

Ispunjivost logičkih formula

3SAT i MAX-SAT

Anto Čabraja, Andrija Štajduhar, Anamarija Fofonjka

Računarstvo i matematika
Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno matematički fakultet
Bijenička 30, Zagreb

`cabraja.anto@gmail.com`
`astajd@gmail.com`
`fofonjka@math.hr`

9. listopada 2012.

Ispunjivost logičkih formule

Provjera da li za zadanu formulu postoji interpretacija tako da je formula istinita.

Specijalni oblici su *konjunktivna normalna forma* i *disjunktivna normalna forma*.

Problem ispunjivosti logičkih formula obično se algoritamski provjerava na konjunktivnim normalnim formama.

Postoje teoremi koji nam jamče da za svaku formulu postoji KNF i DNF.

Povijest problema

Problem SAT je jedan od najdetaljnije istraženih problema na polju računarske znanosti.

Prvi problem za kojega je dokazano da je NP-potpun što nezavisno dokazuju S. Cook i L. Levin 1971. godine.

Mi ćemo proučavati neke generalizacije ovog problema.

Problem koji proučavamo

- 3-SAT
- MAX-SAT
- MAX-3-SAT

3-SAT opis

Formule u konjunktivnoj normalnoj formi sa po 3 literala u svakoj elementarnoj disjunktiji npr:

$$(P_1 \vee P_2 \vee P_3) \wedge (\neg P_2 \vee P_3 \vee P_4) \dots$$

Problem je pronaći interpretaciju za koju je formula ispunjiva.

Dokazano da je NP-teško.

3-SAT načini realizacije

Paralelno.

Paradigme:

- Genetski algoritam
- Lokalno pretraživanje

Motivacija i primjena

Motivacija:

Već dugo poznat problem, mogućnost paralelizacije korištenjem više paradigmi, jaka matematička podloga ...

Primjena:

- Koristi se kao prvi korak u dokazivanju da su neki drugi problemi NP-teški
- Polinomnom redukcijom NP-teške probleme može se svesti na 3-SAT problem npr. problem traženja maksimalnog potpunog podgrafa
- Problemi teorije grafova rješavaju se restrikcijom na 1-3-SAT (dopušta se da je točno jedna varijabla istinita unutar elementarne disjunkcije)

MAX-SAT opis:

Formule u konjunktivnoj normalnoj formi.

Traži se maksimalni broj ispunjivih elementarnih disjunkcija unutar konjunktivne normalne forme.

Dokazano da je NP-teško.

MAX-SAT realizacija:

Paralelno.

Paradigme:

- Genetski algoritam
- Lokalno pretraživanje

Motivacija i primjene

Motivacija:

Mogućnost paralelizacije, više modela za određivanje funkcije dobrote, dobra matematička podloga...

Primjena:

- Raspoznavanje uzoraka
- Otkrivanje i uklanjanje hardverskih i softverskih pogrešaka
- Usmjeravanje FPGA (Field-programmable gate array)
- Raspoređivanje redosljeda poslova

Neki poznati rezultati

Potpuni algoritmi koji se temelje na principu rezolucije rješenja. Zanimljivo da za 1-SAT i 2-SAT postoje polinomijalni algoritmi koji na determinističkom Turingovom stroju daju rješenje. Od heurističkih paradigmi najefikasnijom se pokazala kombinacija genetskog algoritma i nekog oblika lokalnog pretraživanja. Problem se većinom rješavao sekvencijalno na jednom računalu.

MAX-3-SAT

Veza između promatranih problema

Realizacija korištenjem već gotovih algoritama za navedene probleme
3-SAT i MAX-SAT

Tehnologije i podrška za realizaciju projekta

Izrada u C/C++ programskom jeziku uz korištenje standardnih biblioteka
Kompajler gcc i g++

Tjek izrade projekta moguće pratiti na
github.com/acabraja/meta-projekt

Hvala na pažnji!