Búsqueda e inferencia lógica

Estrategias de resolución

Contenidos

1. Introducción

Introducción

- Utilidad lógica simbólica
  - Representar problemas mediante FBF’s.
    - Conjunto de FBF’s consistente (teoría).
  - Solucionar problemas de forma deductiva.
    - Reglas de inferencia de la lógica.
    - Proceso de búsqueda en el espacio de FBF’s.
- Dificultad: la aplicación no controlada de Reglas de Inferencia da lugar a un problema de explosión combinatoria
  - Crecimiento exponencial del nº de FBF’s generadas.

Ejemplo teoría

- Axiomas (propios de la teoría)
  - Todos los hombres son mortales.
  - Sócrates es un hombre.
- Teorema (se puede derivar de los axiomas propios)
  - Sócrates es mortal.

Ejemplo representación en Lógica de Primer Orden

- Axiomas
  - Todos los hombres son mortales $\forall x(H(x) \supset M(x))$
  - Sócrates es un hombre $H(Socrates)$
- Teorema
  - Sócrates es mortal $M(Socrates)$

Reglas de inferencias

- Estructura

  antecedente $\rightarrow$ *consecuente*, donde

  antecedente o premisas: secuencia de patrones de FBF

  consecuente: secuencia de patrones de FBF

- Ejemplos:

  Modus Ponens $\alpha, \alpha \supset \beta \rightarrow \beta$

  Instanciación Universal $\forall x \alpha \rightarrow \beta$

Métodos uniformes de demostración

- Utilizan una única regla de inferencia.
- Una forma de reducir la complejidad de la búsqueda.
- Requieren transformar fórmulas a formato estándar.

- Refutación por resolución:
  - Para probar que $\Omega \models \alpha$, probar que $\Omega \cup \neg\alpha$ es inconsistente
  - Única regla de inferencia: resolución.

Dos aproximaciones básicas

- Sistemas de resolución:
  - Transformar FBF’s a forma de cláusula.
  - Aplicar resolución hasta generar cláusula vacía.
  - Reducción complejidad sin limitar capacidad representación: selección de estrategias adecuadas.

- Programación lógica:
  - Sólo cláusula de Horn.
  - Resolución SLD
  - Reducción complejidad limitando capacidad representación: cláusulas de Horn.

2. Refutación por resolución

Refutación por resolución: procedimiento

- Sea T una teoría sólida y completa y t una FBF. Para probar $\exists\, T \vdash t$ mediante refutación por resolución:
  - Convertir los axiomas de T a FNC. Crear el conjunto S_0 como la conjunción de todas las cláusulas obtenidas.
  - Negar t y convertir a FNC. Añadir las cláusulas obtenidas a S_0, obteniendo S.
  - Repetir hasta obtener □ o no se generen nuevas cláusulas.
    - Seleccionar dos cláusulas que se puedan resolver, formando su resolvente.
    - Si el resolvente no es □, añadir a S.

Ejemplo transformación a cláusulas

Axiomas, LPO	Axiomas, clausulas
$\forall x(H(x) \supset M(x))$	$\neg H(x) \vee M(X)$
$H(Socrates)$	$H(Socrates)$

- Teorema
  - M(Socrates) — $M(Socrates)$

Refutación por resolución: S_0 y negación de *t*

- $S_0=\{\neg H(x) \lor M(x) , H(Socrates) \}$
- $\neg t = \neg M(Socrates)$

- $S =\{\neg H(x) \lor M(x) , H(Socrates), \neg M(Socrates)\}$

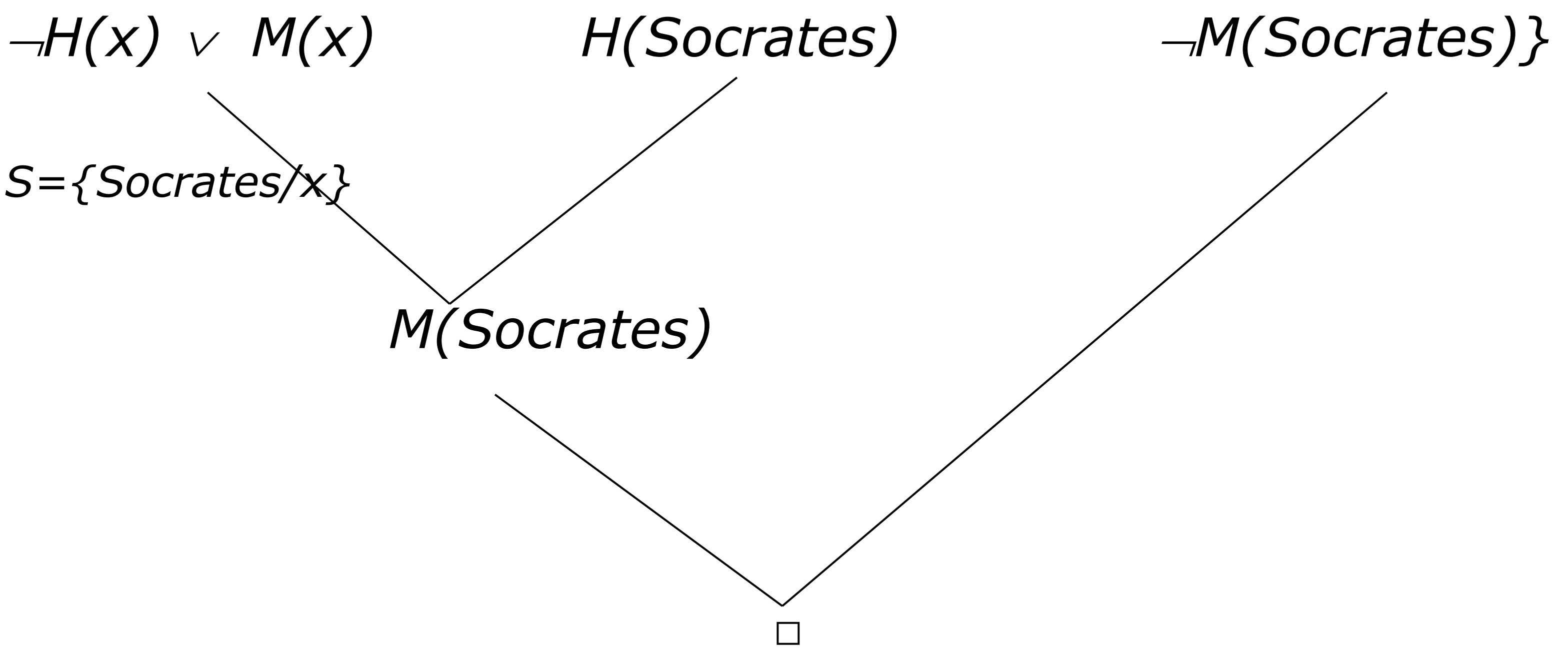
Buscar cláusula vacía (I)

$\neg H(x) \vee M(x)$ $\quad$ $H(Socrates)$ $\quad$ $\neg M(Socrates)$

$S=\{Socrates/x\}$

$M(Socrates)$

Buscar cláusula vacía (II)



Refutación por resolución: parada

- Lógica proposicional es decidible: siempre termina.
  - Generando cláusula vacía:
    - S inconsistente, $S_0 \cup \{\neg t\}$ inconsistente, $S_0 \vDash t$, $T \vDash t$ (si T completa $\exists\ T \vdash t$)
  - No se generan nuevas resolventes:
    - S consistente, $S_0 \cup \{\neg t\}$ consistente, $S_0 \nvDash t$, $T \nvDash t$, (si T sólida, $\nexists\ T \vdash t$)

Refutación por resolución: parada

- Lógica de primer orden es semidecidible: el cómputo de nuevas resolventes puede no terminar, finalizando el proceso por consumo de recursos.
  - Si el cómputo termina (parada), como en el caso proposicional:
    - Generando cláusula vacía: S inconsistente.
    - No se generan nuevas resolventes: S consistente.
  - Si finaliza por consumo de recursos, no sabemos nada:
    - S consistente, se pueden generar infinitas resolventes sin generar □ .
    - S inconsistente, "podríamos" generar □ asignando más recursos.

3. Estrategias de resolución

Estrategias de Resolución

- Necesidad.
  - La generación incontrolada de cláusulas hace que estas crezcan de forma exponencial.
- Tipología:
  - Simplificación: eliminan o reemplazan.
  - Dirección: siguiente cláusula a considerar.
  - Restricción: evitan generación de resolventes.

Estrategia completa

- Una estrategia de resolución es completa (para la refutación) sii usada con una regla de inferencia completa (para la refutación) garantiza que encuentra una derivación de □ a partir de una forma clausulada inconsistente

- La regla de resolución es completa para la refutación.

Estrategia de saturación por niveles

- Estrategia de dirección (similar bpa).

  Conjunto base: Conjunto S de todas las cláusulas de partida

  $S^0=S$. Si $k \in S$, k cláusula de nivel *0*

  $S^i=\{res(k_1, k_2) \,/\, k_1 \in (S^0 \cup S^1 \cup \ldots \ldots \cup S^{i-1}), k_2 \in S^{i-1}\}$

  Si $k \in S^i$, $k \notin S^{i-1}$, k cláusula de nivel *i-ésimo*

- Estrategia de resolución por niveles: obtener primero todas las resolventes de nivel *i* antes de obtener una resolvente de nivel *i+1*

- COMPLETA e ineficiente.

Estrategia de saturación por niveles (I)

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$

Estrategia de saturación por niveles (II)

- S^0
  1. $p \vee q$
  2. $\neg p \vee q$
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

Estrategia de saturación por niveles (III)

- S^0

1. $p \vee q$
2. $\neg p \vee q$
3. $p \vee \neg q$
4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1

5.	q	de 1) y 2)
6.	P	de 1) y 3)
7.	$q \vee \neg q$	*de 1) y 4)*
8.	$p \vee \neg p$	*de 1) y 4)*
9.	$q \vee \neg q$	*de 2) y 3)*
10.	$\neg p \vee p$	*de 2 y 3)*
11.	$\neg p$	*de 2 y 4)*
12.	$\neg q$	*de 3 y 4)*

Estrategia de saturación por niveles (IV)

- S^1

5.	q	de 1) y 2)
6.	P	de 1) y 3)
7.	$q \vee \neg q$	*de 1) y 4)*
8.	$p \vee \neg p$	*de 1) y 4)*
9.	$q \vee \neg q$	*de 2) y 3)*
10.	$\neg p \vee p$	*de 2 y 3)*
11.	$\neg p$	*de 2 y 4)*
12.	$\neg q$	*de 3 y 4)*

- S^2

13.	$p \vee q$	de 1) y 7)
14.	.	
15.	.	
39.	$\square$	de 5) y 12)

Completa e Ineficiente

1) $p \vee q$ 2) $\neg p \vee q$ 3) $p \vee \neg q$ 4) $\neg p \vee \neg q$

5) q 12) $\neg q$

39) $\square$

Estrategias de simplificación

- Eliminación de literales puros
- Eliminación de tautologías
- Eliminación de cláusulas subsumidas
- Asociación de procedimientos

Eliminación de literales puros

- Def. literal puro
  - S forma clausulada, $k \in S$, $\lambda \in k$ es un literal puro sii $\nexists k' \in S$ con $\neg\mu \in k'$ y substituciones $s1$ y $s2$ / $\lambda\, s1 = \mu\, s2$

- Estrategia de eliminación de literales puros
  - eliminar todas las cláusulas que contengan literales puros
  - sólo al conjunto inicial

- COMPLETA

Eliminación de literales puros (I)

- $S = \{P(x) \vee Q(x), \neg P(x) \vee Q(x), P(x) \vee \neg Q(x), \neg P(x) \vee \neg Q(x), \neg P(x) \vee \neg Q(A)\}$

Eliminación de literales puros (II)

- $S = \{P(B) \vee Q(B), \neg P(B) \vee Q(B), P(B) \vee \neg Q(B), \neg P(B) \vee \neg Q(B), \neg P(B) \vee \neg Q(A)\}$

Eliminación de literales puros (III)

- $S= \{P(B) \vee Q(B), \neg P(B) \vee Q(B), P(B) \vee \neg Q(B), \neg P(B) \vee \neg Q(B), \neg P(B) \vee \neg Q(A)\}$
- $\neg\, Q(A)$ es un literal puro
- Se genera un nuevo S:
- $S= \{P(B) \vee Q(B), \neg P(B) \vee Q(B), P(B) \vee \neg Q(B), \neg P(B) \vee \neg Q(B)\}$

Eliminación de literales puros (IV)

- $S = \{P(x) \vee Q(x), \neg P(x) \vee Q(x), P(x) \vee \neg Q(x), \neg P(x) \vee \neg Q(x), \neg P(x) \vee \neg Q(A)\}$
- No hay ningún literal puro

Eliminación de tautologías

- Las cláusulas tautológicas no afectan a la satisfacibilidad
- Estrategia de eliminación de tautologías:
  - eliminar cláusulas tautológicas
  - iniciales y las que se generen

- COMPLETA

Eliminación de tautologías (I)

- S^0
  1. $p \vee q$
  2. $\neg p \vee q$
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1
  5. q — de 1) y 2)
  6. P — de 1) y 3)
  7. $q \vee \neg q$ — *de 1) y 4)*
  8. $p \vee \neg p$ — *de 1) y 4)*
  9. $q \vee \neg q$ — *de 2) y 3)*
  10. $\neg p \vee p$ — *de 2 y 3)*
  11. $\neg p$ — *de 2 y 4)*
  12. $\neg q$ — *de 3 y 4)*

Sin eliminar tautologías

Eliminación de tautologías (II)

- S^0
  1. $p \vee q$
  2. $\neg p \vee q$
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1

5.	q	de 1) y 2)
6.	P	de 1) y 3)
7.	$\cancel{q \vee \neg q}$	*de 1) y 4)*
8.	$\cancel{p \vee \neg p}$	*de 1) y 4)*
9.	$\cancel{q \vee \neg q}$	*de 2) y 3)*
10.	$\cancel{\neg p \vee p}$	*de 2 y 3)*
7.	$\neg p$	*de 2 y 4)*
8.	$\neg q$	*de 3 y 4)*

Eliminación de cláusulas subsumidas

- Def. subsunción

  k_1, k_2 cláusulas.

  k_1 subsume a k_2 *sii* $\exists$ substitución s / $k_1 s \subseteq k_2$

  k_2 cláusula subsumida

- Estrategia de eliminación de cláusulas subsumidas
  - Hacia delante: la resolvente puede ser subsumida.
  - Hacia atrás: la resolvente puede subsumir.

Ejemplos de cláusulas subsumidas

- $p \vee q$ subsume a $p \vee q \vee r$
- $P(A)$ subsume a $P(A) \vee Q(x)$ *(substitución vacía)*
- $P(x)$ subsume a $P(A) \vee Q(x)$ $(s=\{A/x\})$
- $P(x)$ subsume a $P(A)$ $(s=\{A/x\})$

Eliminación de cláusulas subsumidas (I)

- S^0

  1. $p \vee q$
  2. $\neg p \vee q$
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1

  5. q   de 1) y 2)

Eliminación de cláusulas subsumidas (II)

- S^0
  1. ~~$p \vee q$~~ subsumida por 5)
  2. ~~$\neg p \vee q$~~ subsumida por 5)
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1
  5. q de 1) y 2)

Eliminación de cláusulas subsumidas (II)

- S^0
  1. $\cancel{p \vee q}$ subsumida por 5)
  2. $\cancel{\neg p \vee q}$ subsumida por 5)
  3. $p \vee \neg q$
  4. $\neg p \vee \neg q$

- S^1
  5. q de 1) y 2)
  6. $\neg q$ de 3) y 4)

Eliminación de cláusulas subsumidas (III)

- S^0

1. $\cancel{p \vee q}$ subsumida por 5)
2. $\cancel{\neg p \vee q}$ subsumida por 5)
3. $\cancel{p \vee \neg q}$ subsumida por 6)
4. $\cancel{\neg p \vee \neg q}$ subsumida por 6)

- S^1

5. q de 1) y 2)
6. $\neg q$ de 3) y 4)

- S^2

7. $\square$ *de 5) y 6)*

Eliminación de cláusulas subsumidas

- Completa con saturación por niveles. Puede no serlo con alguna estrategia de restricción

- MUY EFICIENTE: su aplicación suele ser imprescindible

Asociación de procedimientos

- Estrategia de simplificación/demoduladores.
- Consiste en evaluar funciones o literales básicos sobre un dominio (interpretación parcial).
- Afecta a la satisfacibilidad pues estamos fijando una interpretación parcial.
- NO es completa.

Evaluación de funciones

- Asociar un símbolo de función con un procedimiento cuya evaluación devuelva un elemento del dominio.
- Evaluar particularizaciones básicas del término funcional.
- Reemplazar el término funcional por el elemento de dominio.

$K = P(x) \vee Q(suma(3,5), y)$

se transforma en

$K = P(x) \vee Q(8, y)$ (con la interpretación habitual de la suma)

Evaluación de literales

- Asociar un símbolo de predicado con un procedimiento, cuya evaluación devuelva un valor de verdad.
- Evaluar particularizaciones básicas del literal.
- Si el literal se evalúa a *T*: eliminar la cláusula.
- Si el literal se evalúa a *F*: eliminar el literal de la cláusula.

$K = P(x) \vee MAYOR(3,5)$

se transforma en

$K = P(x)$ (asumiendo $V(MAYOR(3,5)) = F$)

Evaluación de literales

- *S={$\neg$PAR(x) $\vee$ IMPAR(suc(x)), $\neg$IMPAR(x) $\vee$ PAR(suc(x)), PAR(X) $\vee$ IMPAR(X), PAR(4) $\vee$ F(4)}*

- Interpretación parcial:
  - D=N
  - $PAR^I=\{d \in D$ / resto(d, 2)=0$\}$, $IMPAR^I$= D-PAR^I
  - suc^I (d)=d+1

- Evaluar particularizaciones básicas del literal: V(PAR(4))=T

- *S'={$\neg$PAR(x) $\vee$ IMPAR(suc(x)), $\neg$IMPAR(x) $\vee$ PAR(suc(x)), PAR(X) $\vee$ IMPAR(X)}*

- Todos los modelos de S que mantengan la interpretación parcial también son modelos de S' (y viceversa)

Estrategias de restricción

- Conjunto soporte.
- Resolución lineal.
- Resolución por entradas.
- Resolución unitaria.

Estrategia del conjunto soporte

- Def. Conjunto soporte
  - S forma clausulada y $T \subset S$, $T \neq S$, $\varnothing$
  - T se denomina conjunto soporte de S

- Def. conjunto soporte nivel i-ésimo
  - $T_0 = T$, T conjunto soporte de S. T_0 se denomina conjunto soporte de nivel 0
  - T_i, conjunto soporte de nivel i-ésimo: conjunto de $res(k_l, k_m)$ con:
    1. $\exists\, j \,/\, k_j \in T_i\text{-}1$ (o factor de cláusula de $T_i\text{-}1$)
    2. (la cláusula que no cumple 1) $\in S$ (o factor de cláusula de S)

Estrategia del conjunto soporte

- Def. T-soporte de una cláusula

  S forma clausulada, *T* conjunto soporte, *k* cláusula

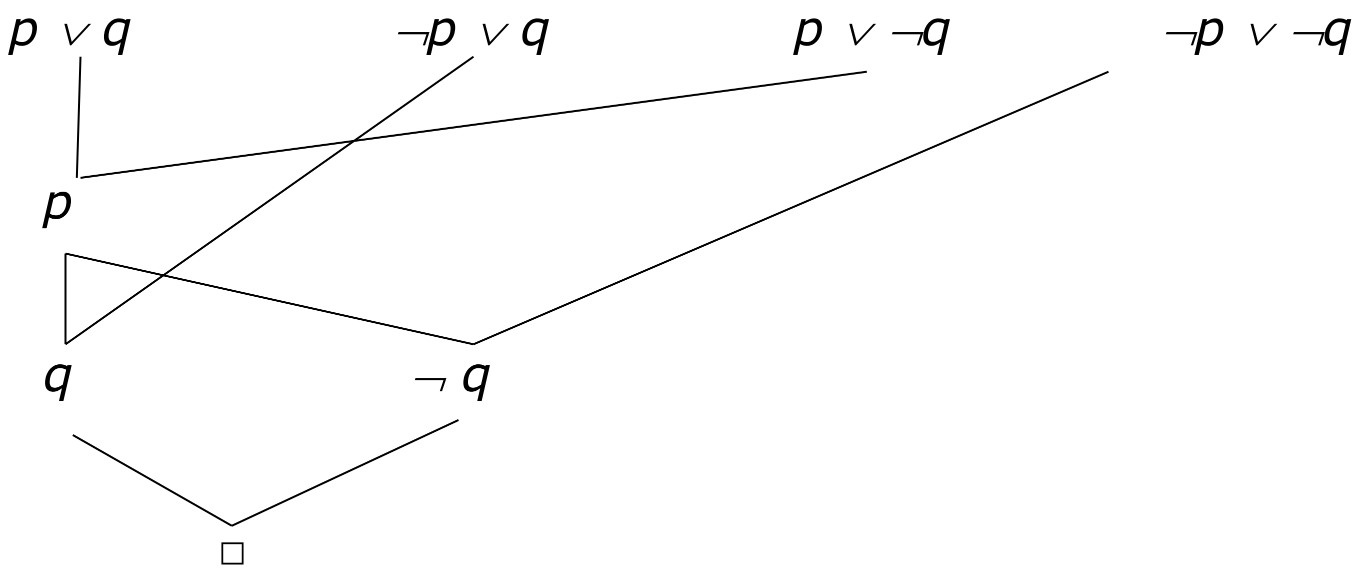
  K tiene *T-soporte sii* $k \in T_i$, $i \geq 0$

- Estrategia del conjunto soporte

  S conjunto base, *T* conjunto soporte. La estrategia del conjunto soporte solo permite obtener cláusulas que tengan *T-soporte*

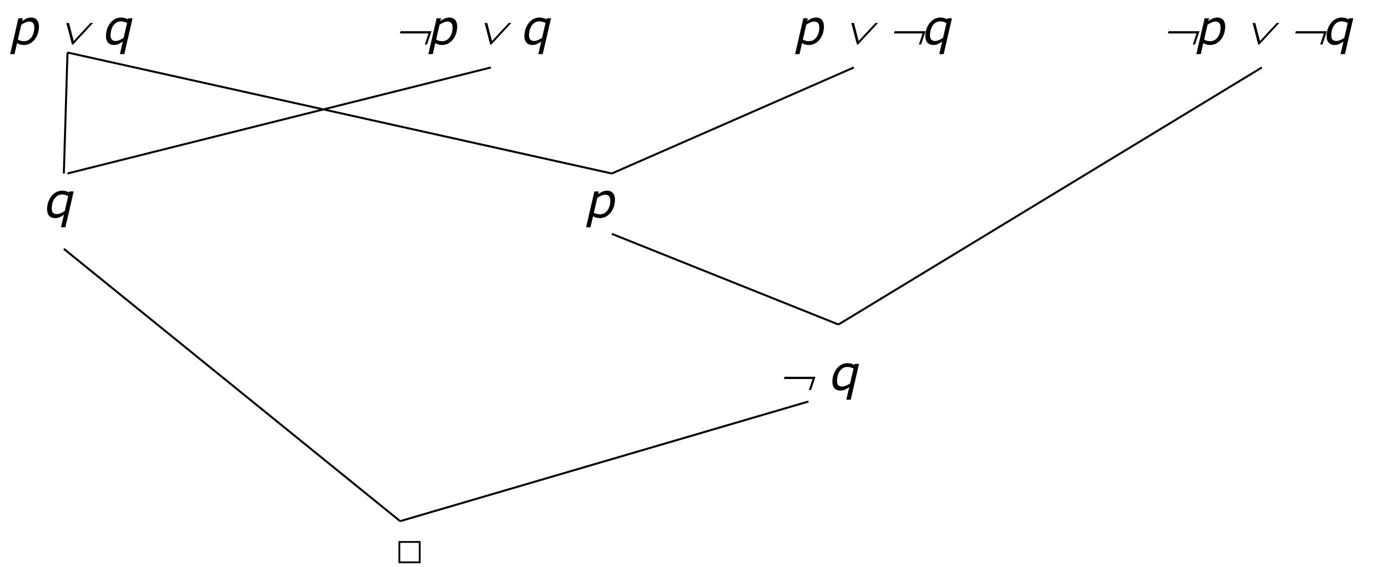
Estrategia del conjunto soporte

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$
- $T = \{p \vee q\}$



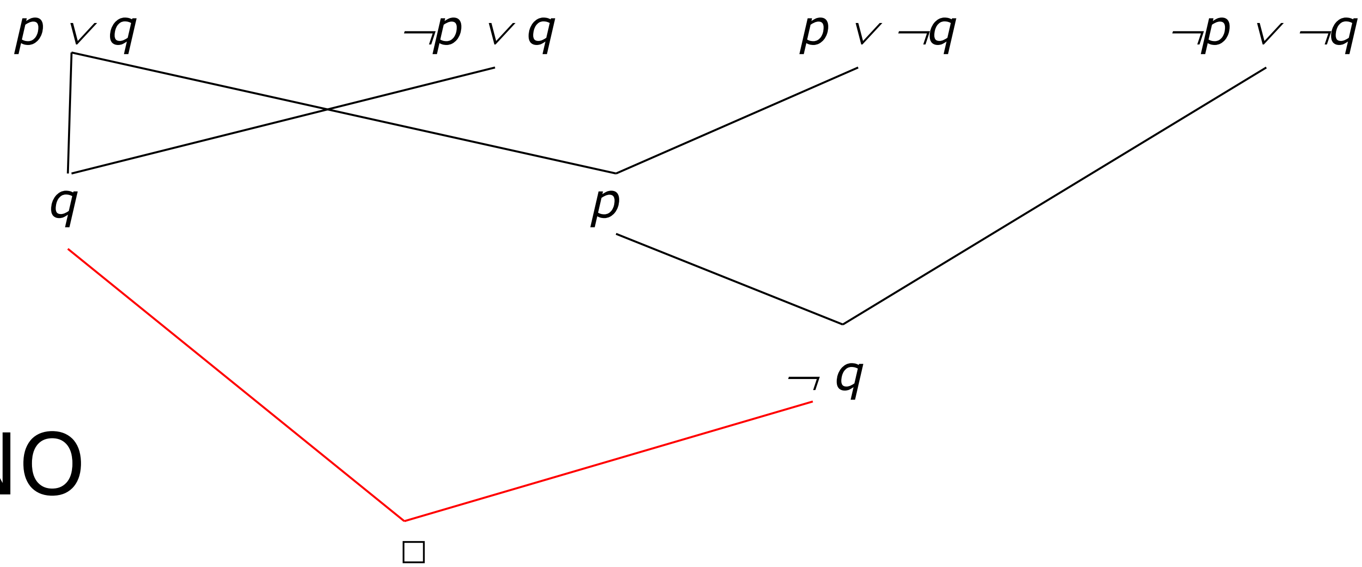
¿Estrategia del conjunto soporte?

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$
- $T = \{p \vee q\}$



¿Estrategia del conjunto soporte?

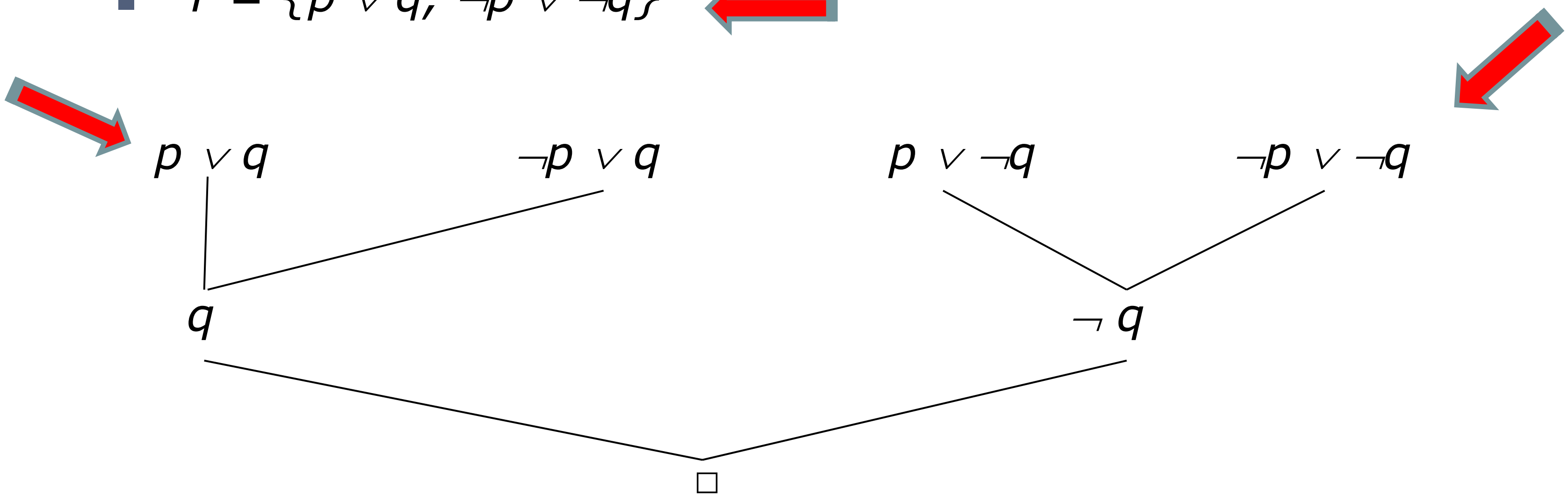
- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$
- $T = \{p \vee q\}$



NO

Estrategia del conjunto soporte

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$
- $T = \{p \vee q, \neg p \vee \neg q\}$



Teorema conjunto soporte

- Sea *S* forma clausulada inconsistente y *T* un conjunto soporte de *S* / *S*-*T* sea consistente.

  $\exists\ S \vdash_r \square$ utilizando la estrategia del conjunto soporte, con *T* como conjunto soporte.

- Elección habitual de *T*
  - *Th(A)* teoría de axiomas propios *A*, *t* teorema.
  - *S*: cláusulas de *Th(A)* y $\neg t$, inconsistente si *t* teorema.
  - *T*: cláusulas que provienen de *t.*
  - *S*-*T*: cláusulas de *Th(A)*, normalmente consistente.

Resolución lineal

- S forma clausulada, $kc_0 \in S$ cláusula central de partida

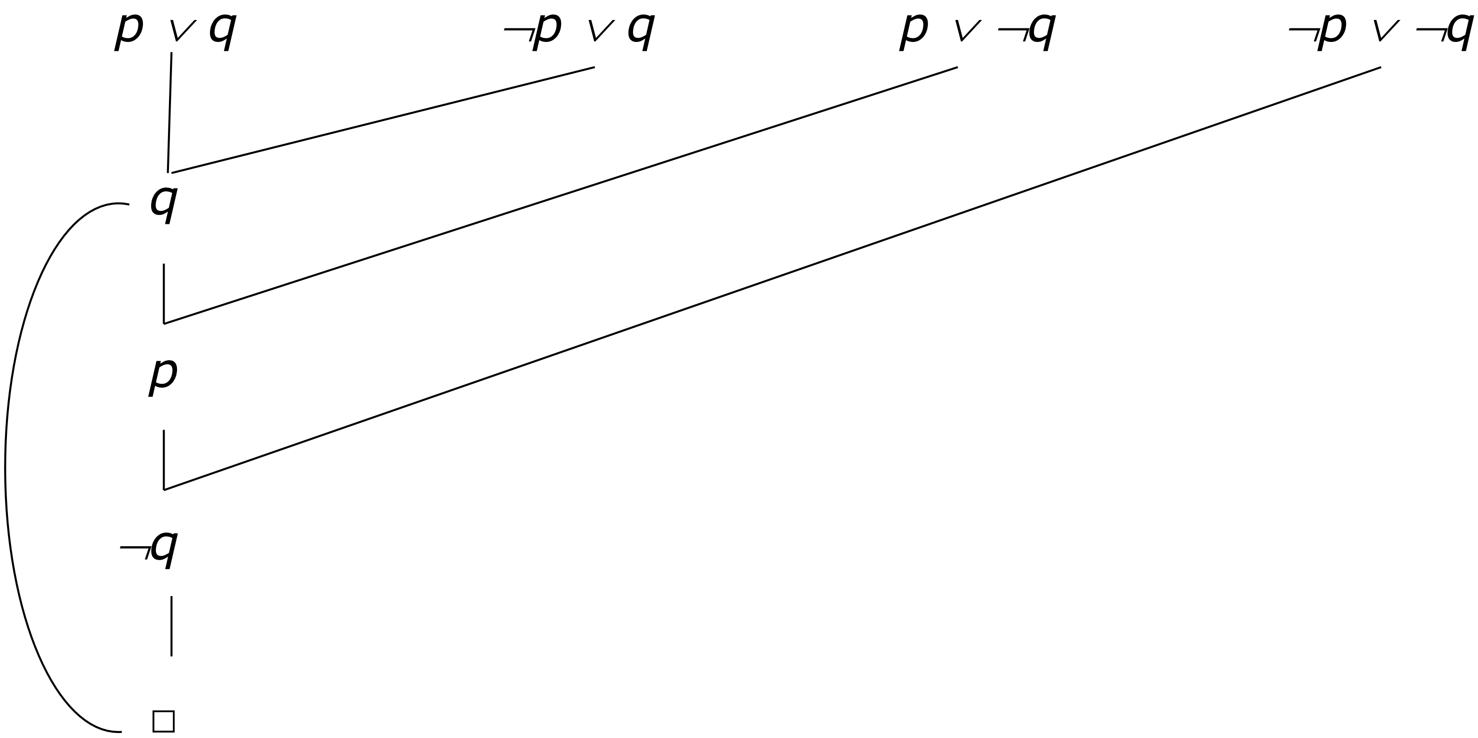
  La estrategia lineal sólo permite obtener como resolventes cláusulas centrales kc_{i+1}, con:

  1. $kc_{i+1} = res(kc_i, B_i)$
  2. $B_i \in S$ ó $B_i = kc_j$ con $j<i$ (o factor)

B_i : cláusula lateral

Resolución lineal

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$
- $KC_0 = p \vee q$



Teorema complitud resolución lineal

- Sea S forma clausulada inconsistente y $kc_0 \in S$, de modo que S-$\{kc_0\}$ sea consistente.

  $\exists\, S \vdash_r \square$ utilizando la estrategia de resolución lineal, con kc_0 como cláusula central de partida.

- Elección kc_0
  - Como conjunto soporte si la negación del teorema da lugar a una única cláusula.

Resolución por entradas

- Def. cláusula de entrada: cláusulas del conjunto base, S
- Def. resolvente de entrada: resolvente con al menos un padre cláusula de entrada.

- Estrategia de resolución por entradas: sólo permite obtener resolventes de entrada.

- NO es completa.

Resolución por entradas

- $S = \{p\ ,\ \neg p \vee q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee \neg q\}$

$p \qquad\qquad \neg p \vee q \qquad\qquad p \vee \neg q \qquad\qquad \neg p \vee \neg q$

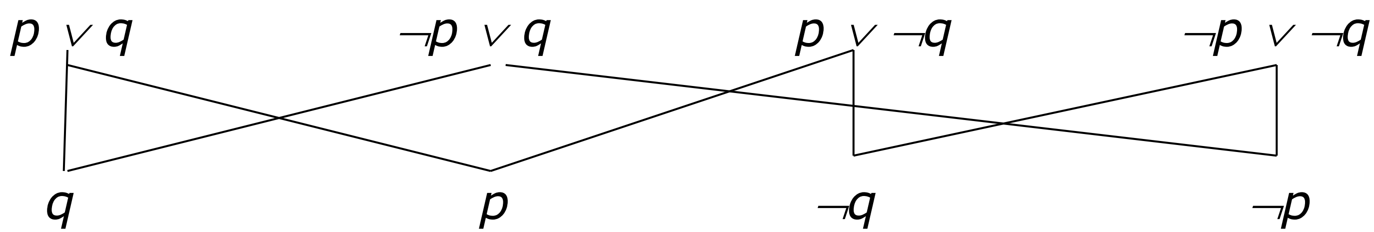
q

$\neg p$

$\square$

Resolución por entradas: no es completa

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$

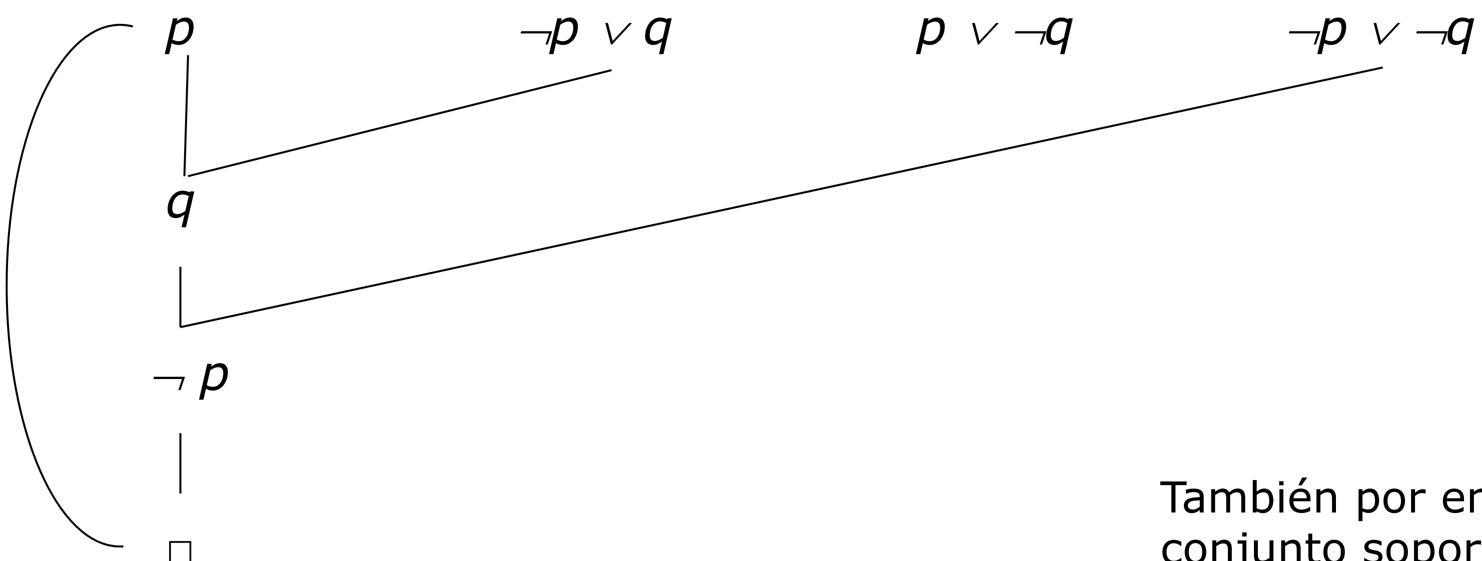


Resolución unitaria

- Def. resolvente unitario: resolvente en el que al menos una de las cláusulas padres es unitaria.
- Estrategia de resolución unitaria: sólo permite obtener resolventes unitarios.
- NO es completa.

Resolución unitaria

- $S = \{p\ ,\ \neg p \vee q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee \neg q\}$



También por entradas y conjunto soporte

Resolución unitaria: no es completa

- $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q\}$

$p \vee q$ $\quad\quad$ $\neg p \vee q$ $\quad\quad$ $p \vee \neg q$ $\quad\quad$ $\neg p \vee \neg q$

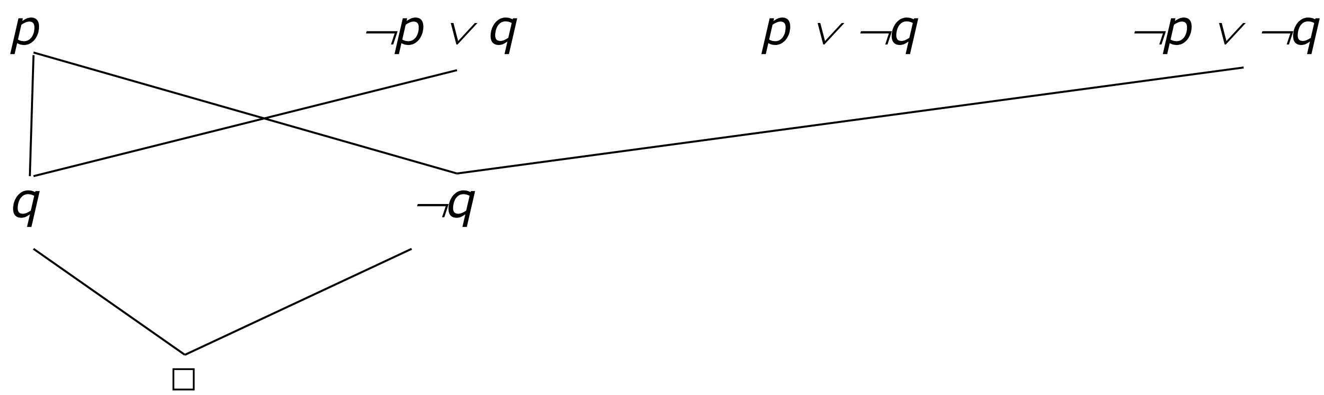
Teorema equivalencia resolución unitaria y por entradas

Sea S forma clausulada.

$\exists\ S \vdash_r \square$ utilizando la estrategia de resolución unitaria *sii* $\exists\ S \vdash_r \square$ utilizando la estrategia de resolución por entradas

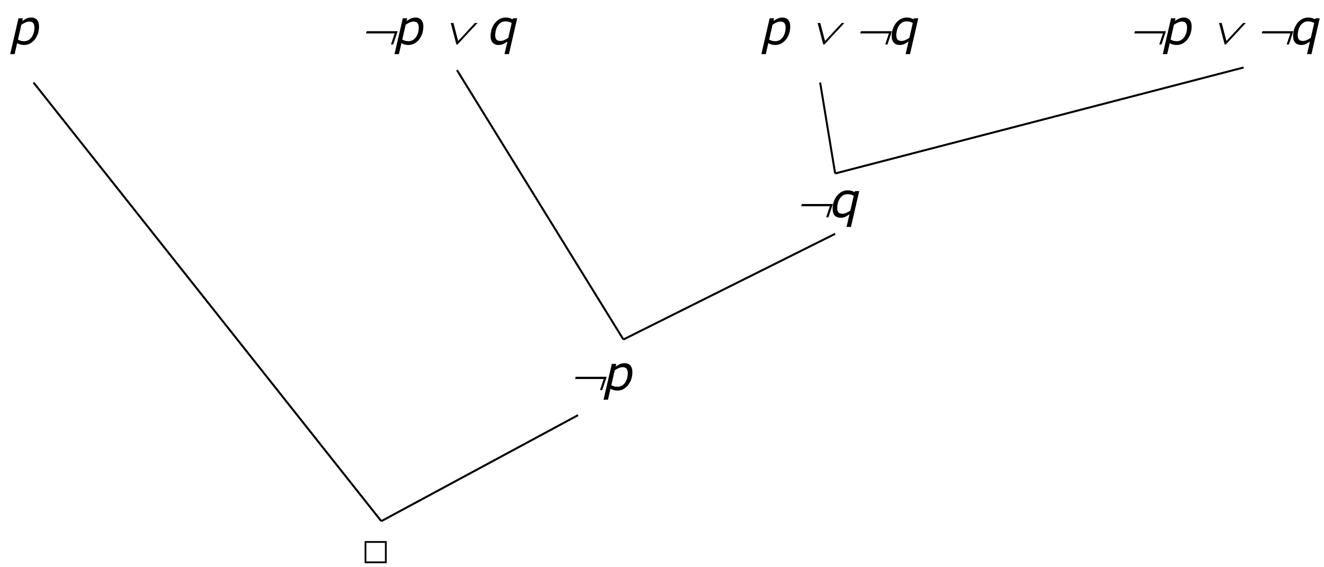
Resolución unitaria, no por entradas

- $S = \{p\ ,\ \neg p \vee q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee \neg q\}$



Resolución por entradas, no unitaria

- $S = \{p\ ,\ \neg p \vee q,\ p \vee \neg q,\ \neg p \vee \neg q\}$



Cláusulas de Horn

- Def. Cláusula de Horn (definidas): cláusula que tiene, a lo sumo, un literal positivo.

- Las cláusulas de Horn se pueden interpretar como implicaciones, con el literal positivo a la derecha del símbolo implica:

$P(x) \vee \neg Q(x) \vee \neg R(y)$	$\forall x \forall y\ (Q(x) \wedge R(y) \supset P(x))$
$P(x)$	$\forall x\ (\quad \supset P(x))$
$\neg Q(x) \vee \neg R(y)$	$\forall x \forall y\ (Q(x) \wedge R(y) \supset \ )$

Teorema complitud resolución por entradas (unitaria)

- Sea *H* una forma clausulada cuyos elementos son cláusulas de Horn.

- *H* es inconsistente *sii* $\exists\, S \vdash_r \square$ utilizando la estrategia de resolución por entradas (o unitaria).

4. Procedimiento de extracción de respuesta

Procedimiento de extracción de respuesta

- Def. Extracción de respuesta mediante refutación por resolución.

  Proceso de encontrar los elementos del dominio que hacen cierto el teorema a demostrar, mediante una prueba de refutación por resolución.

Preguntas

- En general, cualquier FBF.
- Por motivos prácticos, sentencias en FNP con:
  - Matriz: conjunción de literales.
  - Prefijo: sólo cuantificadores existenciales.

  $\exists x \exists y(P(x) \wedge Q(x, y))$
- Interpretación.
  - La demostración se puede interpretar como la pregunta: ¿Existen substituciones de variables que hagan cierto el teorema?
- Propiedad.
  - La negación de estos teoremas da lugar a una única cláusula

  $\neg \exists x \exists y(P(x) \wedge Q(x, y)) = \forall x \forall y(\neg P(x) \vee \neg Q(x, y))$

Literal respuesta

- Def. Literal respuesta.

Sea P pregunta y $x_1, x_2, \ldots \ldots, x_n$ las variables que ocurren en P.

Un literal respuesta para P es:

$$RES(x_1, x_2, \ldots \ldots, x_n)$$

Obtención de la respuesta

- Si *P* es una pregunta y $RES(x_1, x_2,\ldots \ldots,x_n)$ su literal respuesta, la respuesta se obtiene
  1. negando *P* y transformándolo a cláusulas
  2. formando la disyunción de las cláusulas obtenidas en 1 con $RES(x_1, x_2,\ldots \ldots,x_n)$
  3. buscando derivaciones de cláusulas que solo contengan literales respuestas

Ejemplo de pregunta I

- Axiomas, LPO
  - $\forall x(H(x) \supset M(x))$
  - $H(Socrates)$

Axiomas, clausulas

$\neg H(x) \vee M(X)$

$H(Socrates)$

- Teorema: Pregunta
  - $\exists M(x)$

$\neg M(x)$

Obtención de la respuesta I

$\neg H(x) \vee M(x)$ $H(Socrates)$ $\neg M(y) \vee RES(y)$

$S1=\{Socrates/x\}$

$M(Socrates)$

$S2=\{Socrates/y\}$

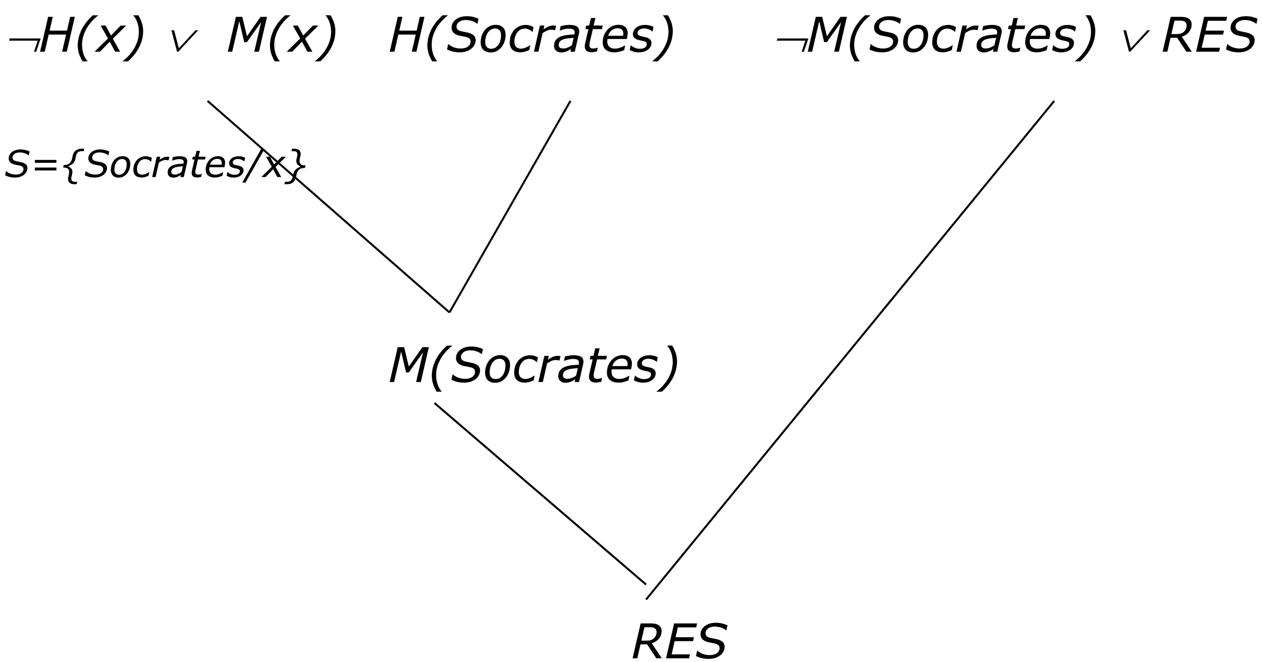
$RES(Socrates)$

Ejemplo de pregunta II

- Axiomas, LPO — Axiomas, clausulas
  - $\forall x(H(x) \supset M(x))$ — $\neg H(x) \vee M(X)$
  - $H(Socrates)$ — $H(Socrates)$

- Teorema: Pregunta
  - M(Socrates) — $\neg M(Socrates)$

Obtención de la respuesta II



Propiedades de la respuesta

- Puede contener más de un literal.
- No es única:
  - Depende de la derivación que la produce.

Respuesta: más de un literal

- España o Alemania ganará el mundial.
- ¿Quién ganará el mundial?

GANARA(España) ∨ GANARA(Alemania)

∃xGANARA(X)

GANARA(España) ∨ GANARA(Alemania) *¬GANARA(x) ∨ RES(x)*

S1={España/x}

GANARA(Alemania) ∨ RES(España)

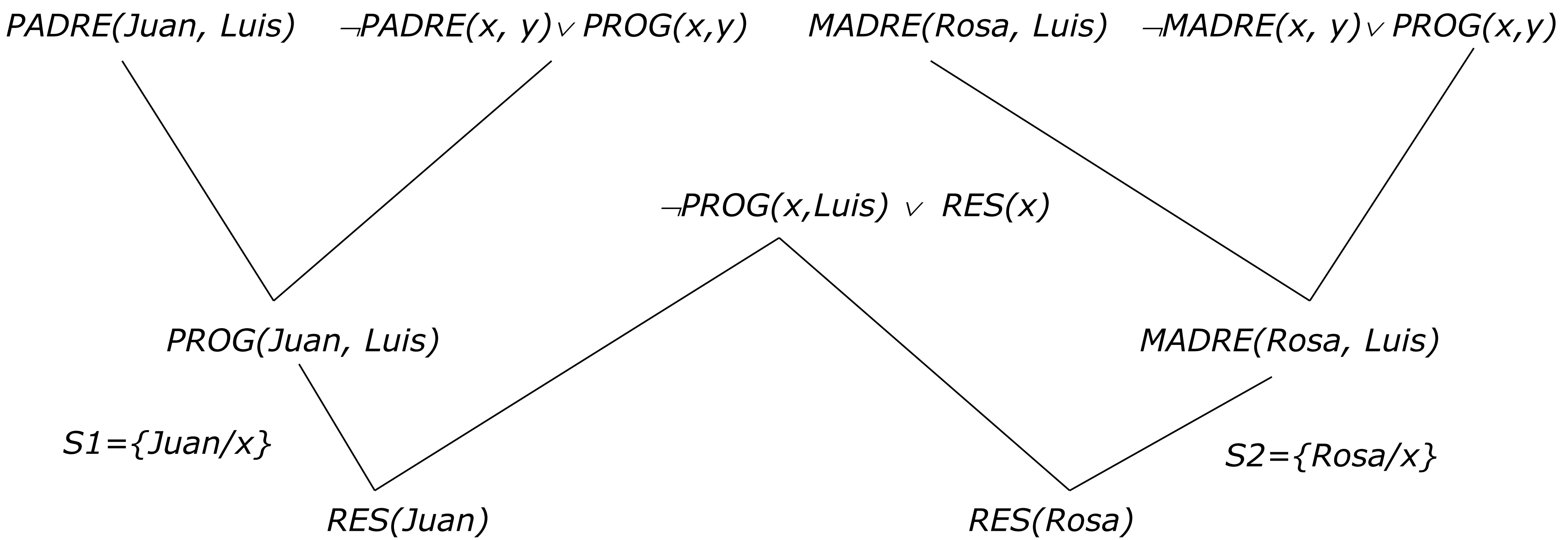
S2={Alemania/x}

RES(España) ∨ RES(Alemania)

Respuesta: depende de la refutación encontrada

- Teoría:
  - Juan es el padre de Luis.
  - Rosa es la madre de Luis.
  - El padre de una persona es uno de sus progenitores.
  - La madre de una persona es uno de sus progenitores.
- Pregunta:
  - ¿Quién es el progenitor de Luis?

Respuesta: depende de la refutación encontrada



5. Demostradores de teoremas

Demostradores de teoremas

- Programas que dada *Th(AP)* y FBF *t*, intentan comprobar si $\exists\, AP \vdash t$
- Generalmente, aceptan FBFs de LPO como entrada.
- Generalmente basados en refutación por resolución.
- Estrategias de control para limitar búsqueda.

PTTP (*Prolog Technology Theorem Prover*)

- Búsqueda: descenso iterativo, completa (en vez de bpp)
  - La inferencia es completa con la regla de resolución lineal y por entradas
- Negación lógica: se implementa una rutina para probar *P* y otra para probar *notP* .
- (Re)Introduce chequeo de ocurrencias en la unificación.

OTTER (*Organized Techniques for Theorem-proving and Effective Research*)

- Refutación por resolución.

- Uno de los primeros y más populares.
  - Sucesor: prover9
- Libre disposición
  - http://www.cs.unm.edu/~mccune/otter/

- Utilizado en:
  - Investigación matemática.
  - Verificación de hardware.

Entrada de OTTER

- Hechos importantes sobre el dominio (SOS, Set of Support).
- Conocimiento sobre el problema: axiomas de utilidad (Usables).
- Demoduladores: reglas de reescritura.
- Parámetros y cláusulas que definen la estrategia de control.

Procedimiento OTTER

Procedimiento OTTER(SOS, Usables)

entrada: SOS, Usables

repetir

cláusula ← elemento de SOS de menor peso

llevar cláusula de SOS a Usables

Procesar (Inferir (cláusula, Usables), SOS)

hasta SOS=∅ ó se ha encontrado refutación

end OTTER

Procedimiento OTTER

- Inferir (cláusula, Usables)
  - Resuelve cláusula con todas las de Usables
  - Filtra cláusulas
- Procesar (resolventes, SOS)
  - Estrategias simplificación.
  - Llevar cláusulas a SOS según pesos.
  - Comprobar presencia de cláusula unitaria y su complementario.