EFEITO DA RESISTENCIA DO BETÃO E TAXA DE ARMADURA NA TENACIDADE E COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO EM VIGAS DE BETÃO ARMADO

¹Joaquim Carneiro ²Said Jalali ³F. Q. de Melo ⁴Mário Vaz ²Mário André ²Miguel Tomás

Resumo

Neste trabalho descreve-se uma aplicação das técnicas *pseudo-dinâmicas*, (PSD) ao estudo do comportamento dinâmico de vigas de betão armado sob a à acção de forças variáveis no tempo. Os elementos de betão armado ensaiados, assimiláveis a sistemas de um grau de liberdade, foram sujeitos a vibração livre e forçada visando a extracção dos coeficientes de amortecimento, parâmetro importante no domínio da acção sísmica. Por outro lado, foram efectuados sobre os mesmos elementos, um conjunto de ensaios estáticos destrutivos a fim de avaliar a contribuição da quantidade de armadura e resistência do betão na capacidade de absorção de energia (tenacidade). Os resultados obtidos permitiram efectuar uma análise comparativa e quantitativa do comportamento mecânico destes elementos estruturais em função da taxa de armadura e da classe da resistência do betão.

Palavras-Chave: método pseudo-dinâmico, coeficiente de amortecimento, tenacidade, sismo

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o aparecimento dos novos adjuvantes e adições activas para a composição do betão conduziu a melhorias significativas das propriedades deste material, no que diz respeito à resistência mecânica, trabalhabilidade e durabilidade. São reconhecidas as vantagens da utilização de betões de elevada resistência em construções onde a exigência relativamente ao material estrutural é importante. Tais exigências referem-se nomeadamente à resistência, durabilidade e comportamento em serviço. São exemplos destas construções as pontes de grandes dimensões e as estruturas marítimas. Torna-se assim compreensível a tendência crescente da utilização do betão de elevada desempenho nas obras de Engenharia Civil.

No entanto, nem toda a evolução traz somente vantagens. Com efeito, observa-se que o betão se torna mais frágil e menos deformável à medida que a sua resistência à compressão aumenta. Esta constatação é evidenciada nos ensaios realizados em provetes de betão de elevada resistência sujeitos a compressão uniaxial, verificando-se a ocorrência de rotura explosiva do material, tal não acontecendo com os betões convencionais de resistência mais baixa. A observação da maior fragilidade dos betões de elevada resistência suscitou então muitas reservas no que concerne à sua utilização. A dúvida inicial consistia em saber se os elementos

¹Universidade do Minho, Departamento de Física, Azurém, Guimarães

²Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, Azurém, Guimarães

³Universidade do Aveiro, Departamento de Engenharia Mecânica, Aveiro

⁴ Universidade do Porto, Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental, FEUP, Porto

estruturais de alta resistência teriam também a necessária elevada tenacidade, e se seriam capazes de amortecer convenientemente as acções de natureza dinâmica entre as quais a acção sísmica que assume importância preponderante.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS: ANÁLISE DINÂMICA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE (1 GL)

Como resposta a uma acção dinâmica, o amortecimento (representando todos os mecanismos pelos quais uma estrutura dissipa energia), constitui o principal factor de limitação à amplitude de vibração em condição de ressonância. Com efeito, uma parte das tarefas desenvolvidas neste trabalho visaram obter os coeficientes de amortecimento, ξ num conjunto de vigas em betão armado permitindo assim fornecer indicações úteis no que concerne ao seu comportamento em serviço. A fim de assegurar a simplicidade dos ensaios os modelos são normalmente tratados como sistemas 1GL, conforme esquematizado na figura 1.

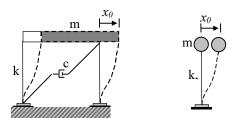


Figura 1 - Sistema de um grau de liberdade

Os ensaios efectuados normalmente envolvem dois casos de solicitação / resposta dinâmica: vibração livre e forçada harmónica. Vibração livre ocorre quando um sistema é por exemplo deslocado a partir da sua posição de equilíbrio estático e em seguida libertado [1]. Se não for contemplado acção do amortecimento, o sistema oscila a uma frequência designada por frequência natural de vibração ω_n (representando uma característica dinâmica do sistema que depende da rigidez e das propriedades inerciais) e as amplitudes máximas de vibração mantêmse constantes ao longo do tempo. No entanto, vibrações livres sem amortecimento nunca ocorrem em estruturas reais. Por exemplo relativamente ao movimento lateral da massa colocada na extremidade do sistema representado na figura 1, por imposição de um deslocamento igual a x₀ e libertando-a em seguida de forma a deixa-la vibrar livremente, a amplitude da resposta irá gradualmente diminuir gradualmente com o tempo, e eventualmente atingir um valor desprezável quando $t o \infty$. Devido ao facto de não ser possível determinar analiticamente o coeficiente de amortecimento ξ em estruturas reais, há a necessidade de aceder a este parâmetro de modo experimental [2]. Para o efeito, induz-se uma vibração no sistema e regista-se a diminuição da sua amplitude com o tempo. Infelizmente, os coeficientes de amortecimento obtidos por esta via dependem em muitos casos da amplitude, isto é, n ciclos consecutivos tomados na zona de grandes amplitudes na resposta de vibração livre fornecem diferentes valores de coeficiente de amortecimento quando são tomados os mesmos n ciclos consecutivos mas na zona das menores amplitudes. Geralmente, verifica-se que os coeficientes

de amortecimento decrescem com os valores da amplitude de vibração. Para evitar esta situação, é costume sujeitar-se o sistema a vibração forçada em condição de ressonância. Nestas condições, ($\omega = \omega_n$ e condições iniciais nulas) a resposta do sistema escreve-se de acordo com a seguinte equação [3]:

$$x(t) = \frac{x_e}{2\xi} \left[e^{-\xi \omega t} \left(\cos \omega_a t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_a t \right) - \cos \omega t \right]$$
 (1)

onde X_e e ω_a representam respectivamente o deslocamento estático e a frequência circular de vibração do sistema com amortecimento. Nos casos correntes $\omega_a = \omega$, e $\xi \sin \omega t$ contribui pouco para a amplitude. Assim, e a resposta pode-se escrever da seguinte maneira:

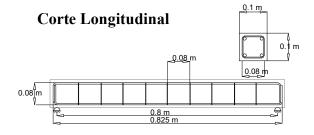
$$\frac{\mathbf{x}(t)}{\mathbf{x}_{e}} \cong \frac{1}{2\xi} (e^{-\xi\omega t} - 1) \cos\omega t \tag{2}$$

O movimento varia com o tempo de modo harmónico e a amplitude, também varia com o tempo embora limitada pelo valor do coeficiente de amortecimento.

3 DESCRIÇÃO DO TRABALHO EXPERIMENTAL REALIZADO

A execução experimental deste trabalho foi levada a cabo em duas etapas diferentes. A primeira, consistiu na realização de um conjunto de ensaios destrutivos efectuados sobre um conjunto de 10 vigas de betão armado utilizando betão com resistência diferentes, simplesmente apoiadas, e sujeitas à acção de uma força concentrada aplicada a meio vão.

A segunda, refere-se à realização de ensaios dinâmicos não destrutivos visando a extracção dos coeficientes de amortecimento para o mesmo número de vigas, utilizando técnicas PSD. A figura 2 representa esquematicamente as vigas e respectivas soluções construtivas adoptadas para as armaduras de tracção.



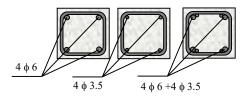


Figura 2 - Geometria e pormenorização das vigas utilizadas

A tabela 1 apresenta as características de cada viga; a largura (b) e a altura (h) da secção transversal, a altura útil (d), a resistência à compressão do betão (f_c), a área da armadura longitudinal (A_s), taxa de armadura (ρ %) e a massa volúmica (μ). As vigas foram agrupadas em 4 séries em função das gamas das resistências do betão e cujos resultados experimentais serão apresentados mais adiante. Cada viga é designada pela sua série (primeiro número seguido da letra B, pela resistência à compressão do betão (segundo número) e pela taxa de armadura longitudinal. No que diz respeito à quarta série a letra BB significa betão com borracha. Para caracterizar o betão, foram executados ensaios de compressão em provetes cúbicos com dimensões $5\times5\times5$ cm³. Foram também realizados ensaios à tracção de provetes das armaduras adoptadas.

Tabela 3.1

	Viga	b	h	fc	As	d	ρ	μ
	Viga	(cm)	(cm)	(MPa)	(cm ²)	(cm)	%	(Kg/m^3)
	1B45-0.428	10	10	45	0.3848	9	0.428	
1	1B45-1.256	10	10	45	1.131	9	1.256	2280
1	1B45-1.684	10	10	45	1.516	9	1.684	
	2B90-0.428	10	10	90	0.3848	9	0.428	
2	2B90-1.256	10	10	90	1.131	9	1.256	2420
^	2B90-1.684	10	10	90	1.516	9	1.684	
	3B150-0.428	10	10	150	0.3848	9	0.428	
3	3B159-1.256	10	10	150	1.131	9	1.256	2155
3	3B150-1.684	10	10	150	1.516	9	1.684	
4	4BB60-1.256	10	10	60	1.131	9	1.256	2340

3.1 Ensaio de Flexão em Vigas de Betão Armado

A figura 3 representa esquematicamente a viga na sua posição de ensaio bem como a instrumentação utilizada na medição dos resultados. Este ensaio consistiu na aplicação de uma carga concentrada a meio vão da viga de betão armado e simplesmente apoiada. Os deslocamentos foram medidos através da utilização de LVDT.

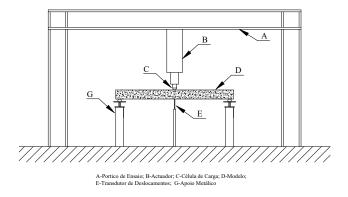
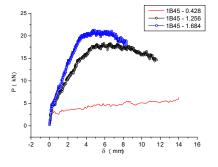
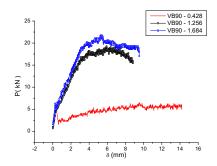


Figura 3 - Disposição experimental para o ensaio estático das vigas

A figura 4 (a - d) apresenta as curvas de comportamento, ou seja, carga total (P) – flecha (δ) traçadas a partir dos registos das medições experimentais relativas ás vigas sujeitas a flexão de três pontos. Cada gráfico, é relativo a uma série de vigas. Uma análise global da figura 4 mostra uma tendência já esperada. Para todas as séries de betões, a capacidade de carga de uma viga vai aumentando com o aumento da taxa de armadura. Para a primeira série, referente aos betões B45, a capacidade de deformação das vigas diminui com o aumento da taxa de armadura. Contudo, no extremo oposto, para a classe de betões B150, não só aumenta a capacidade de carga mas também a capacidade de deformação das vigas para valores crescentes da taxa de armadura. Relativamente à viga da classe de betão com adição de borracha BB60-1.256, verifica-se que apresenta aproximadamente a mesma capacidade de carga que a viga da classe de betão B90-1.256 ganhando no entanto em capacidade de deformação.





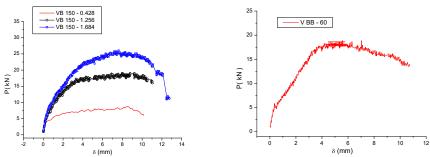


Figura 4 - Curvas P - δ para as diferentes séries de vigas ensaiadas

A tabela 2 apresenta os valores obtidos para a carga máxima (P_m) e flecha máxima (δ_m) referentes a cada uma das vigas ensaiadas. Os parâmetros máximos, P_m e δ_m são extraídos através dos diagramas de comportamento e, correspondem nesta análise, respectivamente ao valor máximo da carga registada e ao correspondente valor registado para a flecha quando a carga é máxima.

Tabela 2

	Viga	P _m (kN)	$\delta_{\rm m}$ (mm)	
	1B45-0.428	6.51	14.0	
1 1	1B45-1.256	18.4	5.88	
1	1B45-1.684	21.31	4.71	
	2B90-0.428	6.51	9.54	
2	2B90-1.256	19.29	5.92	
	2B90-1.684	23.33	5.22	
	3B150-0.428	9.2	8.46	
3	3B159-1.256	19.0	8.0	
3	3B150-1.684	26.0	7.6	
4	4BB60-1.256	18.9	5.6	

3.1.2 Tenacidade das Vigas de Resistência Variável

A tenacidade de um material, U_T define a aptidão do mesmo para absorver energia no domínio plástico até à rotura (pontos últimos). Este parâmetro é difícil de definir, mas um processo de calcular a tenacidade consiste em tomar a área total compreendida abaixo da curva tensão – extensão ou da curva força – deformação (dividida pelo volume do elemento considerado). Neste trabalho, considera-se que os pontos últimos dos diagramas de comportamento dos elementos ensaiados (P_u , δ_u), correspondem ao instante a partir do qual a viga deixa de suportar cargas apreciáveis dentro do patamar das deformações plásticas (registando-se uma diminuição abrupta da carga).

Para analisar a influência da resistência à compressão do betão na tenacidade em flecha foi necessário agrupar as vigas com taxas de armaduras iguais. A tabela 3 agrupa as vigas em função das respectivas taxas de armaduras e apresenta para cada agrupamento os valores experimentais registados para os pontos últimos dos diagramas de comportamento, bem como os valores da tenacidade, (U_T) referentes a cada uma das vigas ensaiadas.

Tabela 3

Viga	ρ	Pu	δ_{u}	U_{T}	
	(%)	(kN)	(mm)	(MPa)	
1B45		6.3	14	0.00885	
2B90	0.428	5.0	14.2	0.00833	
3B150		6.1	10.2	0.00906	
1B45	1.256	14.6	11.6	0.02114	
2B90		15.9	8.9	0.01643	
3B150		15.9	11.1	0.02272	
4BB60		13.9	10.7	0.01951	
1B45		17.9	8.4	0.0239	
2B90	1.684	17.0	9.5	0.0232	
3B150		11.2	12.8	0.0322	

O gráfico da figura 5 apresenta para cada taxa de armadura a evolução da tenacidade em flecha em função das resistências à compressão do betão. As tendências observadas graficamente mostram que, salvo para as classes de betões B90, para uma taxa de armadura constante, a tenacidade em flecha aumenta com a resistência do betão. Estes resultados confirmam os de alguns autores [4].

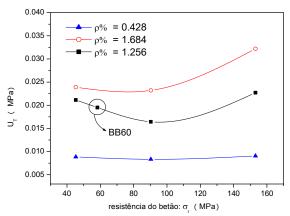


Figura 5 - Influência da resistência do betão na tenacidade em flecha

Em geral, a tendência observada pode ser explicada pelo facto de que, para a mesma taxa de armadura, a profundidade da linha neutra na rotura decresce com o aumento da resistência do betão, aumentando assim a tenacidade. Deste modo, o ganho em tenacidade que advém com o

decréscimo da profundidade da linha neutra na rotura, parece compensar a perda de tenacidade do material (só betão) para as classes de betão de maior resistência. Tal comportamento, indicia que uma combinação conjunta e optimizada de betão de alta resistência com maiores taxas de armadura pode aparentemente eliminar a fragilidade do material.

3.2 Ensaio Dinâmico em Vigas de Betão Armado

As técnicas experimentais disponíveis no estudo dos fenómenos vibratórios representam o resultado de um progresso significativo nas ciências físicas, e da engenharia. A aplicação das técnicas PSD está ainda em expansão, encontrando um interesse crescente no âmbito do projecto estrutural. A área onde são usadas com assinalável sucesso é dominada pelas aplicações em engenharia civil para a análise sísmica de estruturas, [5-6], em contraste com outras áreas, tais como a automóvel e/ou construção aeronáutica, onde as aplicações desta técnica não têm sido recentemente referidas. Contudo, algumas contribuições foram apresentadas recentemente, tanto no projecto de sistemas de ensaios ou em aplicações específicas referentes à avaliação dinâmica da resistência dos bancos de veículos automóveis e suas fixações [7-9]. No âmbito deste trabalho, foram efectuados ensaios de vibração livre para todas as amostras exceptuando aquela correspondente à classe resistente de betão B90-1.684. Neste caso, foi efectuado um ensaio de vibração forçada em condição de ressonância, com o intuito de avaliar também a energia dissipada por amortecimento. A figura 6 mostra um esquema conceptual do diagrama operativo do método PSD enquanto que a figura 7 (a,b,c) ilustra respectivamente a montagem experimental para os testes PSD, e os respectivos pormenores construtivos adoptados para as fixações dos modelos ao nível da zonas de carga e de fixação ao solo.

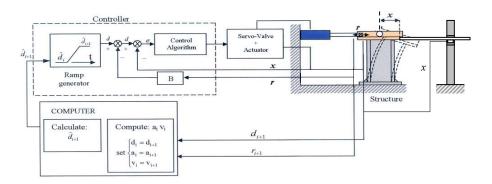


Figura 6 - Esquema conceptual do teste pseudo-dinâmico

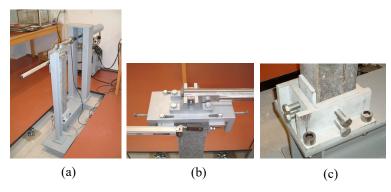


Figura 7 (a) vista geral do equipamento (b) pormenor do sistema de carga (c) pormenor da zona de fixação ao solo

O arranque de um ensaio PSD foi efectuado sobre um modelo assimilável a um sistema 1GL e, necessitou do estabelecimento de um conjunto de condições iniciais. A primeira, traduz as características inerciais do sistema e refere-se à massa do sistema m (igual a 0.66 ton para todos os modelos ensaiados), a segunda, referem-se às grandezas cinemáticas iniciais e correspondem respectivamente ao deslocamento d_0 , velocidade v_0 e aceleração a_0 (sendo d_0 e a_0 nulos e v_0 = 30 mm/s para todos os modelos ensaiados) e a terceira refere-se ao intervalo de discretização temporal do evento dinâmico, $\Delta t = 0.02$ s que garante a convergência incondicional do algoritmo numérico. Na realização do teste PSD, os deslocamentos foram prescritos aos modelos ensaiados através de um actuador servo hidráulico (alimentado por uma central hidráulica) com capacidade de carga até 50 kN e uma precisão de 0.5 N. Na leitura dos deslocamentos, foi utilizado um transdutor de deslocamento com um curso máximo de 250 mm e com precisão de 1 centésima de milímetro. O controlo, estabelecimento do feedback e conversão dos sinais analógico/digitais entre a célula de carga e o transdutor de deslocamento foi efectuado através de um autómato programável que operava sobre o algoritmo numérico através do computador.

A tabela 4 agrupa em 4 séries os modelos ensaiados em função das gamas obtidas para as resistências do betão, apresenta o intervalo de discretização temporal adoptado, os diferentes parâmetros cinemáticos inicialmente considerados, os coeficientes de amortecimento bem como o tipo de ensaio dinâmico adoptado.

Tabela 4

	Viga	ξ %	Vibração	
	1B45-0.428	5.5		
1	1B45-1.256	5.2	livre	
1	1B45-1.684	5.05		
	2B90-0.428	_	livre	
2	2B90-1.256	3.8	livre	
	2B90-1.684	3.6	forçada	
	3B150-0.428	3.26		
3	3B150-1.256	3.15	livre	
3	3B150-1.684	2.52		
4	4BB60-1.256	4.26	livre	

A figura 8 apresenta por exemplo, as curvas experimentais da resposta dinâmica em vibração livre obtidas para as classes resistentes de betões B150. Os coeficientes de amortecimento ξ que constam da tabela 4 foram, para cada classe resistente de betão, (salvo para o B90-1.684) extraídos a partir das curvas experimentais de decaimento.

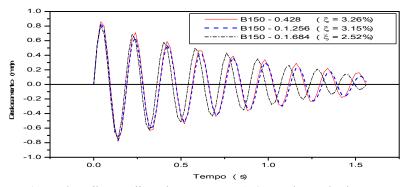


Figura 8 - Vibração livre dos provetes B150 usando o método PSD

A resposta dinâmica do modelo B90 – 1.684 foi obtida sujeitando-o a vibração forçada em condição de ressonância. No algoritmo do método PSD a força aplicada obedeceu à seguinte lei de variação: $F(t) = F_0 \sin \omega t$, sendo $F_0 = 51$ N o valor máximo da força aplicada e $\omega = \sqrt{k/M} = 31.4 \ rad/s$ a frequência de excitação. Para obter este valor foi previamente necessário efectuar um ensaio estático visando avaliar a rigidez lateral do provete. Para este, o valor da rigidez lateral k = 1036 kN/m foi extraído a partir de uma regressão linear efectuada a partir da curva força – deslocamento. Na figura 9 apresenta-se a curva experimental da resposta dinâmica de vibração forçada e em condição de ressonância.

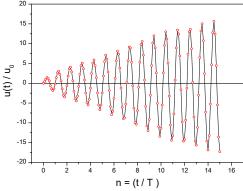


Figura 9 - Resposta dinâmica de vibração forçada em condição de ressonância

Da análise à figura 9 pode verificar-se que, para este tipo de solicitação a amplitude do movimento em estado estacionário bem como a rapidez com que é atingido a condição de estacionaridade são fortemente influenciadas pelo amortecimento. Com efeito, a evolução da curva obtida é muito semelhante à curva teórica, [10]. Para este caso, a amplitude máxima

correspondente à condição de estacionaridade foi atingida ao fim de aproximadamente 15 oscilações.

A figura 10 representa graficamente a relação entre a força total (força de amortecimento + força de restituição elástica) com a deformação produzida para um ciclo de vibração em estado estacionário.

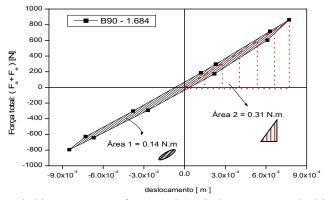


Figura 10 - loop de histerese entre a força total e o deslocamento produzido no teste PSD

Da análise à figura 10 pode-se identificar claramente a ocorrência de mecanismos de amortecimento através da presença de um ciclo de histerese. O ciclo observado está associado ao amortecimento viscoso e é o resultado da histerese dinâmica resultante da natureza dinâmica da carga. Com efeito, a área do ciclo é proporcional à frequência de excitação; sendo assim, para $\omega=0$ a relação entre força total – deformação teria uma evolução linear (já que na gama de deformações produzidas não ocorre plastificação dos materiais) não havendo por isso lugar ao aparecimento de um *loop* de histerese dinâmico. Os resultados obtidos estão perfeitamente de acordo com a teoria, onde o valor obtido para o coeficiente viscoso equivalente, $\xi=3.6\%$ foi calculado de acordo com a equação, [11]:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_A}{E_a}$$

onde E_A corresponde à área limitada pelo loop de histerese e representa a energia de amortecimento, e $E_e = \frac{1}{2} k \, x_0^2$ corresponde à energia potencial elástica obtida a partir do valor

da rigidez k avaliada através do ensaio estático. O gráfico da figura 11 apresenta para cada taxa de armadura a evolução dos coeficientes de amortecimento em função das resistências à compressão do betão. No gráfico, as tendências observadas mostram que para uma taxa de armadura constante, os coeficientes de amortecimento diminuem com o aumento de resistência do betão. Também se verifica que para a mesma classe resistente de betão, os valores obtidos para os coeficientes de amortecimento diminuem com o incremento em taxa de armadura.

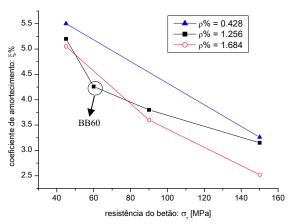


Figura 11 - Influência da resistência do betão nos coeficientes de amortecimento viscoso

O comportamento observado era previsível. Com efeito, em regime linear o coeficiente de amortecimento viscoso é inversamente proporcional à energia potencial elástica de deformação. Esta, depende directamente da rigidez k que, aumenta com a classe resistente de betão. Sendo assim, sistemas mais rígidos são menos amortecidos.

No que concerne ao desempenho dinâmico dos vários sistemas ensaiados e eventualmente sujeitos à acção sísmica, os resultados obtidos para os coeficientes de amortecimento, sugerem que em regime linear os modelos mais rígidos deverão ter maiores valores de aceleração espectral já que se localizariam na região do espectro de resposta regulamentar, correspondente aos menores períodos naturais de vibração: por isso, as forças sísmicas exercidas deveriam ser maiores e consequentemente os valores máximos do deslocamento espectral. Tal comportamento poderá ser aparentemente desfavorável pois, obrigaria a soluções de projecto mais dispendiosas. No entanto, estando na prática as estruturas concebidas para tirar partido da sua capacidade de operarem em regime não linear, verificou-se que os modelos ensaiados associados aos maiores valores de classe resistente de betão, também correspondiam os valores mais elevados de tenacidade. Desta forma, é de prever que em regime não linear o factor preponderante no projecto de estruturas à acção sísmica seja a tenacidade dos materiais envolvidos e assim, não sendo tão relevante a influência dos mecanismos de dissipação de energia por amortecimento.

4 CONCLUSÕES

Observou-se que o parâmetro mais influente na tenacidade das vigas, é a taxa de armadura longitudinal de tracção. Os resultados experimentais obtidos mostram uma boa concordância entre si indicando que, para valores constantes da resistência à compressão do betão, existe uma razoável redução da deformação em flecha (δ_m) com o incremento da taxa de armadura. Os resultados obtidos mostraram existir que, para taxas de armadura constantes, a resistência do betão influi razoavelmente na capacidade de absorção de energia (tenacidade) das vigas ensaiadas. Observou-se também que o acréscimo verificado na tenacidade (U_T) com a resistência do betão parece tender a aumentar com o incremento da taxa de armadura de

tracção longitudinal. Relativamente aos ensaios dinâmicos efectuados (em regime linear) sobre os mesmos elementos, verificou-se um comportamento comum a todos os elementos ensaiados; para cada taxa de armadura, os coeficientes de amortecimento viscoso diminuem com o aumento da resistência do betão sugerindo assim uma menor capacidade destes betões para dissiparem energia por mecanismos de amortecimento viscoso. Esta aparente insuficiência é no entanto minimizada pelo facto de, em situações práticas de projecto os mecanismos preponderantes de dissipação de energia corresponderem a fenómenos mecânicos de dissipação histerética de energia e que, estão directamente associados à capacidade dos materiais em se deformarem plasticamente.

Deste modo, poder-se-á sugerir que a associação de betões de alta resistência com elevadas taxas de armadura conduzam a soluções técnicas e económicas mais adequadas no que se refere ao seu comportamento em serviço.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Dias Rodrigues, J. F., (1999) "Vibração Lateral de Vigas"- Texto de apoio às aulas da disciplina de Dinâmica das Estruturas integrada nas opções de Projecto de Máquinas e Construções Mecânicas, 2ª Edição, FEUP/DEMEGI.
- [2] Canet, J.M., Barbat, A.H., (1988) "Estructuras Sobmetidas A Acciones Sismicas" Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- [3] Clough and Penzien, (1992) "Dynamics of Structures" McGraw-Hill, 2^a Edition.
- [4] Shin, S.-W.; Kamara M.; Ghosh S. K., "Flexural Ductility, Strength Prediction, and Hysteretic Behavior of Ultra-High-Strength Concrete Members" SP121-13, High-Strength Concrete, Second International Symposium, Weston T. Haster, ACI, 1990.
- [5] Magonette, G., Molina, F. J., Taucer, F., Verzeletti, G., Renda, V. & Tognoli P. (1997), "Contribution of the JRC Ispra to the inter-comparison of analysis methods for seismically isolated nuclear structures", International Post-SMIRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures, Proc. Intern. Symp., Taormina, 25-27 August 1997, Italy.
- [6] Molina, F. J., Verzeletti, G., Magonette, G., and Taucer, F. (2000),"Dynamic and Pseudodynamic responses in a two storey building retrofitted with rate-sensitive rubber dissipators". Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand.
- [7] F. J. Q. de Melo, J. A. O. Carneiro, H. R. Lopes and J. F. D. Rodrigues, (2001) "The Dynamic Analysis of Piping Systems Using Pseudo-Dynamic Techniques", Journal of Strain Analysis, ImechE Vol 36 Ner 5, pp 441-451.
- [8] Carneiro, J. O., J. P. T. Pereira, A. J. Rocha and F. Q. de Melo (2001), "Structural Validation of Motor Vehicle Seats by Pseudo-Dynamic Analysis", paper 2001-01-3462,

- ATT/SAE, Automotive & Transport Technology Congress and Exhibition, Barcelona, Oct. 2001.
- [9] Carneiro; J.O., F.J.Q. de Melo; A.J.Rocha, T.Pereira, (2002) "Análise Dinâmica de Bancos de Veículos Automóveis por Técnicas Pseudo Dinâmicas", Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas (RPEE), Nº 51, pp 51-56.
- [10] Spyrakos Constantine. Finite Element Modelling in Engineering Practice, Algor, Inc. Publishing Division, Pittsburgh, PA.
- [11] Chopra, Anil K. (2000) "Dynamics of Structures Theory and Application to Earthquake Engineering", Prentice Hall, 2^a Edition.