Berechnenbarkeit und Komplexität

Übung 1
Abgabe: 24.10.2017

Adrian C. Hinrichs, Matr. Nr. 367129
Georg Dorndorf, Matr. Nr. 366511

# 1	# 2	# 3	Σ
2 /4	4 /5	6 /6	12

T.W.

Aufgabe 1

2 /4

Aufgabe 1.a

1 /2

Es ist gegeben $M \subseteq \mathbb{N}$. Wir entwickeln nun eine Sprache $L_{Partition}$, die die in der Aufgabe gestellten Anforderungen erfüllt.

Seien zwei Mengen $A \subseteq M$ und $B \subseteq M$ gegeben, sodass $A \Delta B = \varnothing$ gilt. Was bedeutet dieses Symbol?

In unserer Sprache $L_{Partition}$ sind die Mengen, die die geforderte Eigneschaft erfüllen als Binärstring mit Trennzeichen codiert wobei $bin(h)$ die binäre Codierung einer Zahl $h \in \mathbb{N}$ beschreibt. Das Trennzeichen ist das # Symbol. Zur konvertierung kann folgende Funktion und entsprechend c^{-1} verwendet werden:

$$X \subseteq \mathbb{N} \land X = \{x_1, \ldots, x_n\}$$
$$c : X \to \{0,1,\#\}^*, X \mapsto bin(x_1)\# \cdots \#bin(x_n)$$

Nun ist also unsere Sprache

Wenn ihr das so schreibt müssen A und B ja irgendwo in der Bedingung rechts von dem Trennstrich auftauchen...

$$L_{Partition} = \{c(A) \overset{1}{+} c(B) \mid \sum_{a \in A} a = \sum_{b \in B} b\} \subset \{0,1,\#\}^*$$

Außerdem können A und B ja in der Eingabe "durchmischt" sein!

Aufgabe 1.b

1 /2

Ein Hamiltonkreis in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, indem jeder Knoten des Graphen genau einmal vorkommt. Die Sprache des Hamiltonkreisproblems L_{HC} enthalte die Kodierungen aller Graphen G, so dass G einen Hamiltonkreis besitzt.

Wenn wir ungerichtete, ungewichtete Graphen als Adjazenzmatrix darstellen, erhalten wir immer quadratische, symmetrische Matrizen, deren Einträge nur 0 oder 1 sein können. ✓

Daher lässt sich die Eingabe über dem Alphabet $\{0, 1\}$ durch aneinanderreihen der Einträge der Matrix von Links nach Rechts und von Oben nach Unten Kodieren. Das Eingabewort hat dann exakt die Länge n^2, wenn der Kodierte Graph n Knoten hat. ✓ Die Kodierungsfunktion ist also gegeben durch:

$$c : \mathbb{G} \to \{0,1\}^*, G \mapsto \bigoplus_{i=1\dim(A(G))} \bigoplus_{j=1\dim(A(G))} A(G)_{i,j}$$

Was bedeutet diese Notation?

Wobei

$$\bigoplus_{i=1}^{n} a_i = \bigoplus_{i \in [1,n]} a_i = a_1 \oplus a_2 \oplus \ldots \oplus a_n$$

und $\oplus$ die Stringkonkatenation der (binären) Operanden ist.

Sei $\mathbb{G}$ die Menge aller Graphen. Unsere Sprache L_{HC} ist nun gegeben durch:

$$L_{HC} = \{c(G) \mid G \in \mathbb{G} \text{ mit } \text{ISTHAMITLTON}(G)\}$$

?

Aufgabe 2

4 /5

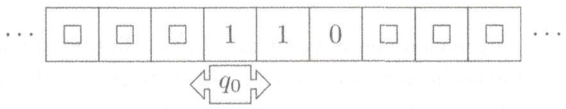


Abbildung 1: Initialer Zustand der Turingmaschine

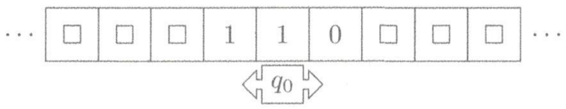


Abbildung 2: Zustand nach der ersten Bewegung

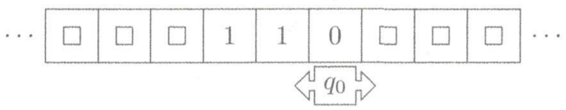


Abbildung 3: Zustand nach der zweiten Bewegung

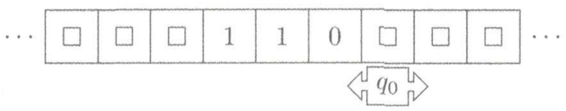


Abbildung 4: Zustand nach der dritten Bewegung

[1] + ist in diesem Fall als Stringkonkatenation zu interpretieren.

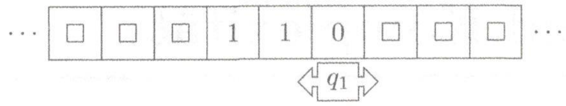
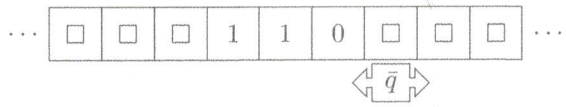


Abbildung 5: Zustand nach der vierten Bewegung



Aber bitte die in der Vorlesung benutzte Notation für Konfigurationen verwenden!

Abbildung 6: Zustand nach der fünften Bewegung, die Turingmaschine hält an

Aufgabe 3

6 /6

q_0 Fängt leere Eingaben ab: Wenn die eingabe Leer ist, also ein Blank gelesen wird, wird eine 0 Geschreiben und ohne Bewegung terminiert, geht in den Zustand q_1, wenn eine 0 gelesen wird, wird eine 1 gelesen, geht die Maschine in den Zustand q_2.

q_1 Läuft bis zum Least-Significant-Bit der eingabe. Geht in Zustand q_3 über

q_2 Läuft bis zum Least-Significant-Bit der eingabe. Geht in Zustand q_4 über

q_3 Invertiert das Zeichen am Schreib-/Lesekopf, wenn ein Blank anliegt[2] wird eine 0 geschrieben. Maschine Terminiert nach diesem Zustand.

q_4 Schreibt falls ein Blank anliegt[3] eine 0, ansonsten tut dieser Schritt nichts. Maschine Terminiert nach diesem Zustand.

Die Turingmaschiene Scheint das Least-Significant-Bit der Binärkodierten Eingabe zu invertieren, falls das Eingabewort mit einer führenden 0 beginnt.

Nur weil die Eingabe aus 0/1 besteht heißt das ja nicht, dass sie irgendein binär kodiertes Objekt darstellt.
sonst gut.

[2]Dies ist allerdings nicht möglich
[3]Dies ist allerdings nicht möglichr