## Anexo F: Análisis y verificaciones de sensibilidades.

La verificación o test de sensibilidad se realizó por medio de la prueba de diferencias finitas el diseño de moldes y sus cavidades por el MOT, y el uso de programación lineal secuencial -PLS requiere el cálculo de los gradientes de la función objetivo, en relación con las variables de diseño.

El análisis de sensibilidad se realiza utilizando el método adjunto, con el cual se obtiene la derivada de la función objetivo a optimizar, descrita en la ecuación 4.1, pero el cálculo de sensibilidades por el método de diferencias finitas se utiliza para probar este módulo. Hay tres formas de determinar los gradientes de la función objetivo, utilizando el método de la diferencia finita: diferencia progresiva, diferencia regresiva y diferencia central (Haftka R.T., 2002). Por lo tanto, considerando una función unidimensional, u(x), la derivada  $\frac{du}{dx}$ , puede ser determinada por:

• Diferencia progresiva

$$\frac{du}{dx} \cong \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x}$$

Ec. (F.1)

• Diferencia regresiva

$$\frac{du}{dx} \cong \frac{u(x) - u(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

Ec. (F.2)

Diferencia central

$$\frac{du}{dx} \cong \frac{u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x)}{2\Delta x}$$
 Ec. (F.3)

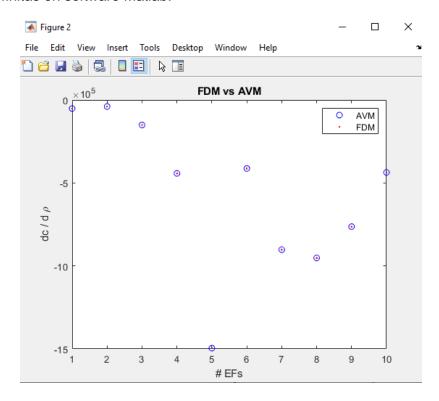
De todas las formas anteriores de determinar la derivada  $\frac{du}{dx}$ , la diferencia central (Ec.F.3) presenta el error más pequeño, pero implica el mayor costo computacional en comparación con los otros dos métodos (Haftka R.T., 2002). Por lo tanto, considerando que el cálculo de

 $\frac{du}{dx}$  por diferencia progresiva (Ec.F.1) y diferencia regresiva (Ec.F.2) ofrecen el mismo costo computacional, se elige el método de diferencia progresiva para evaluar los resultados obtenidos por el método adjunto en el cálculo de sensibilidades. Para evaluar los resultados del módulo de sensibilidades, de acuerdo con el método de diferencia progresiva, primero se determina la función objetivo,  $U_{out}$ , con un valor inicial igual para todas las variables de diseño,  $\rho$  y luego se determina nuevamente  $U_{out}$  cuando la variable de proyecto i se ha aumentado en un paso  $\Delta \rho$ . Por lo tanto, la variación de la función objetivo respeta la variable de diseño suma,  $\rho^i$  utilizando el método de diferencia progresiva es:

$$\frac{du_{out}}{d\rho^{i}} \cong \frac{u_{out}(\rho^{i} + \Delta \rho^{i}) - u_{out}(\rho^{i})}{\Delta \rho^{i}}$$
 Ec. (F.4)

La Tabla **F.1**, y la Fig. **F.1** muestran los resultados obtenidos por el método de diferencia progresiva y los alcanzados con el módulo de sensibilidad del código termo mecánico para lograr la compensación térmica en cavidades, para moldes de inyección, para diversos elementos finitos que componen la estructura seleccionada, que srivan al análisis y optimización termo mecánica.

**Fig. F.1** Verificación del problema de optimización termo mecánico, por el método de diferencias finitas en software Matlab.



La anterior Fig.**F.1** muestra los resultados de las sensibilidades o cálculo de estas por i) método adjunto o denominado en inglés "adjoint variable method (AVM)" (se le da valor a la variable de diseño), resultado presentado en círculo de color azul y ii) por el método de diferencias finitas, denominado en inglés, "finite differential method (FDM)", resultado presentado en punto rojo. Como se observa el punto rojo está circunscrito o rodeado en el círculo azul, lo cual que demuestra la verificación de las derivadas o sensibilidades, están debidamente calculadas y coinciden en el valor. Lo anterior se detalla en la Tabla **F.1**, en donde se presentan los resultados obtenidos para la verificación de las sensibilidades en 10 elementos finitos del volumen, que compone la geometría del molde optimizado.

**Tabla F.1** Resumen de la prueba para verificación de sensibilidades en 10 elementos finitos.

# Elemento finito	Resultado de la sensibilidad por método adjunto - AVM (1.0x e 06)	Resultado de la sensibilidad por método diferencias finitas -FDM (1.0x e 06)	Error
1	-0.0516	-0.0516	0.0487
2	-0.0395	-0.0395	0.0031
3	-0.1508	-0.1508	0.0077
4	-0.4426	-0.4428	0.0461
5	-1.4956	-1.4964	0.0521
6	-0.4129	-0.4132	0.0747
7	-0.9023	-0.9029	0.0756
8	-0.9518	-0.9525	0.0696
9	-0.7634	-0.7639	0.0631
10	-0.4366	-0.4372	0.1358

Con los resultados obtenidos y verificados, a partir del modelo de optimización para lograr las compensaciones térmicas, a través de la solución del problema termo mecánico acoplado en el molde de inyección y sus cavidades, se hace necesario realizar las respectivas validaciones, mediante las experimentaciones en las geometrías optimizadas, lo cual fue tratado en el capítulo 5.