Hochschule für Technik
und Wirtschaft Berlin

University of Applied Sciences

Buck Converter: Moderne Methoden der Regelungstechnik (VA1)

Name:	**Matrikelnummer:**
Sebastian Richter	572906
Aaron Zielstorff	567183

Fachbereich:	FB1
Studiengang:	M. Elektrotechnik
Fachsemester:	2. FS
Fach:	VA1 Moderne Methoden der Regelungstechnik
Dozent:	Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte
Abgabe am:	25. Juli 2022

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einführung in die Regelaufgabe

Photovoltaikanlagen enthalten viele Tausend einzelne Photovoltaikzellen. Jede einzelne wandelt einfallende Sonnenstrahlung (direkt und indirekt) in elektrischen Strom um. Unter Vernachlässigung von Verlusten in Kabeln, Wandlerverlusten und Leistungsfehlanpassungen ist die erzeugte Leistung von PV-Systemen die Anzahl aller enthaltenen Zellen multipliziert mit der Leistung einer einzelnen Zelle. Über diese Annahme ist es möglich das das mathematische Modell der gesamten PV-Anlage für die Systemanalyse abzuleiten.
Die Grundeinheiten einer PV-Anlage sind die PV-Module oder auch Solarzellen. Ein Standard-PV-Modul besteht aus 48 bis 73 in Reihe geschalteten Zellen, die in einen Rahmen montiert sind. PV-Anlagen werden in der Regel durch Reihen- und Parallelschaltungen von Modulen zusammengesetzt. Solarmodule werden in Reihe geschaltet (sog. „Strings“), um die Ausgangsspannung zu erhöhen. Parallel geschaltete Strings bilden ein „Array“, in dem die Leistungskapazität von Tausenden bis Millionen Watt aufgebaut werden kann.
Das mathematische Modell des PV-Generators ergibt sich aus der Zusammenfassung aller PV-Module, die durch das Modell einer einzelnen Zelle beschrieben werden, wobei Strom und Spannung in geeigneter Weise multipliziert werden .Dazu wird die Einzelzelle durch ein Ersatzschaltbild modelliert, das aus einer einstrahlungsabhängigen Stromquelle, einem Modell der Diode D und Shunt-Widerstand R_h besteht, wie in Abbildung 1 (links) dargestellt. Die Einstrahlung S mit der physikalischen Einheit $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ bezieht sich auf die direkte (normal zum PV-Zellenfeld) und die indirekte Einstrahlung.

Um die Spannung von PV-Anlagen zu regeln, werden Gleichspannungswandler eingesetzt. Die Ausgangsspannung des Wandlers kann eingestellt werden und unterscheidet sich von der Eingangsspannung. Eine grundlegende Gleichspannungswandlerschaltung ist der so genannte Buck Converter (Tiefsetzsteller), welcher ebenfalls in Abbildung 1 (rechts) dargestellt ist.
Die Pulsweitenmodulation (PWM) ermöglicht die Steuerung und Regelung der gesamten Ausgangsspannung. Die PWM stellt ein Rechtecksignal bereit, welches zwischen 0 und 1 schaltet. Typische Schaltfrequenzen liegen zwischen $f_\mathrm{SW} = 1\,\mathrm{kHz} \ldots 1\,\mathrm{MHz}$. Im Falle der konkreten Anlage beträgt die Schaltfrequenz $f_\mathrm{SW} = 5\,\mathrm{kHz}$. In der Praxis werden z. B. MOSFET's als Schalter eingesetzt. Die Ausgangsspannung hinter dem MOSFET (siehe ebenfalls Abbildung 1 (mittig)) wechselt somit zwischen Null und der Ausgangsspannung des Wandlers v_DC. Das Tastverhältnis (Duty Cycle) d beschreibt die Zeitverhältnisse des Rechtecksignals, also somit wann der Schalter (MOSFET) in Position 0 bzw. 1 ist. Der Duty Cycle lässt sich wie folgt berechnen:

$$d = \frac{v_\mathrm{DC}}{v_\mathrm{PV}} \quad \text{bzw.} \quad d = \frac{i_\mathrm{PV}}{i_\mathrm{DC}} \tag{1}$$

Nachfolgend findet sich die Darstellung der Modellparameter/Konstanten zur Modellierung des Buck Converters (siehe Tabelle 1).

Symbol	**Parameter**	**Wert**
	Standard Testbedingungen (STC)	
$T_{\mathrm{c,STC}}$	PV Zelltemperatur bei STC	$298\,\mathrm{K}$
S_{STC}	Bestrahlung bei STC	$1000\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$
$v_{\mathrm{T,STC}}$	Thermische Spannung der p-n Sperrschicht bei STC	$25.7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}$
$i_{\mathrm{ph,sc,STC}}$	Kurzschlussstrom des Diodenmodells bei STC	$9.272\,\mathrm{A}$
$v_{\mathrm{oc,STC}}$	Leerlaufspannung bei STC	$0.644\,\mathrm{V}$
	Maximaler Leistungspunkt (MPP)	
$i_{\mathrm{PV,MPP}}$	Gesamtstrom des PV Parks beim MPP	$2902.13\,\mathrm{A}$
$v_{\mathrm{PV,MPP}}$	Gesamtspannung des PV Parks beim MPP	$1049.13\,\mathrm{V}$
P_{MPP}	Gesamtleistung des PV Parks beim MPP	$30447.11\,\mathrm{W}$
	Weitere Parameter	
R_{h}	Shunt-Widerstand im Einzeldiodenmodell	$10.196\,\Omega$
v_{DC}	Ausgangsgleichspannung	$900\,\mathrm{V}$
$N_{\mathrm{cell,p}}$	Anzahl paralleler Zellen pro Modul	1
$N_{\mathrm{cell,s}}$	Anzahl serieller Zellen pro Modul	72
$N_{\mathrm{mod,p}}$	Anzahl paralleler Module pro Anlage	336
$N_{\mathrm{mod,s}}$	Anzahl serieller Module pro Anlage	27
N_{p}	Anzahl paralleler Zellen pro Anlage	336
N_{s}	Anzahl serieller Zellen pro Anlage	1944
k	Boltzmann Konstante	$1.381 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
q	Elementarladung	$1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
A_{n}	Dioden-Idealitätsfaktor im Einzeldiodenmodell	1.374
α_{T}	Temperaturkoeffizient des PV-Stroms	$0.06 \cdot 10^{-2}$
β_{T}	Temperaturkoeffizient der PV-Spannung	$-0.36 \cdot 10^{-2}$

Tab. 1: Modellparameter des Buck Converters

Ziel der Regelung soll es sein, die Ausgangsspannung v_{DC} konstant bei $900\,\mathrm{V}$ zu halten. Die einzelnen PV-Zellen wurden im Vorhinein messtechnisch analysiert für verschiedene Bestrahlungen und Temperaturen. Die nachfolgende Modellierung erfolgt zunächst für eine konstante Bestrahlung mit $S = 1000\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ bei einer konstanten Zelltemperatur von $T_{\mathrm{c}} = 298\,\mathrm{K}$.

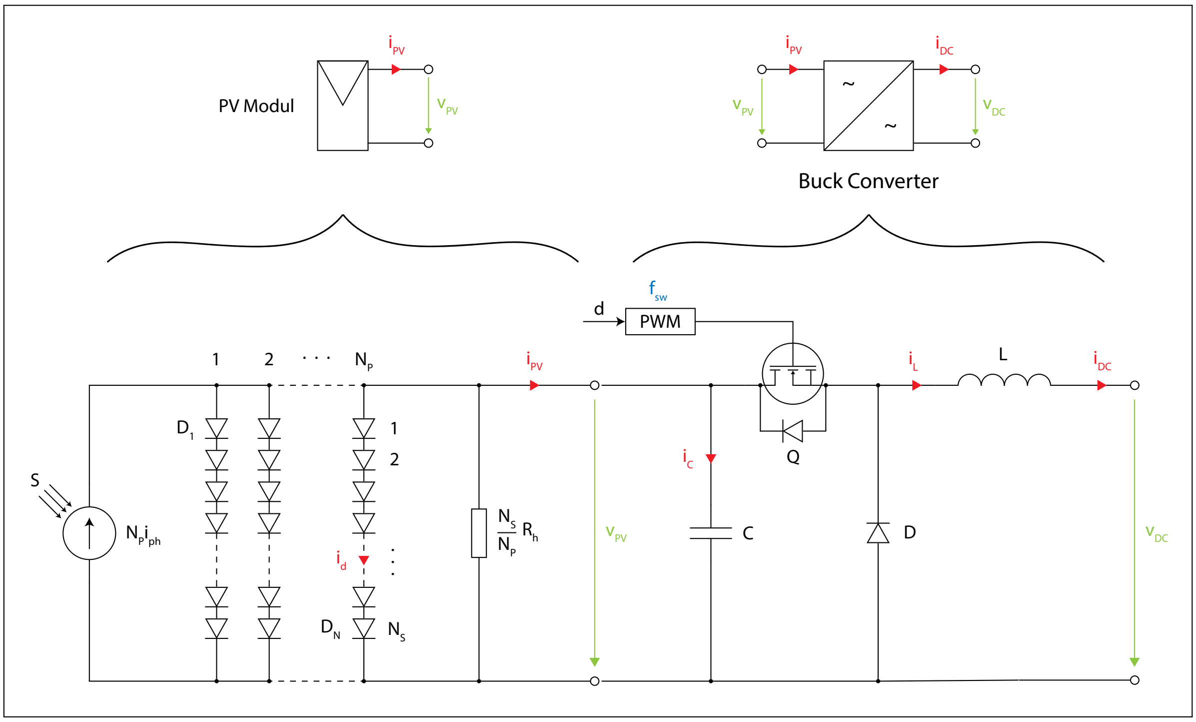

Abb. 1: Übersichtsschaltbild des Buck Converters als zu regelndes System inklusive Photovoltaik Anlage

2 Modellierung des Buck-Converters

2.1 Ströme

Zur Modellierung des Ausgangsstroms einer PV-Anlage sind Kenntnisse über die einzelnen Anlagenströme notwendig. Zur ersten Betrachtung werden die Ströme einer Zelle dargelegt.

Gesamtstrom einer Zelle:

$$i_{\mathrm{pv,z}}(v_{\mathrm{pv,z}}, S, T_{\mathrm{c}}) = i_{\mathrm{ph}}(S, T_{\mathrm{c}}) - i_{\mathrm{d}}(v_{\mathrm{pv,z}}, S, T_{\mathrm{c}}) - \frac{v_{\mathrm{pv,z}}}{R_{\mathrm{h}}} \tag{2}$$

mit:

Strom i_{ph} aufgrund äußerer Bestrahlung:

$$i_{\mathrm{ph}}(S, T_{\mathrm{c}}) = \frac{S}{S_{\mathrm{STC}}} \cdot i_{\mathrm{ph,sc,STC}} \cdot (1 + \alpha_{\mathrm{T}} \cdot (T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{c,STC}}))$$

Sättigungsstrom i_{s} des Dioden-Diffusionseffekts:

$$i_{\mathrm{s}}(S, T_{\mathrm{c}}) = \frac{i_{\mathrm{ph}}(S, T_{\mathrm{c}}) - \frac{v_{\mathrm{oc}}(T_{\mathrm{c}})}{R_{\mathrm{h}}}}{e^{\frac{v_{\mathrm{oc}}(T_{\mathrm{c}})}{A_{\mathrm{n}} \cdot v_{\mathrm{T,STC}}}} - 1}$$

Diodenstrom i_{d}:

$$i_{\mathrm{d}}(v_{\mathrm{pv,z}}, S, T_{\mathrm{c}}) = i_{\mathrm{s}}(S, T_{\mathrm{c}}) \cdot \left(e^{\frac{v_{\mathrm{pv,z}}}{A_{\mathrm{n}} \cdot v_{\mathrm{T,STC}}}} - 1 \right)$$

Thermische Leerlaufspannung v_{oc} pro Zelle:

$$v_{\mathrm{oc}}(T_{\mathrm{c}}) = v_{\mathrm{oc,STC}} \cdot (1 + \beta_{\mathrm{T}} \cdot (T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{c,STC}}))$$

Durch das Einsetzen der vorangegangenen Gleichungen in Gleichung 1 folgt für den Strom einer Zelle:

$$i_{\mathrm{pv,z}}(v_{\mathrm{pv,z}}, S, T_{\mathrm{c}}) = i_{\mathrm{ph}}(S, T_{\mathrm{c}}) - i_{\mathrm{s}}(S, T_{\mathrm{c}}) \cdot \left(e^{\frac{v_{\mathrm{pv,z}}}{A_{\mathrm{n}} \cdot v_{\mathrm{T,STC}}}} - 1 \right) - \frac{v_{\mathrm{pv,z}}}{R_{\mathrm{h}}} \tag{3}$$

Um Stromgleichungen für eine PV-Anlage bestehend aus mehreren Modulen zu motivieren, werden die Anzahl der seriellen und parallelen Zellen pro Modul mit der Anzahl der seriellen und parallelen Module multipliziert. Folgender Zusammenhang gilt:

Berechnung der Gesamtzahl serieller (N_s) und paralleler (N_p) Zellen pro PV-Anlage:

$$N_\text{s} = N_\text{cell,s} \cdot N_\text{mod,s}$$

$$N_\text{p} = N_\text{cell,p} \cdot N_\text{mod,p}$$

Aus der Erkenntnis der vorangegangenen zwei Gleichungen resultiert für Strom und Spannung der PV-Anlage:

Strom und Spannung der PV-Anlage:

$$i_\text{pv} = N_\text{p} \cdot i_\text{pv,z}$$

$$v_\text{pv} = N_\text{s} \cdot v_\text{pv,z}$$

Durch das Einfügen der Zusammenhänge in Gleichung 3 resultiert der Gesamtstrom der PV-Anlage zu:

Gesamtstrom der PV-Anlage:

$$i_\text{pv}(v_\text{pv}, S, T_\text{c}) = N_\text{p} \cdot i_\text{ph}(S, T_\text{c}) - N_\text{p} \cdot i_\text{s}(S, T_\text{c}) \cdot \left(e^{\frac{v_\text{pv}}{N_\text{s} \cdot A_\text{n} \cdot v_\text{T,STC}}} - 1 \right) - \frac{N_\text{p} \cdot v_\text{pv}}{N_\text{s} \cdot R_\text{h}} \tag{4}$$

Die Parameter S (Eingangsstrahlung), T_c (Temperatur der Zellen) und v_pv (PV-Spannung) werden im späteren Verlauf spezifiziert und zur Berechnung herangezogen.

2.2 Induktivitäten und Kapazitäten

Zur Auslegung der Induktivitäten und Kapazitäten des Buck-Converters am MPP werden der Duty Cycle (d), die Schaltfrequenz (f_SW), der Strom ($i_\text{PV,MPP}$) und die Spannung ($v_\text{PV,MPP}$) als bekannt vorausgesetzt. Im ersten Schritt werden die maximal zulässigen Strom- und Spannungsschwankungen an den Bauteilen berechnet. Dabei wird eine Schwankung von $\pm$ 0.5 $\%$ zugelassen.

Strom- und Spannungsschwankungen an den Bauteilen:

$$\Delta i_{\mathrm{L}} = 0.005 \cdot i_{\mathrm{PV,MPP}}$$

$$\Delta v_{\mathrm{PV}} = 0.005 \cdot v_{\mathrm{PV,MPP}}$$

Zur Berechnung der Induktivität (L) und der Kapazität (C) werden die Gleichung 5 und Gleichung 6 angewendet.

Berechnung von L und C:

$$L = \frac{v_{\mathrm{DC}} \cdot (1-d)}{\Delta i_{\mathrm{L}} \cdot f_{\mathrm{sw}}} \tag{5}$$

$$C = \frac{i_{\mathrm{PV,MPP}} \cdot (1-d)}{\Delta v_{\mathrm{PV}} \cdot f_{\mathrm{sw}}} \tag{6}$$

Die für die Simulation angesetzten Bauteilgrößen resultieren zu:

Berechnung der Bauteilgrößen:

$$\underline{\underline{L}} = \frac{900V \cdot (1-0.8579)}{0.005 \cdot 2902.13A \cdot 5kHz} \approx \underline{\underline{1.76mH}} \tag{7}$$

$$\underline{\underline{C}} = \frac{2902.13A \cdot (1-0.8579)}{0.005 \cdot 1049.13V \cdot 5kHz} \approx \underline{\underline{15.7mF}} \tag{8}$$

3 Zustandsraumdarstellung

Um das Verhalten mittels mathematischer Beziehungen zu veranschaulichen, wird die Zustandsraumdarstellung verwendet. Folgende messbaren Ein- und Ausgänge werden festgelegt:

Systemeingänge:

$$\underline{u} = d$$

Systemzustände:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{PV}} \\ i_{\mathrm{L}} \end{bmatrix} \tag{9}$$

Die Ausgänge des Systems gleichen den beiden Zuständen.

Systemausgänge:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{PV}} \\ i_{\mathrm{L}} \end{bmatrix}$$

3.1 Nichtlinear

Die nachstehend gezeigten Zustandsänderungsgleichungen des Mittelwertmodells werden für weitere Betrachtungen als bekannt vorausgesetzt und deren Herleitung als korrekt angenommen.

Mittelwertmodell:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{C} \cdot i_{\mathrm{pv}}(x_1, S, T_{\mathrm{c}}) - \frac{1}{C} \cdot x_2 \cdot d$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{L} \cdot x_1 \cdot d - \frac{1}{L} \cdot v_{\mathrm{DC}}$$

mit:

$$L = 1.76mH; \quad C = 15.7mF; \quad d = 0.8579; \quad v_{\mathrm{DC}} = 900V; \quad S = 1000\frac{W}{m^2}; \quad T_{\mathrm{c}} = 298K$$

3.2 Linear

3.2.1 Ruhelagen

Die Ruhelagen des Systems werden ermittlen, indem das Mittelwertmodell aus Unterabschnitt 3.1 gleich Null gesetzt wird und anschließend die Auflösung nach den Zuständen x_1 und x_2 erfolgt.

Vorgabe:

$$\dot{x}_1^* = \dot{x}_1(x_1^*, x_2^*) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\dot{x}_2^* = \dot{x}_2(x_1^*, x_2^*) \stackrel{!}{=} 0$$

Bestimmung von $\dot{x}_1^*$:

$$0 = \frac{1}{L} \cdot x_1^* \cdot d - \frac{1}{L} \cdot v_{\mathrm{DC}}$$

$$\frac{1}{L} \cdot v_{\mathrm{DC}} = \frac{1}{L} \cdot x_1^* \cdot d$$

$$x_1^* = \frac{v_{\mathrm{DC}}}{d} \tag{10}$$

Bestimmung von $\dot{x}_2^*$:

$$0 = \frac{1}{C} \cdot i_{\mathrm{pv}}(x_1^*, S, T_{\mathrm{c}}) - \frac{1}{C} \cdot x_2^* \cdot d$$

$$\frac{1}{C} \cdot x_2^* \cdot d = \frac{1}{C} \cdot i_{\mathrm{pv}}(x_1^*, S, T_{\mathrm{c}})$$

$$\dot{x}_2^* = \frac{i_{\mathrm{pv}}(x_1^*, S, T_{\mathrm{c}})}{d} \tag{11}$$

Die spezifischen Ruhelagen aufgrund der vorgegebenen Parameter resultieren zu:

Ruhelagen des Systems:

$$\underline{\underline{x_1^*}} = \frac{900V}{0.8579} \approx \underline{\underline{1049.13V}}$$

$$\underline{\underline{x_2^*}} = \frac{i_{\text{pv}}(1049.13V, 1000\frac{W}{m^2}, 298K)}{0.8579} \approx \underline{\underline{3422.92A}}$$

$$\underline{x}^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1049.13V \\ 3422.92A \end{bmatrix} \tag{12}$$

3.2.2 Linearisierungsvorschrift

Die Vorschrift zur Linearisierung ist in Gleichung 13 hinterlegt.

Linearisierungsvorschrift nach Taylor:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}^* + \Delta\dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}^* + \Delta\underline{x}, \underline{u}^* + \Delta\underline{u}) \\ &= \underline{f}(\underline{x}^*, \underline{u}^*) + \left[\frac{\partial f_{\text{i}}}{\partial x_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial f_{\text{i}}}{\partial u_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} + \underline{R}(\Delta\underline{x}^2, \Delta\underline{u}^2) \end{aligned} \tag{13}$$

Durch die Annahme über das Verhalten der nichtlinearen Restglieder folgt die Struktur der Linearisierung aus Gleichung 14.

Zusammengefasste Struktur:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\underline{x}} &= \left[\frac{\partial f_{\text{i}}}{\partial x_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial f_{\text{i}}}{\partial u_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} \\ \Delta\underline{y} &= \left[\frac{\partial h_{\text{i}}}{\partial x_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{x} + \left[\frac{\partial h_{\text{i}}}{\partial u_{\text{j}}}\right]_{(\underline{x}^*, \underline{u}^*)} \cdot \Delta\underline{u} \end{aligned} \tag{14}$$

3.2.3 Zustandsraummodell

Durch die Anwendung der Linearisierungsvorschrift aus Gleichung 14 auf das Mittelwertmodell aus Unterabschnitt 3.1 resultiert das linearisierte Zustandsraummodell zu:

Grundstruktur des linearisierten Zustandraummodells:

$$\Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \cdot \frac{\partial i_{\mathrm{pv}}(x_1,S,T_{\mathrm{c}})}{\partial x_1}\big|_{x_1^*} & -\frac{1}{C} \cdot u^* \\ \frac{1}{L} \cdot u^* & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \cdot x_2^* \\ \frac{1}{L} \cdot x_1^* \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{u}$$
$$\Delta\underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{x} + \underline{0} \cdot \Delta\underline{u} \tag{15}$$

mit:

$$\Delta\underline{x} = \underline{x} - \underline{x}_{\mathrm{c}}$$
$$\Delta\underline{u} = \Delta\underline{d} = \underline{d}_{\mathrm{dyn}} - \underline{d}$$

Die Terme $\underline{x}_{\mathrm{c}}$ und $\underline{d}$ gleichen den Ruhelagen aus Gleichung 12 und $d = 0.8579$. Das vollständige lineare Zustandsraummodell ist in Gleichung 16 dargestellt und folgt durch die Berechnungen der einzelnen Terme aus Gleichung 15.

Linearisiertes Zustandsraummodell:

$$\Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} -150.4187 & -54.5419 \\ 486.5101 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} -2.1763 \cdot 10^5 \\ 5.9499 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{u}$$
$$\Delta\underline{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta\underline{x} + \underline{0} \cdot \Delta\underline{u} \tag{16}$$

3.2.4 Überprüfung der Steuerbarkeit

Zur Überprüfung der Steuerbarkeit wird im ersten Schritt die Steuerbarkeitsmatrix Q_{s} nach der Vorschrift aus Gleichung 17 berechnet. Im Anschluss erfolgt die Berechnung der Determinante (quadratische Matrix) oder des Rangs (nichtquadratische Matrix).

Vorschrift:

$$\underline{Q}_{\mathrm{s}} = \begin{pmatrix} \underline{B} & \underline{A} \cdot \underline{B} & \dots & \underline{A}^{(n-1)} \cdot \underline{B} \end{pmatrix} \tag{17}$$

Steuerbarkeitsmatrix Q_s:

$$\underline{Q}_\mathrm{s} = \begin{bmatrix} -0.0022 \cdot 10^8 & -0.0028 \cdot 10^8 \\ \\ 0.0059 \cdot 10^8 & -1.0588 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \tag{18}$$

Die Matrix ist quadratisch, somit ist die Determinante maßgebend und muss ungleich Null sein.

Determinante von $\underline{Q}_\mathrm{s}$:

$$\underline{\underline{det(\underline{Q}_\mathrm{s})}} = \underline{\underline{2.2873 \cdot 10^{13}}}$$

Das System ist steuerbar, da gilt: $det(\underline{Q}_\mathrm{s}) \neq 0$.

4 Vergleich beider Systeme

In Abbildung 2 ist die Übersicht der notwendigen Simulationsstruktur dargestellt. Aus der Übersicht geht hervor, dass beide Systeme unterschiedliche Eingänge besitzen und somit ein direkter Vergleich ohne entsprechende Berücksichtigung der Linearisierungsvorschriften unmöglich ist. Das linearisierte Modell verwendet als Eingang im Gegensatz zum nichtlinearen Modell eine Differenz Δd. Dies folgt aus Gleichung 15. Die Variable d_{dyn} sei gleich der Konstante d. Die Strukturen des nichtlinearen und des linearen Modells sind zur Information in Abbildung 3 und Abbildung 4 visualisiert.

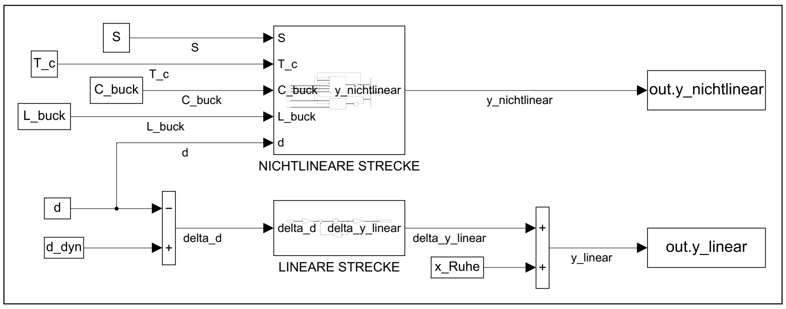

Abb. 2: Übersicht der Simulationsstruktur

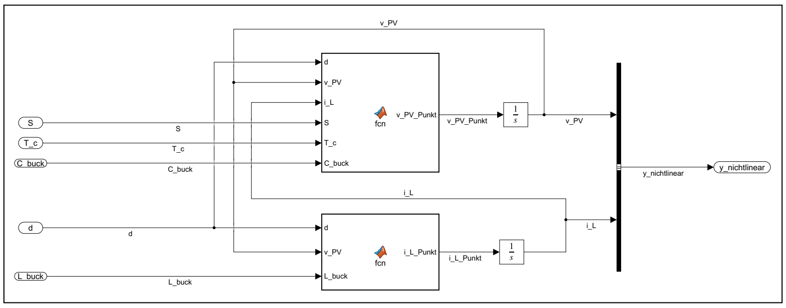

Abb. 3: Nichtlineare Strecke

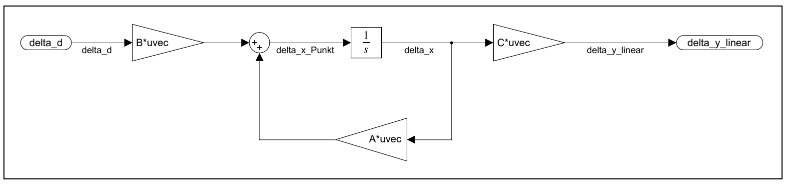

Abb. 4: Lineare Strecke

Um das lineare mit dem nichtlinearen Modell zu vergleichen, werden gemäß Unterunterabschnitt 3.2.3 zu den Zuständen $\Delta\underline{x}$ die Ruhelagen $\underline{x}^*$ aus Gleichung 12 addiert. Aus der Abbildung 5 und Abbildung 6 geht hervor, dass das nichtlineare System aufgund der Nichtlinearität leicht zu schwingen anfängt, jedoch nach ca. 0.15s erwartungsgemäß in die Ruhelagen, d.h. in den MPP, pendelt. Die implementierten Systeme weisen für kleine Abweichungen von der Ruhelagen mit steigender Zeit "t" selbiges Verhalten auf.

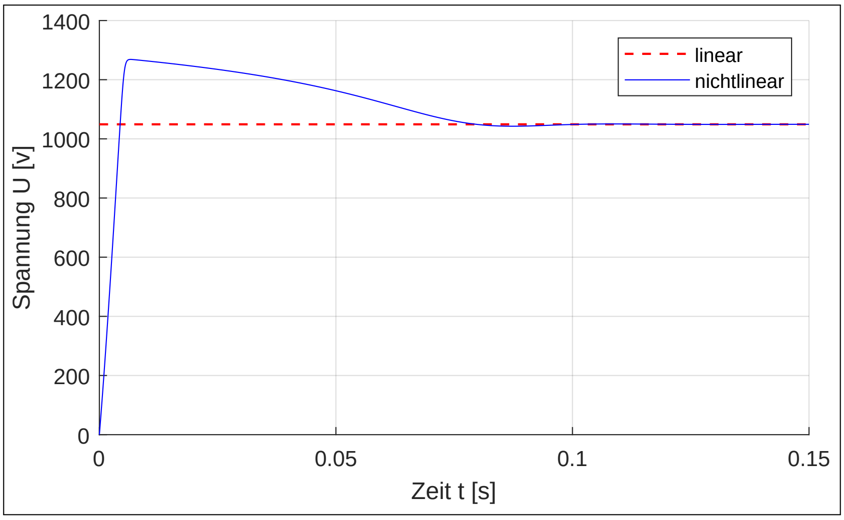

Abb. 5: Vergleich der Spannungen v_{PV}

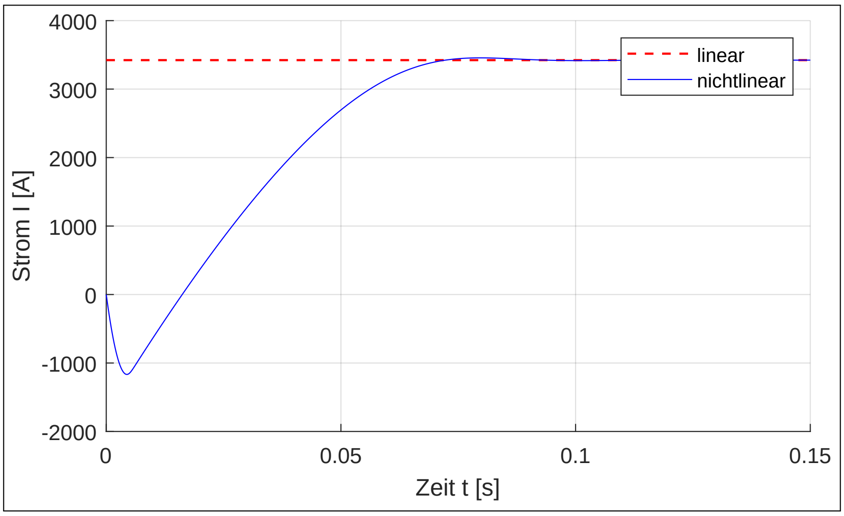

Abb. 6: Vergleich der Ströme i_{L}

5 Zustandsreglerentwurf

5.1 Einfache Zustandsrückführung

Auf Basis der Reglerstruktur aus Abbildung 7 folgt das notwendige Reglergesetz zu:

Reglergesetz:

$$\underline{u}(t) = -\underline{k} \cdot \underline{x}(t) \tag{19}$$

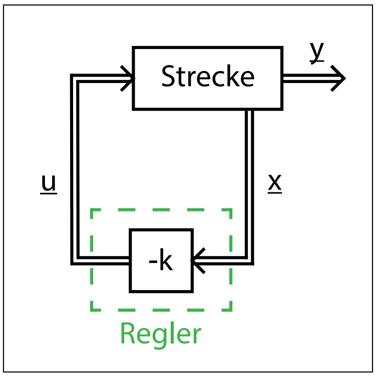

Abb. 7: Reglerstruktur der einfachen Zustandsrückführung

Die Berechnung der k-Faktoren wird mittels linearen Matrixungleichungen mithilfe von Matlab gelöst. Hierbei wird die exponentielle Stabilität mit der Decay-Rate α berücksichtigt.

Matrixungleichung:

$$\begin{aligned} \underline{X} \cdot \underline{A}' + \underline{A} \cdot \underline{X} - \underline{M}' \cdot \underline{B}' - \underline{B} \cdot \underline{M} + 2 \cdot \alpha \cdot \underline{X} < 0 \\ \underline{X} > 0 \end{aligned} \tag{20}$$

mit:

$$\underline{X} = \underline{x} \quad X \in \mathbb{R}^{(2x1)}$$
$$\underline{M} = \underline{k} \cdot \underline{X} \quad M \in \mathbb{R}^{(1x2)}$$

Die k-Faktoren folgen aus: $k = M \cdot X^{-1}$. Die Decay-Rate wird mit 0.5 vorgesehen.

k-Faktoren:

$$k = \begin{bmatrix} 0.7105 \cdot 10^{-3} & 0.0105 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Die Lage der Reglerpolstellen im Vergleich zu den Polstellen der Systemmatrix A sind in Abbildung 8 visualisiert. Die Berechnung der Reglerpolstellen ist folgendermaßen definiert:

Berechnung der Reglerpolstellen:

$$sP = eig\left(\underline{A} - \underline{B} \cdot \underline{k}\right)$$

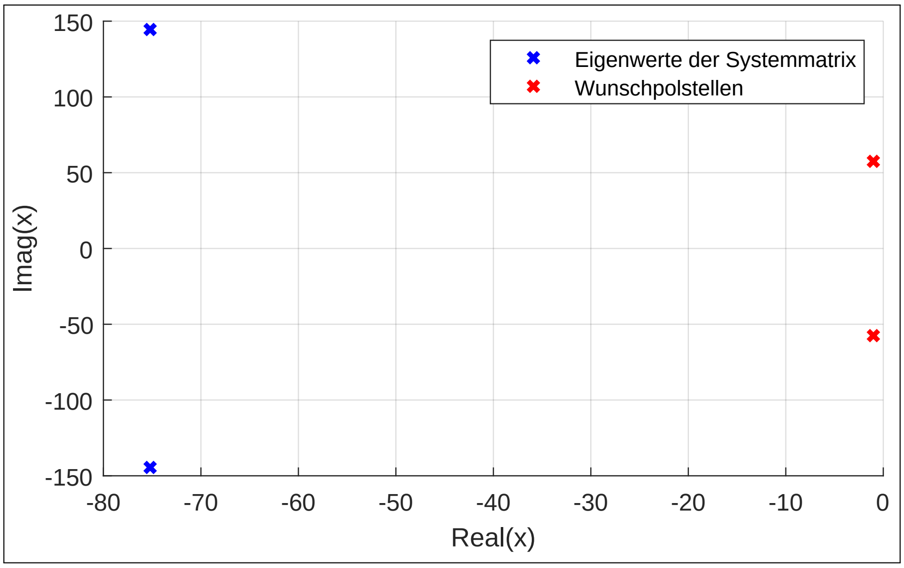

Abb. 8: Polstellenlage der einfachen Zustandsrückführung im Vergleich zur Systemmatrix

5.2 Referenzwertvorsteuerung

Die Reglerstruktur wird erweitert, sodass nun eine Referenzspannung vorgegeben wird. Diese wird mit einem Vorfilter F verrechnet (Abbildung 9).

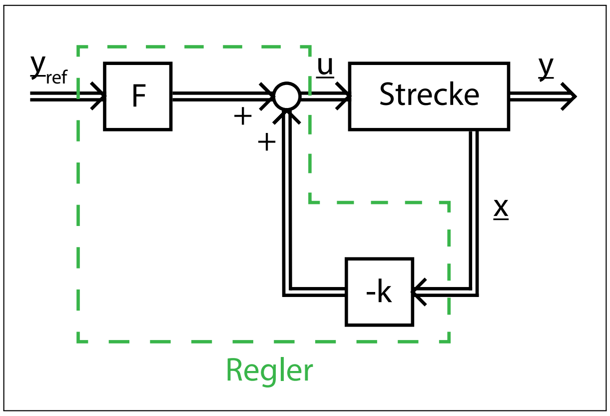

Abb. 9: Reglerstruktur der Referenzwertvorsteuerung

Das Reglergesetz resultiert zu:

Reglergesetz:

$$\underline{u}(t) = -\underline{k} \cdot \underline{x}(t) + \underline{F} \cdot \underline{y}_{\mathrm{ref}(t)} \tag{22}$$

Die Berechnung der k-Faktoren erfolgt analog zum Unterabschnitt 5.1 mit einer Decay-Rate $\alpha = 0.5$.

k-Faktoren:

$$k = \begin{bmatrix} -0.7105 \cdot 10^{-3} & 0.0105 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \tag{23}$$

Die Reglerpolstellen und die Eigenwerte der Systemmatrix werden in Abbildung 10 dargelegt.

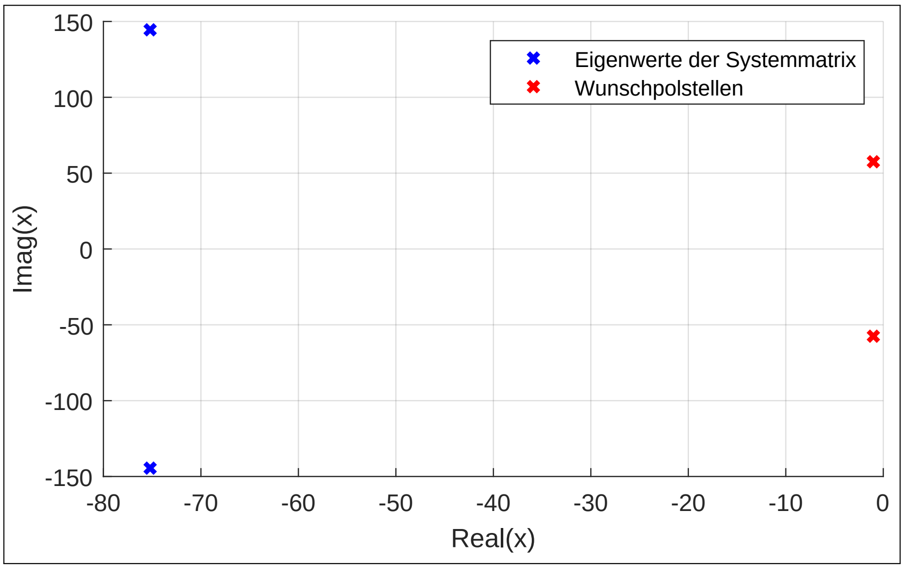

Abb. 10: Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung im Vergleich zur Systemmatrix

Die Berechnung des Vorfilters F wird auf Grundlage der Gleichung 24 durchgeführt.

$$\underline{F} = \left(C_{\text{Vor}} \cdot (-\underline{A} + \underline{B} \cdot \underline{k})^{-1} \cdot \underline{B}\right)^{-1} \tag{24}$$

mit:

$$C_{\text{Vor}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Berechnung des Vorfilters ergibt: $F = -1.0193 \cdot 10^{-4}$.

5.3 I-Regelung

Das anzuwendene Reglergesetz folgt aus der Reglerstruktur in Abbildung 11.

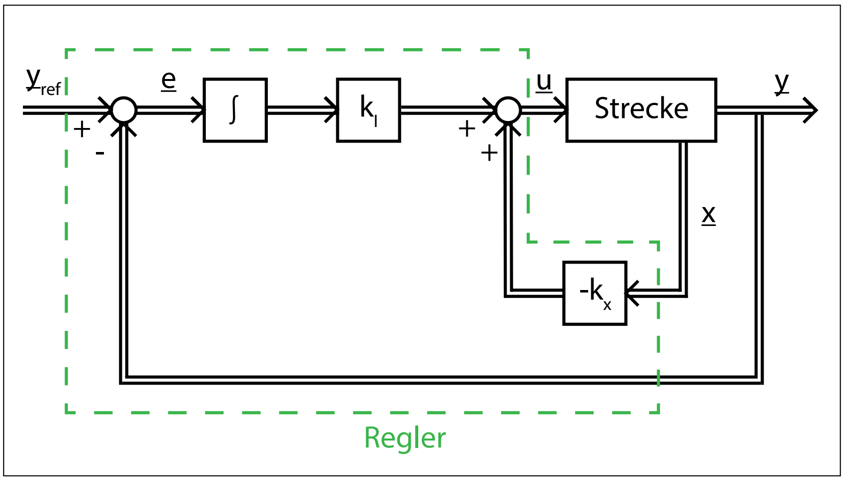

Abb. 11: Reglerstruktur der Regelung mit Integrationsglied

Reglergesetz:

$$\underline{u} = \underline{k}_{\mathrm{I}} \cdot \int_0^t (\underline{y}_{\mathrm{ref}} - \underline{y}) d\tau - \underline{k}_{\mathrm{x}} \cdot \underline{x} \tag{25}$$

Zur Vereinfachung wird nachfolgende Definition eingesetzt.

Definition:

$$\underline{x}_{\mathrm{I}} := \int_0^t (\underline{y}_{\mathrm{ref}} - \underline{y}) d\tau$$

Einsetzen der Definition:

$$\underline{u} = \underline{k}_{\mathrm{I}} \cdot \underline{x}_{\mathrm{I}} - \underline{k}_{\mathrm{x}} \cdot \underline{x} \tag{26}$$

$$\underline{u} = -\begin{bmatrix} \underline{k}_{\mathrm{x}} & -\underline{k}_{\mathrm{I}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{x}_{\mathrm{I}} \end{bmatrix}$$

mit:

$$\underline{\tilde{k}} = \begin{bmatrix} \underline{k}_{\text{x}} & -\underline{k}_{\text{I}} \end{bmatrix} \tag{27}$$

Zur Berechnung der k-Faktoren wird ein erweitertes Zustandsraummodell eingeführt.

Erweitertes Zustandsraummodell:

$$\dot{\underline{\tilde{x}}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{\tilde{x}} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \cdot \underline{y}_{ref} \tag{28}$$

mit:

$$\begin{aligned}
\underline{\tilde{A}} &= \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \quad ; \underline{\tilde{A}} \in \mathbb{R}^{(n+p)x(n+p)} \\
\underline{\tilde{B}} &= \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad ; \underline{\tilde{B}} \in \mathbb{R}^{(n+p)x(m)} \\
\underline{\tilde{B}}_{\text{y}} &= \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \quad ; \underline{\tilde{B}}_{\text{y}} \in \mathbb{R}^{(n+p)x(p)}
\end{aligned}$$

Die Matrix C wird wie in Unterabschnitt 5.2 definiert. Somit folgen die Matrizen $\tilde{A}$ und $\tilde{B}$ nach der Definition zu:

$$\begin{aligned}
\tilde{A} &= \begin{bmatrix} -150.4187 & -54.5419 & 0 \\ 486.5101 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\tilde{B} &= \begin{bmatrix} -2.1763 \cdot 10^5 \\ 5.9499 \cdot 10^5 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Die anschließende Berechnung der notwendigen k-Faktoren erfolgt analog zu Unterabschnitt 5.2 mit den Tilde-Matrizen und $X \in \mathbb{R}^{(3x1)}$ und $M \in \mathbb{R}^{(1x3)}$. Die Decay-Rate wird auf 0.5 festgelegt. Zur Veranschaulichung der Polstellenlagen dient Abbildung 12.

k-Faktoren:

$$k = \begin{bmatrix} 0.6007 \cdot 10^{-3} & -0.0258 \cdot 10^{-3} & 0.2301 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \tag{29}$$

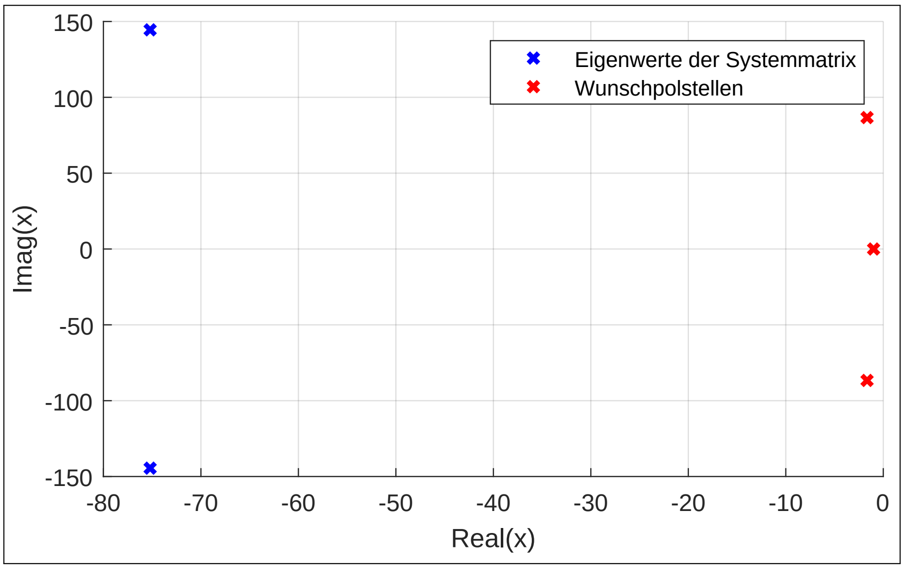

Abb. 12: Polstellenlage der Referenzwertvorsteuerung mit I-Anteil im Vergleich zur Systemmatrix

6 Reglervalidierung

6.1 Validierung des linearen Modells

6.1.1 Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung

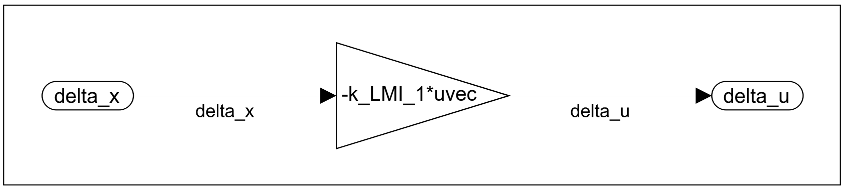

Abb. 13: Simulink Regler-Blockschaltbild für den einfachen Zustandsregler (lineares Zustandsraummodell)

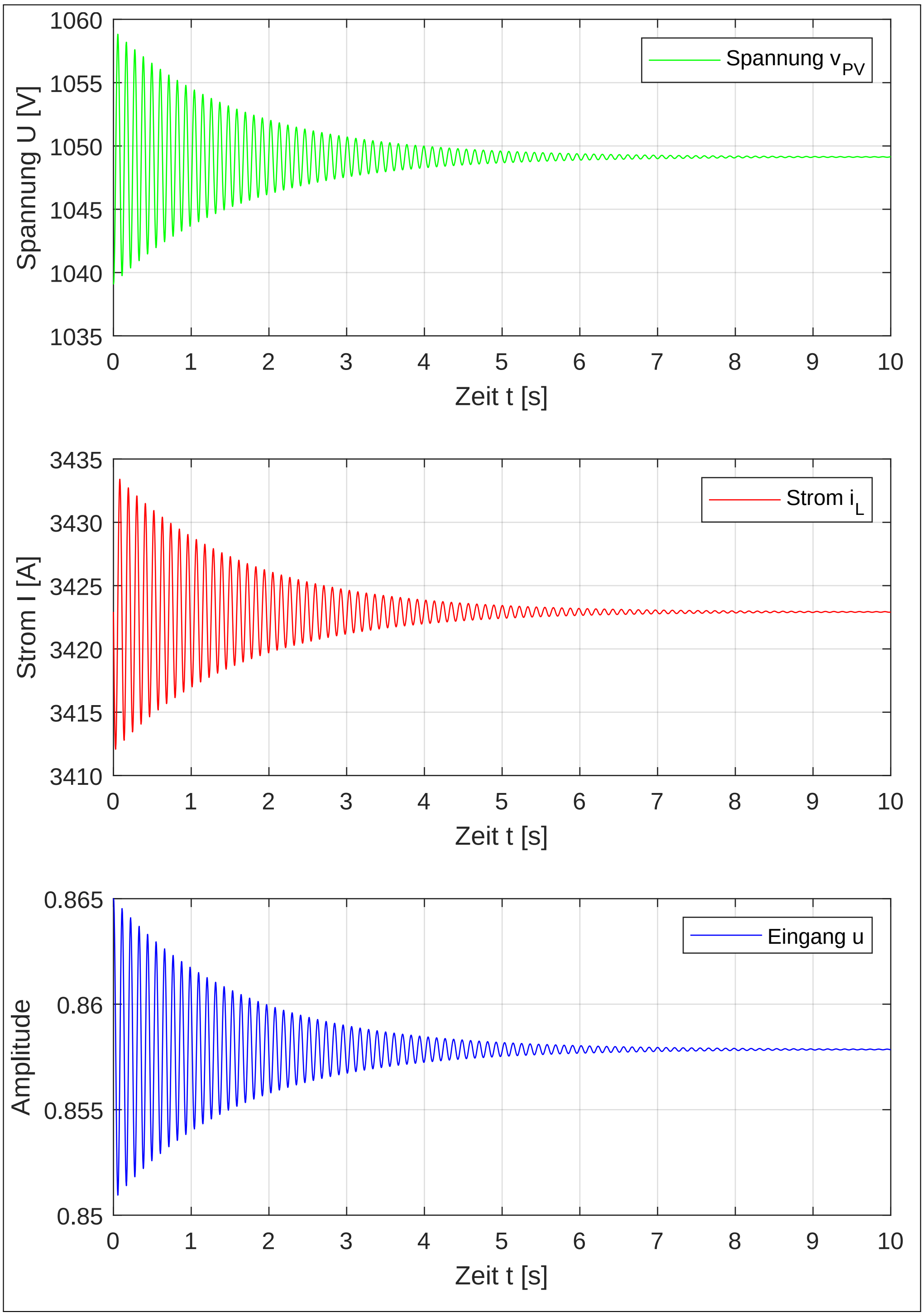

Abb. 14: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Eingangssprung von $v_{\mathrm{PV,MPP}} - 10\,\mathrm{V}$ am einfachen Zustandsregler für das lineare Zustandsraummodell

6.1.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

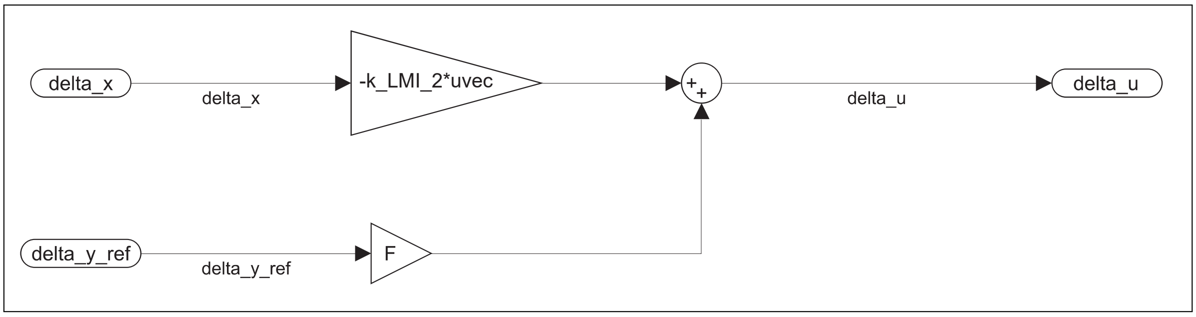

Abb. 15: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit Vorsteuerung (lineares Zustandsraummodell)

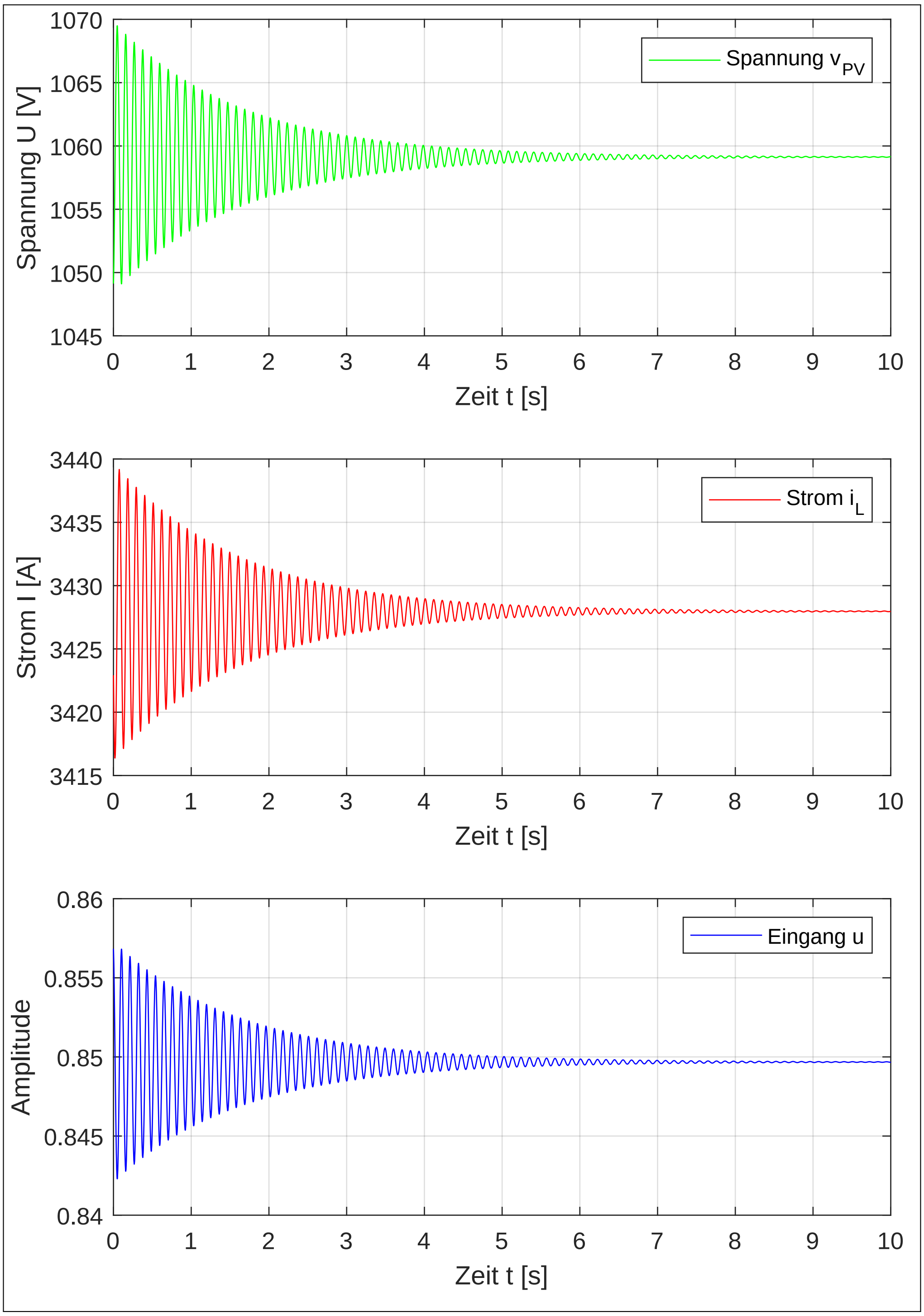

Abb. 16: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\text{PV,MPP}} + 10$ V am Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung für das lineare Zustandsraummodell

6.1.3 Zustandsregler mit I-Regelung

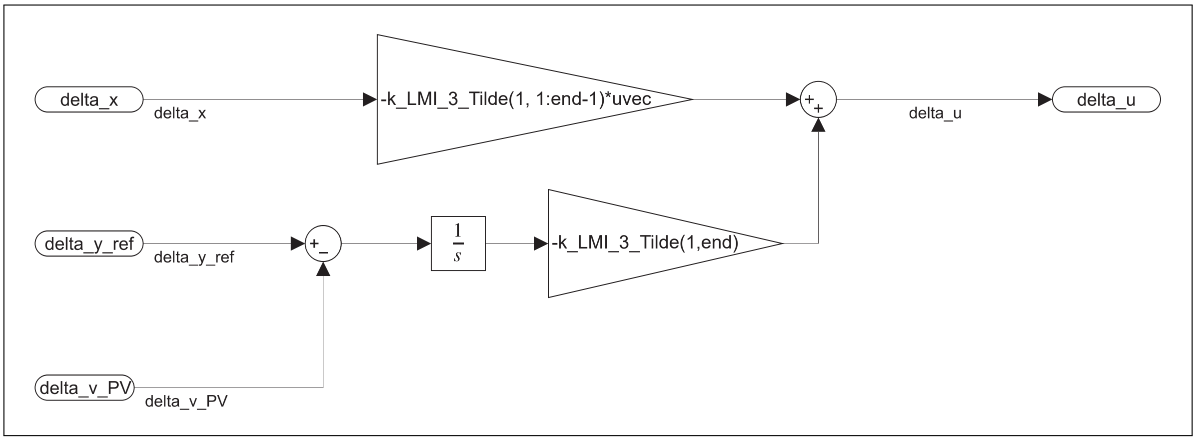

Abb. 17: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit I-Regelung (lineares Zustandsraummodell)

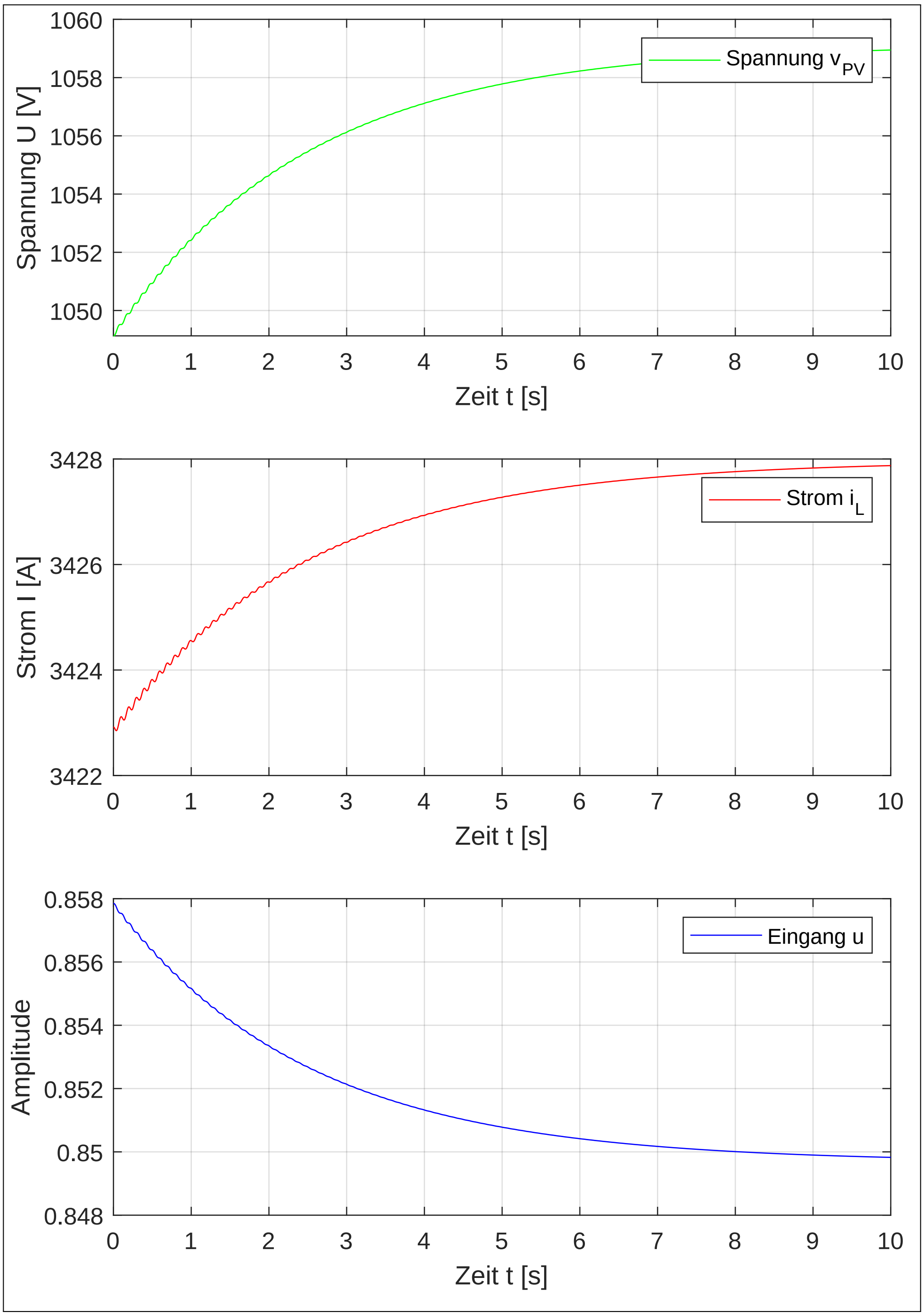

Abb. 18: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\mathrm{PV,MPP}} + 10\,\mathrm{V}$ am Zustandsregler mit I-Regelung für das lineare Zustandsraummodell

6.1.4 Vergleich des Regelverhaltens

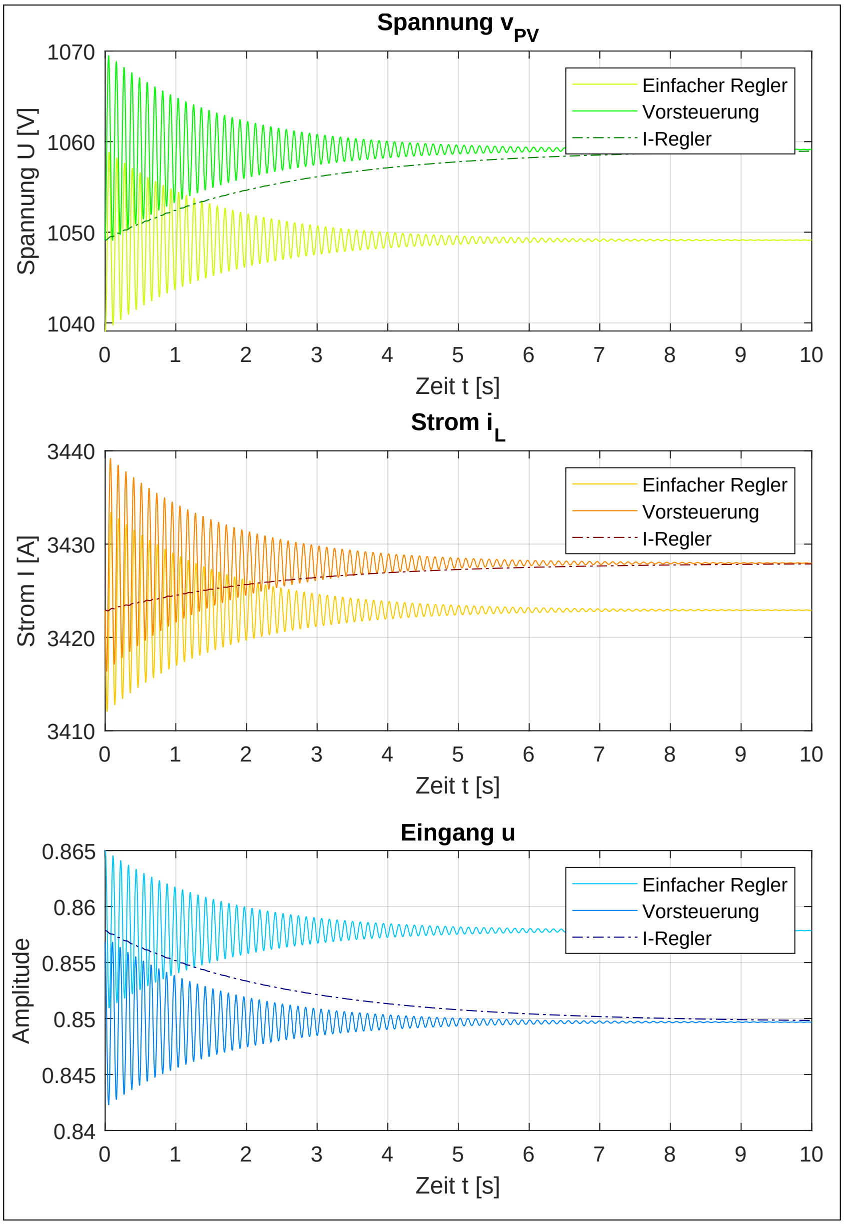

Abb. 19: v_{PV}, i_{L} und u für Regler mit einfacher Zustandsrückführung, Regler mit Referenzwertvorsteuerung und Regler mit I-Regelung bei einem Eingangssprung von $v_{\mathrm{PV,MPP}} - 10\,\mathrm{V}$ bzw. einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\mathrm{PV,MPP}} + 10\,\mathrm{V}$ am linearen Zustandsraummodell

6.2 Validierung des nichtlinearen Modells

6.2.1 Zustandsregler mit einfacher Zustandsrückführung

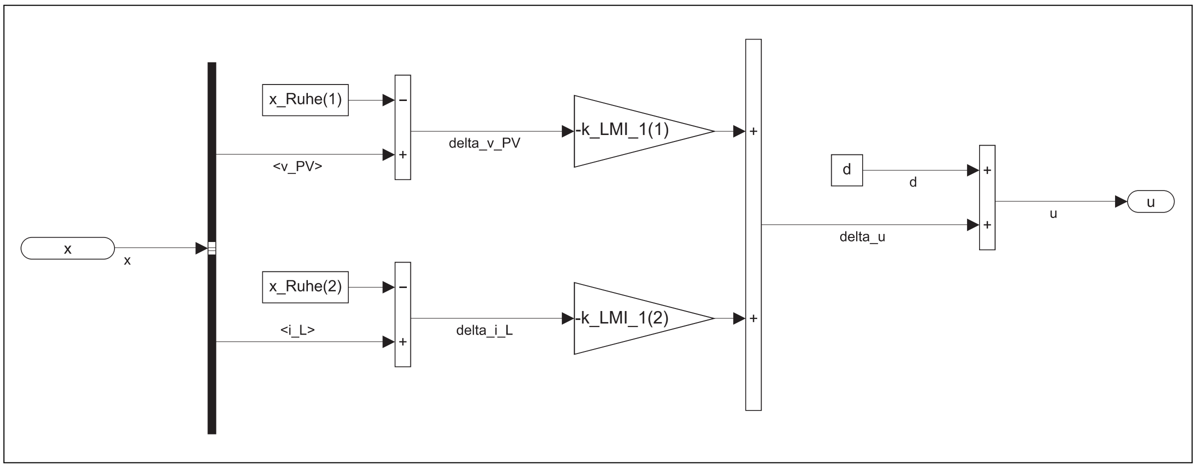

Abb. 20: Simulink Regler-Blockschaltbild für den einfachen Zustandsregler (nicht-lineares Zustandsraummodell)

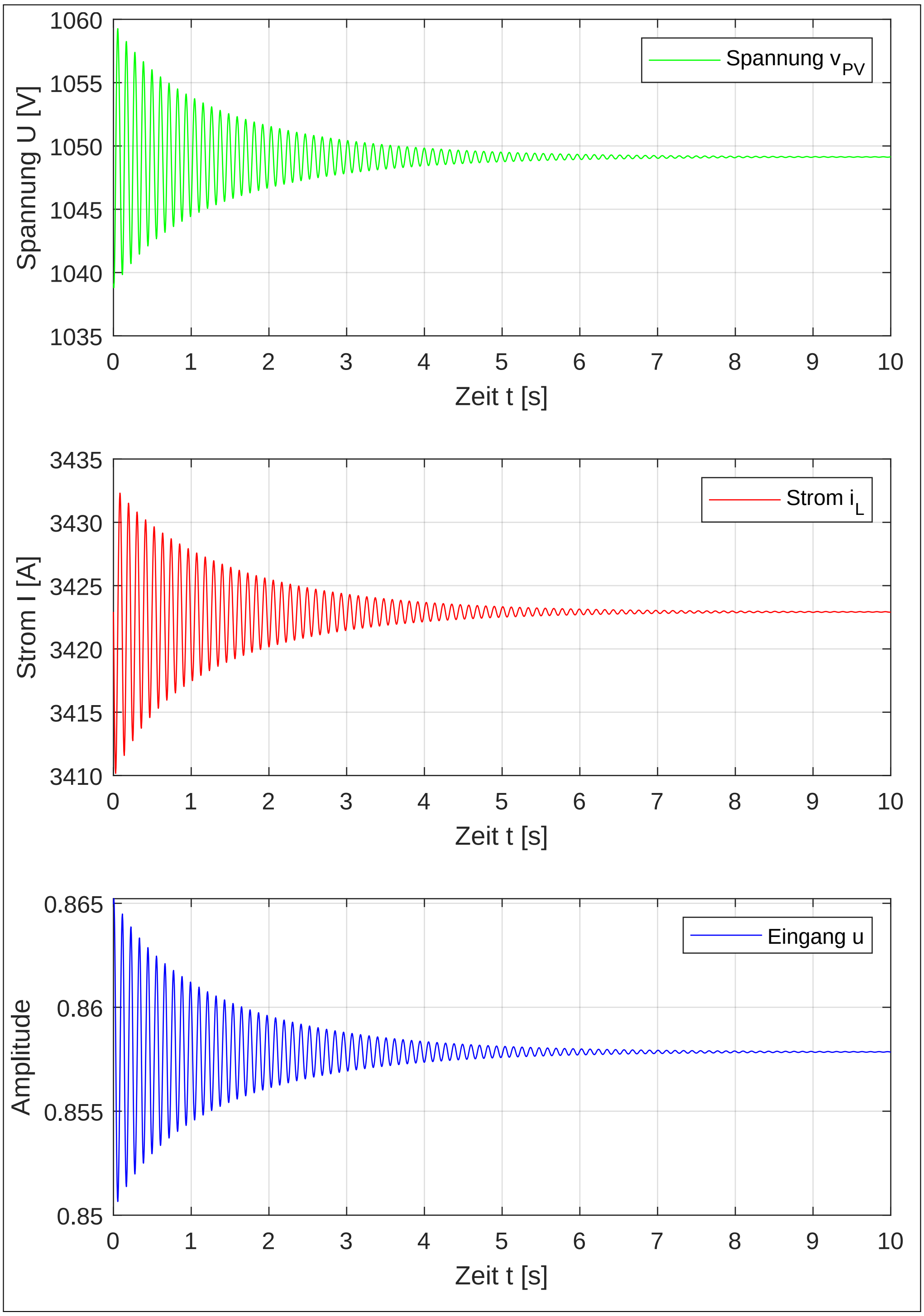

Abb. 21: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Eingangssprung von $v_{\mathrm{PV,MPP}} - 10\,\mathrm{V}$ am einfachen Zustandsregler für das nicht-lineare Zustandsraummodell

6.2.2 Zustandsregler mit Vorsteuerung

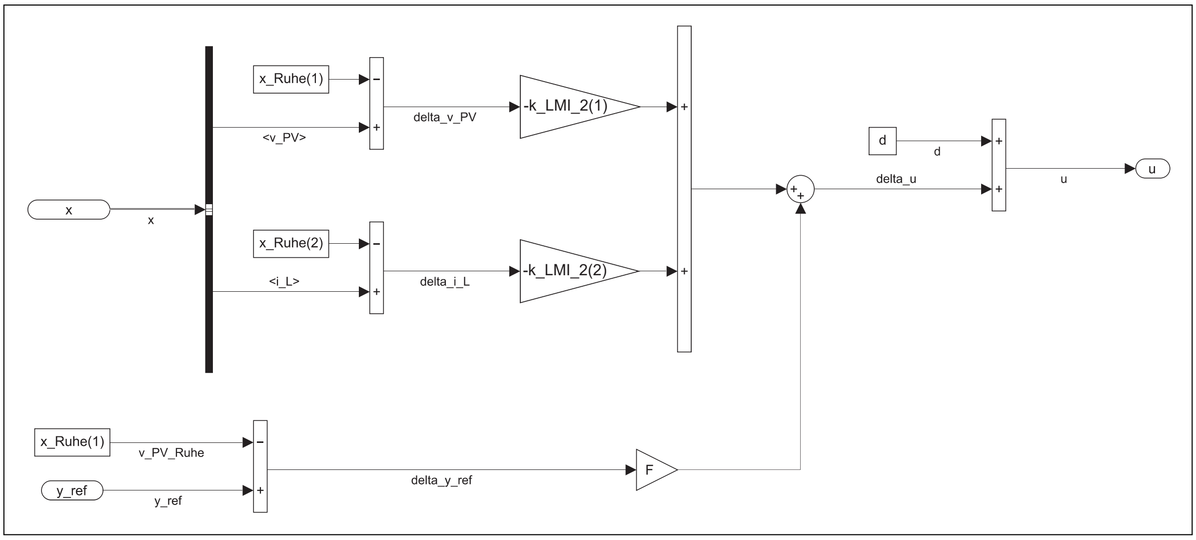

Abb. 22: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit Vorsteuerung (nicht-lineares Zustandsraummodell)

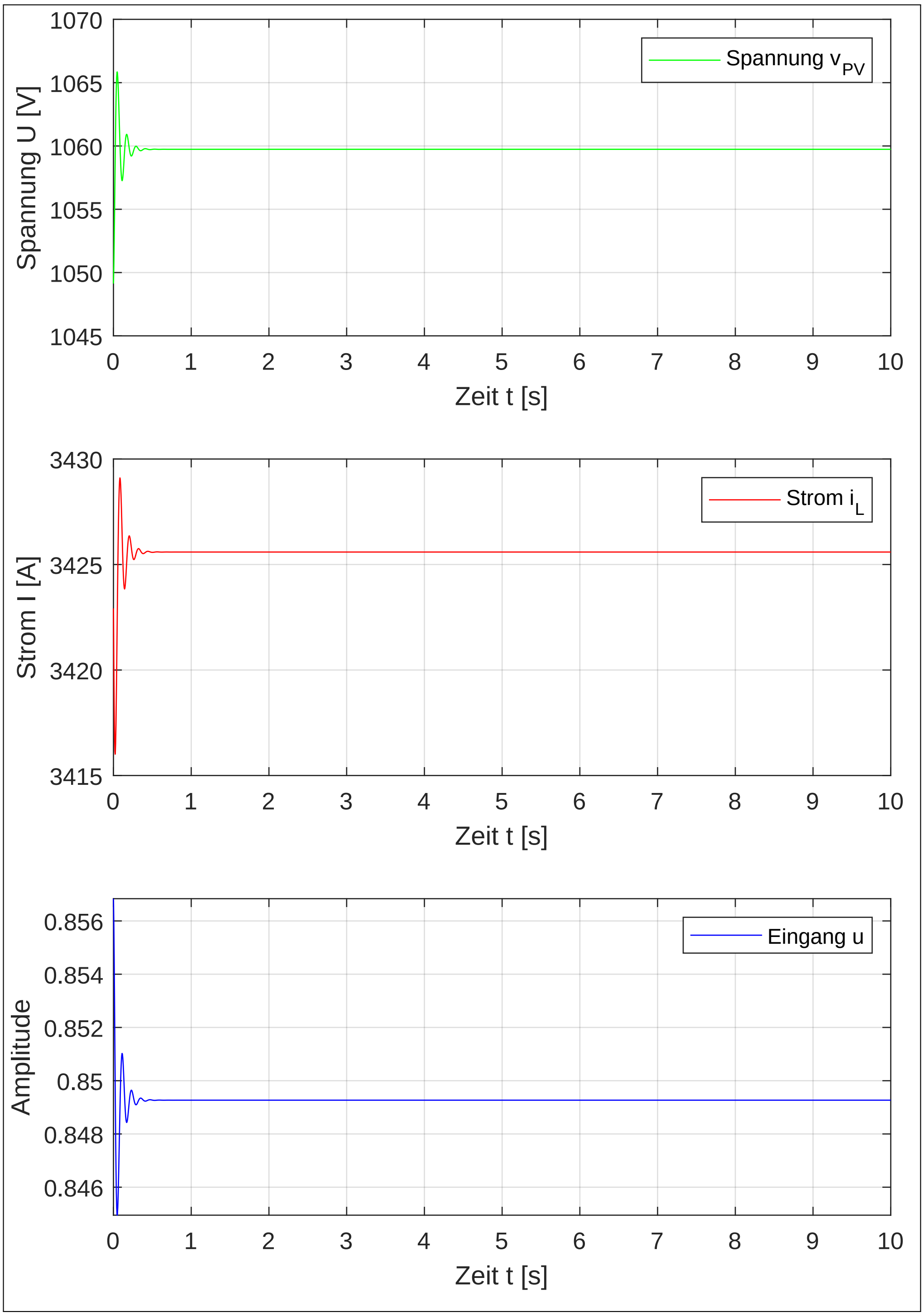

Abb. 23: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\mathrm{PV,MPP}} + 10$ V am Zustandsregler mit Referenzwertvorsteuerung für das nicht-lineare Zustandsraummodell

6.2.3 Zustandsregler mit I-Regelung

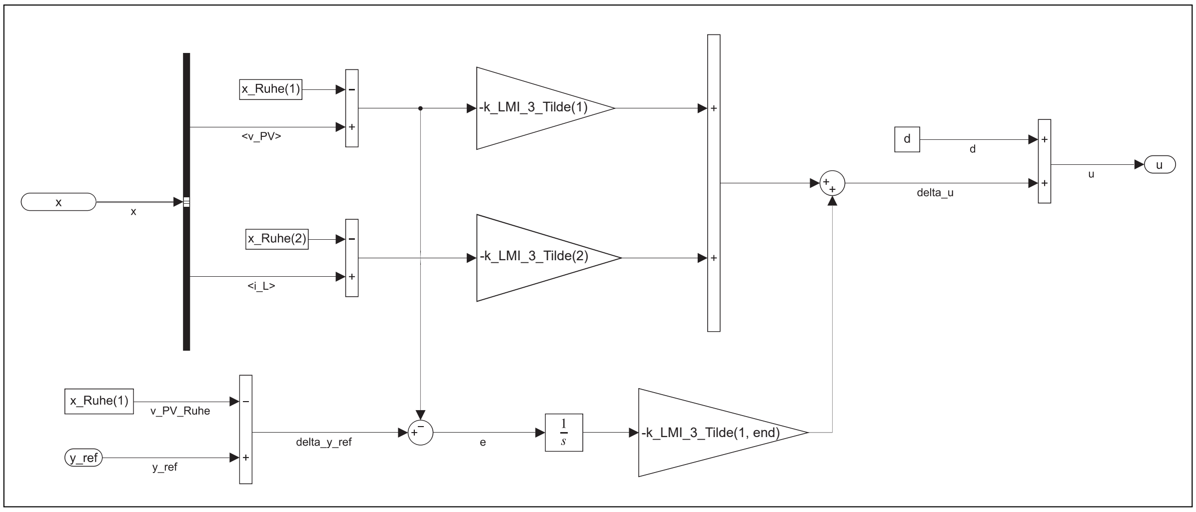

Abb. 24: Simulink Regler-Blockschaltbild für den Zustandsregler mit I-Regelung (nichtlineares Zustandsraummodell)

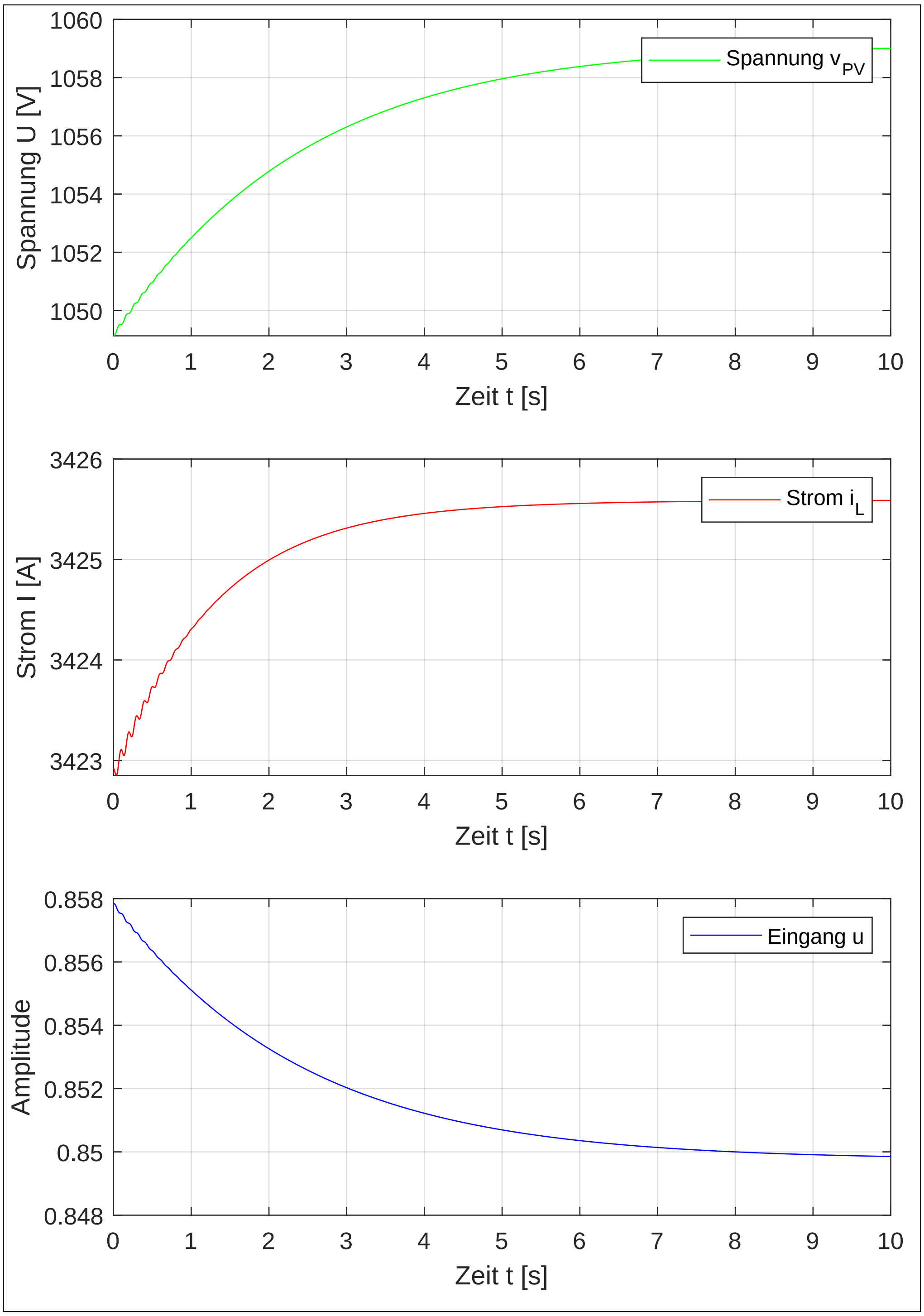

Abb. 25: v_{PV}, i_{L} und u bei einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\mathrm{PV,MPP}} + 10$ V am Zustandsregler mit I-Regelung für das nicht-lineare Zustandsraummodell

6.2.4 Vergleich des Regelverhaltens

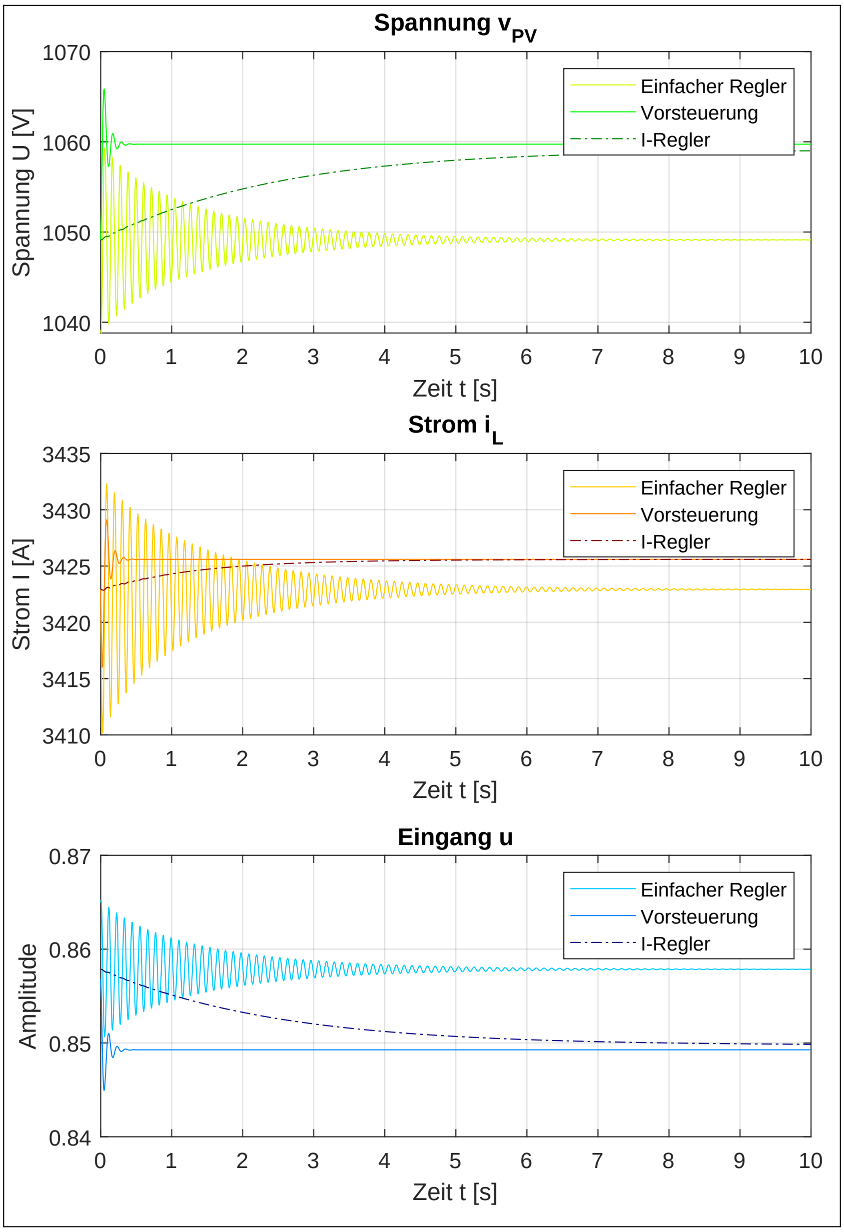

Abb. 26: v_{PV}, i_{L} und u für Regler mit einfacher Zustandsrückführung, Regler mit Referenzwertvorsteuerung und Regler mit I-Regelung bei einem Eingangssprung von $v_{\mathrm{PV,MPP}} - 10\,\mathrm{V}$ bzw. einem Referenzwert von $y_{ref} = v_{\mathrm{PV,MPP}} + 10\,\mathrm{V}$ am nichtlinearen Zustandsraummodell

7 Ausblick

Literaturverzeichnis

[1] HTW-Logo auf dem Deckblatt
https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Logo_HTW_Berlin.svg
Stand: 17.08.2018 um 14:49 Uhr

[2] HTW-Logo in der Kopfzeile
http://tonkollektiv-htw.de/
Stand: 17.08.2018 um 14:53 Uhr

[3] Skript Moderne Methoden der Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte

[4] Anleitung Linearisierung eines zeitinvarianten,
nichtlinearen Zustandmodells
Prof. Dr.-Ing. Heide Brandstädter

[5] Regelungs- und Steuerungstechnik: Polstellenverteilung
Prof. Dr.-Ing. M. Buss

[6] Beobachtbarkeit und Beobachter für lineare Kontrollsysteme
Judith Schmidt, Universität Bayreuth