Metaheurística GRASP com refinamento por busca local para o Flowshop Permutacional

Alberto F. K. Neto[1]

[1]Instituto de Informática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Caixa Postal 15.064 – 91.501-970 – Porto Alegre – RS – Brazil

afkneto@inf.ufrgs.br

1. Introdução

Este relatório refere-se ao trabalho de otimização da disciplina de Otimização Combinatória (INF05010), cursada no período de 2019/1. O texto apresenta o problema de otimização considerado e introduz um modelo de Programação Linear Inteira da literatura do problema. Detalhes sobre o desenvolvimento de um método de solução heurístico baseado em GRASP e Busca Local encontram-se disponíveis nas seções indicadas, e o desempenho do método proposto é comparado com os melhores valores de solução atualmente conhecidos para um pequeno conjunto de instâncias de teste.

2. Descrição do problema

O Problema de Flowshop Permutacional (PFSP) é um tema de pesquisa recorrente nos estudos da otimização combinatória. O problema considera um conjunto de M máquinas e N tarefas, em que todas as tarefas devem ser processadas exatamente uma vez em cada uma das máquinas consideradas. Cada tarefa $1 \leqslant j \leqslant N$ demora $T_{rj} \geqslant 0$ unidades de tempo para ser processada cada máquina $1 \leqslant r \leqslant M$. Busca-se uma ordem de execução das tarefas que minimize o tempo final de processamento da última máquina considerada. Essa ordem de execução é seguida por todas as máquinas.

[Tseng et al. 2004] propuseram um modelo de programação linear inteira mista para o problema. As variáveis binárias $D_{ik} \in \{0, 1\}$ assumem o valor 1 para indicar se a tarefa i deve ser processada em algum momento anterior ao processamento da tarefa k, com $1 \leqslant i < k \leqslant N$. Já as variáveis contínuas $C_{ri} \geqslant 0$ indicam o horizonte de tempo de processamento que cada tarefa $1 \leqslant i \leqslant N$ em cada máquina $1 \leqslant r \leqslant M$. Adicionamente, a variável $C_{\max} \geqslant 0$ é utilizado no cálculo do tempo final de processamento da última máquina. De posse dessas definições, a seguinte formulação modela o Problema de Flowshop permutacional. Note a existência de um parâmetro P, que é um número suficientemente grande usado como “big-M” na modelagem das restrições lógicas do modelo.

$$\text{Minimize } C_{\max} \tag{1}$$

Sujeito a:

$$
\begin{aligned}
& C_{1i} \geqslant T_{1i} && 1 \leqslant i \leqslant N && (2)\\
& C_{ri} - C_{r-1,i} \geqslant T_{ri} && 2 \leqslant r \leqslant M, 1 \leqslant i \leqslant N && (3)\\
& C_{ri} - C_{rk} + PD_{ik} \geqslant T_{ri} && 1 \leqslant r \leqslant M, 1 \leqslant i < k \leqslant N && (4)\\
& C_{ri} - C_{rk} + PD_{ik} \leqslant P - T_{rk} && 1 \leqslant r \leqslant M, 1 \leqslant i < k \leqslant N && (5)\\
& C_{\max} \geqslant C_{Mi} && 1 \leqslant i \leqslant N && (6)\\
& C_{ri} \geqslant 0 && 1 \leqslant r \leqslant M, 1 \leqslant i \leqslant N && (7)\\
& D_{ik} \in \{0, 1\} && 1 \leqslant i < k \leqslant N && (8)
\end{aligned}
$$

A função objetivo (1) minimiza o tempo de processamento final da última máquina do problema. As restrições (2) e (3) modelam o tempo final de processamento das tarefas na primera e demais máquinas, respectivamente. As restrições (4–5) garantem uma única ordem de execução das tarefas em todas as máquinas. A restrição (6) calcula o tempo final de processamento da última máquina. Por fim, as restrições (7–8) modelam o domínio das variáveis de decisão do problema.

3. Método de solução com GRASP e Busca Local

Tendo em vista a questão da típica baixa eficiência de métodos exatos em resolver problemas de otimização combinatória discreta, propõe-se o seguinte método de solução heurístico para resolução do problema. O método de solução é implementa umaa heurística GRASP para construção de uma soluçãoa inicial [Feo et al. 1994], seguida de uma fase de intensificação com busca local. O pseudocódigo dos algoritmos de construção inicial e de busca local são listados em 1 e 2. Na notação a seguir, uma solução é definida como uma lista com a ordem de processamento das tarefas, e pode ser parcial ou completa. Uma visão geral do método de solução está disponível no algoritmo 3.

Algorithm 1: Construção de solução inicial com GRASP.

Procedure GRASP (N, M, T, α)
  $pend \leftarrow$ lista com valores $1, 2, \ldots, N$
  $s \leftarrow$ lista vazia; $z \leftarrow 0$
  while $pend$ não está vazia **do**
    $RCL \leftarrow$ lista vazia
    for $j \in pend$ **do**
      $\bar{z}_j \leftarrow$ custo da solução parcial s com adição da tarefa j
      adicione a tupla $(j, \bar{z}_j)$ em RCL
    ordene RCL em ordem não crescente de $\bar{z}$
    $tam \leftarrow$ tamanho da lista RCL
    $tp \leftarrow$ escolhe aleatoriamente um índice de $[1, \max\{1, \alpha \cdot tam\}]$
    atualize a solução s e custo z com os dados da tupla RCL_{tp}
    remova a tarefa referente a tp de $pend$
return s

O algoritmo GRASP inicial com uma solução vazia, de custo 0, e incrementalmente adiciona tarefas na ordem de processamento das máquinas. Inicialmente, todas as tarefas são marcadas como pendentes (lista $pend$). A cada iteração do laço principal (linhas 4–13), calcula-se o custo de inserção de cada tarefa pendente na solução parcial s. Esses valores de custo são adicionados à lista RCL de tarefas candidatas a entrar na solução. Faz-se a ordenação dessa lista em ordem não crescente de custo de solução, e escolhe-se aleatoriamente uma das $\alpha\%$ tarefas iniciais da lista de candidatos. Essa tarefa entra na solução parcial s, e o custo z é atualizado de acordo. Finalmente, a tarefa é removida da lista de pendentes e a próxima iteração inicia. Essa implementação de GRASP faz a seleção com α pelos índices da lista de candidatos.

Algorithm 2: Algoritmo de Busca Local iterada com trocas aleatória.

Procedure `Swap2LS` (s^*, *numVezes*)
    $z^* \leftarrow$ custo da solução atual
    for $i \leftarrow 1$ até $numVezes$ **do**
        selecione tarefas $j_1 \neq j_2$ aleatoriamente, com distribuição uniforme
        $\bar{s} \leftarrow$ troque a ordem de processamento de $j_1 \leftrightarrow j_2$ em s^*
        $\bar{z} \leftarrow$ avalie o custo da solução $\bar{s}$
        if $\bar{z} < z^*$ **then**
            $s^* \leftarrow \bar{s}$
            $z^* \leftarrow \bar{z}$
return $s*$

Após a construção de uma solução inicial com GRASP, inicia-se a fase de melhoramento da solução com o algoritmo de busca local iterado 2. A busca local faz diversas tentativas de troca da ordem de processamento de duas tarefas em posições distintas, e sempre aceita a troca na ordem das tarefas caso seja vantajosa (estratégia de "primeira melhora"). De posse de ambos os algoritmos, é possível definir o método de solução completo como em 3.

Algorithm 3: Algoritmo completo da heurística GRASP com Busca Local.

Procedure `GRASP_LS` (N, M, T, α)
    $s \leftarrow$ `GRASP`(N, M, T, α)
    for $iter \leftarrow 1$ até *MAX_ITER* **do**
        `Swap2LS`(s, $\lceil N/100 \rceil$)
        `Swap2LS`(s, $\lceil iter/1000 \rceil$)
        `Swap2LS`(s, `randomInt`(1,N))
return s

Como consideração final, todas as seleções aleatórias se deram por distribuição uniforme. Utilizou-se cada uma das replicações $n = 1, \ldots, 10$ da heurística como semente do gerador de números pseudoaleatórios.

4. Resultados computacionais

Os testes computacionais da heurística e da formulação matemática foram conduzidos nas instâncias de teste indicadas na definição do trabalho da disciplinas. Utilizou-se um computador Intel 3612QM @ 2.10GHz, dispondo-se de 8 GB de memória principal. A heurística foi implementada em Python 3.7.4, e o modelo foi resolvido por meio do GLPK 4.65. O ambiente de testes foi o Arch Linux de 64 bits, com kernel padrão 5.3.8.

Instância	BKS	Valor relaxação	Obj. solução inteira	GAP_{BKS} (%)
VFR10_15_1	1307	880.0	1307	0.0
VFR10_10_3	1592	687.0	1873	56.9
VFR_20_20_1	2270	1391.0	2573	42.6
VFR60_5_10	3663	382.0	3878	89.3
VFR100_60_1	9395	TL	–	∞
VFR500_40_1	28548	TL	–	∞
VFR500_60_3	31125	TL	–	∞
VFR600_20_1	31433	TL	–	∞
VFR700_20_10	36417	TL	–	∞

5. Conclusões

Referências

Feo, T. A., Resende, M. G., and Smith, S. H. (1994). A greedy randomized adaptive search procedure for maximum independent set. *Operations Research*, 42(5):860–878.

Tseng, F. T., Stafford Jr, E. F., and Gupta, J. N. (2004). An empirical analysis of integer programming formulations for the permutation flowshop. *Omega*, 32(4):285–293.

Apêndice A – Média dos resultados computacionais para diversos α

Instância	BKS	α	F.O. GRASP	GAP_{GRASP} (%)	F.O G+BL	GAP_{G+BL} (%)	Tempo (s.)
VFR10_15_1	1307.00	0.00	1424 ± 0	8.95	1339.6 ± 18.319	2.49	1.5 ± 0.04
VFR10_15_1	1307.00	0.20	1431.5 ± 24.024	9.53	1354.2 ± 23.011	3.61	1.4 ± 0.03
VFR10_15_1	1307.00	0.40	1459.6 ± 39.884	11.68	1364.2 ± 28.944	4.38	1.5 ± 0.04
VFR10_15_1	1307.00	0.60	1465.8 ± 43.827	12.15	1346.1 ± 42.331	2.99	1.4 ± 0.03
VFR10_15_1	1307.00	0.80	1470.6 ± 49.934	12.52	1362.9 ± 30.205	4.28	1.5 ± 0.04
VFR10_15_1	1307.00	1.00	1528.7 ± 75.588	16.96	1342.2 ± 28.867	2.69	1.5 ± 0.03
VFR100_60_1	9395.00	0.00	11247 ± 0	19.71	10008.8 ± 47.123	6.53	57.7 ± 0.59
VFR100_60_1	9395.00	0.20	11251.8 ± 118.302	19.76	10054.5 ± 70.099	7.02	57.7 ± 0.42
VFR100_60_1	9395.00	0.40	11243.3 ± 121.401	19.67	10039.1 ± 54.017	6.86	57.9 ± 0.52
VFR100_60_1	9395.00	0.60	11287.2 ± 131.908	20.14	10040.9 ± 73.843	6.87	58.5 ± 0.87
VFR100_60_1	9395.00	0.80	11409.9 ± 164.966	21.45	10048.8 ± 69.904	6.96	58 ± 1
VFR100_60_1	9395.00	1.00	11312.1 ± 187.334	20.41	10057.8 ± 55.519	7.05	58.2 ± 0.99
VFR20_10_3	1592.00	0.00	2017 ± 0	26.70	1687.5 ± 29.304	6.00	2.1 ± 0.05
VFR20_10_3	1592.00	0.20	2030.4 ± 44.443	27.54	1685.8 ± 23.223	5.89	2 ± 0.03
VFR20_10_3	1592.00	0.40	1954.6 ± 51.036	22.78	1682 ± 21.417	5.65	2 ± 0.03
VFR20_10_3	1592.00	0.60	1931 ± 47.044	21.29	1690.8 ± 39.6	6.21	2 ± 0.04
VFR20_10_3	1592.00	0.80	1894.9 ± 65.665	19.03	1692.3 ± 32.094	6.30	2 ± 0.02
VFR20_10_3	1592.00	1.00	2007.5 ± 64.24	26.10	1682.7 ± 24.157	5.70	2 ± 0.04
VFR20_20_1	2270.00	0.00	2715 ± 0	19.60	2360.1 ± 33.478	3.97	3.9 ± 0.07
VFR20_20_1	2270.00	0.20	2759.4 ± 69.617	21.56	2355.8 ± 41.214	3.78	3.9 ± 0.08
VFR20_20_1	2270.00	0.40	2745.8 ± 80.5	20.96	2350 ± 25.573	3.52	3.9 ± 0.08
VFR20_20_1	2270.00	0.60	2706.7 ± 69.72	19.24	2376.6 ± 31.178	4.70	3.9 ± 0.06
VFR20_20_1	2270.00	0.80	2735.3 ± 44.475	20.50	2362.9 ± 26.236	4.09	3.8 ± 0.05
VFR20_20_1	2270.00	1.00	2787.7 ± 84.592	22.81	2366.9 ± 38.766	4.27	3.9 ± 0.07
VFR500_40_1	28548.00	0.00	33119 ± 0	16.01	30640.6 ± 67.832	7.33	200.4 ± 8.47
VFR500_40_1	28548.00	0.20	33572.6 ± 207.304	17.60	30753.7 ± 111.634	7.73	200 ± 4.51
VFR500_40_1	28548.00	0.40	33516.3 ± 217.696	17.40	30697.4 ± 107.934	7.53	197.2 ± 1.52
VFR500_40_1	28548.00	0.60	33720.7 ± 278.457	18.12	30681.7 ± 127.513	7.47	198.4 ± 1.59
VFR500_40_1	28548.00	0.80	33710.1 ± 176.109	18.08	30688.4 ± 101.606	7.50	199.6 ± 3.45
VFR500_40_1	28548.00	1.00	33522.1 ± 494.424	17.42	30741.5 ± 113.56	7.68	200.9 ± 7.53
VFR500_60_3	31125.00	0.00	36930 ± 0	18.65	33539.6 ± 106.966	7.76	298.5 ± 4.31
VFR500_60_3	31125.00	0.20	36741.8 ± 257.954	18.05	33624.6 ± 167.947	8.03	300.7 ± 3.79
VFR500_60_3	31125.00	0.40	36508.5 ± 314.718	17.30	33535.1 ± 81.036	7.74	299.2 ± 3.89
VFR500_60_3	31125.00	0.60	36596.7 ± 410.012	17.58	33576.6 ± 71.104	7.88	300.6 ± 3.38
VFR500_60_3	31125.00	0.80	36482.3 ± 288.909	17.21	33490.7 ± 96.158	7.60	298.3 ± 3.3
VFR500_60_3	31125.00	1.00	36327 ± 354.164	16.71	33530.5 ± 65.58	7.73	298.7 ± 2.61
VFR60_10_3	3423.00	0.00	4357 ± 0	27.29	3632.6 ± 62.45	6.12	6 ± 0.06
VFR60_10_3	3423.00	0.20	4367.2 ± 83.639	27.58	3637.4 ± 67.612	6.26	6 ± 0.14
VFR60_10_3	3423.00	0.40	4334.5 ± 93.77	26.63	3630.7 ± 55.041	6.07	6 ± 0.08
VFR60_10_3	3423.00	0.60	4305 ± 84.374	25.77	3608.3 ± 50.557	5.41	5.9 ± 0.11
VFR60_10_3	3423.00	0.80	4430.9 ± 112.114	29.44	3603.6 ± 72.537	5.28	6 ± 0.08

Instância	BKS	α	F.O. GRASP	$\text{GAP}_{\text{GRASP}}$ (%)	F.O G+BL	$\text{GAP}_{\text{G+BL}}$ (%)	Tempo (s.)
VFR60_10_3	3423.00	1.00	4390.9 ± 136.315	28.28	3626.3 ± 54.214	5.94	6 ± 0.09
VFR60_5_10	3663.00	0.00	3849 ± 0	5.08	3668.4 ± 7.291	0.15	3.2 ± 0.09
VFR60_5_10	3663.00	0.20	3833.2 ± 22.25	4.65	3667.9 ± 5.971	0.13	3.2 ± 0.13
VFR60_5_10	3663.00	0.40	3847.5 ± 24.699	5.04	3672.2 ± 8.574	0.25	3.1 ± 0.05
VFR60_5_10	3663.00	0.60	3887.3 ± 33.002	6.12	3674.4 ± 8.03	0.31	3.2 ± 0.06
VFR60_5_10	3663.00	0.80	3917.5 ± 60.99	6.95	3668.6 ± 7.152	0.15	3.2 ± 0.03
VFR60_5_10	3663.00	1.00	3914 ± 87.271	6.85	3665.6 ± 1.897	0.07	3.1 ± 0.05
VFR600_20_1	31433.00	0.00	35473 ± 0	12.85	32904.4 ± 69.306	4.68	118.4 ± 1.86
VFR600_20_1	31433.00	0.20	35828.1 ± 208.495	13.98	32930 ± 65.09	4.76	121.1 ± 5.56
VFR600_20_1	31433.00	0.40	35865.6 ± 235.46	14.10	32999.7 ± 123.094	4.98	119.3 ± 1.99
VFR600_20_1	31433.00	0.60	36042.2 ± 370.703	14.66	32982.4 ± 68.39	4.93	119.2 ± 1.82
VFR600_20_1	31433.00	0.80	36070.7 ± 419.604	14.75	32932.5 ± 134.142	4.77	123.1 ± 9.14
VFR600_20_1	31433.00	1.00	35964.1 ± 425.271	14.42	32990.1 ± 97.588	4.95	122.6 ± 7.68
VFR700_20_10	36417.00	0.00	40916 ± 0	12.35	37857.4 ± 114.996	3.96	140.6 ± 2.03
VFR700_20_10	36417.00	0.20	40858.5 ± 222.473	12.20	37792.3 ± 93.295	3.78	140 ± 3.16
VFR700_20_10	36417.00	0.40	41003.3 ± 407.564	12.59	37865.9 ± 79.689	3.98	139 ± 2.11
VFR700_20_10	36417.00	0.60	41196.8 ± 355.395	13.13	37798.9 ± 87.46	3.79	142.6 ± 9.19
VFR700_20_10	36417.00	0.80	41036.6 ± 281.03	12.69	37882.2 ± 110.235	4.02	140.3 ± 3.43
VFR700_20_10	36417.00	1.00	41214.5 ± 385.111	13.17	37807.6 ± 124.189	3.82	139.8 ± 2.51