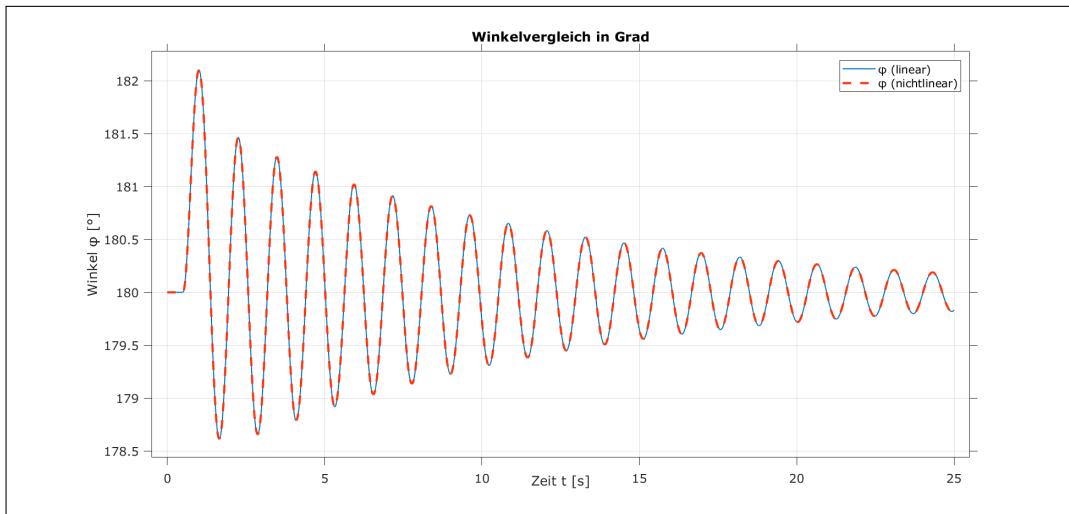


Abb. 5: Vergleich der beiden Winkelverläufe in Grad

Wird die Eingangskraft F_a , welche auf das System wirkt, signifikant vergrößert (Einheitssprung mit Amplitude 15), werden größere Winkelauslenkungen erreicht. Dies führt zur Verringerung der Zuverlässigkeit des linearisierten Systems und zu Abweichungen zwischen dem linearen und nichtlinearem Systemverhalten (Abbildung 6).

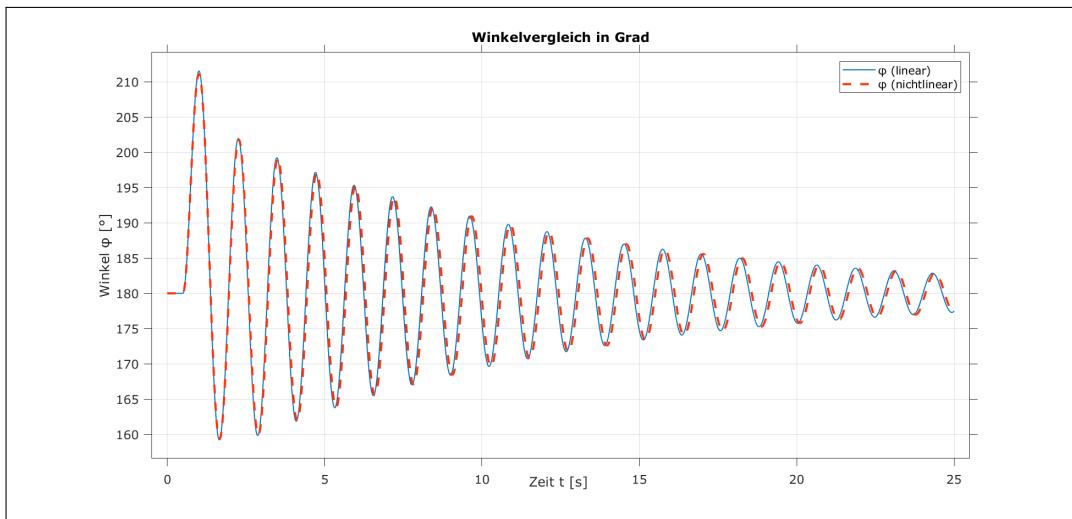


Abb. 6: Abweichungen im Systemverhalten für größere Winkelauslenkungen

6 Zustandsreglerentwurf

6.1 Ackermann-Formel

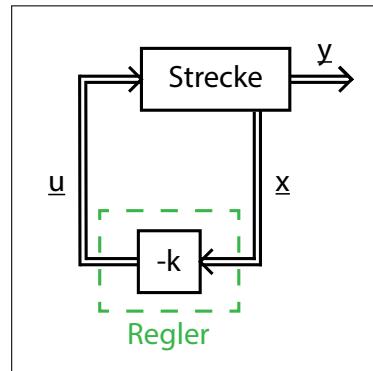


Abb. 7: Schematische Darstellung der Reglerstruktur des Reglers mit Ackermann-Formel

Die erste umgesetzte Regelstrategie ist die Anwendung der Ackermann-Formel. Ziel ist es das Pendel-System nach einem Impuls erneut in die instabile Ruhelage zu bringen. Dafür werden mit Hilfe der Ackermann-Formel die "k"-Faktoren berechnet, welche anschließend mit den Zuständen x_1 bis x_4 multipliziert und anschließend auf den Systemeingang zurückgeführt werden. Der Wagen wird dabei immer in den Ausgangszustand von x_M zurück geregelt.

Im ersten Schritt wird der Nachweis der Steuerbarkeit des Systems benötigt. Dieser wurde bereits in Unterabschnitt 4.4 erbracht. Im zweiten Schritt erfolgt die Bestimmung der Eigenwerte der Systemmatrix A . Hierzu wird das charakteristische Polynom benötigt, welches mithilfe der Laplace-Transformation der Vektorzustandsdifferentialgleichungen \dot{x} und der anschließenden Umformung hergeleitet wird.

Laplace-Transformation und Umformung:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u} \quad \circlearrowleft \quad s \cdot \underline{X}(s) - \underline{x}_0 = \underline{A} \cdot \underline{X}(s) + \underline{B} \cdot \underline{U}(s) \\ \underline{X}(s) &= (s \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{x}_0 + (s \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{U}(s)\end{aligned}$$

Das charakteristische Polynom folgt aus der Determinante von: $(s \cdot \underline{I} - \underline{A})$. Die Matrix \underline{I} stellt die Einheitsmatrix dar. Die Nullstellen des Polynoms gleichen den Eigenwerten der Systemmatrix A .

Charakteristische Polynom und Eigenwertdefinition:

$$\underline{P}(s) = \det(s \cdot \underline{I} - \underline{A})$$

$$P(s_P) = 0 = \text{eig}(\underline{A})$$

Allg. Form:

$$\underline{P}(s) = s^n + \alpha_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + \alpha_1 \cdot s + \alpha_0$$

$$\underline{P}(s) = (s - s_{P1}) \cdot (s - s_{P2}) \cdot \dots \cdot (s - s_{Pn})$$

Die Berechnung der Eigenwerte der Systemmatrix erfolgt analog zu den vorangegangenen Betrachtungen.

Eigenwerte des Systems:

$$\text{eig}(\underline{A}) = \text{eig} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 26.6505 & -0.0248 & 0 & 5.8333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.8502 & 7.916 \cdot 10^{-4} & 0 & -2.333 \end{bmatrix}$$

$$\text{eig}(\underline{A}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0914 + j5.1281 \\ -0.0914 - j5.1281 \\ -2.1753 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Die Eigenwerte müssen einen negativen Realteil aufweisen, andernfalls ist das System instabil. Zur Betrachtung des geregelten Systems, werden stabile Polstellen auf $s_P = -1 + 0j$ festgelegt. Die Lage aller Polstellen ist in Abbildung 8 visualisiert.

Wunschpolstellen:

$$\underline{s}_P = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1] \quad (37)$$

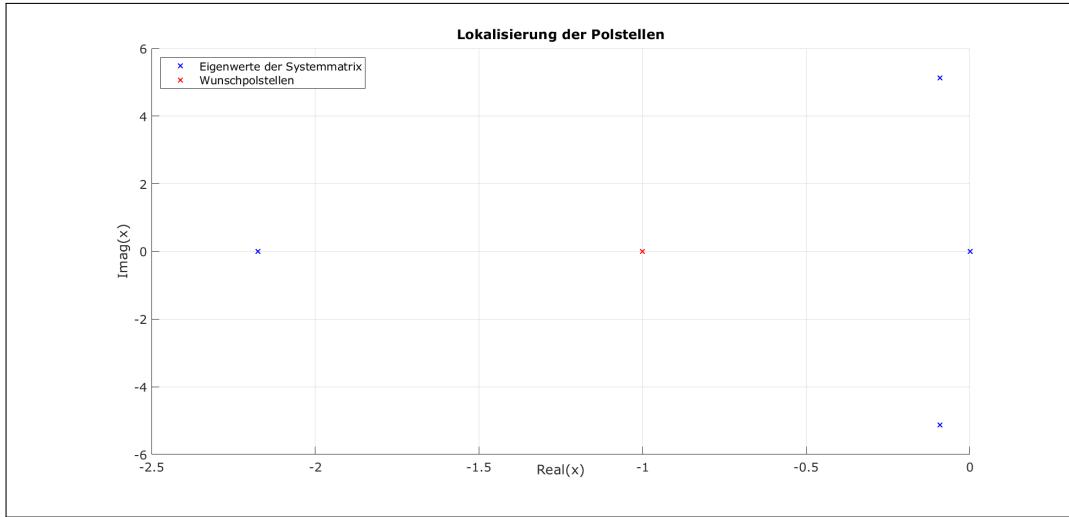


Abb. 8: Polstellenlagen

Zur Bestimmung der Koeffizienten α_n bis α_0 des geregelten Systems, wird das charakteristische Polynom ausmultipliziert und die Wunschpolstellen eingesetzt. Berechnung der Koeffizienten:

$$\begin{aligned}\underline{P}(s) &= (s - s_{P1}) \cdot (s - s_{P2}) \cdot (s - s_{P3}) \cdot (s - s_{P4}) \\ \underline{P}(s) &= s^4 - s^3 \cdot (s_{P1} + s_{P2} + s_{P3} + s_{P4}) \\ &\quad + s^2 \cdot (s_{P1} \cdot (s_{P2} + s_{P3} + s_{P4}) + s_{P2} \cdot (s_{P3} + s_{P4}) + s_{P3} \cdot s_{P4}) \\ &\quad - s \cdot (s_{P1} \cdot (s_{P2} \cdot s_{P3} + s_{P2} \cdot s_{P4} + s_{P3} \cdot s_{P4}) + s_{P2} \cdot s_{P3} \cdot s_{P4}) \\ &\quad + (s_{P1} \cdot s_{P2} \cdot s_{P3} \cdot s_{P4})\end{aligned}$$

Das charakteristische Polynom und die Koeffizienten folgen zu:

$$\begin{aligned}\underline{P}(s) &= s^4 + 4 \cdot s^3 + 6 \cdot s^2 + 4 \cdot s + 1 \\ \underline{\alpha} &= [1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]\end{aligned}\tag{38}$$

Zur Berechnung der Verstärkungsfaktoren des Reglers wird die letzte Zeile t_n^T der inversen Steuerbarkeitsmatrix Q_s^{-1} benötigt.

Inverse Steuerbarkeitsmatrix \underline{Q}_s^{-1} :

$$\underline{Q}_s^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -0.8333 & 1.9651 & -26.7984 \\ -0.8333 & 1.9651 & -26.7984 & 67.7740 \\ 0 & 0.3333 & -0.7784 & 2.5264 \\ 0.3333 & -0.7784 & 2.5264 & -7.5869 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\underline{Q}_s^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -0.1040 & 7 & 3.26 \\ -0.1092 & -0.1142 & 3.2665 & 0.2854 \\ -0.1165 & -0.0488 & 0.2885 & 0.1221 \\ -0.0489 & 0 & 0.1223 & -0.0001 \end{bmatrix}$$

Letzte Zeile der inversen Matrix:

$$\underline{t}_4^T = [-0.0489 \ 0 \ 0.1223 \ -0.0001] \quad (39)$$

Die finale Berechnung erfolgt auf Grundlage der Gleichung 40. Durch das Einsetzen der letzten Zeile der inversen Steuerbarkeitsmatrix (Gleichung 39), der Faktoren aus Gleichung 38 und der Systemmatrix A folgt für die Verstärkungsfaktoren \underline{k}^T :

$$\underline{k}^T = \underline{t}_n^T \cdot (\alpha_0 \cdot \underline{I} + \alpha_1 \cdot \underline{A} + \dots + \alpha_{n-1} \cdot \underline{A}^{n-1} + \underline{A}^n) \quad (40)$$

$$\underline{k}^T = [-24.8340 \ 4.5745 \ 0.1223 \ -6.5108] \quad (41)$$

6.2 Vorsteuerung

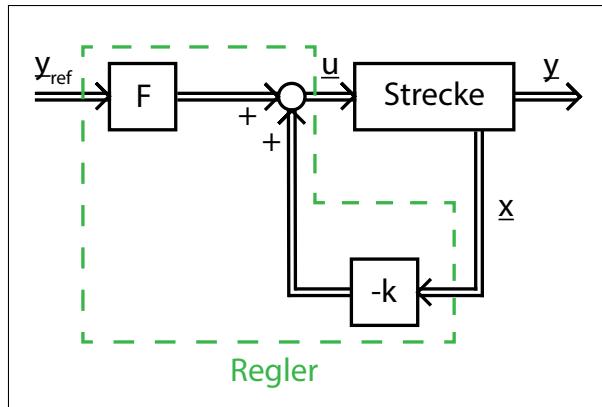


Abb. 9: Schematische Darstellung der Reglerstruktur des Reglers mit Vorsteuerung

Mithilfe des Vorfilters können andere Referenzpositionen des Wagens angesteuert werden, d.h. der Wagen fährt während des Pendelschwingens eine Endlage abweichend zum Ursprung an. Die Endlage wird mittels Referenzwert auf den Systemeingang gegeben. Dieser wird anschließend mit dem Vorfilter \underline{F} multipliziert. Weiterhin erfolgt die Verrechnung mit den bereits in Unterabschnitt 6.1 ermittelten Faktoren \underline{k} .

Eingangsgleichung des Systems:

$$\underline{u}(t) = -\underline{k} \cdot \underline{x}(t) + \underline{F} \cdot \underline{y}_{ref}(t) \quad (42)$$

Zur Ermittlung der Matrix \underline{F} des Vorfilters werden zuerst die im Zeitbereich geltenden Kriterien aufgestellt. Der Ausgang des Systems $\underline{y}(t)$ muss nach unendlicher Zeit t in den Referenzwert \underline{y}_{ref} laufen. Der Referenzwert wird als konstant angenommen.

Kriterien im Zeitbereich:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{y}(t) = \underline{y}_{ref} = \underline{y}_{0ref} = const. \quad (43)$$

$$\underline{y}_{ref}(t) = \begin{cases} \underline{y}_{0ref} & t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (44)$$

Da die Berechnungen im Zeitbereich aufwendig sind, werden weitere Betrachtungen im Laplace-Bereich vorgenommen. Vorteil der Transformation ist das Rechnen mit algebraischen Gleichungen. Zur Überführung des Ansatzes aus Gleichung 43 wird der Grenzwertsatz der Laplace-Transformation angewandt. Das Referenzzeitsignal $\underline{y}_{ref}(t)$ aus Gleichung 44 wird ebenfalls überführt.

Grenzwertsatz der Laplace-Transformation und Überführung des Referenzzeitsignals:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{y}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \underline{Y}(s) = \underline{y}_{ref} = \underline{y}_{0ref} \quad (45)$$

$$\underline{Y}_{ref}(s) = \frac{1}{s} \cdot \underline{y}_{0ref} \quad (46)$$

Für weitere Betrachtungen wird das Zustandsraummodell der Strecke in den Laplace-Bereich transformiert.

Laplace-Transformation der Strecke:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u}(t) \quad \circ \bullet \quad s \cdot \underline{X}(s) = \underline{A} \cdot \underline{X}(s) + \underline{B} \cdot \underline{U}(s) \quad (47)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \cdot \underline{x}(t) \quad \circ \bullet \quad \underline{Y}(s) = \underline{C} \cdot \underline{X}(s) \quad (48)$$

Die Gleichung 47 wird nach $\underline{X}(s)$ umgestellt und entsprechend in die Laplace-transformierte Ausgangsgleichung $\underline{Y}(s)$ eingesetzt. Aus der Umstellung geht hervor, dass das System durch eine Multiplikation aus einer Übertragungsfunktion $\underline{G}(s)$ und dem Eingangssignal $\underline{U}(s)$ gebildet werden kann.

Umformungen:

$$\underline{B} \cdot \underline{U}(s) = (s \cdot \underline{I} - \underline{A}) \cdot \underline{X}(s) \quad (49)$$

$$\underline{X}(s) = (s \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{U}(s)$$

$$\underline{Y}(s) = \underline{C} \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{U}(s) \quad (50)$$

$$\underline{G}(s) = \underline{C} \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{B}$$

Die Eingangsgleichung des Systems (Gleichung 42) wird ebenfalls überführt und anschließend in Gleichung 49 eingesetzt.

Laplace-Transformation der Eingangsgleichung:

$$\underline{U}(s) = -\underline{k} \cdot \underline{X}(s) + \underline{F} \cdot \underline{Y}_{\text{ref}}(s)$$

Einsetzen und Umformung nach $\underline{X}(s)$:

$$\begin{aligned} \underline{B} \cdot (\underline{F} \cdot \underline{Y}_{\text{ref}}(s) - \underline{k} \cdot \underline{X}(s)) &= (s \cdot \underline{I} - \underline{A}) \cdot \underline{X}(s) \\ \underline{B} \cdot \underline{F} \cdot \underline{Y}_{\text{ref}}(s) &= (s \cdot \underline{I} - \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k}) \cdot \underline{X}(s) \\ \underline{X}(s) &= (s \cdot \underline{I} - \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{F} \cdot \underline{Y}_{\text{ref}}(s) \end{aligned} \quad (51)$$

Die Gleichung 51 wird in Gleichung 48 eingesetzt, um die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises zu erhalten.

Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises:

$$\underline{Y}(s) = \underline{C} \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{F} \cdot \underline{Y}_{\text{ref}}(s) \quad (52)$$

Aus der vorangegangenen Betrachtung ist nur die Matrix \underline{F} des Vorfilters unbekannt. Um dasjenige F zu ermitteln, welches die stationäre Exaktheit erfüllt, wird der Grenzwertsatz aus Gleichung 45 angesetzt und die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises (Gleichung 52) eingesetzt.

Stationäre Exaktheit:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \underline{Y}(s) &= \underline{y}_{0ref} \\ \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (\underline{C} \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{F} \cdot \frac{1}{s} \cdot \underline{y}_{0ref}) &= \underline{y}_{0ref} \end{aligned} \quad (53)$$

Nach dem Vereinfachen der Gleichung 53 geht hervor, dass der Term $\underline{C} \cdot (-\underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{F}$ der Einheitsmatrix \underline{I} gleichen muss (Gleichung 54). Anderfalls ist die Gleichung nicht erfüllbar. Durch die Kenntnis kann die Matrix \underline{F} des Vorfilters bestimmt werden (Gleichung 55).

Umstellung nach \underline{F} :

$$\underline{C} \cdot (-\underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B} \cdot \underline{F} = \underline{I} \quad (54)$$

$$\underline{F} = (\underline{C} \cdot (-\underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B})^{-1} \quad (55)$$

Die Anwendbarkeit des Reglertesetzes ist eingeschränkt, da nur quadratische Matrizen invertierbar sind. Die Dimensionen der einzelnen Matrizen lauten wie folgt:

- $A \in \mathbb{R}^{(nxn)}$
- $B \in \mathbb{R}^{(n xm)}$
- $C \in \mathbb{R}^{(pxn)}$
- $k \in \mathbb{R}^{(mxn)}$

Die Matrix \underline{F} ist quadratisch, sobald $p = m$ gilt, d.h. die Anzahl der Systemeingänge muss gleich der Anzahl der Systemausgänge sein.

Wird das linearisierte Zustandsraummodell (Gleichung 33) und die Faktoren \underline{k} aus Gleichung 41 in das Reglertesetz eingesetzt, resultiert der Faktor F zu:

$$F = 0.1223 \quad (56)$$

Der Faktor F ist ein skalarer Wert, da ein SISO-System vorliegt. Die Ausgangsmatrix \underline{C} wurde entsprechend editiert, sodass die Wagenposition x_M als Systemausgang vorliegt: $\underline{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$.

6.3 I-Regelung

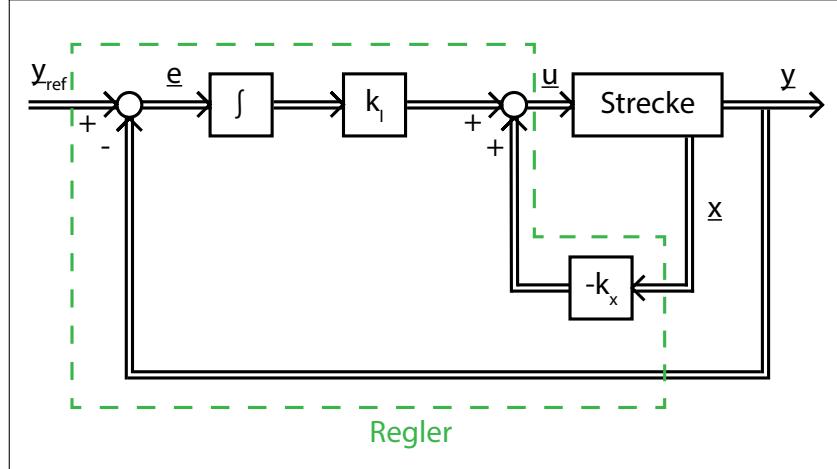


Abb. 10: Schematische Darstellung der Reglerstruktur des Reglers mit I-Regelung

1. Reglertyp:

$$u = k_I \cdot \int_0^t (\underline{y}_{ref} - \underline{y}) d\tau - k_x \cdot x$$

2. Definition:

$$\underline{x}_I := \int_0^t (\underline{y}_{ref} - \underline{y}) d\tau$$

3. Einsetzen und Umformen

$$\begin{aligned} \underline{u} &= k_I \cdot \underline{x}_I - k_x \cdot x \\ \underline{u} &= -k_x \cdot x + k_I \cdot \underline{x}_I \end{aligned}$$

4. Tildevektoren

$$\begin{aligned} \underline{u} &= - [k_x \quad -k_I] \cdot \begin{bmatrix} x \\ \underline{x}_I \end{bmatrix} \\ \tilde{k} &= [k_x \quad -k_I] \\ \tilde{x} &= \begin{bmatrix} x \\ \underline{x}_I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

5. Vektor der Zustandsänderungen:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}_I &= \frac{d}{dx} \cdot \int_0^t (\underline{y}_{ref} - \underline{y}) d\tau = \underline{y}_{ref} - \underline{y} \\ \dot{\underline{x}}_I &= \underline{y}_{ref} - \underline{C} \cdot \underline{x}\end{aligned}$$

6. Tildevektor der Zustände und Zustandsänderungen:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\tilde{x}}} &= \begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{x}}_I \end{bmatrix} \\ \underline{\tilde{x}} &= \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_I \end{bmatrix}\end{aligned}$$

7. Ausgangsgleichung für erweitertes Zustandsraummodell:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u} \\ \dot{\underline{x}}_I &= \underline{y}_{ref} - \underline{C} \cdot \underline{x}\end{aligned}$$

8. Erweitertes Zustandsraummodell:

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{\tilde{x}} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \cdot \underline{y}_{ref}$$

9. Resultierende Tildevektoren:

$$\begin{aligned}\underline{\tilde{A}} &= \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \\ \underline{\tilde{B}} &= \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \\ \underline{\tilde{B}}_y &= \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

7 Reglervalidierung

7.1 Validierung des linearen Modells

Das Simulinkmodell der linearen Reglerstrecke ist in Abbildung 3 dargestellt.

7.1.1 Zustandsregler mit Ackermann-Formel

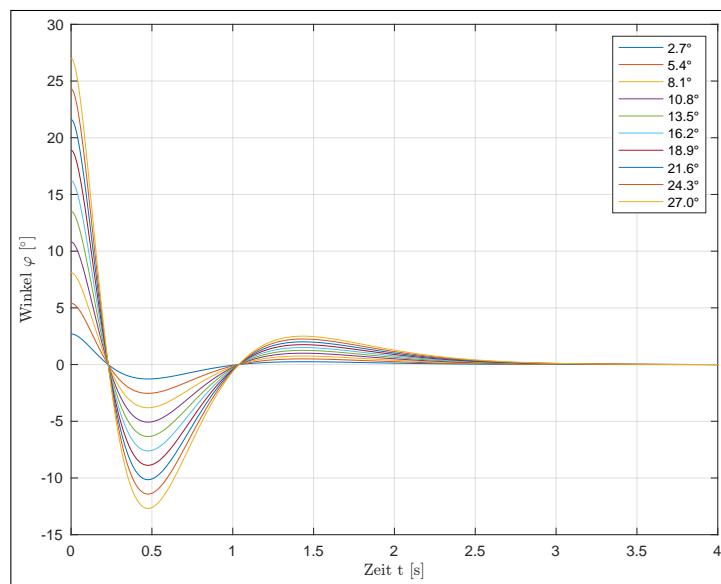


Abb. 11: φ für verschiedene Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Ackermann-Formel

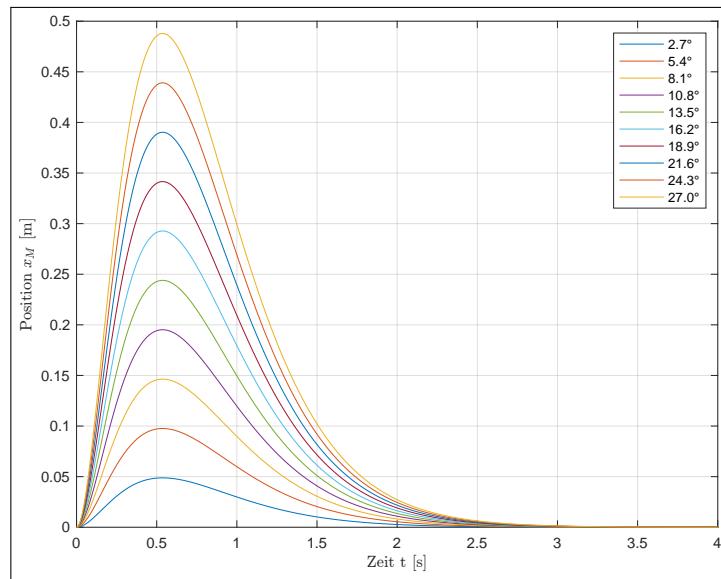


Abb. 12: x_M für verschiedene Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Ackermann-Formel

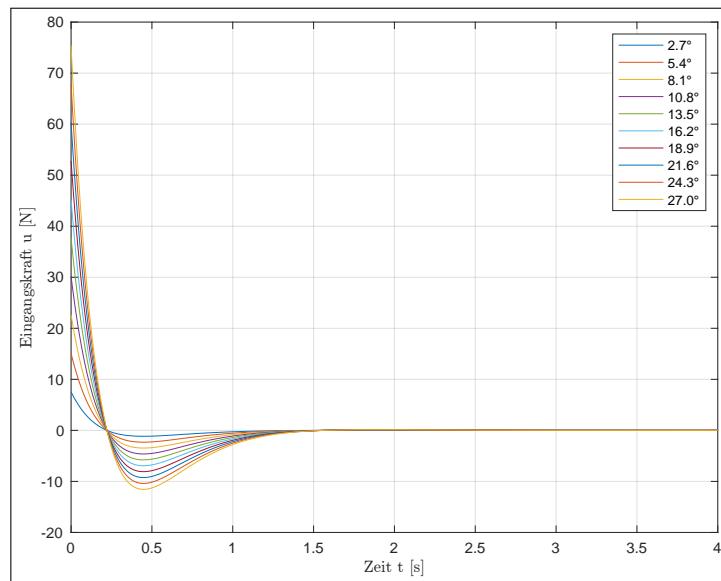


Abb. 13: u für verschiedene Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Ackermann-Formel

7.1.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

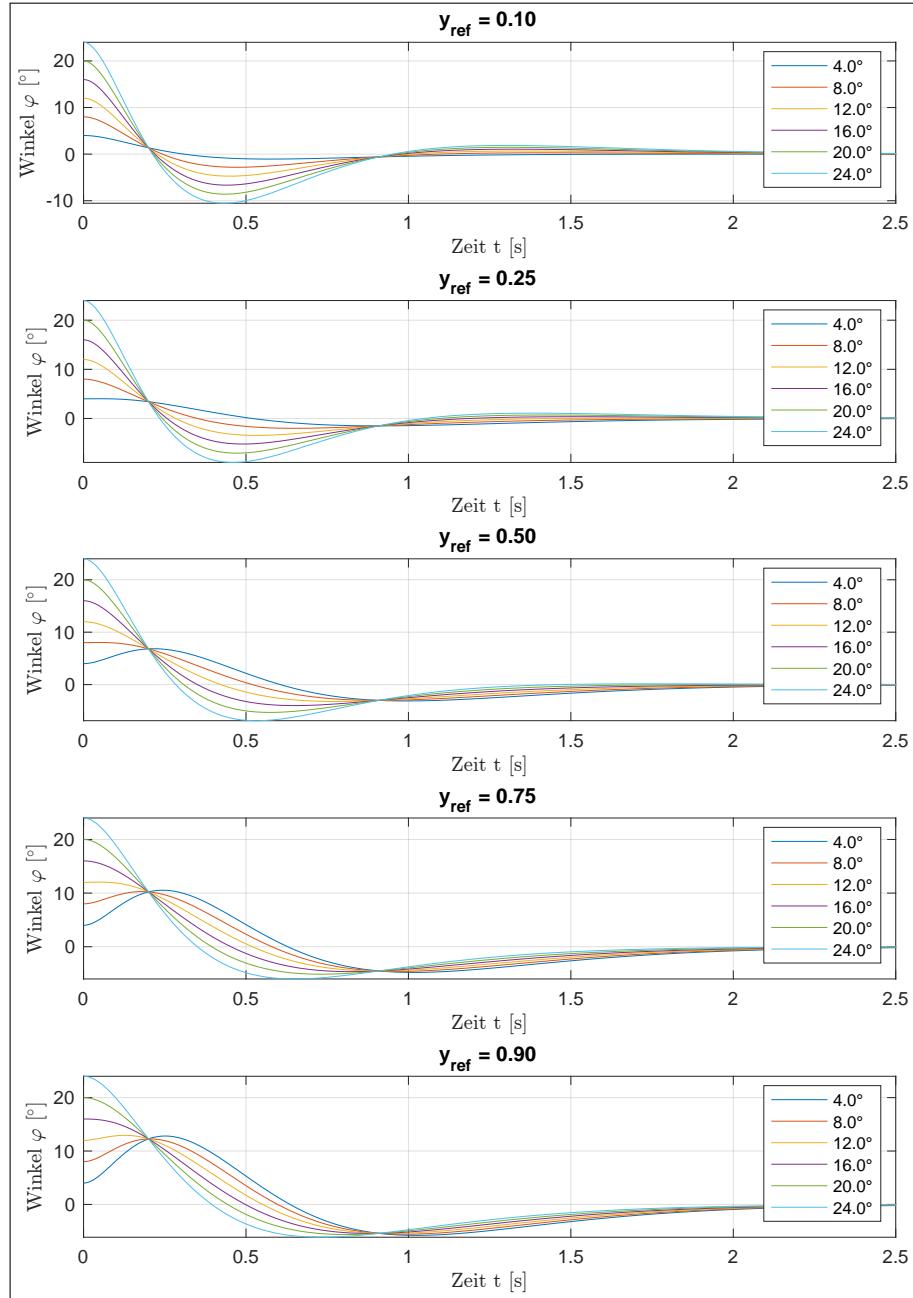


Abb. 14: φ für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Vorsteuerung

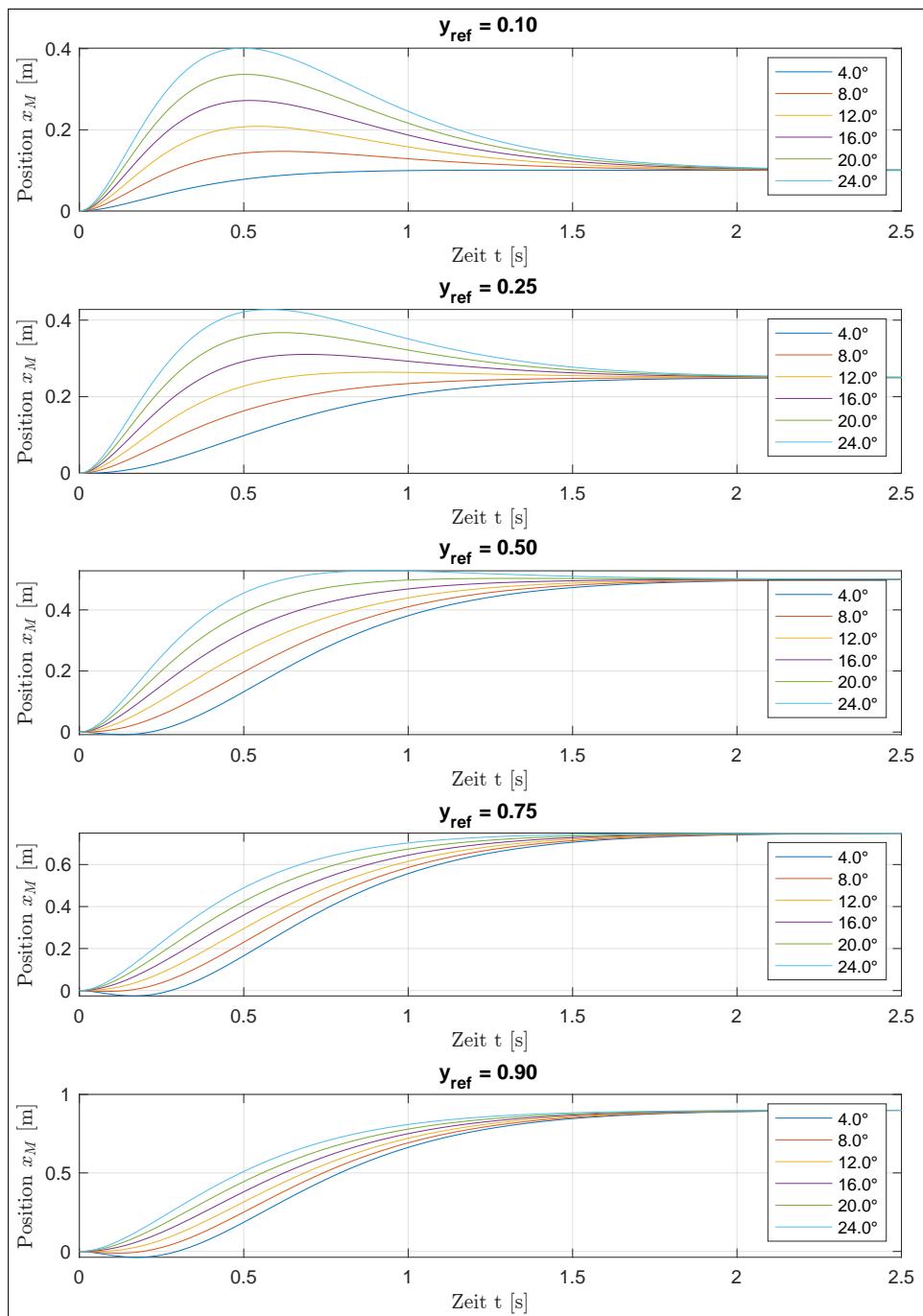


Abb. 15: x_M für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Vorsteuerung

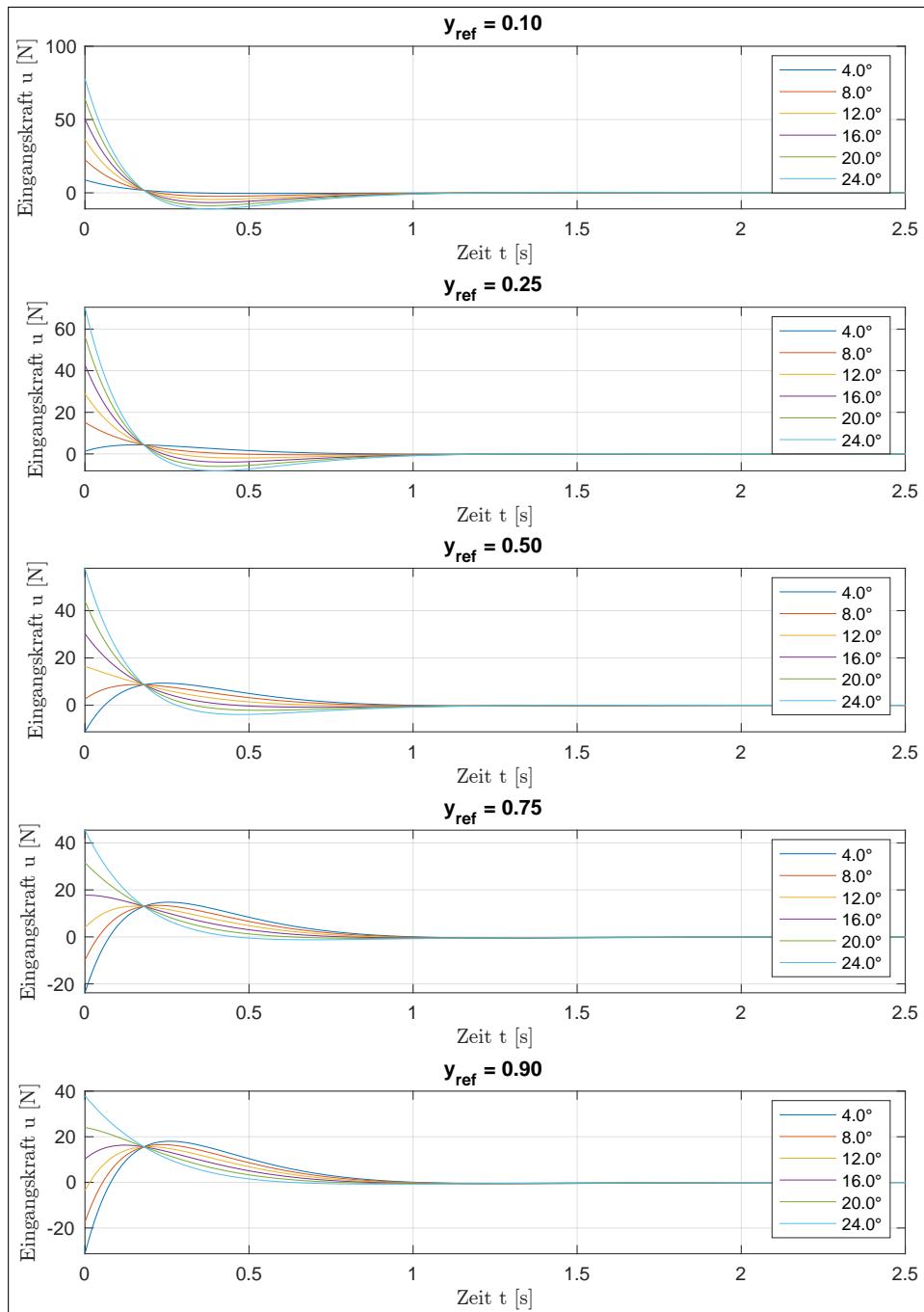


Abb. 16: u für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit Vorsteuerung

7.1.3 Zustandsregler mit I-Regelung

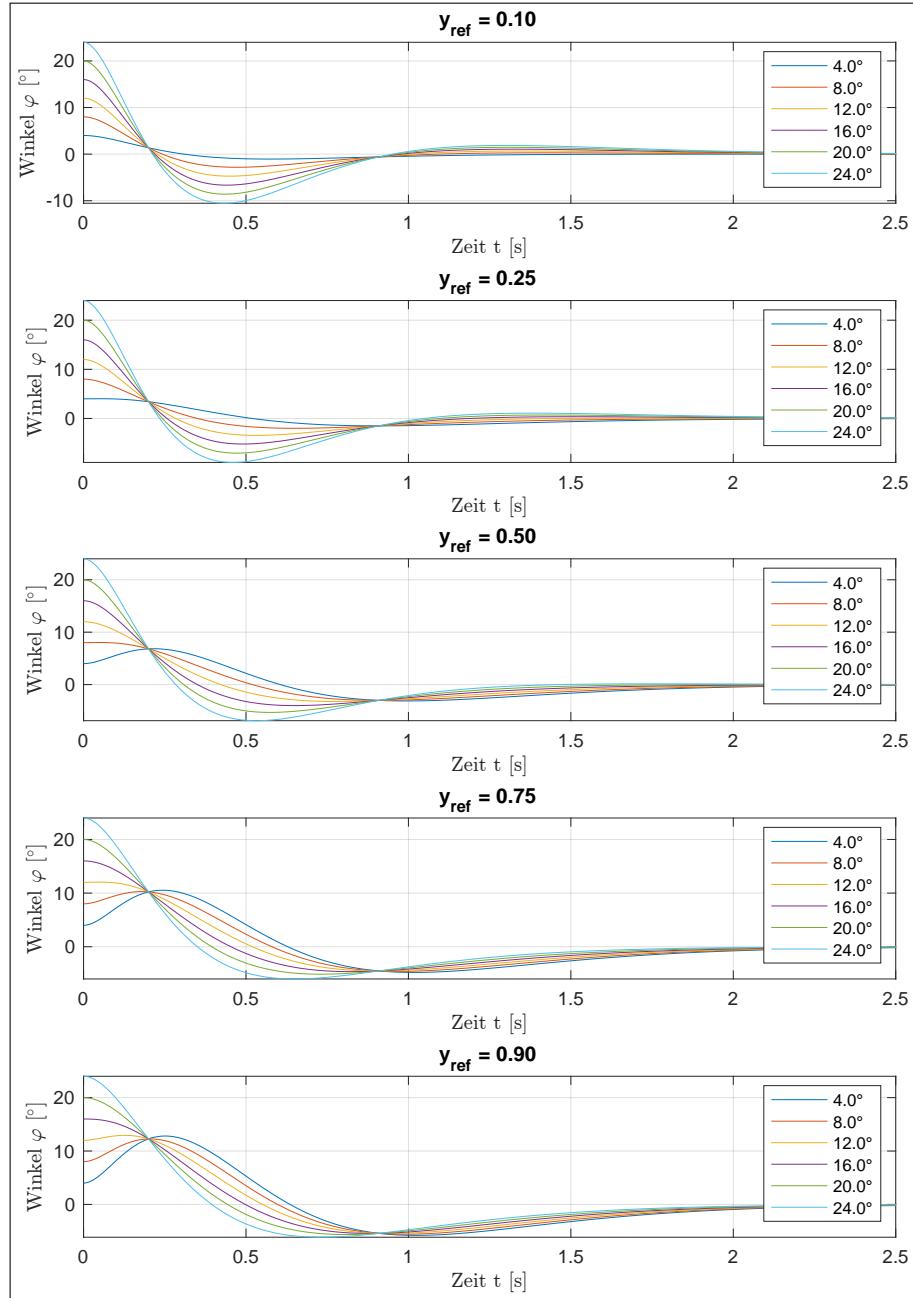


Abb. 17: φ für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit I-Regelung

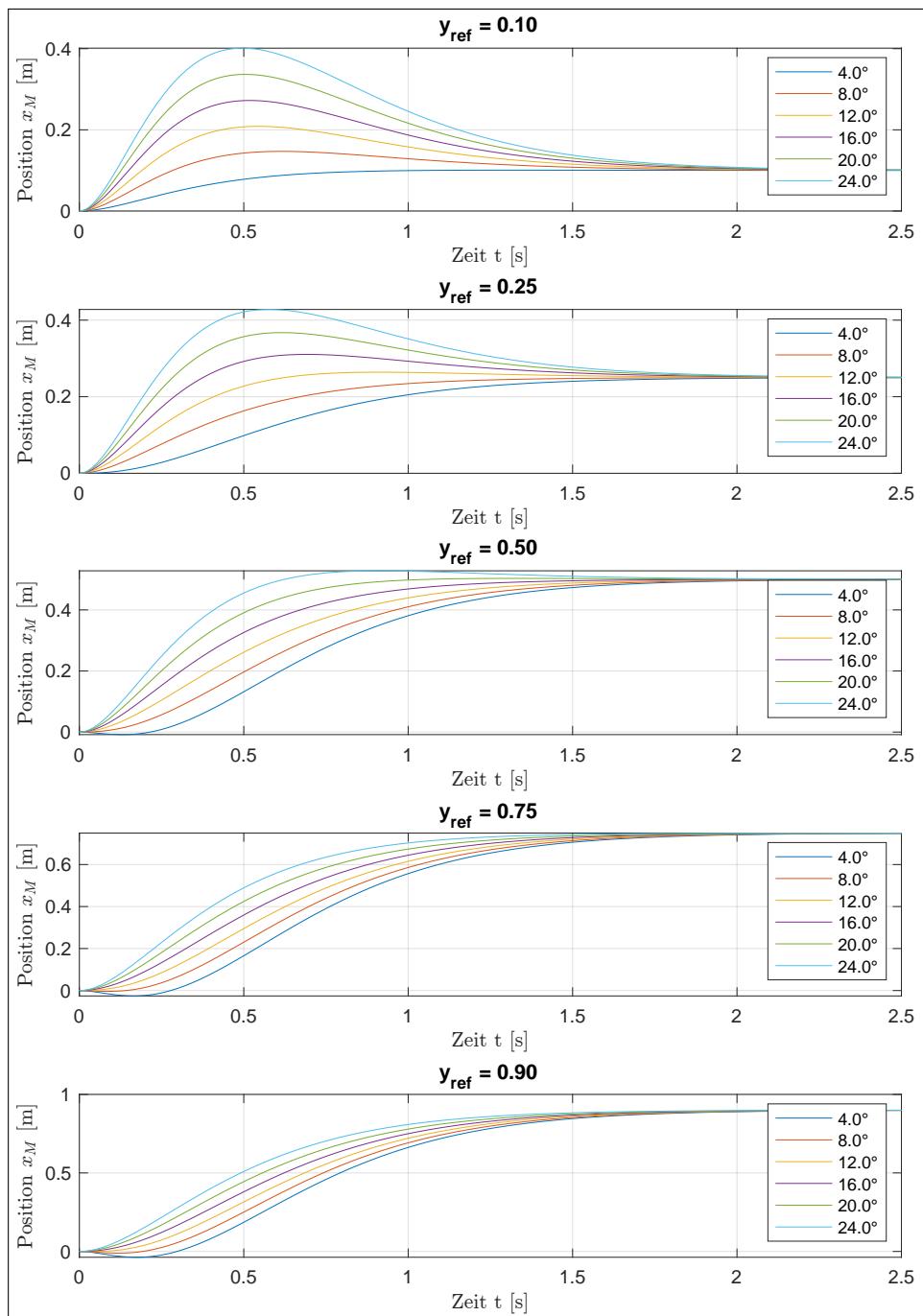


Abb. 18: x_M für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit I-Regelung

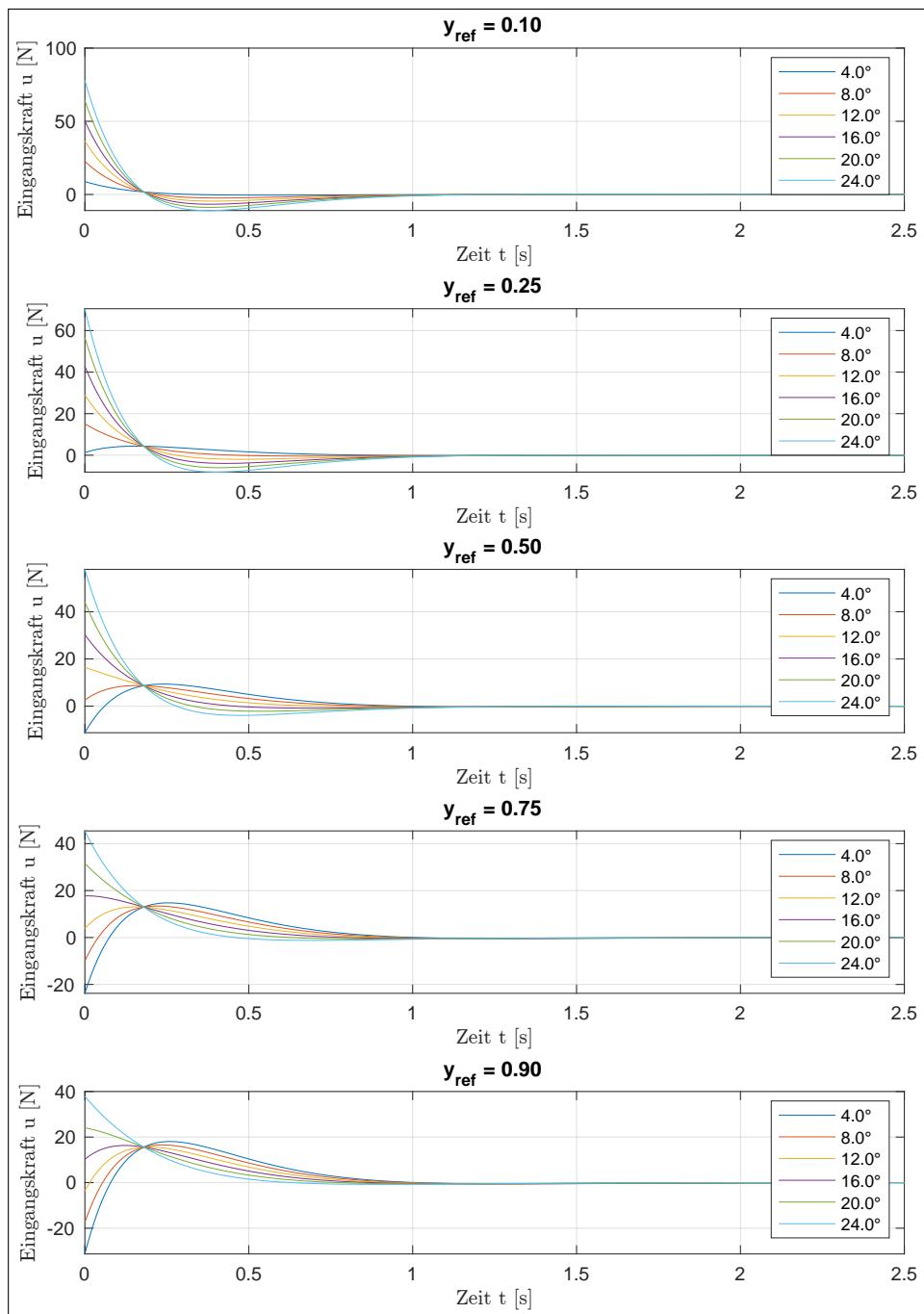


Abb. 19: u für verschiedene Referenzpositionen y_{ref} und Anfangsauslenkungen am Zustandsregler mit I-Regelung

7.1.4 Vergleich des Regelverhaltens

7.2 Validierung des nicht-linearen Modells

Das Simulinkmodell der nicht-linearen Reglerstrecke ist in Abbildung 2 dargestellt.

7.2.1 Zustandsregler mit Ackermann-Formel

7.2.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

7.2.3 Zustandsregler mit I-Regelung

7.2.4 Vergleich des Regelverhaltens

8 Beobachtbarkeit

8.1 Überprüfung der Beobachtbarkeit

8.2 Beobachterentwurf

8.3 Beobachtervalidierung

Literaturverzeichnis

- [1] HTW-Logo auf dem Deckblatt
https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Logo_HTW_Berlin.svg
Stand: 17.08.2018 um 14:49 Uhr
- [2] HTW-Logo in der Kopfzeile
<http://tonkollektiv-htw.de/>
Stand: 17.08.2018 um 14:53 Uhr
- [3] Skript Moderne Methoden der Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte
- [4] Anleitung Linearisierung eines zeitinvarianten,
nichtlinearen Zustandmodells
Prof. Dr.-Ing. Heide Brandstädter
- [5] Regelungs- und Steuerungstechnik: Polstellenverteilung
Prof. Dr.-Ing. M. Buss