

Metaheurística GRASP com refinamento por busca local para o Flowshop Permutacional

Alberto F. K. Neto¹

¹Instituto de Informática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Caixa Postal 15.064 – 91.501-970 – Porto Alegre – RS – Brazil

afkneto@inf.ufrgs.br

1. Introdução

Este relatório refere-se ao trabalho de otimização da disciplina de Otimização Combinatória (INF05010), cursada no período de 2019/1. O texto apresenta o problema de otimização considerado e introduz um modelo de Programação Linear Inteira da literatura do problema. Detalhes sobre o desenvolvimento de um método de solução heurístico baseado em GRASP e Busca Local encontram-se disponíveis nas seções indicadas, e o desempenho do método proposto é comparado com os melhores valores de solução atualmente conhecidos para um pequeno conjunto de instâncias de teste.

2. Descrição do problema

O Problema de Flowshop Permutacional (PFSP) é um tema de pesquisa recorrente nos estudos da otimização combinatória. O problema considera um conjunto de M máquinas e N tarefas, em que todas as tarefas devem ser processadas exatamente uma vez em cada uma das máquinas consideradas. Cada tarefa $1 \leq j \leq N$ demora $T_{rj} \geq 0$ unidades de tempo para ser processada cada máquina $1 \leq r \leq M$. Busca-se uma ordem de execução das tarefas que minimize o tempo final de processamento da última máquina considerada. Essa ordem de execução é seguida por todas as máquinas.

[Tseng et al. 2004] propuseram um modelo de programação linear inteira mista para o problema. As variáveis binárias $D_{ik} \in \{0, 1\}$ assumem o valor 1 para indicar se a tarefa i deve ser processada em algum momento anterior ao processamento da tarefa k , com $1 \leq i < k \leq N$. Já as variáveis contínuas $C_{ri} \geq 0$ indicam o horizonte de tempo de processamento que cada tarefa $1 \leq i \leq N$ em cada máquina $1 \leq r \leq M$. Adicionalmente, a variável $C_{\max} \geq 0$ é utilizado no cálculo do tempo final de processamento da última máquina. De posse dessas definições, a seguinte formulação modela o Problema de Flowshop permutacional. Note a existência de um parâmetro P , que é um número suficientemente grande usado como “big-M” na modelagem das restrições lógicas do modelo.

$$\text{Minimize } C_{\max} \tag{1}$$

Sujeito a:

$$C_{1i} \geq T_{1i} \quad 1 \leq i \leq N \quad (2)$$

$$C_{ri} - C_{r-1,i} \geq T_{ri} \quad 2 \leq r \leq M, 1 \leq i \leq N \quad (3)$$

$$C_{ri} - C_{rk} + PD_{ik} \geq T_{ri} \quad 1 \leq r \leq M, 1 \leq i < k \leq N \quad (4)$$

$$C_{ri} - C_{rk} + PD_{ik} \leq P - T_{rk} \quad 1 \leq r \leq M, 1 \leq i < k \leq N \quad (5)$$

$$C_{\max} \geq C_{Mi} \quad 1 \leq i \leq N \quad (6)$$

$$C_{ri} \geq 0 \quad 1 \leq r \leq M, 1 \leq i \leq N \quad (7)$$

$$D_{ik} \in \{0, 1\} \quad 1 \leq i < k \leq N \quad (8)$$

A função objetivo (1) minimiza o tempo de processamento final da última máquina do problema. As restrições (2) e (3) modelam o tempo final de processamento das tarefas na primeira e demais máquinas, respectivamente. As restrições (4–5) garantem uma única ordem de execução das tarefas em todas as máquinas. A restrição (6) calcula o tempo final de processamento da última máquina. Por fim, as restrições (7–8) modelam o domínio das variáveis de decisão do problema.

3. Método de solução com GRASP e Busca Local

Algorithm 1: Algoritmo de Busca Local iterada com trocas aleatória de duas tarefas.

```

1 Procedure Swap2LS ( $s^*$ ,  $numVezes$ )
2    $z^* \leftarrow$  custo da solução atual
3   for  $i \leftarrow 1$  até  $numVezes$  do
4     selecione tarefas  $j_1 \neq j_2$ , aleatoriamente
5      $\bar{s} \leftarrow$  troque a ordem de processamento de  $j_1 \leftrightarrow j_2$ 
6      $\bar{z} \leftarrow$  avalie o custo da solução  $\bar{s}$ 
7     if  $\bar{z} < z^*$  then
8        $s^* \leftarrow \bar{s}$ 
9        $z^* \leftarrow \bar{z}$ 

```

4. Resultados computacionais

Instância	BKS	α	Valor F.O.	GAP _{BKS} (%)	Tempo (s.)
VFR10_15_1	1307.00	0.00	1339.6 \pm 18.319	2.49	1.5 \pm 0.04
VFR10_15_1	1307.00	0.20	1354.2 \pm 23.011	3.61	1.4 \pm 0.03
VFR10_15_1	1307.00	0.40	1364.2 \pm 28.944	4.38	1.5 \pm 0.04
VFR10_15_1	1307.00	0.60	1346.1 \pm 42.331	2.99	1.4 \pm 0.03
VFR10_15_1	1307.00	0.80	1362.9 \pm 30.205	4.28	1.5 \pm 0.04
VFR10_15_1	1307.00	1.00	1342.2 \pm 28.867	2.69	1.5 \pm 0.03
VFR100_60_1	9395.00	0.00	10008.8 \pm 47.123	6.53	57.7 \pm 0.59
VFR100_60_1	9395.00	0.20	10054.5 \pm 70.099	7.02	57.7 \pm 0.42
VFR100_60_1	9395.00	0.40	10039.1 \pm 54.017	6.86	57.9 \pm 0.52
VFR100_60_1	9395.00	0.60	10040.9 \pm 73.843	6.87	58.5 \pm 0.87
VFR100_60_1	9395.00	0.80	10048.8 \pm 69.904	6.96	58 \pm 1
VFR100_60_1	9395.00	1.00	10057.8 \pm 55.519	7.05	58.2 \pm 0.99
VFR20_10_3	1592.00	0.00	1687.5 \pm 29.304	6.00	2.1 \pm 0.05
VFR20_10_3	1592.00	0.20	1685.8 \pm 23.223	5.89	2 \pm 0.03
VFR20_10_3	1592.00	0.40	1682 \pm 21.417	5.65	2 \pm 0.03
VFR20_10_3	1592.00	0.60	1690.8 \pm 39.6	6.21	2 \pm 0.04
VFR20_10_3	1592.00	0.80	1692.3 \pm 32.094	6.30	2 \pm 0.02

Instância	BKS	α	Valor FO.	GAP _{BKS} (%)	Tempo (s.)
VFR20_10_3	1592.00	1.00	1682.7 \pm 24.157	5.70	2 \pm 0.04
VFR20_20_1	2270.00	0.00	2360.1 \pm 33.478	3.97	3.9 \pm 0.07
VFR20_20_1	2270.00	0.20	2355.8 \pm 41.214	3.78	3.9 \pm 0.08
VFR20_20_1	2270.00	0.40	2350 \pm 25.573	3.52	3.9 \pm 0.08
VFR20_20_1	2270.00	0.60	2376.6 \pm 31.178	4.70	3.9 \pm 0.06
VFR20_20_1	2270.00	0.80	2362.9 \pm 26.236	4.09	3.8 \pm 0.05
VFR20_20_1	2270.00	1.00	2366.9 \pm 38.766	4.27	3.9 \pm 0.07
VFR500_40_1	28548.00	0.00	30640.6 \pm 67.832	7.33	200.4 \pm 8.47
VFR500_40_1	28548.00	0.20	30753.7 \pm 111.634	7.73	200 \pm 4.51
VFR500_40_1	28548.00	0.40	30697.4 \pm 107.934	7.53	197.2 \pm 1.52
VFR500_40_1	28548.00	0.60	30681.7 \pm 127.513	7.47	198.4 \pm 1.59
VFR500_40_1	28548.00	0.80	30688.4 \pm 101.606	7.50	199.6 \pm 3.45
VFR500_40_1	28548.00	1.00	30741.5 \pm 113.56	7.68	200.9 \pm 7.53
VFR500_60_3	31125.00	0.00	33539.6 \pm 106.966	7.76	298.5 \pm 4.31
VFR500_60_3	31125.00	0.20	33624.6 \pm 167.947	8.03	300.7 \pm 3.79
VFR500_60_3	31125.00	0.40	33535.1 \pm 81.036	7.74	299.2 \pm 3.89
VFR500_60_3	31125.00	0.60	33576.6 \pm 71.104	7.88	300.6 \pm 3.38
VFR500_60_3	31125.00	0.80	33490.7 \pm 96.158	7.60	298.3 \pm 3.3
VFR500_60_3	31125.00	1.00	33530.5 \pm 65.58	7.73	298.7 \pm 2.61
VFR60_10_3	3423.00	0.00	3632.6 \pm 62.45	6.12	6 \pm 0.06
VFR60_10_3	3423.00	0.20	3637.4 \pm 67.612	6.26	6 \pm 0.14
VFR60_10_3	3423.00	0.40	3630.7 \pm 55.041	6.07	6 \pm 0.08
VFR60_10_3	3423.00	0.60	3608.3 \pm 50.557	5.41	5.9 \pm 0.11
VFR60_10_3	3423.00	0.80	3603.6 \pm 72.537	5.28	6 \pm 0.08
VFR60_10_3	3423.00	1.00	3626.3 \pm 54.214	5.94	6 \pm 0.09
VFR60_5_10	3663.00	0.00	3668.4 \pm 7.291	0.15	3.2 \pm 0.09
VFR60_5_10	3663.00	0.20	3667.9 \pm 5.971	0.13	3.2 \pm 0.13
VFR60_5_10	3663.00	0.40	3672.2 \pm 8.574	0.25	3.1 \pm 0.05
VFR60_5_10	3663.00	0.60	3674.4 \pm 8.03	0.31	3.2 \pm 0.06
VFR60_5_10	3663.00	0.80	3668.6 \pm 7.152	0.15	3.2 \pm 0.03
VFR60_5_10	3663.00	1.00	3665.6 \pm 1.897	0.07	3.1 \pm 0.05
VFR600_20_1	31433.00	0.00	32904.4 \pm 69.306	4.68	118.4 \pm 1.86
VFR600_20_1	31433.00	0.20	32930 \pm 65.09	4.76	121.1 \pm 5.56
VFR600_20_1	31433.00	0.40	32999.7 \pm 123.094	4.98	119.3 \pm 1.99
VFR600_20_1	31433.00	0.60	32982.4 \pm 68.39	4.93	119.2 \pm 1.82
VFR600_20_1	31433.00	0.80	32932.5 \pm 134.142	4.77	123.1 \pm 9.14
VFR600_20_1	31433.00	1.00	32990.1 \pm 97.588	4.95	122.6 \pm 7.68
VFR700_20_10	36417.00	0.00	37857.4 \pm 114.996	3.96	140.6 \pm 2.03
VFR700_20_10	36417.00	0.20	37792.3 \pm 93.295	3.78	140 \pm 3.16
VFR700_20_10	36417.00	0.40	37865.9 \pm 79.689	3.98	139 \pm 2.11
VFR700_20_10	36417.00	0.60	37798.9 \pm 87.46	3.79	142.6 \pm 9.19
VFR700_20_10	36417.00	0.80	37882.2 \pm 110.235	4.02	140.3 \pm 3.43
VFR700_20_10	36417.00	1.00	37807.6 \pm 124.189	3.82	139.8 \pm 2.51

5. Conclusões

Referências

Referências

Tseng, F. T., Stafford Jr, E. F., and Gupta, J. N. (2004). An empirical analysis of integer programming formulations for the permutation flowshop. *Omega*, 32(4):285–293.

Algorithm 2: Algoritmo de Busca Local iterada com trocas aleatória de duas tarefas.

```

1 Procedure GRASP ( $N, M, T, \alpha$ )
2    $pend \leftarrow \{1, \dots, N\}$ 
3    $s \leftarrow$  lista vazia;  $z \leftarrow 0$ 
4   while  $pend$  não está vazio do
5      $RCL \leftarrow$  lista vazia
6     for  $j \in pend$  do
7        $\bar{z}_j \leftarrow$  custo da solução parcial  $s$  com adição da tarefa  $j$ 
8       adicione a tupla  $(j, \bar{z}_j)$  em  $RCL$ 
9     ordene  $RCL$  em ordem não crescente de  $\bar{z}$ 
10     $tam \leftarrow$  tamanho da lista  $RCL$ 
11     $tp \leftarrow$  escolha tupla aleatória dos índices  $[1, \max\{1, \alpha \cdot tam\}]$ 
12    adicione a tarefa e atualize o custo  $z$  com  $RCL_{tp}$ 
13 return  $s$ 

```

Instância	BKS	Valor relaxação	Obj. solução inteira	GAP _{BKS} (%)
VFR10_15_1	1307	880.0	1307	0.0
VFR10_10_3	1592	687.0	1873	56.9
VFR_20_20_1	2270	1391.0	2573	42.6
VFR60_5_10	3663	382.0	3878	89.3
VFR100_60_1	9395	TL	—	∞
VFR500_40_1	28548	TL	—	∞
VFR500_60_3	31125	TL	—	∞
VFR600_20_1	31433	TL	—	∞
VFR700_20_10	36417	TL	—	∞