



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΙΚΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών
της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

ΣΠΑΘΗ-ΠΑΠΑΔΙΩΤΗ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗ ΤΟΥ ΓΕΡΑΣΙΜΟΥ

Αριθμος Μητρωού: 7729

Θέμα

Προσομοίωση πρόσπτωσης τσουνάμι σε ακτογραμμή

Επιβλέπων

ΜΟΥΣΤΑΚΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

Αριθμός Διπλωματικής Εργασίας:

Πάτρα, Δεκέμβριος 2015

ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Πιστοποιείται ότι η Διπλωματική Εργασία με θέμα

Προσομοίωση πρόσπτωσης τσουνάμι σε ακτογραμμή

Του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών

ΣΠΑΘΗ-ΠΑΠΑΔΙΩΤΗ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗ ΤΟΥ ΓΕΡΑΣΙΜΟΥ

Αριθμός Μητρώου: 7729

Παρουσιάστηκε δημόσια και εξετάστηκε
στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών στις

...../...../.....

Ο Επιβλέπων
Επίκουρος Καθηγητής
Μουστάκας Κωνσταντίνος

Ο Διευθυντής του Τομέα
Καθηγητής Φακωτάκης Νίκος

Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας ήταν η ακριβής προσομοίωση της πρόσπιτωσης ενός τσουνάμι σε ακτογραμμή. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη διατήρηση της ορμής, καθώς η κατανομή της στο χώρο και το χρόνο είναι καθοριστική για τις επιπτώσεις του κύματος στην ακτογραμμή. Για το λόγο αυτό, υιοθετήθηκε μια υβριδική μέθοδος προσομοίωσης, βασισμένη στη μέθοδο SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), εμπλουτισμένη όμως με γεωμετρικούς περιορισμούς και αλληλεπιδράσεις υλικών σωμάτων. Η υλοποίηση βασίζεται στη συνεργασία της μηχανής φυσικής Bullet και της μηχανής SPH, που επεξεργάζονται αλληλοδιάδοχα την δυναμική κατάσταση του ρευστού σε κάθε βήμα της προσομοίωσης. Για την καλύτερη απόδοση της προσομοίωσης αναπτύχθηκε επιπλέον ειδική δομή δεδομένων (LP grid) για την βέλτιστοποίηση της τοπικότητας κατά την αποθήκευση των δεδομένων στη μνήμη και της ταχύτητας πρόσθασης σε αυτά. Τα δεδομένα της προσομοίωσης εξάγονται σε ειδικής μορφής αρχεία κειμένου (VTK) με σκοπό την εκ των υστέρων διαδραστική οπτικοποίηση και επεξεργασία μέσω κατάλληλων προγραμμάτων (όπως του ParaView).

Λέξεις Κλειδιά Προσομοίωση ρευστών, τσουνάμι, SPH, αλληλεπίδραση τσουνάμι-ακτογραμμής, οπτικοποίηση δυνάμεων

Abstract

The objective of this thesis was the accurate simulation of a tsunami hit on a coastline. Emphasis was given to the conservation of momentum during the simulation, as its distribution in space and time is the main factor of the wave's effects on the coastline. Due to this, a hybrid simulation method was adopted, based on the SPH method (Smoothed Particle Hydrodynamics), enriched with geometric constraints and rigid body interactions. The implementation is the result of cooperation between the Bullet physics engine and the custom SPH engine, which successively process the dynamic state of the fluid at every timestep of the simulation. Furthermore, in order to achieve better performance a custom data structure (LP grid) was developed for the optimization of locality in data storage and minimization of access time. Simulation data is exported to text files in VTK format to allow interactive processing and visualization with the aid of specialized programs (like ParaView).

Keywords Fluid simulation, tsunami, SPH, tsunami-coastline interaction, force visualization

Ευχαριστίες

Συντμήσεις – Ακρωνύμια

AABB	Axis-Aligned Bounding Box
BVH	Bounding Volume Hierarchy
CFL	Courant-Friedrichs-Lowy
CLL	Cell-Linked List
DBVT	Dynamic Bounding Volume Tree
FCC	Face-Centered Cubic
FDM	Finite Difference Method
FEM	Finite Element Method
FVM	Finite Volume Method
FPGA	Field Programmable Gate Array
FPS	Frames Per Second
FSI	Fluid Structure Interaction
GPGPU	General Purpose Graphics Processing Unit (computing)
HCP	Hexagonal Close-Packed
LBM	Lattice Boltzmann Method
LOD	Level Of Detail
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
NTWC	National Tsunami Warning Center
PBD	Position Based Dynamics
PBF	Position Based Fluids
PGS	Projected Gauss-Seidel
PTWC	Pacific Tsunami Warning Center
SIMD	Single Instruction Multiple Data
SIS	Sequential Impulse Solver
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics
SWE	Shallow Water Equations
VL	Verlet List
VTK	Visulization Tool Kit

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή	1
1.1 Προσομοιώσεις Τσουνάμι	1
1.2 Συνεισφορά	5
1.3 Δομή της εργασίας	7
2 Θεωρητικό Υπόβαθρο	9
2.1 Αριθμητικές μέθοδοι	9
2.2 Lattice Boltzmann Method	11
2.2.1 Θεωρητική περιγραφή	12
2.2.2 Εφαρμογές	15
2.3 Smoothed Particle Hydrodynamics	16
2.3.1 Θεωρητική θεμελίωση	17
2.3.2 Διανυσματικοί τελεστές σε διακριτοποιημένα πεδία	18
2.3.3 Καταστατική εξίσωση	19
2.3.4 Πυρήνες εξομάλυνσης	20
2.3.5 Ολοκλήρωση και χρονικό βίγμα	21
2.3.6 Οριακές συνθήκες	23
2.3.7 Εφαρμογές	25
2.3.8 Τεχνικές υλοποίησης	28
3 Υλοποίηση	32
3.1 Bullet	32
3.2 Ακτογραμμή	33
3.3 Ρευστό	33
3.3.1 Αρχικοποίηση	33
3.3.2 Αναπαράσταση	36
3.3.3 Προσομοίωση	42
4 Αξιολόγηση – Αποτελέσματα	44
4.1 Προσομοιώσεις	44
4.2 Συμπεράσματα	47
5 Μελλοντικές επεκτάσεις	55

Κατάλογος Σχημάτων

1	Προειδοποιητικές πινακίδες σε περιοχές υψηλού κινδύνου	2
2	Πρόσπιταση και καταστροφικά αποτελέσματα τσουνάμι	3
3	Γένεση τσουνάμι	4
4	Παράδειγμα FEM	10
5	Σύγκριση μεθόδων προσομοίωσης	11
6	Διακριτοποίηση χώρου κατάστασης LBM	13
7	Πυρήνες εξομάλυνσης	20
8	Συνοριακά σωματίδια	24
9	Προσομοίωση κατολίσθησης	26
10	Προσομοίωση τήξης με SPH	27
11	Μέθοδοι αποθήκευσης σωματιδίων	29
12	Συνεκτικές διατάξεις σφαιρών	35
13	Διανύσματα οργάνωσης του lp_grid	38
14	Χωρική ταξινόμηση	39
15	Οπτικοποίηση προσομοίωσης	45
16	Διάδοση δυνάμεων πίεσης	46
17	Δυνάμεις ιξώδους	48
18	Απεικόνιση γειτονικών σωματιδίων	49
19	Ώσεις στην ακτογραμμή	50
20	Heatmap ώσεων στην ακτογραμμή	53
21	Απόδοση προγράμματος προσομοίωσης	54

1 Εισαγωγή

Οι προσομοιώσεις φυσικών φαινομένων στον υπολογιστή χρησιμοποιούνται εκτεταμένα για την καλύτερη κατανόηση των φαινομένων αυτών. Η δυνατότητα πρόβλεψης και ανάλυσης που παρέχουν, τόσο σε πραγματικές όσο και υποθετικές περιπτώσεις, τις καθιστούν ιδιαίτερα ελκυστικές για επιστήμονες σε τεράστιο αριθμό ερευνητικών πεδίων και εφαρμογών. Στη σύγχρονη εποχή προγράμματα προσομοιώσεων θεωρούνται αναπόσπαστο εργαλείο κάθε επιστήμονα στη φυσική, αστροφυσική, γεωλογία, κλιματολογία, χημεία, βιολογία, οικονομία, ψυχολογία, κοινωνικές επιστήμες όπως και μηχανολόγου, ηλεκτρολόγου, πολιτικού και χημικού μηχανικού. Η προσομοίωση σαν τεχνική υπερπηδά πολλά από τα εμπόδια που παρουσιάζονται στην επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων με αναλυτικές μεθόδους. Πολύ σημαντική για την αξιολόγηση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης είναι η επιλογή του μοντέλου για την αναπαράσταση του συστήματος. Τα μοντέλα είναι μαθηματικές περιγραφές του συστήματος, σημαντικά χαρακτηριστικά των οποίων είναι οι απλουστεύσεις (παράγοντες που δεν λαμβάνονται υπόψη), οι προσεγγίσεις (μη ακριβείς περιγραφές παραγόντων με σφάλματα που μπορεί να οφείλονται σε δειγματοληψία, κλπ) και οι παραδοχές (υιοθέτηση αρχών που δεν αντιπροσωπεύουν πλήρως την πραγματικότητα) που γίνονται κατά την ανάπτυξή τους. Τα παραπάνω γίνονται προκειμένου να καταστεί δυνατή στην πράξη η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν το αρχικό σύστημα μέσω του μοντέλου.

1.1 Προσομοιώσεις Τσουνάμι

Ένα από τα πιο πρόσφορα και ανεπτυγμένα πεδία εφαρμογών των προσομοιώσεων είναι η ρευστοδυναμική, όπου αντίστοιχα εργαλεία χρησιμοποιούνται ευρύτατα από επιστήμονες και μηχανικούς. Παραδείγματα αποτελούν η μελέτη της ροής του αίματος στα αγγεία, του αέρα στους πνεύμονες, αεροδυναμικής-υδροδυναμικής κατά το σχεδιασμό οχημάτων, σκαφών και υδάτινων εγκαταστάσεων (γέφυρες, φράγματα), μετεωρολογία κα. Ιδιαίτερα για την πρόβλεψη, καταγραφή, προσομοίωση και ανάλυση φυσικών φαινομένων και ειδικά μεγάλης κλίμακας, όπως τυφώνες, σεισμοί, τσουνάμι, έχουν επενδυθεί τεράστιοι πόροι από πολλές χώρες όπως οι ΗΠΑ, η Ιαπωνία και η Κίνα. Ειδικά για τα τσουνάμι έχουν δημιουργηθεί πολλά συστήματα παρακολούθησης και προειδοποίησης τα οποία επεξεργαζόμενα δεδομένα από πλωτές σημαδούρες, βυθομετρικούς αισθητήρες πίεσης, σεισμογράφους αλλά και τοπογραφικούς χάρτες του υποθαλάσσιου αναγλύφου επιτυγχάνουν με τη βοήθεια

υπολογιστικών μοντέλων έγκαιρη πρόγνωση σχετικά με τις περιοχές προσβολής και το χρονικό περιθώριο για επικείμενα τσουνάμι. Δύο από τα μεγαλύτερα τέτοια συστήματα είναι το PTWC και το NTWC (Pacific και National Tsunami Warning Center), τα οποία συστάθηκαν από τη NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration), κυβερνητική υπηρεσία των ΗΠΑ. Το PTWC με έδρα στο 'Ewa Beach της Χαβάης αποτελεί τμήμα διεθνούς συστήματος πρόγνωσης τσουνάμι, με κύρια περιοχή παρακολούθησης τον Ειρηνικό Ωκεανό. Το NTWC στο Palmer της Αλάσκα εξυπηρετεί όλες τις παράκτιες περιοχές του Καναδά και των ΗΠΑ εκτός της Χαβάης, της Καραϊβικής και του Κόλπου του Μεξικού. Μετά το σεισμό και το τσουνάμι του 2004 στον Ινδικό Ωκεανό το PWTC επέκτεινε τις προειδοποιήσεις για τσουνάμι και στην περιοχή του Ινδικού Ωκεανού, της Καραϊβικής και των γειτονικών περιοχών, μέχρι την ανάληψη αυτών από τοπικές υπηρεσίες. Αυτό έχει ήδη συμβεί για τον Ινδικό Ωκεανό, όπου το έργο αυτό επιτελούν από κοινού η JATWC (Joint Australian Tsunami Warning Centre), η INCOIS (Indian National Centre for Ocean Information Services) και η BMKG (Meteorological, Climatological and Geophysical Agency of Indonesia). Περιοχές με υψηλό κίνδυνο πλήγματος από τσουνάμι διαθέτουν επιπρόσθετα τοπικά συστήματα συναγερμού και προειδοποιητικές πινακίδες (εικόνα 1).



Εικόνα 1: Πινακίδες που προειδοποιούν σε περιοχές με υψηλό κίνδυνο πλήγματος από τσουνάμι.

Αριστερά στο Bamfield, British Columbia στον Καναδά και δεξιά στην πόλη Kamakura στην Ιαπωνία.

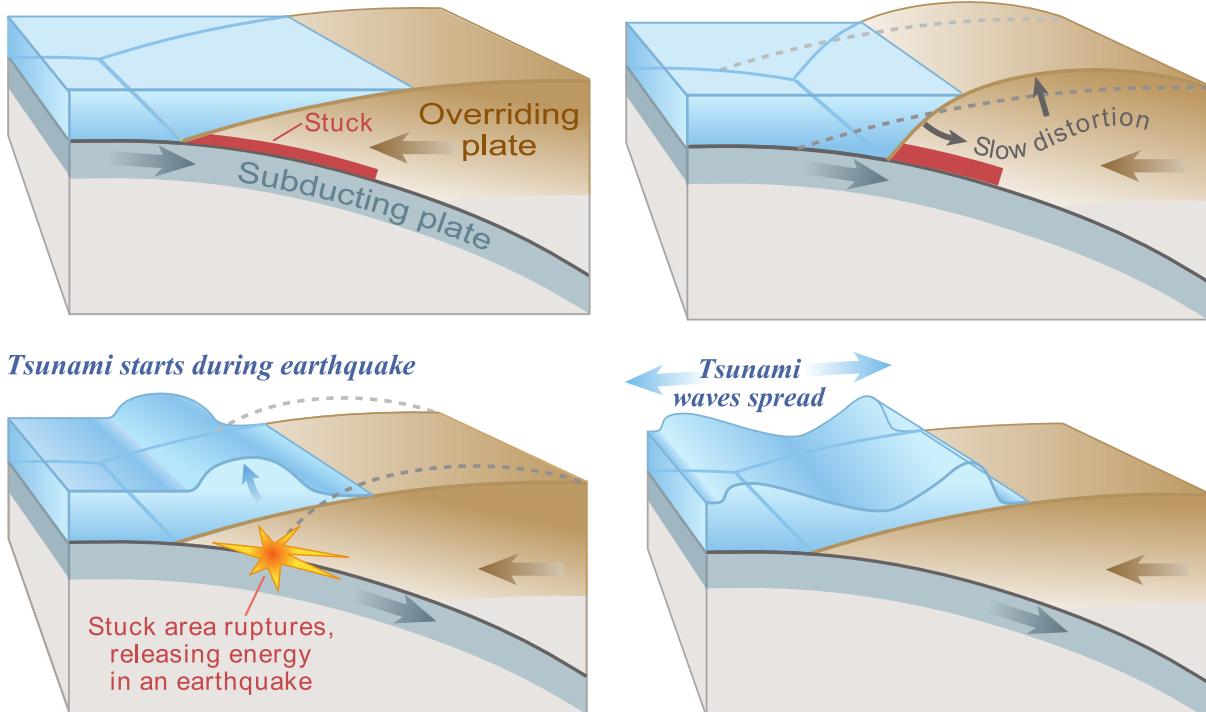
Ο όρος τσουνάμι προέρχεται από τα ιαπωνικά και αποτελεί συνδυασμό δύο ιδεογραμμάτων kanji «τσου» και «νάμι» που σημαίνουν αντίστοιχα «λιμάνι» και «κύμα», συνολικά



Εικόνα 2: Αριστερά πρόσπιτωση τσουνάμι το 2011 σε παράκτια πόλη της Ιαπωνίας (από www.theatlantic.com) και δεξιά τα καταστροφικά αποτελέσματα του ίδιου τσουνάμι στην περιοχή Sendai.

δηλαδή «κύμα στο λιμάνι». Τα τσουνάμι είναι κύματα που δημιουργούνται από την απότομη μετατόπιση μεγάλων υδάτινων μαζών, συνήθως ως αποτέλεσμα γεωλογικών φαινομένων (σεισμοί, εκρήξεις ηφαιστείων, κατολισθήσεις βράχων ή παγετώνων, πτώση μετεωρίτη) σε παρα/υπο-θαλάσσιες τοποθεσίες (εικόνα 3). Λόγω του τρόπου δημιουργίας τους, τα τσουνάμι είναι εντελώς διαφορετικά από τα συνηθισμένα κύματα που δημιουργούνται από τον άνεμο, οδεύοντας στον ανοιχτό, βαθύ ωκεανό με τεράστια ταχύτητα (750 km/h) και μήκος κύματος ($50\text{-}400 \text{ km}$), αλλά μικρό ύψος, που κυμαίνεται από μερικά cm έως 1-2 m. Προσεγγίζοντας πιο ρηχές περιοχές, το κύμα αλλάζει χαρακτηριστικά, καθώς η ταχύτητα και το μήκος κύματος μειώνονται (κάτω από 80 km/h και 20 km αντίστοιχα), ενώ το ύψος αυξάνεται. Ωστόσο, μόνο τα πολύ μεγάλα κύματα παρουσιάζουν «σπάσιμο» (wave breaking), δηλαδή κατάρρευση της κορυφής τους, με αποτέλεσμα τα τσουνάμι να μοιάζουν με μεγάλες και απότομες παλίρροιες που προσεγγίζουν ταχέως την ακτή. Στην εμφάνιση αυτή οφείλεται και η συχνή αλλά εσφαλμένη αναφορά των κυμάτων αυτών ως παλιρροιακά κύματα, καθώς δεν έχουν καμία σχέση με τις παλιρροιες, οι οποίες οφείλονται στη βαρυτική έλξη που ασκείται από τον Ήλιο και τη Σελήνη. Λόγω της τεράστιας ενέργειας που μεταφέρουν (αυτή της μετατόπισης ολόκληρης της υδάτινης στήλης που προκλήθηκε από το γενεσιούργο συμβάν) τα τσουνάμι είναι καταστροφικά κατά την πρόσπιτωσή τους στις ακτές. Με αυτόν τον τρόπο πήραν και το όνομά τους, καθώς Ιάπωνες ψαράδες που έβγαιναν στα ανοιχτά δεν αντιλαμβάνονταν το τσουνάμι που περνούσε κάτω από τα πλοία τους, αντίκριζαν όμως την ολική καταστροφή που είχε προκαλέσει όταν γύριζαν στο λιμάνι. Τα πρόσφατα τσουνάμι

στη νοτιοανατολική Ασία το 2004 και στην Ιαπωνία το 2011 υπήρξαν δύο από τις μεγαλύτερες φυσικές καταστροφές στη σύγχρονη ιστορία, με τεράστιο αριθμό θυμάτων και σοβαρές επιπτώσεις, βραχύχρονες (καταστροφή κτιρίων και τοπικών υποδομών) και μακρόχρονες (καταστροφή και μεγάλη διαρροή ραδιενέργειας στον πυρηνικό αντιδραστήρα Fukushima Daiichi στην Ιαπωνία).



Εικόνα 3: Τα κυριότερα στάδια γένεσης ενός σεισμικού τσουνάμι. Η σταδιακή παραμόρφωση που υφίστανται οι αργά κινούμενες γεωλογικές πλάκες εκτονώνεται απότομα σε ένα σεισμικό φαινόμενο που μεταφέρει ενέργεια στη υπερκείμενη στήλη νερού, η οποία διαδίδεται με το προκύπτον κύμα (από U.S. Geological Survey, Circular 1187).

Εξαιτίας των σοβαρών τους επιπτώσεων (εικόνα 2), τα τσουνάμι είχουν αποτελέσει θέμα εκτενούς μελέτης που αποσκοπεί στην κατανόηση, πρόβλεψη και πρόληψη ζημιών στο μέγιστο δυνατό βαθμό. Η βιβλιογραφία επικεντρώνεται τόσο την ανάλυση δεδομένων σε παρελθόντα περιστατικά, όσο και στην μελέτη-προσομοίωση του φαινομένου. Σε μελέτη του 1972 εξετάζονται δύο τσουνάμι της νεότερης ιστορίας, αυτό της περιοχής Sanriku της Ιαπωνίας το 1896 και αυτό στις Αλεούτιες Νήσους το 1946 [28]. Το αξιοσημείωτο και με τα δύο αυτά τσουνάμι είναι οτι παρότι προκλήθηκαν από μικρούς σχετικά σεισμούς υπήρ-

ξαν δύο από τα ισχυρότερα και πιο εκτεταμένα καταγεγραμμένα τσουνάμι της ιστορίας (το δεύτερο από αυτά οδήγησε στην ίδρυση του PTWC τρία χρόνια αργότερα, το 1949). Η δυσαναλογία αυτή αποτέλεσε και συνεχίζει να αποτελεί αντικείμενο μελέτης, και για το λόγο αυτό έχουν προταθεί διάφορες κλίμακες μέτρησης της έντασης τέτοιων συμβάντων, με οδηγό ποσότητα την εκλυόμενη ενέργεια [29] ή μεγέθη του προκύπτοντος τσουνάμι [1]. Η μελέτες των χαρακτηριστικών και επιπτώσεων των τσουνάμι λαμβάνουν χώρα είτε μακροσκοπικό (δεκάδες χιλιόμετρα) είτε σε επίπεδο ακτογραμμής. Η χρησιμότητα γραφικής αναπαράστασης – οπτικοποίησης σε συνδυασμό με μεγάλο όγκο δεδομένων είναι ιδιαίτερα μεγάλη [47]. Σε πρόσφατη μελέτη σχετικά με το τσουνάμι στον Ινδικό Ωκεανό το 2004 από προσομοιώσεις σε αριθμητικά μοντέλα σε συνδυασμό με μετρήσεις του ύψους του νερού και δεδομένα από δορυφόρους προκύπτει οτι το πλάτος, η κατεύθυνση και διάδοση των κυμάτων καθορίστηκαν κυρίως από τον προσανατολισμό και ένταση της σεισμικής πηγής κατά μήκος του ρήγματος και ακολούθως από το φαινόμενο κυματοδήγησης από μεσοωκεάνιες κορυφογραμμές [53]. Σε άλλη μελέτη του ίδιου γεγονότος, έγινε μεγάλης κλίμακας προσομοίωση, αφότου προσδιορίστηκε κατά το δυνατόν ακριβέστερα η σεισμική δόνηση που προκάλεσε το τσουνάμι [24]. Βάσει διαφόρων δεδομένων από σεισμογράφους, μετρητές παλίρροιας, σταθμούς GPS, δορυφόρους, παρατηρήσεις και καταγραφές αυτόπτων μαρτύρων, μετρήσεις στις πληγείσες ακτογραμμές και χαρτογράφηση των αλλαγών στον πυθμένα κοντά στο επίκεντρο του σεισμού, σε συνδυασμό με γεωλογικές και σεισμολογικές παραμέτρους, δημιουργήθηκε μια εικονική σεισμική πηγή. Η πηγή αυτή χρησιμοποιήθηκε για να κατασκευαστεί ένα αριθμητικό μοντέλο για τη γένεση, διάδοση και πρόσπιωση στις ακτογραμμές του τσουνάμι, λαμβάνοντας υπόψη συχνοτική διασπορά και μη γραμμικότητα. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης συμφωνούν τόσο σε μεγέθη όσο και χρονικά με μετρήσεις του πραγματικού φαινομένου, γεγονός που την καθιστά πρόσφορη σαν βάση για μεγαλύτερης λεπτομέρειας μελέτες, ενώ παράλληλα καταδεικνύει τη χρησιμότητα των προσομοιώσεων για την κατανόηση των μηχανισμών γένεσης και εκδήλωσης των τσουνάμι.

1.2 Συνεισφορά

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η ανάπτυξη εφαρμογής για την προσομοίωση της πρόσπιωσης ενός τσουνάμι σε τοπικό επίπεδο ακτογραμμής. Σε αυτήν την κλίμακα, το ενδιαφέρον εστιάζεται πρωτίστως στη ζημιά που θα προκληθεί από το κύμα κατά την εισβολή του στη στεριά. Ο καθοριστικός παράγοντας για την πρόβλεψη της ζημιάς στην ακτογραμμή

είναι η κατανομή της μεταδιδόμενης ορμής του κύματος στα τμήματα της ακτογραμμής με τα οποία έρχεται σε επαφή, τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης να υπολογίζεται το ποσό ορμής που δέχθηκε κάθε τμήμα της ακτογραμμής, όπως και ο χρόνος και ο ρυθμός με τον οποίο έγινε αυτό. Για το σκοπό αυτό κατά την επιλογή του μοντέλου ρευστού, της μεθόδου προσομοίωσης αλλά και την ανάπτυξη του προγράμματος δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη διατήρηση της ορμής και καταγραφή της μετάδοσής της στην ακτογραμμή, κάτιον το οποίο δεν έχει γίνει σε εκτεταμένο βαθμό σε υπάρχουσες προσομοιώσεις του φαινομένου [15].

Ο κυριότερος λόγος πίσω από την έλλειψη αυτή είναι τα καταστροφικά αποτελέσματα που έχουν όλα τα τσουνάμι στις περιοχές που πλήγησαν, χωρίς παράλληλα να είναι προς το παρόν εφικτά μέτρα ουσιαστικής αποτροπής των συνεπειών τους, πλην των ενισχυμένων κυματοθραυστών που βρίσκονται εγκατεστημένοι για την προστασία περιοχών υψηλού κινδύνου. Ωστόσο η ποσοτική πληροφορία που παρέχουν εφαρμογές σαν αυτή που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πλειότους τομέας, όπως η πολεοδομία και ο σχεδιασμός παράκτιων εγκαταστάσεων (εργοστάσια, γέφυρες, φράγματα, κλπ) με στόχο την αύξηση της ασφάλειας σε περίπτωση τσουνάμι. Αν και το τσουνάμι είναι ένα υπερβολικά μεγάλο για τα ανθρώπινα δεδομένα φαινόμενο, η ποσοτική μελέτη των επιπτώσεών του μπορεί να συνδράμει σημαντικά στην προστασία από αυτές, όπως ακριβώς έχει συμβεί με τους σεισμούς στην πορεία της ιστορίας (ένα σχετικό φαινόμενο ίδιας έκτασης και εξίσου καταστροφικό).

Στην εφαρμογή που αναπτύχθηκε, η προσομοίωση λαμβάνει ως παραμέτρους το τρισδιάστατο μοντέλο της ακτογραμμής, τις αρχικές συνθήκες του ρευστού, το χρονικό βήμα μεταξύ των εξαγόμενων στιγμιοτύπων της προσομοίωσης καθώς και την επιθυμητή ανάλυση για τη διακριτοποίηση του ρευστού σε σωματίδια. Τα αρχεία εξόδου περιέχουν πληροφορίες σχετικά με το ρευστό (θέση, δυνάμεις πίεσης - ιξώδους, κλπ), τις δυνάμεις που ασκήθηκαν ακτογραμμή, αλλά και αθροιστικές πληροφορίες με τη μορφή βαθμωτών πεδίων στο χώρο. Τα δεδομένα αυτά μπορούν να οπτικοποιηθούν με πολλούς τρόπους με τη βοήθεια ειδικών προγραμμάτων, με στόχο την εύκολη οπτική αντίληψη και επεξεργασία της πληροφορίας. Η δυνατότητα ευέλικτης οπτικοποίησης είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς τα δεδομένα εξόδου μπορούν να ιδωθούν ταυτόχρονα ανά συνδυασμούς ή να χρησιμοποιηθούν σαν πηγές για οπτικοποίησεις συσχέτισης μεταξύ τους.

1.3 Δομή της εργασίας

Η εργασία αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια πέραν της εισαγωγής, σκοπός των οποίων είναι να αναλύσουν το πρόβλημα, τις ήδη υπάρχουσες λύσεις, την ανάπτυξη της παρούσας εφαρμογής, τα αποτελέσματα που παρήχθησαν από αυτή καθώς και μια κριτική σε συνδυασμό με προτάσεις για μελλοντικές επέκτασεις της.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη αλλά αναλυτική έκθεση και σύγκριση των διαφόρων μεθόδων προσομοίωσης ρευστών που υπήρξαν υποψήφιες για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Πρώτη οικογένεια μεθόδων είναι αυτές των πεπερασμένων στοιχείων, οι οποίες βασίζονται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes μετά την κατάλληλη διακριτοποίηση του χώρου της προσομοίωσης. Σε αντίθεση με αυτές, οι δύο άλλες μέθοδοι που εξετάζονται είναι σωματιδιακές μέθοδοι, που όπως εξηγείται ταιριάζουν καλύτερα στη φύση του προβλήματος. Η πρώτη από αυτές τις μεθόδους είναι η Lattice Boltzmann, κατά την οποία ο χώρος της προσομοίωσης διακριτοποιείται σε πλέγμα και το ρευστό προσομοιώνεται βάσει της μεσοσκοπικής θεώρησής του, σύμφωνα με την κινητική θεωρία. Η άλλη μέθοδος, η οποία είναι και αυτή που υιοθετείται τελικά είναι η Smoothed Particle Hydrodynamics, κατά την οποία δεν διακριτοποιείται ο χώρος της προσομοίωσης, αλλά το ίδιο το ρευστό σε σωματίδια. Τα σωματίδια φέρουν ιδιότητες του ρευστού και χρησιμοποιούνται σαν σημεία δειγματοληψίας και παρεμβολής για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων αυτών στο χώρο. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια συγκριτική σύνοψη όπου αναλύονται τα επιμέρους μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα της κάθε μεθόδου.

Το τρίτο κεφάλαιο αποτελεί τη λεπτομερή τεκμηρίωση της εφαρμογής που αναπτύχθηκε. Το κεφάλαιο αυτό ξεκινά με μια επισκόπηση της Bullet, της μηχανής φυσικής που χρησιμοποιήθηκε για την ενσωμάτωση απαραίτητων μηχανικών αλληλεπιδράσεων στο μοντέλο της προσομοίωσης, αλλά και λόγω της υποδομής που προσφέρει για το χειρισμό και καταγραφή αυτών. Κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, η μηχανή φυσικής συνεργάζεται με την μηχανή SPH που αναπτύχθηκε καθώς διαδέχεται η μία την άλλη κατά τον υπολογισμό της δυναμικής συμπεριφοράς του ρευστού. Στη συνέχεια εξηγείται αναλυτικά η αναπαράσταση της ακτογραμμής και του ρευστού με αντικείμενα που δημιουργούνται στον εικονικό κόσμο της Bullet. Κατόπιν αναφέρεται η διαδικασία με την οποία συντελείται η αρχικοποίηση του ρευστού και καθορίζεται το χρονικό βήμα της προσομοίωσης σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους που σχετίζονται τόσο με τη διακριτοποίηση όσο και με τις αρχικές συν-

θήκες. Στο τμήμα αυτό εκτίθενται και οι λεπτομέρειες σχεδιασμού και υλοποίησης του LP grid, μιας ειδικής δομής δεδομένων που αναπτύχθηκε με βάση τα μοτίβα πρόσθασης στα σωματίδια του ρευστού κατά την εκτέλεση της μεθόδου SPH. Απότερος σκοπός της εν λόγω δομής ήταν η βελτιστοποίηση της ταχύτητας ανάκτησης των σωματίδιων και διάταξης αποθήκευσης από και προς τη μνήμη, ενώ επιπρόσθετα παρέχονται ρουτίνες αρχικοποίησης και ενημέρωσής της σε μορφή ψευδοκάρδικα. Τέλος, παρατίθεται μια σύνοψη της υλοποίησης του αλγορίθμου προσομοίωσης, όπου ενσωματώνονται όλες οι προαναφερθείσες διαδικασίες, σε συνδυασμό με την εξαγωγή των δεδομένων.

Στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο γίνεται μια παρουσίαση και σχολιασμός αποτελεσμάτων που παρήχθησαν από το πρόγραμμα προσομοίωσης και μία κριτική σε συνδυασμό με πράσεις για μελλοντική επέκτασή του αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα αφορούν προσομοιώσεις που έγιναν σε διαφορετικά μοντέλα ακτογραμμής και περιλαμβάνουν οπτικοποιήσεις διαφόρων μεγεθών και στοιχείων (όπως δυνάμεις εντός του ρευστού και ανακατασκευασμένη επιφάνεια, οπτικοποίηση ώσεων από το ρευστό στην ακτογραμμή διακριτά και σε αθροιστικό heatmap). Τέλος, αναφέρονται τα κυριότερα αδύναμα σημεία της εφαρμογής όπως προκύπτουν από την εμπειρία κατά την ανάπτυξη και χρήση της αλλά και από δεδομένα προερχόμενα από τα αποτελέσματα και μετρήσεις απόδοσης, ενώ προτείνονται πιθανοί τρόποι αντιμετώπισής τους σαν μελλοντικές επεκτάσεις της εργασίας.

2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι προσομοίωσης ρευστών, καθεμία με πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε ένα πλήθος παραγόντων, όπως την ευστάθεια, την ακρίβεια, τον υπολογιστικό φόρτο και τον χειρισμό οριακών συνθηκών και διαφορετικών φάσεων στο σύστημα [51]. Η διαφορική σχέση που περιγράφει στη γενική περίπτωση τη συμπεριφορά των ρευστών είναι η εξίσωση Navier-Stokes

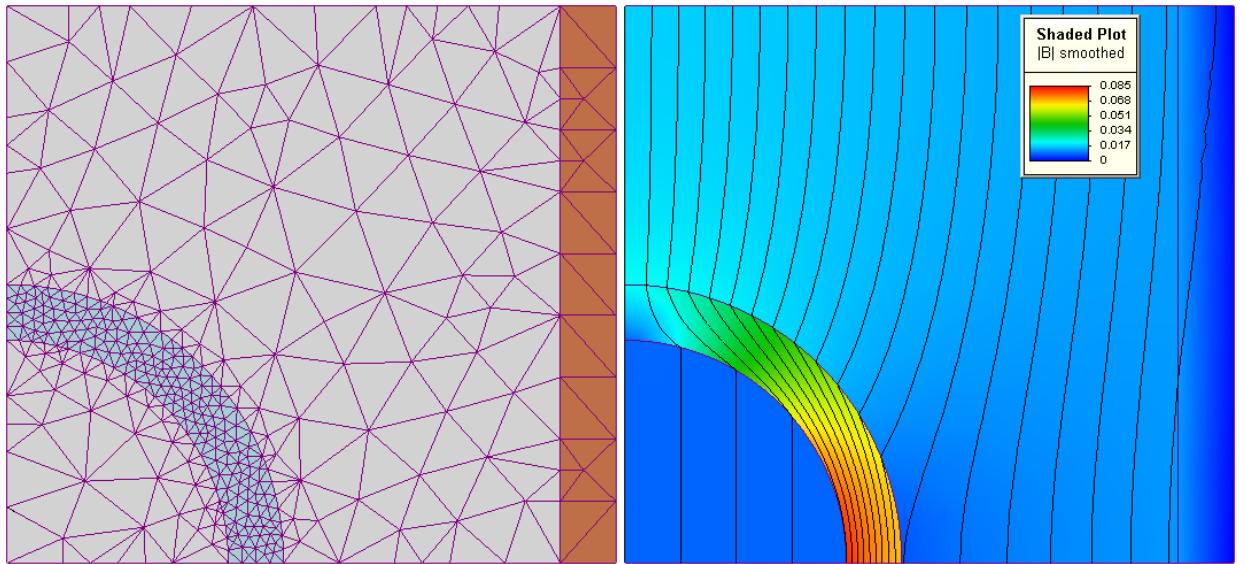
$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{g} - \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1)$$

όπου ρ η πυκνότητα, \mathbf{v} η ταχύτητα, P η πίεση, \mathbf{g} η πυκνότητα εξωτερικών δυνάμεων και μ το δυναμικό ιξώδες του ρευστού, η οποία αποτελεί την έκφραση του δεύτερου νόμου του Newton στα ρευστά. Ο όρος εντός της παρένθεσης στο αριστερό μέλος, ο οποίος συχνά γράφεται για συντομία $D\mathbf{v}/Dt$, ονομάζεται υλική παράγωγος (material derivative) και περιγράφει το ρυθμό μεταβολής ως προς το χρόνο μιας φυσικής ποσότητας (εδώ της ταχύτητας $\mathbf{v} = \mathbf{p}/\rho$) ενός υλικού σώματος που κινείται βάσει ενός εξαρτώμενου από τη θέση και το χρόνο μακροσκοπικού πεδίου ταχύτητας. Σύμφωνα με αυτό, η παραπάνω σχέση εξισώνει το ρυθμό μεταβολής της ορμής ενός τμήματος του ρευστού με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε αυτό, οι συνιστώσες της οποίας είναι εξωτερικές δυνάμεις, δυνάμεις λόγω διαφοράς πίεσης και ιξώδους (εσωτερικών τριβών που δημιουργούνται στο ρευστό όταν το πεδίο ταχύτητάς του είναι μη ομογενές). Όλες οι μέθοδοι προσομοίωσης ρευστών αποσκοπούν με τον ένα ή τον άλλο τρόπο στην επίλυση της παραπάνω εξίσωσης για τα συστήματα που επεξεργάζονται. Αυτό επιτυγχάνεται είτε με διακριτοποίηση και αριθμητική επίλυση της ίδιας της εξίσωσης ή απλούστερων μορφών της, είτε με την υιοθέτηση κάποιου διαφορετικού μοντέλου του ρευστού και προσαρμογή της εξίσωσης σε αυτό.

2.1 Αριθμητικές μέθοδοι

Οι κυριότερες αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης της εξίσωσης Navier-Stokes στηρίζονται στη διακριτοποίηση του χώρου της προσομοίωσης (domain) σε διαγραμματικό δίκτυο (mesh), με στόχο την κατάτμηση του συνολικού προβλήματος σε πολλά μικρότερα και απλούστερα. Η γενική ιδέα αυτών των μεθόδων, που ανήκουν στην οικογένεια των μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι η συνδυαστική επίλυση των υποπροβλημάτων σαν ένα σύνολο προβλημάτων αλληλεξαρτώμενων οριακών συνθηκών. Η μέθοδος FEM είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη σε προσομοιώσεις φυσικών φαινομένων που περιγράφονται από συστήματα

διαφορικών εξισώσεων. Στο πεδίο της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής ωστόσο προτιμώνται άλλες μέθοδοι της ίδιας οικογένειας, όπως η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών ή όγκων (FDM και FVM αντίστοιχα). Αυτό συμβαίνει διότι συνήθως σε προσομοιώσεις ρευστών απαιτείται πολύ πυκνή δειγματοληψία, και ως εκ τούτου για λόγους υπολογιστικού φόρτου προτιμώνται μέθοδοι χαμηλότερης τάξης, καθώς η δειγματοληψία αντισταθμίζει εν μέρει αυτήν την απώλεια ακρίβειας.



Εικόνα 4: Αριστερά, διαγραμματικό δίκτυο (mesh) διακριτοποίησης του χώρου προσομοίωσης για επίλυση FEM και δεξιά τα αποτελέσματα της μεθόδου.

Κύριος σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η κατά το δυνατόν ακριβέστερη καταγραφή της μεταφοράς ορμής/ενέργειας από το τσουνάμι στην ακτογραμμή, για την εκτίμηση των επιπτώσεων της πρόσκρουσης του τσουνάμι. Αν και ο υπολογισμός της μεταδιδόμενης ορμής είναι εφικτός με τις παραπάνω μεθόδους, σωματιδιακές μέθοδοι προσομοίωσης προσφέρουν πιο άμεση πληροφορία σχετικά με αυτή. Σε σύγκριση με τις αριθμητικές μεθόδους, οι σωματιδιακές μέθοδοι υπερτερούν και σε άλλα σημεία λαμβάνοντας υπόψη πάντα το πρόβλημα (εικόνα 5). Μόνο στην LBM από τις δύο σωματιδιακές μεθόδους ο χώρος της προσομοίωσης διακριτοποιείται, και μάλιστα όχι σε δίκτυο (mesh) αλλά κανονικό πλέγμα (grid). Ένα άλλο σημαντικό πλεονέκτημα των σωματιδιακών μεθόδων είναι η εγγενής διατήρηση ορισμένων ποσοτήτων του ρευστού (μάζα, ορμή, ενέργεια), όπως και ο αρκετά μικρότερος υπολογιστικός φόρτος για παρόμοιας κλίμακας προσομοιώσεις. Για τους

παραπάνω λόγους, επελέγη σωματιδιακή μέθοδος προσομοίωσης, καθώς τέτοιες μέθοδοι ενδείκνυνται και για την ικανοποίηση οριακών συνθηκών έναντι πολύπλοκης γεωμετρίας σε ελεύθερες και μη επιφάνειες, χαρακτηριστική επίσης απαίτηση της παρούσας εφαρμογής.



Εικόνα 5: Σύγκριση τριών μεθόδων προσομοίωσης (από Thürey, 2007) [52]

2.2 Lattice Boltzmann Method

Στη βάση της περιγραφής της ρευστοδυναμικής από τις εξισώσεις Navier-Stokes υπάρχει η παραδοχή της συνεχούς φύσης των ρευστών. Υπό αυτήν την θεώρηση, οι ιδιότητες του ρευστού όπως η πυκνότητα, η πίεση, και η ταχύτητα διατυπώνονται ως συνεχή πεδία (βαθμωτά ή διανυσματικά), τα οποία μεταβάλλονται στο χώρο και το χρόνο. Σε αντίθεση με τη μακροσκοπική αυτή θεώρηση έρχεται η μικροσκοπική άποψη των ρευστών, όπου περιγράφονται σαν σύνολο σωματιδίων, το καθένα από τα οποία έχει συγκεκριμένες μηχανικές ιδιότητες και συμπεριφορά. Ενδιάμεσα αυτών των δύο βρίσκεται το μεσοσκοπικό επίπεδο, όπου το ρευστό περιγράφεται ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ της εύρεσης ενός σωματιδίου στη θέση \mathbf{r} έχοντας ταχύτητα \mathbf{v} τη χρονική στιγμή t . Η κινητική θεωρία περιγράφει το επίπεδο αυτό μέσω της εξίσωσης Boltzmann, στην οποία βασίζεται και η LBM [10]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla f + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}},$$

όπου f η συνάρτηση κατανομής των σωματιδίων του ρευστού στον εξαδιάστατο χώρο κατάστασης του συστήματος (θέση \mathbf{r} και ορμή \mathbf{p}), m η μάζα των σωματιδίων, \mathbf{F} το πεδίο

εξωτερικών δυνάμεων που επιδρούν στα σωματίδια, ενώ το δεξί μέλος ισούται με τη μεταβολή της f λόγω συγκρούσεων μεταξύ των σωματιδίων. Στην παραπάνω σχέση, το αριστερό μέλος εκφράζει την ελέυθερη μεταφορά των σωματιδίων, ενώ το δεξί μέλος την αλλαγή στην κατανομή πιθανότητας που οφείλεται στις συγκρούσεις μεταξύ τους.

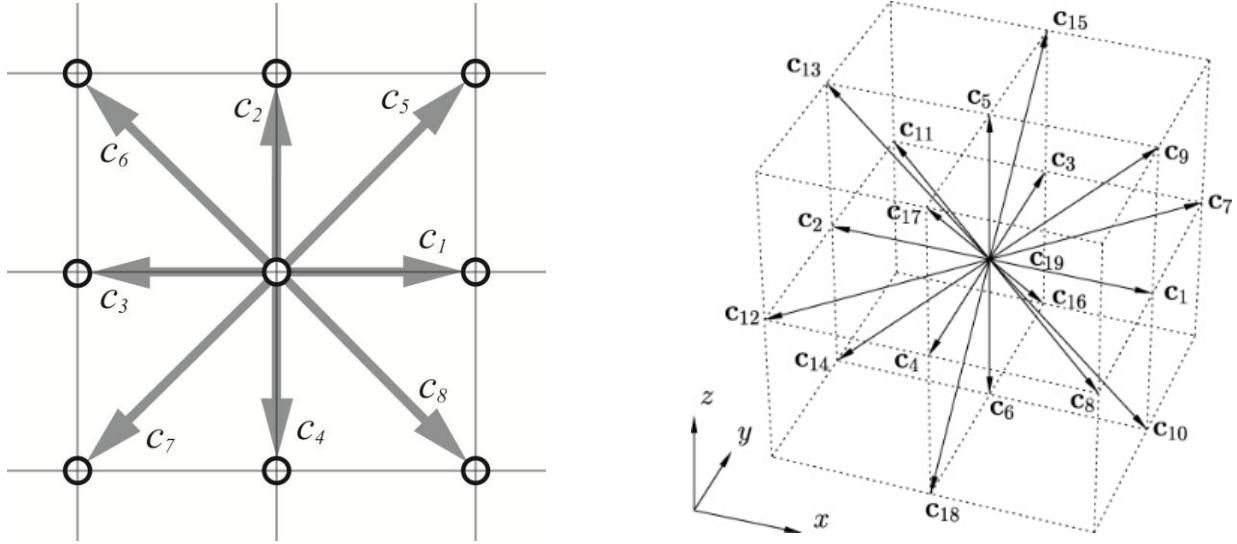
2.2.1 Θεωρητική περιγραφή

Κατά την προσομοίωση ρευστών με την LBM εκτός του χρόνου διακριτοποιείται και ο χώρος κατάστασης του συστήματος. Ο τρισδιάστατος χώρος χωρίζεται σε κυβικά κελιά που σχηματίζουν ένα κανονικό πλέγμα (grid), ενώ οι ταχύτητες κβαντίζονται σε συνιστώσες που οδηγούν από κάθε κελί σε ένα αριθμό γειτονικών κελιών σε κάποια τάξη συμμετρίας. Τα διάφορα πλέγματα λαμβάνουν την ονομασία τους από τη μορφη $DXQY$, όπου X ο αριθμός των διαστάσεων του χώρου της προσομοίωσης και Y ο αριθμός συνιστωσών ταχύτητας (εικόνα 6). Μετά τη διακριτοποίηση, η εξίσωση Boltzmann μετατρέπεται στην εξίσωση lattice Boltzmann:

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{eq})$$

Στη σχέση αυτή, η f είναι πλέον συνάρτηση μάζας πιθανότητας η οποία εκφράζει την πιθανότητα εύρεσης σωματιδίου στη θέση \mathbf{r} τη χρονική στιγμή t με ταχύτητα \mathbf{v} κατά τη φορά του \mathbf{e}_i , του μοναδιαίου διάνυσματος κατά τη φορά της i -οστής εκ των κβαντισμένων συνιστωσών ταχύτητας, ενώ με τ_f συμβολίζεται ο συντελεστής χαλάρωσης προς την κατάσταση ισορροπίας f_i^{eq} . Σύμφωνα με τη σχέση αυτή, το μέρος του ρευστού στο κελί με θέση \mathbf{r} που έχει ταχύτητα κατά \mathbf{e}_i τη χρονική στιγμή t μεταφέρεται στο κελί προς την κατεύθυνση αυτή (στη θέση $\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t$) στην επόμενη χρονική στιγμή $t + \delta_t$, αφού πρώτα σε κάποιο βαθμό έχει αποκατασταθεί η ισορροπία equilibrium του ρευστού. Η ισορροπία αυτή αντιπροσωπεύει τη χαλάρωση (relaxation) του συστήματος μέσω των συγκρούσεων μεταξύ των σωματιδίων. Η σταθερά χαλάρωσης τ_f καθορίζει τη γραμμική παρεμβολή μεταξύ της f_i και της f_i^{eq} , ρυμίζοντας με αυτόν τον τρόπο έμμεσα το ιξώδες του ρευστού. Πράγματι η τ_f είναι ανάλογη του ιξώδους, καθώς όσο αυτή λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές οι f_i περνούν από κελί σε κελί σχεδόν απαράλλαχτες με αποτέλεσμα ομαλή ροή (inviscid flow), ενώ μικρή τιμή της συνεπάγεται σχετικά μεγάλη προσαρμογή προς την κατάσταση ισορροπίας (μέγιστης εντροπίας) σε κάθε βήμα, οδηγώντας σε ταραχώδη ροή (turbulent flow).

Κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, οι υπολογισμοί που υπαγορεύονται από την διακριτοποιημένη εξίσωση Boltzmann λαμβάνουν χώρα σε δύο αλληλοδιάδοχα βήματα συγκρού-



Εικόνα 6: Διαφορετικές διακριτοποιήσεις του χώρου ταχυτήτων για την μέθοδο LBM, αριστερά D2Q9 και δεξιά D3Q19 (από Duchateau et al., 2015 [19]). Η ονομασία των διακριτοποιήσεων ακολουθεί τον αριθμό των διαστάσεων του χώρου της προσομοίωσης (D3 για τον τρισδιάστατο χώρο) και τον αριθμό των συνιστώσεων στις οποίες κβαντίζεται ο χώρος ταχύτητας (QX για X συνιστώσες)

σης (collision) και μεταφοράς (streaming):

$$\text{Σύγκρουση: } f_i(\mathbf{r}, t + \delta_t) = f_i(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^{\text{eq}})$$

$$\text{Μεταφορά: } f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i(\mathbf{r}, t + \delta_t)$$

Στο πρώτο από αυτά τα βήματα υπολογίζονται οι νέες f_i μετά το χειρισμό των οριακών συνθηκών και την αποκατάσταση της ισορροπίας, ενώ στο δεύτερο αυτές μεταφέρονται στα κελιά προορισμού τους κατά τη φορά της συνιστώσας στην οποία αντιστοιχούν. Ο περισσότερος υπολογιστικός φόρτος βρίσκεται στο βήμα της σύγκρουσης, όπου υπολογίζονται οι νέες f_i που θα μεταφερθούν στα γειτονικά κελιά στο επόμενο βήμα. Ο υπολογισμός αυτός αντιπροσωπεύει την κανονικοποίηση και αναδιανομή της πυκνότητας και ορμής του ρευστού, καθώς για τις f_i ισχύει:

$$\rho = \sum_i f_i \quad \text{και} \quad \rho \mathbf{v} = \sum_i f_i \mathbf{e}_i$$

Εάν ο τελεστής σύγκρουσης παρασταθεί ως Ω_i , τότε η διατήρηση της μάζας και της ορμής σε κάθε κελί εκφράζεται ως

$$\sum_i \Omega_i = 0 \quad \text{και} \quad \sum_i \Omega_i \mathbf{e}_i = \mathbf{0}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω περιορισμούς, η κατανομή ισορροπίας f_i^{eq} υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο [45]:

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left[1 + 3\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v} + \frac{9}{2}(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{v})^2 - \frac{3}{2}v^2 \right]$$

Τα βάρη w_i είναι συντελεστές κανονικοποιημένοι ώστε να έχουν άθροισμα ίσο με τη μονάδα, και προκύπτουν ξεχωριστοί για κάθε τάξη πλέγματος διακριτοποίησης, σύμφωνα με τη συνάρτηση βάρους που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση της κατανομής ισορροπίας. Στον πίνακα 2 απεικονίζονται για παράδειγμα τα βάρη για κάποιες μορφές πλεγμάτων.

Lattice	w_0	w_1	w_2	w_3
D1Q3	2/3	1/6	0	0
D2Q9	4/9	1/9	1/36	0
D3Q15	2/9	1/9	0	1/72
D3Q19	1/3	1/18	1/36	0
D4Q25	1/3	1/36	0	0

Πίνακας 2: Τα βάρη για κάθε ομάδα συμμετρικών συνιστώσων της κατανομής ισορροπίας f_i^{eq} για διάφορα πλέγματα (από Qian et al, 1992 [45]).

Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα της LBM είναι η ικανότητα εύκολης, κατανεμημένης διαχείρισης των οριακών συνθηκών, ιδιαίτερα σε όρια που χαρακτηρίζονται από περίπλοκη ή/και μεταβαλλόμενη γεωμετρία, μέσω απλών χειρισμών στις τιμές των συναρτήσεων κατανομής. Πολλές τεχνικές έχουν προταθεί, καθεμιά από τις οποίες διαθέτει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που αφορούν τα υπολογιστικά της χαρακτηριστικά (πολυπλοκότητα, τοπικότητα) αλλά και τις ιδιαιτερότητες της εκάστοτε εφαρμογής [10, 32]. Ως ένα απλό και αντιπροσωπευτικό παράδειγμα μπορεί να αναφερθεί η απλή τεχνική της αναπήδησης (bounce-back), όπου το ρευστό που βρίσκεται σε οριακό κελί και έχει ταχύτητα προς το όριο, αναπηδά με την ίδια ταχύτητα προς τα πίσω στο επόμενο χρονικό βήμα, αναστρέφοντας την κάθετη στο όριο συνιστώσα της ταχύτητας. Η παράλληλη συνιστώσα μπορεί είτε να

μηδενιστεί (no-slip) είτε να αφεθεί ως έχει (free-slip) για το χρονικό αυτό βήμα, αναλόγως της εφαρμογής. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται μηδενική ροή από και προς το όριο, ανεξάρτητα της γεωμετρικής του πολυπλοκότητας.

2.2.2 Εφαρμογές

Η μέθοδος διαθέτει αρκετά πλεονεκτήματα τα οποία την καθιστούν ελκυστική σε ορισμένες εφαρμογές. Λόγω της τοπικότητας και κανονικότητας της επεξεργασίας και κίνησης των δεδομένων ταιριάζει ιδιαίτερα σε SIMD αρχιτεκτονικές παραλληλης επεξεργασίας, οι οποίες τα τελευταία χρόνια παρουσιάζουν τεράστια ανάπτυξη (όπως GPGPUs). Πράγματι, έχει δειχθεί [3] ότι η μέθοδος εκτελείται ταχύτερα σε GPUs σε σχέση με FPGAs και γενικού σκοπού επεξεργαστές. Στην ίδια μελέτη αυτό επιβεβαιώνεται από μια βελτιωμένη υλοποίηση της LBM σε GPUs, χρησιμοποιώντας το πλέγμα D3Q19, η οποία ήταν πάνω από 28 φορές ταχύτερη από αντίστοιχη έκδοση για τετραπύρηνο επεξεργαστή επάνω στην πλατφόρμα παραλληλης επεξεργασίας OpenMP. Η εύκολη και αποδοτική παραλληλοποίηση της μεθόδου έχει οδηγήσει στη χρήση της σε ολοένα και πιο καινοτόμες εφαρμογές. Επί παραδείγματι, πρόσφατα ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε ως μέθοδος επίλυσης της εξίσωσης level set για την τμηματοποίηση (segmentation) εικόνας [4], αλλά και για προσομοίωση αλληλεπίδρασης ρευστού με στερεά όρια (Fluid-Structure Interaction - FSI) [43]. Στην τελευταία αυτή εργασία η μέθοδος επεκτάθηκε προκειμένου να λάβει υπόψη την κινούμενη γεωμετρία των αιμοφόρων αγγείων καθώς αυτά αναπαρίσταντο από τρισδιάστατο μοντέλο. Πίσω στο πεδίο της ρευστομηχανικής, η μέθοδος συνεχίζει να χρησιμοποιείται εκτενώς σε πληθώρα προβλημάτων, μεταξύ των οπίων και αυτά που άπονται της παρούσας εργασίας. Σημαντική δουλειά έχει γίνει στη χρήση της μεθόδου για προσομοίωση φαινομένων που άπονται της παρούσας εργασίας τόσο σε θεωρητικό όσο και τεχνικό επίπεδο. Σε θεωρητικό επίπεδο, οι εξισώσεις ρηχού νερού (Shallow Water Equations), οι οποίες είναι απλοποιημένες μορφές της εξίσωσης Navier-Stokes για περιπτώσεις όπου το οριζόντιο χαρακτηριστικό μήκος ροής είναι πολύ μεγαλύτερο από το βάθος του νερού έχουν μοντελοποιηθεί σύμφωνα με την LBM, λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες όπως η κλίση και τριβή του πυθμένα με εξαιρετική συμφωνία να παρατηρείται μεταξύ προσομοιώσεων και αναλυτικών λύσεων [56, 57]. Σε άλλη μελέτη, η προσομοίωση της διάδοσης τσουνάμι βάσει των μη γραμμικών εξισώσεων ρηχού νερού με χρήση της LBM σε GPU αποδείχθηκε αξιόπιστη, καθώς τα αποτελέσματά της ήταν σύμφωνα με τις λύσεις σε πρότυπα προβλήματα [26]. Αντίστοιχα για την πρόσκρουση και τις επιπτώσεις ενός τσουνάμι σε επίπεδο ακτογραμμής

η LBM έχει προταθεί για τη χρησιμότητά της στην εκτίμηση της ταχύτητας και επιπέδων ροής αλλά και των δυνάμεων που ασκεί το κύμα στην ακτογραμμή [31].

Συνολικά, η LBM διαθέτει μεγάλο θεωρητικό υπόβαθρο και αποτελεί αντικείμενο ενεργούς έρευνας για τη διεύρυνση και βελτίωση των εφαρμογών της προς κάθε κατεύθυνση. Η μέθοδος διακρίνεται για την ευκολία με την οποία χειρίζεται ροές πολλαπλών φάσεων και συστατικών (multiphase - multicomponent) που πιθανόν αλληλεπιδρούν με ιδιαίτερο τρόπο αλλά και περίπλοκη γεωμετρία ορίων (όπως πορώδη μέσα). Η εγγενής παραλληλία σε συνδυασμό με την τοπικότητα του αλγορίθμου την καθιστούν κατάλληλη σε εφαρμογές μεγάλου όγκου δεδομένων, καθώς λόγω αυτών χρησιμοποιείται με εξαιρετικά αποτελέσματα σε παράλληλες αρχιτεκτονικές SIMD (GPUs). Ωστόσο αποτελεί μια νέα σχετικά μέθοδο, η οποία αν και πολλά υποσχόμενη χρησιμοποιείται ακόμη ως επί το πλείστον σε ερευνητικές και αρκετά λιγότερο σε πρακτικές εφαρμογές.

2.3 Smoothed Particle Hydrodynamics

Η SPH είναι μια Λαγκρανζιανή μέθοδος προσομοίωσης ρευστών που εισήχθη τη δεκαετία του 1970 για προσομοίωση αστροφυσικών φαινομένων [21, 34] και έκτοτε έχει βρει ευρύτατη εφαρμογή σε πολλά επιστημονικά πεδία, όπως η βαλλιστική, αεροδυναμική, ναυπηγική και γραφικά [39]. Οι Λαγκρανζιανές μέθοδοι διαφέρουν από τις Οϊλεριανές στην επιλογή του σημείου αναφοράς κατά την περιγραφή του ρευστού. Στις Λαγκρανζιανές μεθόδους, ως σημείο αναφοράς λαμβάνεται ένα τμήμα (fluid parcel) του ρευστού, ακολουθώντας τη ροή του, ενώ στις Οϊλεριανές η περιγραφή γίνεται με πεδία μεγεθών ορισμένα με σημείο αναφοράς τις συντεταγμένες του τρισδιάστατου χώρου. Θεμέλιο της μεθόδου αποτελεί η αντικατάσταση του ρευστού από ένα σύνολο σωματιδίων, τα οποία φέρουν ιδιότητες του ρευστού και αποτελούν σημεία παρεμβολής για τον υπολογισμό αυτών σε άλλα σημεία του χώρου, λόγω του οποίου διαθέτει αρκετά πλεονεκτήματα:

- Εγγενής διατήρηση πολλών μεγεθών στο σύστημα λόγω της σωματιδιακής του φύσης, όπως μάζα, ορυμή και ενέργεια.
- Ακριβής, ισότροπος και αμετάβλητος σε κάθε αδρανειακό σύστημα αναφοράς (Galilean invariant) χειρισμός της καθαρής μεταφοράς (pure advection)

- Δυνατότητα προσαρμογής της αναλυτικότητας (resolution) και κατά συνέπεια του υπολογιστικού φόρτου δυναμικά συναρτήσει της θέσης, χρόνου ή άλλων παραγόντων.
- Εύκολος χειρισμός ορίων και ειδικών αλληλεπιδράσεων σε εφαρμογές πολλαπλών φάσεων και συστατικών, μέσω των σωματιδιακών αλληλεπιδράσεων.

2.3.1 Θεωρητική θεμελίωση

Η SPH βασίζεται στη διακριτοποίηση του ρευστού, με το χωρισμό του σε σωματίδια που φέρουν τις ιδιότητές του, μέσω της οποίας πραγματοποιείται ουσιαστικά η μετάβαση από την Οີλεριανή θεώρηση στη Λαγκρανζιανή. Για τη δειγματοληψία μιας συνάρτησης f που περιγράφεται συναρτήσει της θέσης \mathbf{r} στο χώρο V , ισχύει η ταυτότητα

$$f(\mathbf{r}) = \int_V f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (2)$$

όπου, $\delta(\mathbf{r})$ η συνάρτηση δέλτα του Dirac και $\mathbf{x} \in V$. Η συνάρτηση δέλτα μπορεί να θεωρηθεί η οριακή περίπτωση ενός πυρήνα εξομάλυνσης $W(\mathbf{r}, h)$ με τις εξής ιδιότητες

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r}, h) = \delta(\mathbf{r}) \quad \text{και} \quad \int_V W(\mathbf{r}, h) d\mathbf{x} = 1 \quad (3)$$

Τότε, για μικρές τιμές του h ισχύει

$$f(\mathbf{r}) \approx \int_V f(\mathbf{x}) W(\mathbf{r} - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad (4)$$

Αφού διακριτοποιήσουμε το πεδίο f σε σωματίδια πυκνότητας ρ_i και μάζας m_i μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε και να διαιρέσουμε με ρ το δεξί μέλος της παραπάνω σχέσης, το οποίο μετατρέπεται πλέον σε διακριτό άθροισμα. Παρατηρώντας ότι $\rho * d\mathbf{x} = m$, καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση που αποτελεί τη βάση προσέγγισης οποιουδήποτε μεγέθους Α σύμφωνα με την SPH

$$A(\mathbf{r}) \approx \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} A(\mathbf{r}_i) W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h) \quad (5)$$

Σύμφωνα με αυτή, η τιμή της A σε μια θέση του χώρου \mathbf{r} μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από το σταθμισμένο άθροισμα των τιμών της στα γειτονικά σωματίδια i . Η συνεισφορά κάθε σωματιδίου καθορίζεται τόσο από το λόγο της μάζας του προς την τοπική πυκνότητα m_i/ρ_i , όσο και από την απόστασή του από το σημείο υπολογισμού της A μέσω του πυρήνα $W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h)$.

2.3.2 Διανυσματικοί τελεστές σε διακριτοποιημένα πεδία

Δεδομένου ότι $\nabla \equiv \partial/\partial \mathbf{r}$, από τη σχέση 5 για τη βάθμωση του μεγέθους A προκύπτει

$$\nabla A(\mathbf{r}) \approx \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} A(\mathbf{r}_i) \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h) \quad (6)$$

Αντίστοιχα, για την απόκλιση και το στροβιλισμό του διανυσματικού μέγεθους \mathbf{A}

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) \approx \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \cdot \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h) \quad (7)$$

$$\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \approx \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \times \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h) \quad (8)$$

Αξίζει να σημειωθεί η εξάρτηση της προσέγγισης αποκλειστικά από τις τιμές της συνάρτησης $A(\mathbf{r}_i)/\mathbf{A}(\mathbf{r}_i)$ και της βάθμωσης του πυρήνα εξομάλυνσης ∇W , χαρακτηριστικό ιδιαίτερα χρήσιμο υπολογιστικά, καθώς η τελευταία μπορεί να προϋπολογιστεί.

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να τροποποιηθούν για την ικανοποίηση ειδικών συνθηκών της εκάστοτε εφαρμογής. Στην παρούσα περίπτωση απαιτείται η διατήρηση της ορμής στο ρευστό, η οποία μεταφράζεται στην εξασφάλιση αντισυμμετρικών δυνάμεων (δράσης - αντίδρασης) μεταξύ των σωματιδίων του ρευστού. Σύμφωνα με την εξίσωση Navier-Stokes (σχέση 1), οι εσωτερικές δυνάμεις του ρευστού οφείλονται στη βάθμωση του πεδίου πίεσης και το γινόμενο του δυναμικού ίξωδους με τη λαπλασιανή του πεδίου ταχύτητας. Μπορούμε να καταλήξουμε σε διαφορετικό εκτιμητή για τη βάθμωση της πίεσης ξεκινώντας από την ταυτότητα

$$\nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{\nabla P}{\rho} - \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho \quad \Leftrightarrow \quad \nabla P = \rho \left[\frac{P}{\rho^2} \nabla \rho + \nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) \right]$$

Αντικαθιστώντας στο δεξί μέλος τις βαθμώσεις με τους εκτιμητές τους κατά SPH

$$\begin{aligned} \nabla P &\approx \rho \left[\frac{P}{\rho^2} \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} \rho \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) + \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} \frac{P_i}{\rho_i} \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) \right] \\ &\approx \rho \sum_i m_i \left(\frac{P}{\rho^2} + \frac{P_i}{\rho_i} \right) \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) \end{aligned} \quad (9)$$

προκύπτει η σχέση που χρησιμοποιείται ευρύτατα για την εκτίμηση της βάθμωσης της πίεσης και ικανοποιεί παράλληλα τη συνθήκη αντισυμμετρικότητας για τη διατήρηση της

ορμής και στροφορμής. Παρόμοια, για τη λαπλασιανή του πεδίου ταχύτητας χρησιμοποιείται συνήθως η προσέγγιση

$$\nabla^2 \mathbf{v} \approx \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}) \nabla^2 W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i, h) \quad (10)$$

η οποία διαθέτει την επιθυμητή για την προσομοίωση των δυνάμεων ιξώδους ιδιότητα του μηδενισμού σε κατάσταση ομοιόμορφης μεταφορικής κίνησης του ρευστού (ίση ταχύτητα στο εύρος του πυρήνα εξομάλυνσης).

2.3.3 Καταστατική εξίσωση

Για τον υπολογισμό της βάθμωσης της πίεσης είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των τιμών της στα σημεία δειγματοληψίας (σωματίδια). Αυτός γίνεται με τη βοήθεια μιας καταστατικής εξίσωσης, η οποία συσχετίζει την πυκνότητα με την πίεση του ρευστού. Επομένως για να εκτιμηθεί η πίεση σε κάποιο σημείο πρέπει πρώτα να εκτιμηθεί η πυκνότητα στο σημείο αυτό από τη σχέση 5:

$$\rho(\mathbf{r}) \approx \sum_i m_i W(\mathbf{r} - \mathbf{x}_i, h) \quad (11)$$

Οι δύο ευρύτερα χρησιμοποιούμενες καταστατικές εξίσωσεις είναι αυτή των ιδανικών αερίων [16, 41]

$$P = k(\rho - \rho_0), \quad (12)$$

που συσχετίζει την πίεση με την απόκλιση από την πυκνότητα αναφοράς ρ_0 με μια σταθερά αναλογίας k , καθώς και η εξίσωση Tait [5, 39]

$$P = B \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right), \quad (13)$$

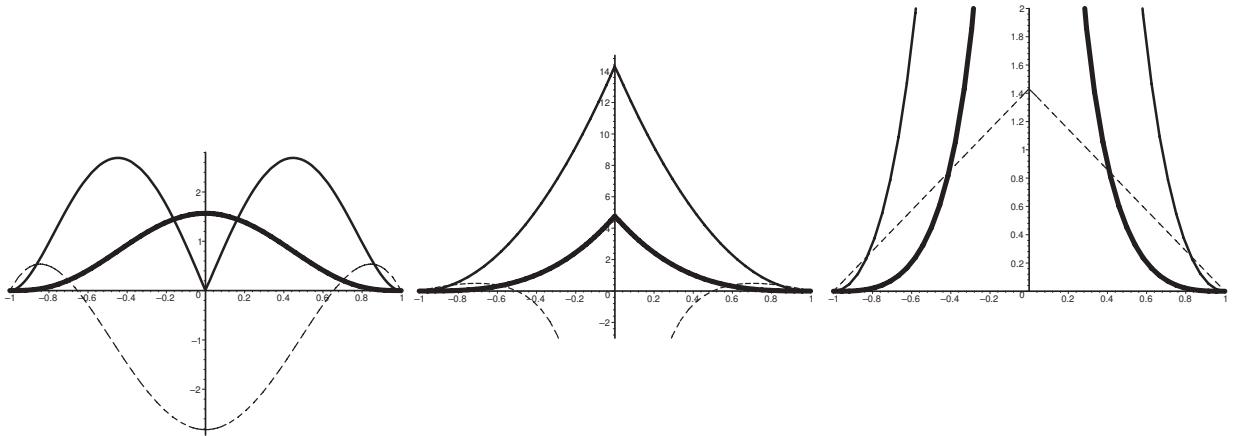
όπου $\gamma = 7$ αδιάστατη σταθερά και B σταθερά αναλογίας που ρυθμίζει την ανοχή στις διακυμάνσεις της πυκνότητας. Η τιμή της B καθορίζεται βάσει της αναλογίας

$$\frac{|\Delta \rho|}{\rho_0} \sim \frac{\|\mathbf{v}_f\|^2}{c_s^2}, \quad (14)$$

όπου $\Delta \rho = \rho - \rho_0$, \mathbf{v}_f η ταχύτητα της ροής και c_s η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό. Εάν θέσουμε $\eta = |\Delta \rho|/\rho_0$, τότε ισοδύναμα ισχύει $c_s \sim \mathbf{v}_f / \sqrt{\eta}$. Μπορεί να τεθεί άνω όριο για το η (λ.χ. $\eta = 0.01$ για διακυμάνσεις πυκνότητας της τάξης του 1%), το οποίο επιβάλλεται στην προσομοίωση θέτοντας $B = \rho_0 c_s^2 / \gamma$. Ωστόσο, για λόγους ευστάθειας, η χρήση της εξίσωσης Tait απαιτεί πολύ μικρό χρονικό βήμα, λόγω της παρουσίας του c_s^2 στο συντελεστή αναλογίας B .

2.3.4 Πυρήνες εξομάλυνσης

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι η επιλογή του πυρήνα εξομάλυνσης είναι σημαντική, καθώς από αυτήν εξαρτάται άμεσα η ακρίβεια των προσεγγίσεων στο διακριτοποιημένο ρευστό. Ο πυρήνας εξομάλυνσης θα πρέπει να ικανοποιεί τις σχέσεις 3, να είναι συνεχής και παραγωγίσιμος (για τον υπολογισμό των προσεγγίσεων διαφορικών τελεστών) καθώς και σφαιρικά συμμετρικός, ώστε οι τιμές του να εξαρτώνται αποκλειστικά από την απόσταση από το κέντρο του $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|$ και την ακτίνα εξομάλυνσης h . Συνήθως χρησιμοποιούνται διαφορετικοί πυρήνες για κάθε προσεγγιζόμενο μέγεθος, αναλόγως των ειδικών συνθηκών που απαιτούνται για την προσομοίωση της συμπεριφοράς που αυτό προκαλεί [41]



Εικόνα 7: Οι τρεις πυρήνες εξομάλυνσης W_{poly6} , W_{spiky} και $W_{\text{viscosity}}$ (από δεξιά προς τα αριστερά).

Με τονισμένη γραμμή απεικονίζεται ο πυρήνας, με λεπτή η βάθμωσή του (στην κατεύθυνση προς την αρχή των αξόνων) και με διακεκομένη η λαπλασιανή του, για ακτίνα εξομάλυνσης $h = 1$. (από Müller et al., 2003) [41]

Στο σχήμα 7 φαίνονται οι τρεις πυρήνες W_{poly6} , W_{spiky} και $W_{\text{viscosity}}$ που χρησιμοποιούνται πρακτικά για τον υπολογισμό της πυκνότητας, της βάθμωσης της πίεσης και της λαπλασιανής του πεδίου ταχύτητας αντίστοιχα. Είναι σημαντικό για την ευστάθεια της προσομοίωσης, αλλά και λογικό από φυσικής εποπτείας οι πυρήνες και οι παράγωγοι τους να τείνουν στο μηδέν στα όρια της ακτίνας εξομάλυνσης. Για τον υπολογισμό της πυκνότητας χρησιμοποιείται ο πυρήνας

$$W_{\text{poly6}}(r, h) = \frac{315}{64\pi h^9} \begin{cases} (h^2 - r^2)^3 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (15)$$

ο οποίος είναι τυπικός κωδωνοειδής πληρώντας τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Παρ' όλ' αυτά δε χρησιμοποιείται για την προσέγγιση της βάθμωσης της πίεσης, καθότι η μηδενική παράγωγος στο κέντρο οδηγεί σε συσσωμάτωση (clustering) των σωματίδιων λόγω απουσίας απωσικών δυνάμεων μεταξύ τους. Για το λόγο αυτό, έχει προταθεί [16] ο πυρήνας

$$W_{\text{spiky}}(r, h) = \frac{15}{\pi h^6} \begin{cases} (h - r)^3 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (16)$$

$$\nabla W_{\text{spiky}}(r, h) = \frac{-45}{\pi h^6} (h - r)^2 \quad (17)$$

για τον υπολογισμό των δυνάμεων οφειλομένων στη βάθμωση της πίεσης. Ωστόσο οι δυνάμεις ιξώδους είναι ανάλογες της λαπλασιανής του πυρήνα, με αποτέλεσμα οι παραπάνω πυρήνες να είναι ακατάλληλοι για την προσέγγισή τους. Δεδομένου ότι οι δυνάμεις αυτές οφείλονται στην εσωτερική τριβή του ρευστού, έχουν πάντα αποσθεστικά αποτελέσματα αιμβλύνοντας τις τοπικές διαφορές στην ταχύτητά του. Αντίθετα, οι λαπλασιανές των παραπάνω πυρήνων αλλάζουν αλλάζει πρόσημο παίρνοντας αρνητικές τιμές. Έτσι υιοθετείται ο πυρήνας

$$W_{\text{viscosity}}(r, h) = \frac{15}{2\pi h^3} \begin{cases} -\frac{r^3}{2h^3} + \frac{r^2}{h^2} + \frac{h}{2r} - 1 & 0 \leq r \leq h \\ 0 & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad (18)$$

$$\nabla^2 W_{\text{viscosity}}(r, h) = \frac{45}{\pi h^6} (h - r) \quad (19)$$

ο οποίος έχει παντού θετική λαπλασιανή, της οποίας η γραμμικότητα συμβάλλει περαιτέρω στην ευστάθεια της προσομοίωσης.

2.3.5 Ολοκλήρωση και χρονικό βήμα

Εκτός της επιλογής του πυρήνα, καθοριστική για την ακρίβεια και ευστάθεια της προσομοίωσης είναι η επιλογή του χρονικού βήματος και της μεθόδου ολοκλήρωσης στο χρόνο. Το χρονικό βήμα υπολογίζεται συνήθως με βάση το κριτήριο CFL (Courant-Friedrichs-Lowy) το οποίο στην απλούστερη μορφή του δίνεται από τη σχέση

$$\delta t_{\text{CFL}} = C \frac{\delta x}{v}, \quad (20)$$

όπου C ο αδιάστατος αριθμός Courant (συνήθως $0 < C \leq 1$), δx είναι κάποιο χαρακτηριστικό μήκος και v μια σχετική με αυτό χαρακτηριστική ταχύτητα. Στην περίπτωση της

SPH μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακτίνα εξομάλυνσης h ή η ακτίνα των σωματιδίων σαν δx , ενώ για την v είτε η ταχύτητα του ήχου στο ρευστό, είτε η ταχύτητα των σωματιδίων για τη μέγιστη ανεκτή μεταβολή πυκνότητας κατά τη διάρκεια ενός χρονικού βήματος, είτε η μέγιστη ταχύτητα των σωματιδίων (αν μπορεί αυτή εκ των προτέρων να εκτιμηθεί με αξιοπιστία και δεν οδηγεί σε μη αποδεκτές μεταβολές πυκνότητας). Μεταβλητό χρονικό βήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί υπό προϋποθέσεις εξαρτώμενες και από την μέθοδο ολοκλήρωσης, με την προσαρμογή να λαμβάνει χώρα σε κάθε βήμα της προσομοίωσης με βάση το κριτήριο CFL [22]. Χρησιμοποιώντας μία μέθοδο ολοκλήρωσης τουλάχιστον δεύτερης τάξης, το μεταβλητό χρονικό βήμα μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\Delta t = C \cdot \min(\Delta t_f, \Delta t_{cu}), \text{ όπου}$$

$$\Delta t_f = \min_i (\sqrt{h/|f_i|})$$

$$\Delta t_{cu} = \min_i \frac{h}{c_s + \max_j \left| \frac{h \mathbf{u}_{ij} \mathbf{x}_{ij}}{r_{ij}^2} \right|}$$

Το χρονικό βήμα που τελικά υιοθετείται είναι το ελάχιστο μεταξύ του χρονικού βήματος Δt_f που υπαγορεύεται από τη μέγιστη επιτάχυνση (δύναμη ανα μονάδα μάζας συμβολίζεται με f_i) που ασκείται σε σωματίδιο και του Δt_{cu} που επιτρέπει η μέγιστη σχετική ταχύτητα μεταξύ σωματιδίων σε συνδυασμό με την ταχύτητα του ήχου, αμφότερα ως προς την ακτίνα εξομάλυνσης h .

Για την αριθμητική ολοκλήρωση στο χρόνο χρησιμοποιούνται πολλές μέθοδοι, μεταξύ των οποίων η predictor-corrector και η Runge-Kutta-Fehlberg. Ίσως η ευρύτερα διαδεδομένη είναι η οικογένεια των Störmer-Verlet και Leapfrog, οι οποίες είναι μέθοδοι δεύτερης τάξης με χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις και καλή αριθμητική ευστάθεια. Η μέθοδος Leapfrog οφείλει το όνομά της στον αλληλοδιάδοχο υπολογισμό της θέσης και της ταχύτας ανα μισό χρονικό βήμα

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i+1} &= \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_{i-1/2} \delta t \\ \mathbf{v}_{i+1/2} &= \mathbf{v}_{i-1/2} + \mathbf{a}_i \delta t \end{aligned} \tag{21}$$

ή ισοδύναμα, σε ακέραια χρονικά βήματα

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i+1} &= \mathbf{r}_i + \left(\mathbf{v}_i + \mathbf{a}_i \frac{\delta t}{2} \right) \delta t \\ \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{v}_i + \frac{\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}}{2} \delta t \end{aligned} \tag{22}$$

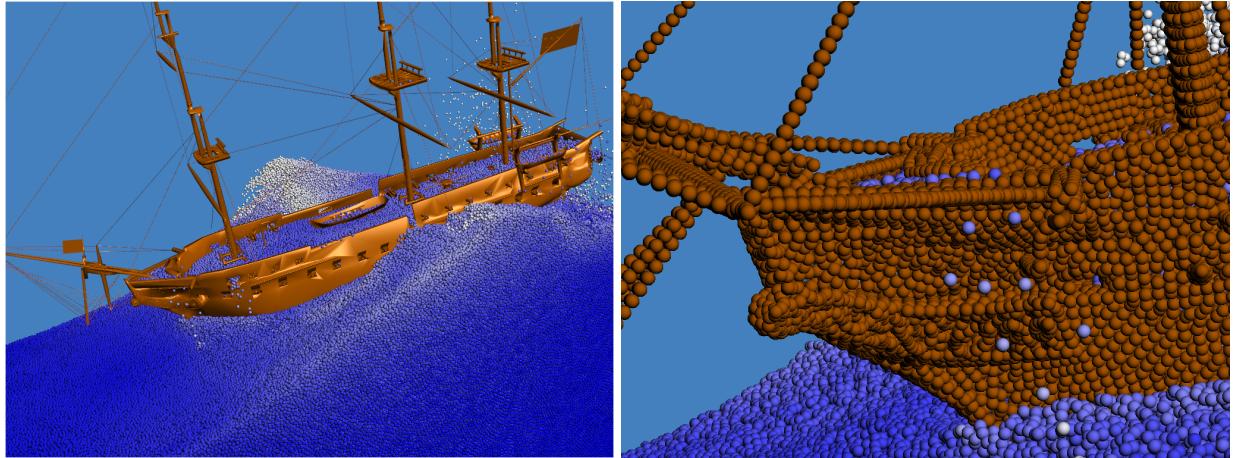
Λόγω της εξάρτησης των δυνάμεων (λ.χ. ιξώδους) και από την ταχύτητα στην SPH μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες τεχνικές εκτίμησης για τιμές στο μέλλον, όπως την επιτάχυνση \mathbf{a}_{i+1} [46]. Αυτές προσφέρουν παράλληλα τη δυνατότητα χρήσης μεταβλητού χρονικού βήματος [49], η οποία δεν υπάρχει στην απλή Leapfrog μέθοδο, λόγω της εγγενούς συμμετρίας της [48].

2.3.6 Οριακές συνθήκες

Η SPH χαρακτηρίζεται από ευελιξία και ευστάθεια κατά την προσομοίωση ρευστών που αλληλεπιδρούν με στερεά σώματα, γεγονός που υπήρξε και καθοριστικό στην επιλογή της μεθόδου για την παρούσα εφαρμογή. Το κυριότερο πρόβλημα που απασχολεί στο χειρισμό των οριακών συνθηκών είναι η έλλειψη γειτονικών σωματιδίων κοντά στο όριο, με αποτέλεσμα λανθασμένες εκτιμήσεις διαφόρων μεγεθών, οι οποίες δεν αντιστοιχούν στην πραγματικότητα. Ωστόσο, παρά την ευρεία εφαρμογή που απολαμβάνει, δεν έχει βρεθεί ακόμη κάποια βέλτιστη μοντελοποίηση των υλικών εμποδίων. Οι δύο κυρίαρχες μέθοδοι αναπαράστασης ορίων και χειρισμού οριακών συνθηκών είναι είτε η άμεση/έμμεση άσκηση δυνάμεων στο ρευστό οι οποίες μοντελοποιούν κατάλληλα την αλληλεπίδραση με το όριο βάσει της γεωμετρίας του, είτε μέσω εικονικών ή συνοριακών σωματιδίων.

Ένας άμεσος τρόπος για την αναπλήρωση της ελλιπούς πληροφορίας σχετικά με τις ιδιότητες του ρευστού είναι η διόρθωση των αθροιστικών εκτιμήσεων κοντά στα όρια βάσει κάποιας συνάρτησης κανονικοποίησης [20]. Η συνάρτηση αυτή εξισορροπεί το άθροισμα σύμφωνα με τα σωματίδια που δε λαμβάνονται υπόψη λόγω της παρουσίας του ορίου. Το τελικό αποτέλεσμα στο σύστημα είναι η άσκηση επιπρόσθετων δυνάμεων κάθετων στα όρια της ροής. Στην περίπτωση σταθερών επιφανειών η μέθοδος αυτή έχει ικανοποιητικά αποτελέσματα, αλλά σε πιο περίπλοκα σενάρια, όπως κινούμενα αντικείμενα που αλληλεπιδρούν τόσο μεταξύ τους όσο και με το ρευστό, ο υπολογισμός της συνάρτησης κανονικοποίησης για κάθε διευθέτησή τους έχει υπερβολικό υπολογιστικό κόστος. Η απευθείας άσκηση δυνάμεων είναι και αυτή μια μέθοδος που έχει προταθεί [37]. Η κατανομή των δυνάμεων αυτών πρέπει να είναι αρκετά ομαλή προκειμένου να εξασφαλιστεί ότι κατά την άθροιση αυτών για κάθε σωματίδιο το πεδίο δυνάμεων που προκαλείται δεν επηρρεάζεται σημαντικά από τη δειγματοληψία του ορίου, το οποίο αναπαρίσταται από σταθερά σωματίδια. Κατά αυτήν την απαίτηση, σε κάθε σωματίδιο του ρευστού ασκούνται δυνάμεις από τα σωματίδια του ορίου συναρτήσει της απόστασης μεταξύ τους, οι οποίες αθροιζόμενες δημιουργούν

συνισταμένη δύναμη που τελικά εξαρτάται από την κάθετη απόσταση του σωματίδιου από το όριο σε περιπτώσεις ορίων με επίπεδο ή κυλινδρικό σχήμα σχήμα.



Εικόνα 8: Φρεγάτα σε κύματα, εικόνα από προσομοίωση με χρήση δειγματοληψίας με συνοριακά σωματίδια (boundary particles) για την αναπαράσταση στερεών αντικειμένων (από Akinci et al., 2012) [2]

Τα εικονικά σωματίδια (ghost particles) είναι σωματίδια που δημιουργούνται δυναμικά και είναι συμμετρικά με τα σωματίδια του ρευστού ώς προς το σύνορο [12]. Τα εικονικά σωματίδια έχουν τη ίδια πυκνότητα και πίεση με τα πραγματικά σωματίδια, ενώ η μεν κάθετη στο όριο συνιστώσα της ταχύτητας έχει αντίθετο πρόσημο, η δε εφαπτομενική το ίδιο ή αντίθετο, για την υλοποίηση συνθηκών ελεύθερης (free-slip) ή μηδαμινής (no-slip) ολίσθησης αντίστοιχα. Η μέθοδος παρουσιάζει μειονεκτήματα που γίνονται ιδιαίτερα εμφανή σε περιπτώσεις όπου η συχνότητα δειγματοληψίας του ρευστού δεν επαρκεί για να ακολουθήσει απότομες αλλαγές στη γεωμετρία του ορίου. Προβλήματα παρουσιάζονται επίσης σε περιπτώσεις συστήματος πολλαπλών συστατικών, όπου η εξάρτηση από τη σχετική θέση της διαχωριστικής επιφάνειας μεταξύ των συστατικών και του ορίου καθιστά ασαφή την ταυτότητα και τη θέση των εικονικών σωματίδιων για την αναπαράσταση του ορίου. Μία παρόμοια προσέγγιση αποτελεί η αναπαράσταση του ορίου με συνοριακά σωματίδια (boundary ή frozen particles), όπου η επιφάνεια του ορίου διακριτοποιείται σε σωματίδια, τα οποία συνυπολογίζονται μαζί με τα σωματίδια του ρευστού. Ένα από τα σημαντικά προβλήματα αυτής της τεχνικής είναι η φαινόμενη μείωση πυκνότητας και πίεσης σε περιπτώσεις όπου το ρευστό απομακρύνεται από το όριο, με αποτέλεσμα η μέθοδος αυτή να

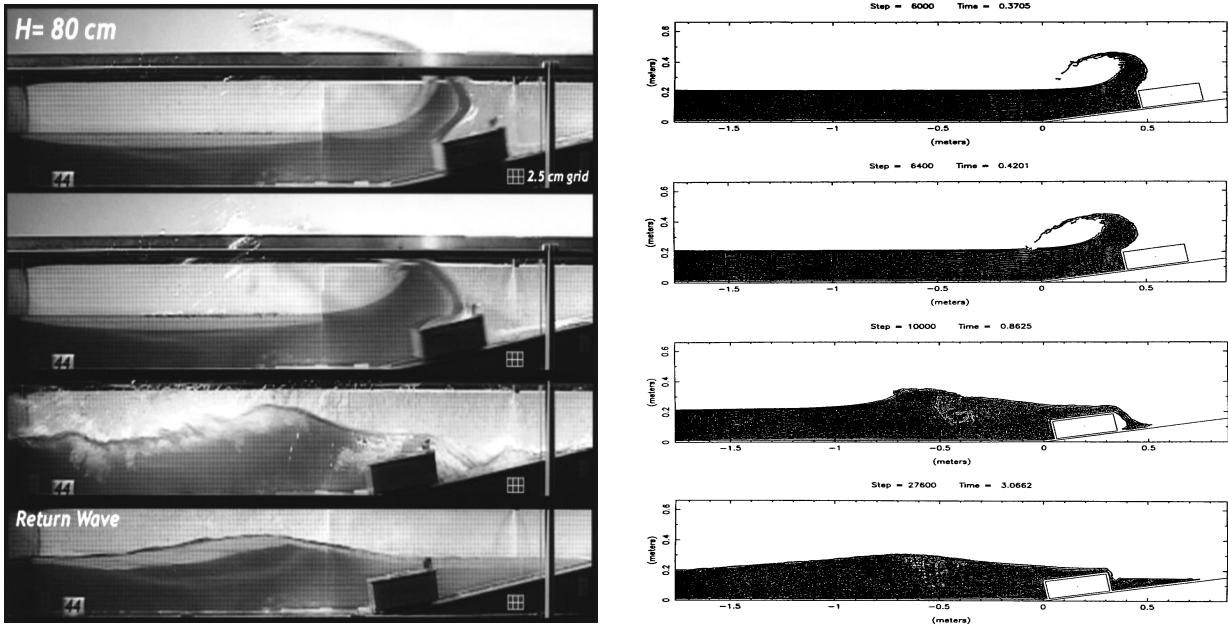
κρίνεται κατ' αρχήν ανεπαρκής. Ωστόσο έχουν προταθεί δίαφορες βελτιώσεις της μεθόδου αυτής προκειμένου να ξεπεραστούν αυτά της τα μειονεκτήματα. Μία από αυτές είναι η συνεκτίμηση της σχετικής συνεισφοράς των συνοριακών σωματιδίων, που εξαρτάται από τον όγκο που αυτά αντιπροσωπεύουν κατά τον υπολογισμό της πυκνότητας του ρευστού κοντά σε όρια [2], όπως φαίνεται στην εικόνα 8. Μία άλλη μέθοδος ενσωματώνει διόρθωτική δύναμη συναρτήσει της επικάλυψης σωματιδίων ρευστού και ορίου στο γενικότερο πλαίσιο της μεθόδου PCISPH (Predictive-Corrective Incompressible SPH), συνδυαζόμενο παράλληλα με προσαρμοζόμενο χρονικό βήμα [6].

Μία αρκετά διαφορετική προσέγγιση στις προσομοιώσεις φυσικής γενικότερα προτάθηκε πρόσφατα και φαίνεται να έχει σημαντικά οφέλη στο πρόβλημα των οριακών συνθηκών στην SPH. Οι πιο δημοφιλής προσεγγίσεις στις προσομοιώσεις βασίζονται στις δυνάμεις ή τις ώσεις (impulses) για την υλοποίηση της δυναμικής εξέλιξης του συστήματος. Αντίθετα, στη συγκεκριμένη τεχνική ιδιαίτερο ρόλο παίζει η θέση των αλληλεπιδρώντων σωμάτων και βάσει αυτής εκτελείται επίλυση γεωμετρικών περιορισμάν για την προσομοίωση του συστήματος, ενώ με τον τρόπο αυτό αποφεύγονται πολλά προβλήματα ευστάθειας και ανακρίβειες που προκύπτουν ενίστε από την ολοκλήρωση δυνάμεων [42]. Στην προσομοίωση ρευστών, η επίλυση περιορισμάν στη θέση των σωματιδίων στη μέθοδο SPH μπορεί να προσφέρει εξασφάλιση της ασυμπιεστότητας χωρίς την απαίτηση υπερβολικά μικρού χρονικού βήματος [35]. Ειδικά σε συστήματα όπου ο λόγος της επιφάνειας του ρευστού προς τον όγκο του έχει υψηλή τιμή η συγκεκριμένη προσέγγιση λύνει πολλά προβλήματα αστάθειας και εκφυλισμένων περιπτώσεων.

2.3.7 Εφαρμογές

Η SPH αποτελεί μια ιδιαίτερα ευέλικτη μέθοδο προσομοίωσης ρευστών που έχει βρεί εφαρμογή σε πάρα πολλά πεδία [36]. Η ευκολία προσαρμογής της σε πληθώρα περιστάσεων μέσω των κατάλληλων προσεγγίσεων και προσθηκών για το χειρισμό των εκάστοτε συνθηκών συμβάλλει στο να καταστεί εδώ και δεκαετίες ως η κυριότερη και πλέον διαδεδομένη σωματιδιακή μεθόδος προσομοίωσης ρευστών.

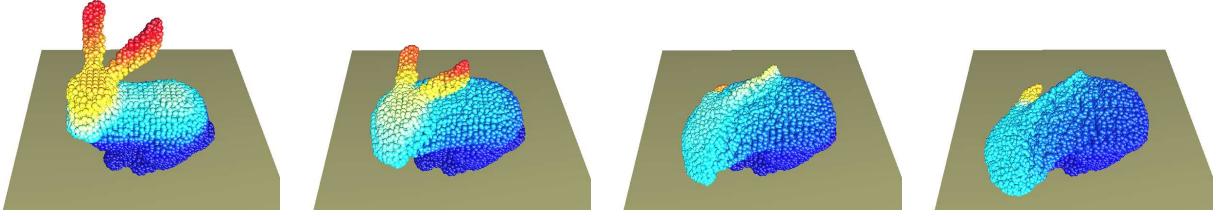
'Οπως έχει ήδη αναφερθεί, λόγω της διακριτοποίησης του ρευστού σε σωματίδια η SPH χειρίζεται με ιδιαίτερη ευκολία οριακές συνθήκες αλλά και την αλληλεπίδραση μειγμάτων πολλαπλών συστατικών και φάσεων (multiphase, multicomponent). Σε πολλά πρακτικά



Εικόνα 9: Στιγμιότυπα από πραγματικό πείραμα (αριστερά) και προσομοίωση (δεξιά) αντικειμένου εισερχόμενου σε μάζα νερού αφού ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο, ως μοντέλο κατολίσθησης. Η προσομοίωση έγινε με παραμέτρους ίδιες με αυτές του πειράματος και απεικονίζονται αντίστοιχα στιγμιότυπα (από Monaghan et al., 2003 [38])

προβλήματα, δύο ή περισσότερα ρευστά βρίσκονται αναμεμειγμένα στον ίδιο χώρο, είτε αυτά βρίσκονται σε κοινή είτε διαφορετική φάση (υγρό και αέριο). Σε περίπτωση που τα δύο συστατικά χαρακτηρίζονται από διαφορετικές πυκνότητες, δημιουργούνται βαρυτικά ρεύματα (gravity currents), τα οποία οφείλονται στη διαφορετική δύναμη ανά μονάδα όγκου που δέχονται λόγω της βαρύτητας και οδηγούν στην αποκατάσταση της ισορροπίας στο σύστημα. Εάν ο λόγος των πυκνοτήτων ξεπερνά κατά πολύ το διπλάσιο, η απλή SPH δεν παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα αλλά χρειάζεται σημαντικές αλλαγές και επεκτάσεις [12]. Οι κυριότερες αλλαγές εντοπίζονται σε περιοδική κανονικοποίηση για διόρθωση της εκτίμησης πυκνότητας, προσθήκη επιφανειακής τάσης στη χαμηλής πυκνότητας φάση, εξομάλυνση του πεδίου ταχύτητας και μεγάλη διαφοροποίηση της ταχύτητας του ήχου στις δύο φάσεις.

Λόγω της διακριτοποίησης του ρευστού σε σωματίδια, η υλοποίηση των μηχανικών αλληλεπιδράσεων ρευστού-στερεού είναι εύκολη μέσω ολοκλήρωσης των μεταξύ τους δυνάμεων. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει εκτός από τις δυνάμεις να υπολογιστούν και διάφορα χαρα-



Εικόνα 10: Στιγμιότυπα από προσομοίωση τήξης, με σωματίδια χρωματισμένα ανάλογα της θερμοκρασίας. Τα σκούρα μπλε τμήματα βρίσκονται σε θερμοκρασία κάτω του σημείου τήξεως και παραμένουν στερεά. Το αριστερό αυτί του λαγού κρυώνει καθώς έρχεται σε επαφή με το υπόλοιπο σώμα (από Paiva et al., 2006 [44])

κτηριοτικά των στερεών σωμάτων που εμπλεκονται στην προσομοίωση, όπως του κέντρου μάζας και της ροπής αδράνειας. Μεταξύ των φαινομένων που μπορούν να προσομοιωθούν με αυτήν την τεχνική είναι οι κατολισθήσεις και η κολύμβηση των ψαριών. Η κατολίσθηση μοντελοποιείται σαν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (σε δισδιάστατο χώρο προσομοίωσης) το οποίο ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο μέχρι την πτώση του στο νερό με γωνία περίπου 15° . Καθώς το αντικείμενο εισέρχεται στο νερό, μεγάλη ποσότητα σταγονιδίων εκτινάσσεται πέρα από αυτό και στη συνέχεια το νερό επιστρέφει για να το καλύψει, δημιουργώντας ένα μονήρες κύμα (εικόνα 9) [38]. Αντίστοιχα, η κολύμβηση στο νερό προσομοιώνεται με αλληλοσυνδεδεμένα στερεά αντικείμενα, των οποίων η σχετική θέση μεταβάλλεται με το χρόνο, με τρόπο αντίστοιχο με τα χέλια. Μέσω της προσομοίωσης μπορεί να προσδιοριστεί η συσχέτιση μεταξύ της μέσης ταχύτητας/ισχύος της περιοδικής κίνησης και του πλάτους/συχνότητάς της, δεδομένα που μπορούν να οδηγήσουν σε σημαντικές παρατηρήσεις και ιδέες στο πεδίο της εμβιομηχανικής [27].

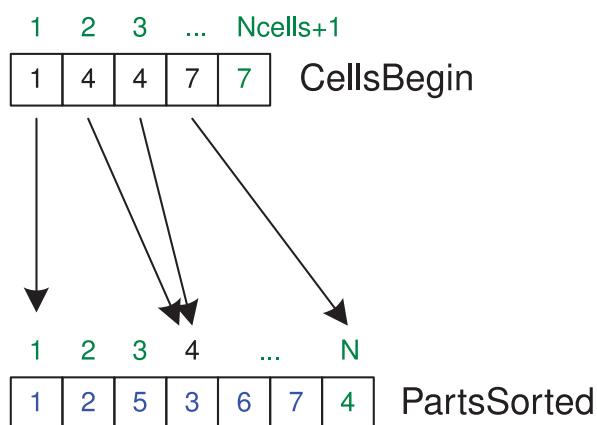
Ένα αρκετά διαφορετικό πεδίο όπου η SPH χρησιμοποιείται ευρέως είναι στην προσομοίωση ελαστικών/μαλακών σωμάτων (elastic/soft bodies) και φαινομένων τήξης και θραύσης (fracture). Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου σε τέτοια προβλήματα συνίστανται ακριβώς στη διακριτοποίηση του ίδιου του υλικού σε σωματίδια. Η ορμή που δημιουργεί το γενεσιούργο φαινόμενο μεταφέρεται μέσω των ίδιων των σωματιδίων, ενώ προσφέρεται συνεχές πέρασμα από την αρχική στις μετέπειτα καταστάσεις του συστήματος (οι οποίες λόγω της φύσης των εφαρμογών αυτών διαφέρουν πολύ), διατηρώντας ενιαία αναπαράσταση και περιγραφή. Η SPH έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία για την προσομοίωση της θραύσης αστεροειδών λόγω πρόσκρουσης [7], για την ανάπτυξη γενικών μοντέλων θραύσεων σωμάτων λόγω κρούσης

[8], αλλά και σε βιομηχανικές εφαρμογές όπου προσομοιώνεται η θραύση υλικών βάσει μοντέλου ελαστικού σώματος [14]. Εκτός αυτών, στις εφαρμογές της SPH συγκαταλέγεται η προσομοίωση τήξης, όπου ένα αντικείμενο μεταβαίνει από τη στερεά κατάσταση (μη νευτώνειο ρευστό με πολύ μεγάλο ιξώδες) στην υγρή (μικρού ιξώδους). Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, το ιξώδες περιγράφεται από ένα μοντέλο ρευστότητας που εξαρτάται από τη θερμοκρασία, η τιμή της οποίας καθορίζεται από τη διάδοση της θερμότητας [44] (εικόνα 10). Τέλος, ένα σχετικό πεδίο εφαρμογής αποτελούν οι προσομοιώσεις μαλακών σωμάτων, κυριώς βιολογικού ιστού. Αντίστοιχα εργαλεία προσομοιώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε βιολογικές μελέτες, στην ιατρική για εκπαίδευση (εικονικά περιβάλλοντα εγχείρησης) και θεραπεία (δημιουργία ατομικών μοντέλων ασθενών, πρόβλεψη εγχειρητικών επιπτώσεων) και άλλους τομείς [25].

2.3.8 Τεχνικές υλοποίησης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η SPH αποτελεί μια Λαγκρανζιανή μέθοδο προσομοίωσης, όπου σημείο αναφοράς αποτελούν τα σωματίδια του ρευστού, καθώς αυτά φέρουν τις ιδιότητές του και αποτελούν σημεία παρεμβολής για την εκτίμηση των ιδιοτήτων του σε άλλα σημεία του χώρου. Η έλλειψη ωστόσο σταθερών σημείων υπολογισμού στο χώρο οδηγεί σε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου, καθώς οι σχετικές τους θέσεις δεν είναι σταθερές, είναι επομένως αναγκαίο να ενημερώνονται σε κάθε βήμα της προσομοίωσης. Για το σκοπό αυτό συνήθως σχεδιάζονται ειδικές δομές δεδομένων για την αποθήκευση των σωματιδίων, προκειμένου να βελτιστοποιηθεί ο χώρος που καταλαμβάνεται αλλά και ο χρόνος πρόσθασης σε αυτά. Αυτό επιτυγχάνεται καταγράφοντας αρχικά τα γειτονικά σωματίδια, και στη συνέχεια προοδευτικά ενημερώνοντας τη δομή για αλλαγές στην τοπολογία.

Υπάρχουν πολλές δομές δεδομένων που έχουν δημιουργηθεί για την αποθήκευση των σωματιδίων σε παρόμοιες προσομοιώσεις. Κατά καιρούς έχουν χρησιμοποιηθεί δομές από απλά grids που αποθηκεύουν σε έτοιμες δομές τα περιεχόμενα κάθε κελιού [54] μέχρι εξειδικευμένο οκταδικό δένδρο διαμέρισης octree που αποτελεί βάση διακριτοποίησης για την εξίσωση Poisson [33]. Οι δύο κυριότερες δομές που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία με παραλλαγές είναι η Cell-linked list (CLL) και η Verlet list (VL). Στην CLL ο χώρος της προσομοίωσης διαιρείται σε κυβικά κελιά, και στη συνέχεια τα σωματίδια αποθηκεύονται στο κελί που ανήκουν. Με αυτόν τον τρόπο, κατά τον υπολογισμό των δυνάμεων σε κάθε σωματίδιο εξετάζονται μόνο τα σωματίδια των γειτονικών κελιών, και λαμβάνονται υπόψη



PartsInCell

1 2 3 4 ... MaxPartsInCell

1	1	2	5				
2							
...	3	6	7				
Ncells	4						

NPartsInCell

1 2 ... Ncells

3	0	3	1
---	---	---	---

PartsInCell

1 2 3 4 ... MaxPartsInCell

1	1	2	5				
2							
...	3	6	7				
Ncells	4						

NPartsInCell

1 2 ... Ncells

3	0	3	1
---	---	---	---

Particle	Cell
1	1
2	1
3	3
4	4
5	1
6	3
7	3

N=7 Ncells=4

Particle	Cell
1	1
2	1
3	3
4	4
5	1
6	3
7	3

N=7 Ncells=4

Particle	Cell
1	1
2	1
3	3
4	4
5	1
6	3
7	3

N=7 Ncells=4

Εικόνα 11: Τρεις τρόποι αποθήκευσης σωματιδίων, sliding vector, static matrix και linked list αντίστοιχα (από Domínguez et al., 2011 [18])

μόνο εάν η απόσταση μεταξύ τους είναι μικρότερη από το κατώφλι αλληλεπίδρασης. Στην περίπτωση της VL, εκτός των προηγουμένων δομών, δημιουργείται ένα επιπρόσθετο διάνυσμα το οποίο περιέχει τα πραγματικά γειτονικά σωματίδια (αυτά που απέχουν λιγότερο από την απόσταση κατωφλίου) [18].

Η οργάνωση των σωματίδιων στη μνήμη πραγματοποιείται συνήθως με έναν από τους τρόπους της εικόνας 11. Ο πρώτος από αυτούς αποτελείται από ένα κυλιόμενο διάνυσμα sliding vector στον οποίο τα σωματίδια αποθηκεύονται στο διάνυσμα PartsSorted, όπου ομαδοποιούνται σύμφωνα με το κελί όπου ανήκουν. Ένα δεύτερο διάνυσμα, το CellsBegin δείχνει στη θέση όπου τα σωματίδια κάθε κελιού ξεκινούν στο PartsSorted. Στη δεύτερη περίπτωση δημιουργείται ένας στατικός δισδιάστατος πίνακας (static matrix) ονομαζόμενος PartsInCell, κάθε σειρά του οποίου αντιπροσωπεύει ένα κελί και περιέχει τα σωματίδια του. Το κύριο μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ο σταθερός αποθηκευτικός χώρος που απαιτείται, ο οποίος καθορίζεται από τη μέγιστη χωρητικότητα των κελιών, χωρίς να προσαρμόζεται στις πραγματικές ανάγκες της προσομοίωσης. Η τελευταία μέθοδος είναι αυτή της συνδεδεμένης λίστας (linked list), κατά την οποία τα κελιά αποθηκεύονται σαν ένα διάνυσμα δεικτών, καθένας από τους οποίους δείχνει σε μία απλά συνδεδεμένη λίστα που περιέχει τα σωματίδια του αντίστοιχου κελιού. Στο σημείο αυτό να αναφερθεί οτι υπάρχουν πολλές τεχνικές για τη γραμμική διάταξη των κελιών στη μνήμη, όπως η axis-major, όπου τα κελιά γραμμικοποιούνται βάσει της θέσης τους στο τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων:

$$i = i_z * N_x * N_y + i_y * N_x + i_x$$

ή η ευρύτατα χρησιμοποιούμενη διάταξη Z (Z-order ή Morton encoding), που προτάθηκε το 1966 [40], και προσφέρει πολύ καλύτερη διατήρηση τοπικότητας από τον δισδιάστατο στον μονοδιάστατο χώρο.

Όσον αφορά τη σύγκριση μεταξύ CLL και VL, το κύριο μειονέκτημα της VL είναι οι αρκετά μεγαλύτερες απαιτήσεις μνήμης που έχει, καθώς εκτός των δεδομένων της CLL για κάθε σωματίδιο αποθηκεύονται οι πραγματικοί του γείτονες που απέχουν λιγότερο από ένα κατώφλι αλληλεπίδρασης. Ένα από τα πλεονεκτήματά της είναι η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί για περισσότερα του ενός χρονικά βήματα, ωστόσο η βελτίωση που επιτυγχάνεται σε σχέση με την CLL δεν είναι σημαντική, εκτός των περιπτώσεων όπου οι γείτονες προσπελαύνονται πολλές φορές σε κάθε χρονικό βήμα (όπου ο υπολογιστικός φόρτος του υπολογισμού τους αναιρείται πολλαπλά).

Οι παραπάνω δομές δεδομένων είναι ως επί το πλείστον φτιαγμένες για σειριακή μοντέλο επεξεργασίας και δεν προσαρμόζονται βέλτιστα σε νέες SIMD αρχιτεκτονικές. Οι δομές που έχουν προταθεί στηρίζονται στις ίδιες αρχές γίνεται ωστόσο σημαντική προσπάθεια αφενός παραλληλοποίησής τους στην κατασκευή και την πρόσθαση, αφετέρου στην προσαρμογή στους περιορισμούς και αξιοποίηση των ιδιαίτερων δυνατοτήτων της εκάστοτε πλατφόρμας. Ειδικά για τις GPU προτείνονται δομές που αξιοποιούν παράλληλη χωρική ταξινόμηση κατά τη διάταξη Z [23]. Εκτός των υπολογισμών της προσομοίωσης, στη συγκεκριμένη πλατφόρμα μπορούν να ενσωματωθούν εξειδικευμένοι αλγόριθμοι οπτικοποίησης, αναιρώντας έτσι σε μεγάλο βαθμό τον πλεονασμό (redundancy) και τον επιπρόσθετο φόρτο (overhead) που σχετίζονται με μεταφορά των δεδομένων, τοποθέτησή τους σε νέες δομές και ξεχωριστή διαδικασία οπτικοποίησης στην κάρτα γραφικών (graphics pipeline).

3 Υλοποίηση

Η προσομοίωση αποτελείται από δύο βασικά στοιχεία, την ακτογραμμή (terrain) και το ρευστό (fluid). Το ρευστό είναι το δυναμικό στοιχείο, σε αντίθεση με τη στατική ακτογραμμή. Στο πρόγραμμα προσομοίωσης, που σημειώνεται στη μηχανή φυσικής Bullet, δίνονται οι αρχικές συνθήκες του ρευστού (θέση και ταχύτητα) και εισάγεται η ακτογραμμή με τη μορφή τρισδιάστατου τριγωνικού δικτύου επιφάνειας (triangle surface mesh). Στη συνέχεια εκτελείται η προσομοίωση και τα δεδομένα εξάγονται σε αρχεία τύπου VTK που μπορούν εισαχθούν σε ένα από τα πολλά προγράμματα οπτικοποίησης που είναι διαθέσιμα ελεύθερα (λ.χ. ParaView).

3.1 Bullet

Η Bullet είναι μια μηχανή φυσικής που προσομοιώνει ανίχνευση και χειρισμό συγκρούσεων καθώς και δυναμική εύκαμπτων και στερεών σωμάτων. Χρησιμοποιείται ευρύτατα στην παραγωγή ηλεκτρονικών παιχνιδιών και οπτικών εφέ σε ταινίες, ενώ διατίθεται ως ελεύθερο λογισμικό ανοιχτού πηγαίου κώδικα, αναπτυσσόμενη συνεχώς και υποστηριζόμενη από μεγάλη και ενεργή κοινότητα χρηστών.

Η Bullet είναι σχεδιασμένη βάσει αντικειμενοστραφούς αρχιτεκτονικής, καθώς οτιδήποτε, ακόμη και ο ίδιος ο κόσμος της εξομοίωσης με τις όποιες ιδιότητές του αναπαρίσταται με αντικείμενα, τα οποία δημιουργούνται, τροποποιούνται και καταστρέφονται βάσει των αντίστοιχων μεθόδων της κλάσης τους. Ο κόσμος της προσομοίωσης, που ανήκει στην κλάση `btDiscreteDynamicsWorld` δημιουργείται με βάση τέσσερα ορίσματα, εκ των οποίων δύο (`btCollisionConfiguration` και `btDispatcher`) σχετίζονται με τους αλγορίθμους χειρισμού συγκρούσεων και αφήνονται στις προεπιλεγμένες τους κλάσεις. Το τρίτο όρισμα (`btBroadphaseInterface`) αφορά την οργάνωση των σωμάτων της προσομοίωσης στη μνήμη με σκοπό τον εκ των προτέρων αποκλεισμό συγκρούσεων μεταξύ τους για την ελάφρυνση του υπολογιστικού φόρτου. Στην παρούσα εργασία επιλέγεται η κλάση `btDbvtBroadphase` η οποία ταξινομεί δυναμικά τα σώματα της προσομοίωσης σε δομή δένδρου με βάση τα προσανατολισμένα με τους άξονες συντεταγμένων περιβάλλοντα κουτιά τους (AABBs). Το τελευταίο όρισμα (`btConstraintSolver`) καθορίζει τον τρόπο χειρισμού των γεωμετρικών περιορισμών κατά την προσομοίωση. Εδώ επιλέγεται η χρήση του SIS (Sequential Impulse Solver) για την επίλυση πολλαπλών μηχανικών περιορισμών [9]. Τα

σώματα της προσομοίωσης αρχικοποιούνται όπως περιγράφεται στις παραγράφους παρακάτω και προστίθενται στον κόσμο της προσομοίωσης με τη μέθοδο `addRigidBody`.

Η προσομοίωση του κόσμου διεξάγεται σε διακριτά χρονικά βήματα μέσω της μεθόδου `stepSimulation`, η οποία δέχεται τρία ορίσματα, έστω T , k και t αντίστοιχα. Το πρώτο από αυτά καθορίζει το χρονικό διάστημα που θα προσομοιωθεί συνολικά μέχρι το επόμενο στιγμιότυπο της προσομοίωσης (για συλλογή δεδομένων), το δεύτερο το μέγιστο αριθμό εσωτερικών βημάτων εντός αυτού και το τρίτο τη χρονική διάρκεια του εσωτερικού (αδιαίρετου) βήματος της προσομοίωσης (όπως είναι προφανές, θα πρέπει να ισχύει $T \geq k*t$). Η Bullet παρέχει τη δυνατότητα ορισμού μιας `callback` συνάρτησης, η οποία καλείται μετά από κάθε εσωτερικό βήμα της προσομοίωσης και όπως θα αναλυθεί παρακάτω, εκτελεί τον κώδικα που υλοποιεί τη μηχανή SPH για την προσθήκη των δυνάμεων ρευστού στα σωματίδια.

3.2 Ακτογραμμή

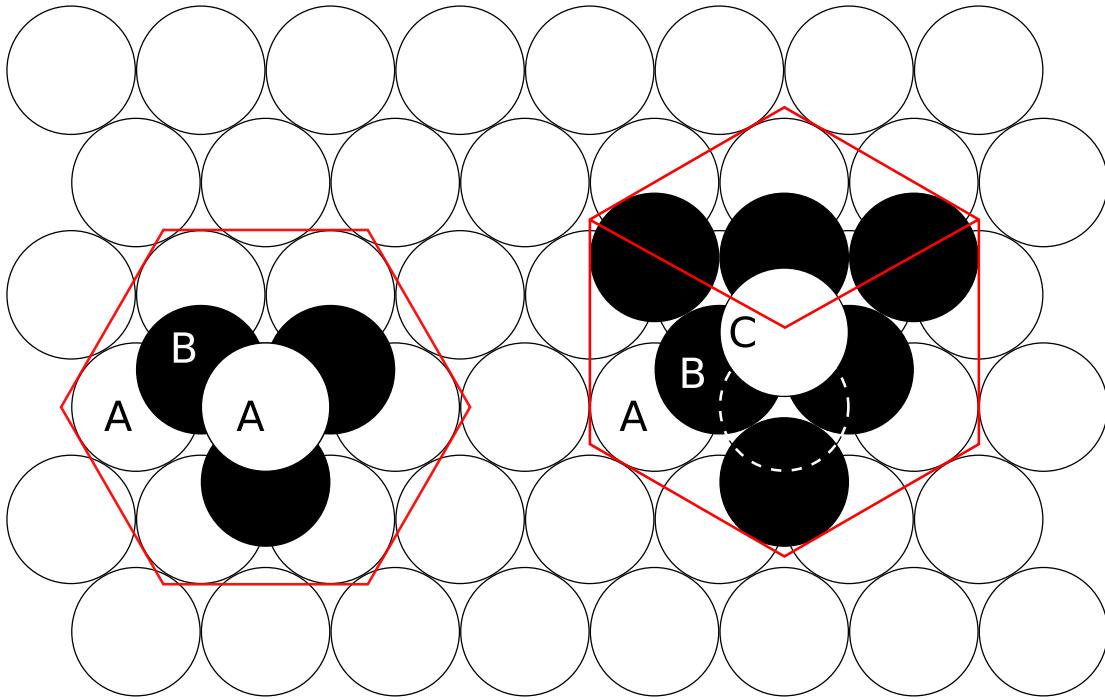
Η ακτογραμμή αναπαρίσταται στο πρόγραμμα σαν ένα στατικό δίκτυο τριγώνων με ιεραρχικούς περιβάλλοντες όγκους (`btBvhTriangleMesh`) της Bullet. Τα δεδομένα του τρισδιάστατου μοντέλου εισάγονται από ένα αρχείο τύπου `obj` στο τριγωνικό δίκτυο αφού κανονικοποιηθούν σε κλίμακα βάσει ενός παράγοντα κλιμάκωσης (scaling factor) και θέση μετακινούμενα στο χώρο προς την αρχή των αξόνων (docking). Γύρω από την ακτογραμμή δημιουργείται και το όριό της (terrain boundary) το οποίο ταυτίζεται με το προσανατολισμένο στους άξονες περιβάλλον κουτί της (AABB). Η κανονικοποιημένη ακτογραμμή και το όριό της εξάγονται και πάλι σε ένα αρχείο τύπου `OBJ`, το οποίο χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με την οπτικοποίηση των υπόλοιπων δεδομένων. Σε κάθε εσωτερικό βήμα της προσομοίωσης συλλέγονται οι ώσεις που ασκεί το ρευστό στην ακτογραμμή σε ειδικό διάνυσμα, το οποίο χρησιμοποιείται για να εξαχθούν οι σχετικές πληροφορίες σε κάθε στιγμιότυπο.

3.3 Ρευστό

3.3.1 Αρχικοποίηση

Σύμφωνα με τη μέθοδο SPH όπως περιγράφηκε έως τώρα, το ρευστό διακριτοποιείται σε σωματίδια τα οποία χρησιμοποιούνται σαν σημεία παρεμβολής σε σταθμισμένα αθροίσματα

για την εκτίμηση των ιδιοτήτων του ρευστού στο χώρο. Λόγω των σημαντικών αποκλίσεων που μπορούν να προκύψουν εξαιτίας της έλλειψης γειτονικών σωματιδίων, η μέθοδος ενδείκνυται κυρίως για την προσομοίωση συμπιεστών ρευστών (αερίων), των οποίων η πυκνότητα δεν είναι σταθερή. Σε ασυμπίεστα ρευστά (υγρά) αντίθετα, όπου τα όρια είναι σαφή, καθίσταται προβληματικός ο υπολογισμός ποσοτητών κοντά σε αυτά λόγω μικρού αριθμού και ανομοιογενώς κατανεμημένων στο χώρο γειτονικών σωματιδίων. Για το λόγο αυτό στην παρούσα προσομοίωση υιοθετήθηκε μια διαφορετική προσέγγιση, όπου τα σωματίδια διαθέτουν υλική υπόσταση στερεών σφαιρών, η οποία μέσω επίλυσης γεωμετρικών περιορισμών σε κάθε βήμα της προσομοίωσης (Position-Based Dynamics – PBD [42]) εξασφαλίζει την ασυμπιεστότητα του ρευστού [35]. Οι γεωμετρικοί περιορισμοί επιλύονται από την Bullet, αποκλείοντας τη δημιουργία εκφυλισμένων περιπτώσεων όσον αφορά τις θέσεις των σωματιδίων, καθώς αυτά εμποδίζονται από το να πλησιάσουν περισσότερο από την απόσταση που υπαγορεύει η ονομαστική πυκνότητα του ρευστού. Επιπλέον, με τη μέθοδο αυτή διευκολύνεται ο χειρισμός των οριακών συνθηκών, χωρίς να απαιτούνται επιπρόσθετες τεχνικές για την αναπλήρωση γειτονικών σωματιδίων. Για την αρχικοποίηση του ρευστού δίνεται η θέση του στο χώρο, η αρχική ταχύτητα και το επιθυμητό πλήθος σωματιδίων στα οποία πρόκειται να διακριτοποιηθεί. Τα σωματίδια προγραμματιστικά είναι δομές particle που εμπλουτίζουν αντικείμενα στερεών σωμάτων btRigidBdy της Bullet με πληροφορίες σχετιζόμενες με το ρευστό, όπως πυκνότητα και πίεση. Η μάζα του ρευστού ισοκατανέμεται στα σωματίδια, τα οποία όντας σφαιρικού σχήματος τοποθετούνται σε τρισδιάστατο εξαγωνικό πλέγμα HCP (Hexagonal Close-Packed), το οποίο επιτυγχάνει τη συνεκτικότερη δυνατή διευθέτηση ίσομεγεθών σφαιρών με κλάσμα κάλυψης χώρου ίσο με $\pi/(3\sqrt{2})$ (ίδιο με την FCC (Face-Centered Cubic), εικόνα 12). Η διευθέτηση αυτή, η οποία αποτελεί μία εκ πολλών προτεινόμενων διευθέτησεων [11, 17], προτιμάται εδώ λόγω της απλότητας και της υψηλής τάξης συμμετρίας της. Η ακτίνα των σωματιδίων υπολογίζεται από το κλάσμα αυτό και τον όγκο του ρευστού, ενώ η ακτίνα εξομάλυνσης h τέτοια ώστε κάθε σωματίδιο να διαθέτει περίπου 50 γειτονικά σωματίδια με τα οποία αλληλεπιδρά, αριθμός που προκύπτει εμπειρικά σύμφωνα με τη



Εικόνα 12: Σύγκριση συνεκτικών διατάξεων σφαιρών στον τρισδιάστατο χώρο, HCP αριστερά και FCC δεξιά (από en.wikipedia.org).

βιβλιογραφία. Στη συνέχεια, τα σωματίδια τοποθετούνται στο πλέγμα στις θέσεις

$$[x, y, z] = \left[2i + [(j+k) \bmod 2], \sqrt{3}[j + \frac{1}{3}(k \bmod 2)], \frac{2\sqrt{6}}{3}k \right] r$$

Μετά την αρχικοποίηση εξάγονται παράμετροι της προσομοίωσης σχετικά με το ρευστό :

Χρονικό βήμα Το χρονικό βήμα καθορίζεται όπως έχει ήδη αναφερθεί από το κριτήριο ευστάθειας CFL, με το χαρακτηριστικό μήκος να αποτελεί η ακτίνα των σωματιδίων και χαρακτηριστική ταχύτητα τη μέγιστη ταχύτητα των σωματιδίων με βάση την αρχική μηχανική ενέργεια του ρευστού.

Πλήθος γειτόνων Στην αρχική κατάσταση όπου τα σωματίδια είναι διευθετημένα στο πλέγμα HCP, γίνεται ανίχνευση γειτόνων ώστε να μετρηθεί ο πραγματικός μέγιστος αριθμός γειτόνων ένός σωματιδίου (ο οποίος δεν είναι σχεδόν ποτέ ακριβώς 50 λόγω διακριτοποίησης).

Καταστατική εξίσωση Καθώς το πρόβλημα της ασυμπιεστότητας λύνεται άμεσα μέσω της επίλυσης γεωμετρικών περιορισμών μεταξύ των σωματιδίων, ως καταστατική εξίσωση

χρησιμοποιείται η γραμμική των ιδανικών αερίων (σχέση 12). Αυτή επιτρέπει μεγαλύτερο χρονικό βήμα και ανοχή όσον αφορά την ευστάθεια στις διακυμάνσεις της υπολογιζόμενης πυκνότητας. Σε περίπτωση υπολογισμού πολύ χαμηλής πυκνότητας μικρότερης από κάποιο κατώφλι (λ.χ. 0.9 της ονομαστικής) αυτή συμβατικά αντικαθίσταται από την ονομαστική, θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν αρκετά γειτονικά σωματίδια για αξιόπιστη εκτίμηση.

Συντελεστής πυκνότητας Λόγω της εξάρτησης των πυρήνων εξομάλυνσης από την ακτίνα εξομάλυνσης, αλλά και της μάζας των σωματιδίων από τη διακριτοποίηση, το σταθμισμένο άθροισμα της εκτίμησης της πυκνότητας δεν ισούται με την πραγματική πυκνότητα του ρευστού, αλλά σχετίζεται αναλογικά με έναν συντελεστή, ο οποίος εξάγεται κατά το στάδιο αυτό. Ο συντελεστής αυτός χρησιμοποιείται για την αναλογική αντιστοίχιση της αδιάστατης πυκνότητας με την πραγματική και υπολογίζεται με βάση τη μέγιστη πυκνότητα των σωματιδίων κατά την ανίχνευση γειτόνων στην αρχική κατάσταση όπως αναφέρεται παραπάνω.

3.3.2 Αναπαράσταση

Στις προσομοιώσεις SPH χρησιμοποιούνται διάφορες δομές δεδομένων με σκοπό τη βελτιστοποίηση της πρόσθασης και ενημέρωσης σε γειτονικά σωματίδια, όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3.8. Για την καλύτερη απόδοση της παρούσας προσομοίωσης αναπτύχθηκε εξειδικευμένη δομή δεδομένων, στο εξής καλούμενη LP grid, υπεύθυνη όχι μόνο για την αποθήκευση των σωματιδίων, αλλά και τιμών βαθμωτών πεδίων του χώρου σε ενιαίο πλαίσιο οργάνωσης. Ο χώρος της προσομοίωσης διαιρείται σε ένα κυβικό πλέγμα προσανατολισμένο με το τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων, με το βήμα του πλέγματος (μήκος πλευράς των κύβων) να ισούται με την ακτίνα εξομάλυνσης της προσομοίωσης. Με τον τρόπο αυτό όλοι οι γείτονες ενός σωματιδίου βρίσκονται στα 26 κελιά που περιβάλλουν το κελι οποίο ανήκει. Η διάταξη των κελιών στη μνήμη έχει στόχο την διατήρηση της τοπικότητας (locality preserving, εξ ου και η ονομασία), ώστε κελιά που βρίσκονται κοντά στον τρισδιάστατο χώρο να βρίσκονται κοντά και στη μνήμη (η οποία είναι μονοδιάστατη και γραμμική). Έτσι, με την αντιγραφή ενός τμήματος κυρίας μνήμης (RAM) στην κρυφή μνήμη (cache) αυξάνεται η πιθανότητα τα δεδομένα γειτονικών σωματιδίων να μεταφέρονται συντονισμένα στην κρυφή μνήμη, με αποτέλεσμα την αύξηση του λόγου hit/miss και συνακόλουθα της ταχύτητας του προγράμματος.

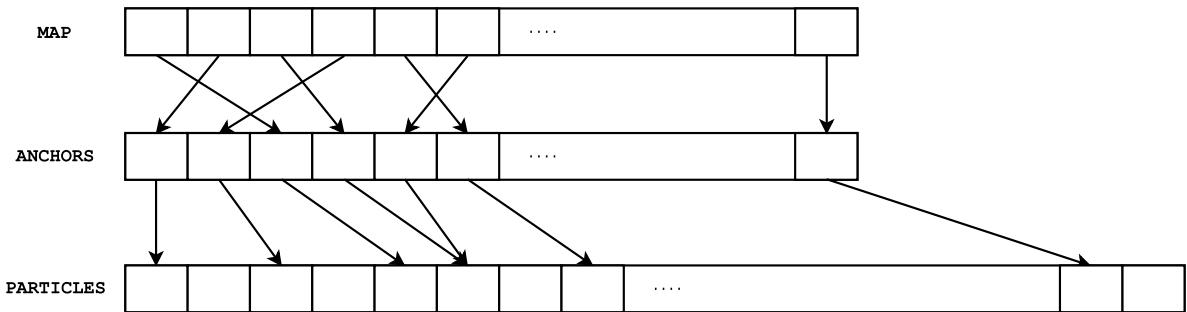
Οργάνωση Στη δομή `lp_grid` αποθηκεύονται διάφορες παράμετροι της προσομοίωσης όπως η αρχή του (`origin`), το βήμα του (`step` που ισούται με την ακτίνα εξομάλυνσης `smoothing_radius`), το πλήθος των κελιών κατά μήκος κάθε άξονα (`x`, `y`, `z`), όπως και το πλήθος κελιών και σωματίδιων (`cell_count`, `particle_count`). Επίσης, όπως φαίνεται και στο σχήμα 13, η δομή περιλαμβάνει τρία διανύσματα δεικτών:

MAP Στο διάνυσμα αυτό αποθηκεύονται δείκτες προς θέσεις εντός του `anchors`. Σκοπός του `map` είναι η διευθυνσιοδότηση σύμφωνα με τη βέλτιστη για τη διατήρηση της τοπικότητας διάταξή των κελιών (αντιστοίχιση τρισδιάστατου χώρου σε μονοδιάστατο). Διαθέτει `cell_count+1` θέσεις, με το επιπλέον στοιχείο να αντιστοιχεί σε ένα εικονικό κελί που περιέχει σωματίδια εκτός ορίων του πλέγματος.

ANCHORS Κάθε δείκτης του διάνυσματος αυτού σηματοδοτεί την αρχή του εκάστοτε κελιού (το πρώτο σωματίδιο) στο διάνυσμα `particles`. Τα κελιά αντιπροσωπεύονται διατεταγμένα προς διατήρηση τοπικότητας στο `anchors` και τα σωματίδια κάθε κελιού αποθηκεύονται σε διαδοχικές θέσεις του `particles`. Συνεπώς για τα στοιχεία του διάνυσματος αυτού ισχύει $a[i-1] \leq a[i]$ (στην περίπτωση που $a[i-1] = a[i]$, το κελί που αντιστοιχεί στο $a[i-1]$ δεν περιέχει κανένα σωματίδιο). Το διάνυσμα διαθέτει και αυτό `cell_count+1` θέσεις.

PARTICLES Το διάνυσμα αυτό διαθέτει `particle_count+1` θέσεις και περιέχει τα σωματίδια της προσομοίωσης, ενώ κάθε πραγματικό κελί i στην προσομοίωση αντιπροσωπεύεται από το ζεύγος δεικτών $a[i]$, $a[i+1]$. Η επιπλέον θέση στο τέλος του διάνυσματος χρησιμοποιείται για έγκυρο δείκτη τέλους του τελευταίου (εικονικού) κελιού (τα σωματίδια του οποίου αποθηκεύονται στις τελευταίες θέσεις του `particles`), καθώς και για έγκυρη αρχικοποίηση (κατά τη διάρκεια της οποίας, όπως θα φανεί παρακάτω, υπάρχει δείκτης προς τη θέση αυτή).

Η πρόσθαση στα κελιά του πλέγματος γίνεται με καθοδήγηση μέσω δεικτών (pointer cascading). Έστω οτι ζητούνται τα περιεχόμενα του κελιού στη διεύθυνση (i , j , k) του πλέγματος. Η τρισδιάστατη διεύθυνση μετατρέπεται σε μονοδιάστατη (έναν αριθμητικό δείκτη) μέσω μιας συνάρτησης `linearize`, η οποία αρκεί να υπολογίζει διαφορετικό αποτέλεσμα για κάθε έγκυρη τρισδιάστατη διεύθυνση εισόδου και να έχει πεδίο τιμών εντός του διαστήματος $[0, cell_count]$, προκειμένου η έξοδος να αποτελεί έγκυρη διεύθυνση για

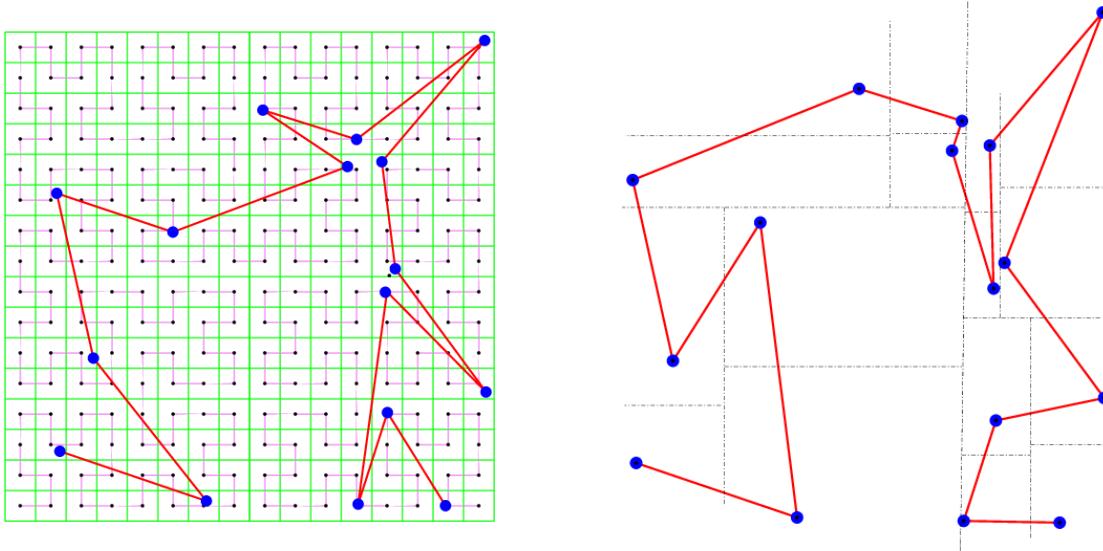


Εικόνα 13: Τα τρία διανύσματα διευθυνσιοδότησης και αποθήκευσης του `lp_grid`, μέσω των οποίων επιτυγχάνεται γρήγορη πρόσβαση και αποτελεσματική για τη διατήρηση της τοπικότητας διάταξη των σωματιδίων στη μνήμη.

το διάνυσμα `map`. Τότε η αρχή του κελίου είναι ο δείκτης `a[c] = *map[linearize(i, j, k)]` και το τέλος `a[c+1]`, με αποτέλεσμα τα σωματίδια του κελιού να βρίσκονται με έναν απλό βρόχο επανάληψης ανάμεσα στους δύο δείκτες, συμπεριλαμβανομένου του αρχικού, αλλά όχι του τελικού (δείκτης στο πρώτο σωματίδιο του επόμενου κελιού).

Αρχικοποίηση Η δημιουργία του `lp_grid` γίνεται σε τέσσερα στάδια:

1. Καθορίζεται η αρχή του πλέγματος, το βήμα, το πλήθος κελιών και σωματιδίων του και δεσμεύεται βάσει αυτών χώρος στη μνήμη.
2. Τα κελιά του πλέγματος ταξινομούνται στο χώρο (spatial sort, εικόνα 14) κατά μήκος μιας καμπύλης πλήρωσης χώρου (space-filling curve, όπως η διάταξη Z και η καμπύλη Hilbert), με στόχο τη διατήρηση της τοπικότητας στην τελική γραμμική διάταξη κατά το μέγιστο δυνατό βαθμό. Στη συνέχεια αρχικοποιείται το διάνυσμα `map`, ώστε στη θέση `map[linearize(i, j, k)]` να υπάρχει δείκτης στην αντίστοιχη θέση του `anchors` σύμφωνα με τη χωρική ταξινόμηση των κελιών.
3. Κατασκευάζεται το διάνυσμα `cell_pc` στις θέσεις του οποίου αποθηκεύεται το πλήθος των σωματιδίων σε κάθε κελί. Κατά τη διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται η συνάρτηση `particle_anchor`, η οποία παίρνει ως όρισμα το `lp_grid` και ένα σωματίδιο και επιστρέφει ένα δείκτη στον `anchor` του κελιού που περιέχει το σωματίδιο. Στη συνέχεια σύμφωνα με το `cell_pc` αρχικοποιούνται οι δείκτες στο διάνυσμα `anchors`.
4. Τα σωματίδια αποθηκεύονται στο διάνυσμα `particles`, στη θέση που δείχνει ο `anchor` του κελιού που ανήκουν, ενώ μετά από κάθε προσθήκη ο `anchor` αυξάνεται κατά 1



Εικόνα 14: Δύο διαφορετικοί τρόποι χωρικής ταξινόμησης (spatial sort) κατά μήκος της καμπύλης Hilbert. Αριστερά διαχωρίζοντας κάθε υποτετράγωνο στο μέσο, δεξιά κατασκευάζοντας ένα δισδιάστατο δένδρο προσαρμοσμένο στο σύνολο σημείων, εναλλακτικά για τους δύο άξονες επιλέγοντας σαν οδηγό το μεσαίο (median) σημείο (εικόνα από doc.cgal.org)

(δείχνει στην επόμενη θέση του particles). Στο τέλος της διαδικασίας κάθε anchor δείχνει στην αρχή του επόμενου κελιού (και ο τελευταίος στην τελευταία επιπλέον θέση του particles). Ο πρώτος anchor επαναφέρεται στην αρχή του particles και κάθε επόμενος εκεί που δείχνει ο προηγούμενός του.

Ακολουθεί ψευδοκώδικας για τη συνάρτηση `make_lp_grid` που δημιουργεί ένα `lp_grid`¹:

```
lp_grid make_lp_grid(domain dom, fluid fl)
|   lp_grid lpg;
|   allocate_lp_grid (&lpg, dom, fl);
|   point cc[lpg.cell_count] = spatial_sort(collect_cell_centers(lpg));
|
|   // MAP initialization according to spatial sort.
|   for int i = 0 below lpg.cell_count:
|       lpg.map[linearize(cc[i].x, cc[i].y, cc[i].z)] = lpg.anchors + i;
|   lpg.map[lpg.cell_count] = lpg.anchors + lpg.cell_count;
```

¹Ονόματα μεταβλητών που λήγουν σε ρ υποδηλώνουν ότι η μεταβλητή αποτελεί δείκτη

```

| // Store the particle count for each cell.
| ptrdiff cell_pc[lpg.cell_count+1] = {0};
| for particle p in fl.particles:
| | cell_pc[particle_anchor(lpg, p) - lpg.anchors]++;
| for int anchor_offset = 0; int i = 0 upto lpg.cell_count:
| | lpg.anchors[i] = lpg.particles + anchor_offset;
| | anchor_offset += cell_pc[i];
|
| // Populate particle array and reset anchors
| for particle p in fl.particles:
| | anchor* ap = particle_anchor(lpg, p);
| | **ap = p;
| | (*ap)++;
| for int i = lpg.cell_count above 0:
| | lpg.anchors[ai] = lpg.anchors[ai-1];
| lpg.anchors[0] = lpg.particles;
|
| return lpg;

```

Ενημέρωση Μετά από κάθε βήμα της προσομοίωσης τα σωματίδια έχοντας μετακινηθεί ενδέχεται να βρίσκονται σε διαφορετικό κελί του πλέγματος, το οποίο πρέπει πλέον να ενημερωθεί. Τα σωματίδια ελέγχονται με τη σειρά και σε περίπτωση σφάλματος, γίνεται κυκλική μετακίνηση κατά μία θέση (shift) δεξιά/αριστερά στο τμήμα του διανύσματος particles μεταξύ της τρέχουσας και ορθής θέσης του σωματιδίου και αντίστοιχη μετακίνηση (± 1) των anchors του τμήματος αυτού. Στη χειρότερη περίπτωση η διαδικασία αυτή έχει απαγορευτική ασυμπτωτική συμπεριφορά ($O(n^2)$) σε συνήθεις όμως περιπτώσεις απαιτεί πολύ λιγότερο χρόνο, διότι:

- Κατά κανόνα μικρό πλήθος σωματιδίων αλλάζουν κελί σε κάθε βήμα, δεδομένου ότι τα κελιά είναι αρκετά μεγάλα σε σχέση με το μέγεθος και την ταχύτητα των σωματιδίων.
- Η διατήρηση της τοπικότητας εξασφαλίζει ότι τα κελιά άφιξης και προορισμού του σωματιδίου (τα οποία αναμένεται να είναι γειτονικά σε λογικό χρονικό βήμα) βρίσκο-

νται κοντά στη γραμμική αναπαράσταση, με αποτέλεσμα η διαδικασία ενημέρωσης να αφορά μικρό τμήμα των διανυσμάτων `particles` και `anchors`.

Στη συνέχεια παρατίθεται ψευδοκώδικας για τη συνάρτηση `update_lp_grid`²:

```
void update_lp_grid (lp_grid lpg)
| anchor ta;
| particle tmp_storage;
| for anchor* iap = lpg.anchors below lpg.anchors + lpg.cell_count:
| | for anchor ia = *iap below *(iap + 1):
| | | anchor* tap = particle_anchor(lpg, *ia);
| | | if iap != tap:
| | | | tmp_storage = *ia;
| | | | if iap < tap:
| | | | | ta = *tap - 1;
| | | | | for anchor* ap = iap + 1 upto tap: (*ap)--;
| | | | | for anchor a = ia below ta: *a = *(a + 1);
| | | | | *ta = tmp_storage;
| | | | | ia--;
| | | | else:
| | | | | ta = *(tap + 1);
| | | | | for anchor* ap = iap above tap: (*ap)++;
| | | | | for anchor a = ia above ta: *a = *(a - 1);
| | | | | *ta = tmp_storage;
| return;
```

Όπως φαίνεται παραπάνω, στο βρόχο επανάληψης ελέγχεται κάθε σωματίδιο για το αν βρίσκεται αποθηκευμένο στο τμήμα του `particles` που αντιστοιχεί στο κελί στο οποίο βρίσκεται βάσει της θέσης του στο χώρο. Αν βρίσκεται αριστερότερα, μετακινείται στην πρώτη θέση του ορθού κελιού αποθήκευσης μέσω αριστερής κυκλικής ολίσθησης ανάμεσα στις δύο θέσεις, ενώ στην αντίθετη περίπτωση μετακινείται στην τελευταία του θέση μέσω

²Μεταβλητές των οποίων το όνομα ξεκινά με `i` αφορούν την τρέχουσα/αρχική θέση του σωματιδίου (initial) πριν την ενημέρωση, ενώ με `t` την τελική/ορθή (terminal)

δεξιάς κυκλικής ολίσθησης μεταξύ αυτών των θέσεων. Στη συνέχεια ενημερώνονται κατάληλα οι anchors που δείχνουν στο τμήμα όπου λαμβάνει χώρα η ολίσθηση. Τέλος, στην περίπτωση αριστερής ολίσθησης στην τρέχουσα θέση του βρόχου ελέγχου βρίσκεται μη ελεγμένο σωματίδιο και για το λόγο αυτό η μεταβλητή ελέγχου του βρόχου ια μειώνεται κατά ένα (ο έλεγχος γίνεται από τα αριστερά προς τα δεξιά στο διάνυσμα particles).

3.3.3 Προσομοίωση

Για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων του ρευστού είναι απαραίτητος ο υπολογισμός πολλών σταθμισμένων αθροισμάτων που εξαρτώνται από τις ιδιότητες αλλά και την απόσταση μεταξύ σωματιδίων. Για να εξασφαλιστεί η διατήρηση της ορμής, οι αμοιβαίς συνεισφορές στα αθροίσματα αυτά συμμετρικοποιούνται (2.3.2), με αποτέλεσμα να λαμβάνουν τη μορφή αλληλεπίδρασης. Συνεπώς ο υπολογιστικός φόρτος μειώνεται στο μισό εάν κάθε αλληλεπίδραση ληφθεί υποψη μία φορά για κάθε ζεύγος σωματιδίων, εξετάζοντας μόνο τα μισά κελιά γύρω από το τρεχον κελί κατά τη σάρωση του πλέγματος (αυτά που έχουν ελεγχθεί νωρίτερα, προκειμένου να αυξηθεί η πιθανότητα τα σωματίδια τους να βρίσκονται ήδη στην κρυφή μνήμη). Η σάρωση του πλέγματος εκτελείται παράλληλα από πολλά νήματα (threads), μετά το διαχωρισμό του πλέγματος σε τμήματα (segments) καταλλήλου μεγέθους, το οποίο καθορίζεται κατά την αρχικοποίηση του LP grid. Εμπειρικά υιοθετήθηκε ως μέγεθος τμήματος σε κάθε διάσταση η τετραγωνική ρίζα του μήκους της, καθώς επιτυγχάνει ικανοποιητικό συμβιθασμό μεταξύ κατανομής υπολογιστικού φόρτου (load distribution) και επιπρόσθετου έργου (overhead).

Η προσομοίωση πραγματοποιείται σε σταθερό εσωτερικό χρονικό βήμα και ανά συγκεκριμένο αριθμό βημάτων εξάγεται και ένα στιγμιότυπο (frame), το οποίο περιέχει πληροφορίες για τα σωματίδια, το ρευστό και την ακτογραμμή. Τα αρχεία VTK που αναπαριστούν το στιγμιότυπο ονομάζονται σύμφωνα με τον αύξοντα αριθμό αυτού, ώστε τελικά να σχηματίζουν μια χρονοσειρά (file- ή time-series). Οι συγκρούσεις και οι περιορισμοί ανάμεσα στα υλικά σώματα επιλύονται από την Bullet, ενώ οι εσωτερικές δυνάμεις του ρευστού υπολογίζονται μέσω κατάλληλα ορισμένης συνάρτησης που καλείται μετά από κάθε εσωτερικό βήμα στον κύριο βρόχο της προσομοίωσης (tick callback). Συνοπτικά εντός αυτής εκτελούνται τα εξής βήματα:

1. Καταγραφή/αποθήκευση των ώσεων (impulses) του ρευστού προς την ακτογραμμή.

2. Ενημέρωση του πλέγματος αποθήκευσης των σωματιδίων.
3. Καθαρισμός δεδομένων των σωματιδίων που πρόκειται να επανυπολογιστούν.
4. Ανιχνευση αλληλεπιδράσεων με σάρωση όλου του πλέγματος.
5. Υπολογισμός πυκνότητας στις θέσεις των σωματιδίων μέσω προοδευτικής άθροισης των αμοιβαίων συνεισφορών των αλληλεπιδρώντων ζευγών.
6. Υπολογισμός πίεσης στις ίδιες θέσεις μέσω της καταστατικής εξίσωσης του ρευστού, συναρτήσει της πυκνότητας.
7. Υπολογισμός και εφαρμογή των ώσεων που υπολογίζονται ως το γινόμενο των δυνάμεων πίεσης/ιξώδους και του χρονικού βήματος. Οι δυνάμεις είναι αντισυμμετρικές σε κάθε ζεύγος αλληλεπίδρασης, και οι μεν πίεσης είναι ανάλογες της διαφοράς πίεσης μεταξύ των δύο σημείων, οι δε ιξώδους της διαφοράς ταχυτήτων.

Για την ανακατασκευή της επιφάνειας του ρευστού υπολογίζεται σε διατεταγμένα σημεία το χρωματικό πεδίο (color field), ένα βαθμωτό πεδίο που ισοδυναμεί με την αδιάστατη πυκνότητα του ρευστού σε κάθε σημείο του χώρου (δηλαδή υπό την παραδοχή ότι κάθε σωματίδιο έχει μάζα ίση με 1). Τα κελιά του πλέγματος υποδιαιρούνται σε κυβικά υποκελιά, στις γωνίες των οποίων υπολογίζονται οι τιμές του χρωματικού πεδίου, από τις οποίες στη συνέχεια οπτικοποιείται η επιφάνεια του ρευστού ως ισοεπιφάνεια του πεδίου. Παρόμοια, για τη συνολική απεικόνιση των ώσεων του ρευστού προς την ακτογραμμή, κατασκευάζεται το αθροιστικό πεδίο ώσεων (impulse field). Τα δείγματα του πεδίου αυτού υπολογίζονται στα ίδια σημεία με το χρωματικό πεδίο προσθέτοντας το μέτρο κάθε καταγραφόμενης ώσης στο κοντινότερο σημείο δειγματοληψίας μετά από κάθε βήμα της προσομοίωσης.

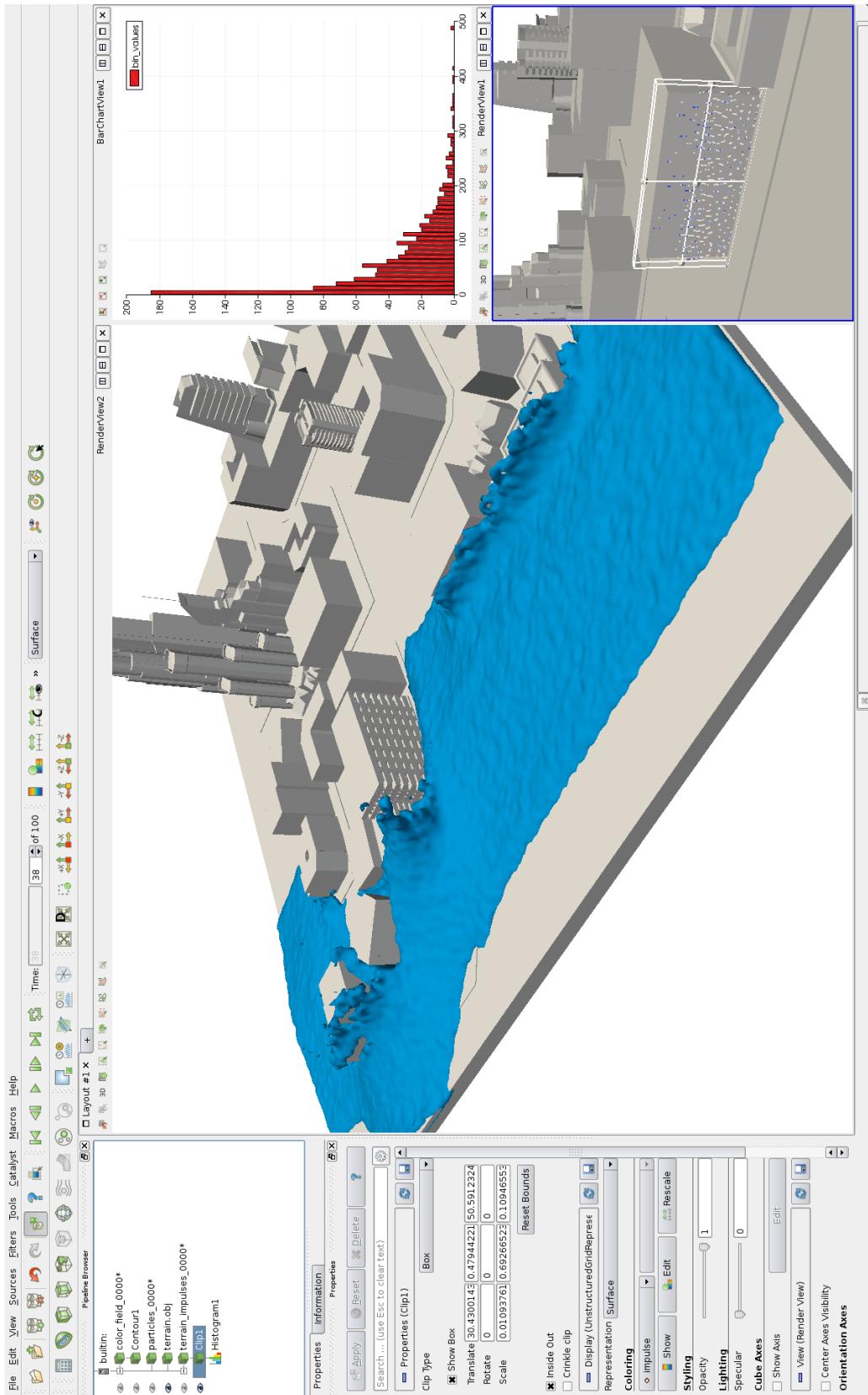
4 Αξιολόγηση – Αποτελέσματα

4.1 Προσομοιώσεις

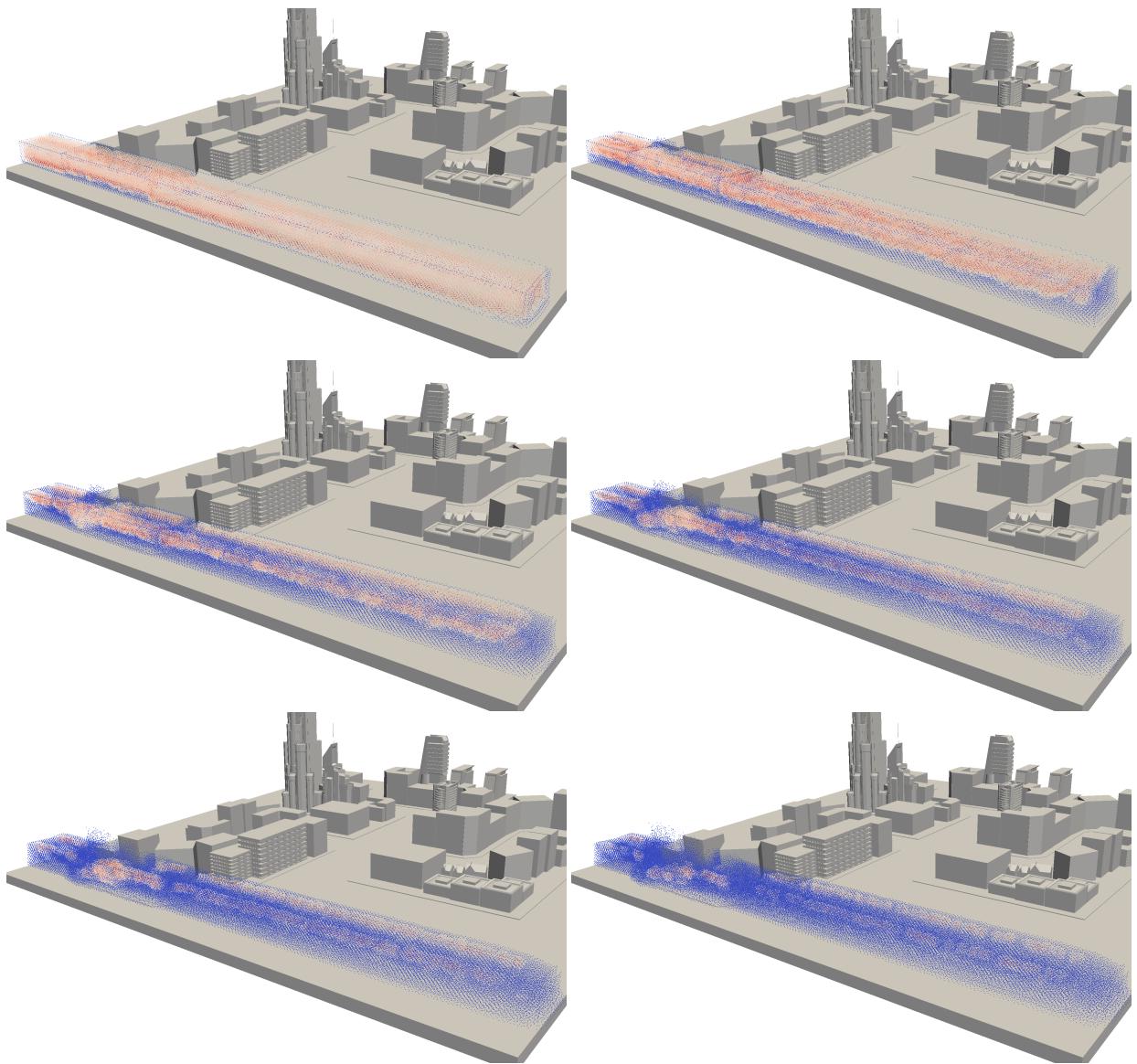
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα διαφόρων προσομοιώσεων. Τα αποτελέσματα εξάγονται από το πρόγραμμα προσομοίωσης με τη μορφή αρχείων κειμένου VTK, τα οποία στη συνέχεια μπορούν να οπτικοποιηθούν και να διερευνηθούν διαδραστικά μέσω διαφόρων ειδικών προγραμμάτων. Στην παρούσα εργασία, ως πρόγραμμα οπτικοποίησης χρησιμοποιήθηκε το ParaView, που αναπτύσσεται και διανέμεται ως ελεύθερο λογισμικό από το Los Alamos National Laboratory, το Sandia National Laboratory και την εταιρεία Kitware. Το ParaView τρέχει σε όλα τα ευρέως χρησιμοποιούμενα λειτουργικά συστήματα (Unix/Linux, MS Windows, Mac OS X), διαθέτει αρχιτεκτονική client - server για την οπτικοποίηση δεδομένων που βρίσκονται σε δίκτυο, υποστηρίζει αρχιτεκτονικές κατανεμημένης επεξεργασίας ενώ δημιουργεί LOD (Level of Detail) οπτικοποιήσεις για την διατήρηση διαδραστικού αριθμού FPS ακόμα και για μεγάλου όγκου δεδομένα.

Στην εικόνα 15 φαίνεται σε στιγμιότυπο οθόνης το περιβάλλον του ParaView κατά την οπτικοποίηση μιας προσομοίωσης 85k σωματιδίων. Στην αριστερή στήλη διακρίνεται το δένδρο με τις χρονοσειρές δεδομένων, στο κορυφαίο επίπεδο του οποίου υπάρχουν το χρωματικό πεδίο (color_field), τα σωματίδια της προσομοίωσης (particles), οι ώσεις του ρευστού προς την ακτογραμμή (terrain_impulses) και το μοντέλο της ακτογραμμής (terrain.obj). Το ίδιο σύνολο δεδομένων μπορεί να οπτικοποιηθεί ταυτόχρονα με πολλούς τρόπους, σε διάφορα RenderViews. Στο RenderView2 έχει επιλεγεί η απεικόνιση του μοντέλου της ακτογραμμής σε γενική άποψη καθώς και της ισοεπιφάνειας του χρωματικού πεδίου, η οποία δεδομένου ότι το χρωματικό πεδίο αντιπροσωπεύει την αδιάστατη πυκνότητα του ρευστού αποτελεί μια αποδεκτή προσεγγιστική ανακατασκευή της επιφάνειάς του. Στο RenderView1 έχει επιλεγεί η εστιασμένη απεικόνιση τμήματος της ακτογραμμής σε συνδυασμό με τις εντός του κουτιού επιλογής (clip) ώσεις προς αυτήν, οι οποίες είναι χρωματικά διαφορετικές αναλόγως του μεγέθους τους και αναπαρίστανται σε ιστόγραμμα (BarChartView1), όπου είναι εύκολο να παρατηρηθεί η κατανομή της ορμής στα σωματίδια.

Όσον αφορά τις δυνάμεις που ασκούνται εντός του ρευστού, στις εικόνες 16 και 17 απεικονίζονται σε διαδοχικά στιγμιότυπα τα σωματίδια της ίδιας προσομοίωσης, χρωματικά κωδικοποιημένα με βάση τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά λόγω πίεσης και ι-



Εγκόντα 15: Οπτικοποίηση προσσομοίωσης του αυτού 85k σωμάτων στο ParaView, στη γρήγορη οθόνη. Αριστερά φαίνεται το τεραρχικό δένδρο των δεδομένων που οπτικοποιούνται, σημειώνοντας ότι ανακατασκευή της επιφάνειας του ρευστού σε συνδυασμό με το μοντέλο της ακτογραμμής, ενώ δεξιά οι ώστες που απεικονίζουν την καθούσα του μοντέλου καθώς και γραφική απεικόνιση αυτών σε τιτάνγραμμα.



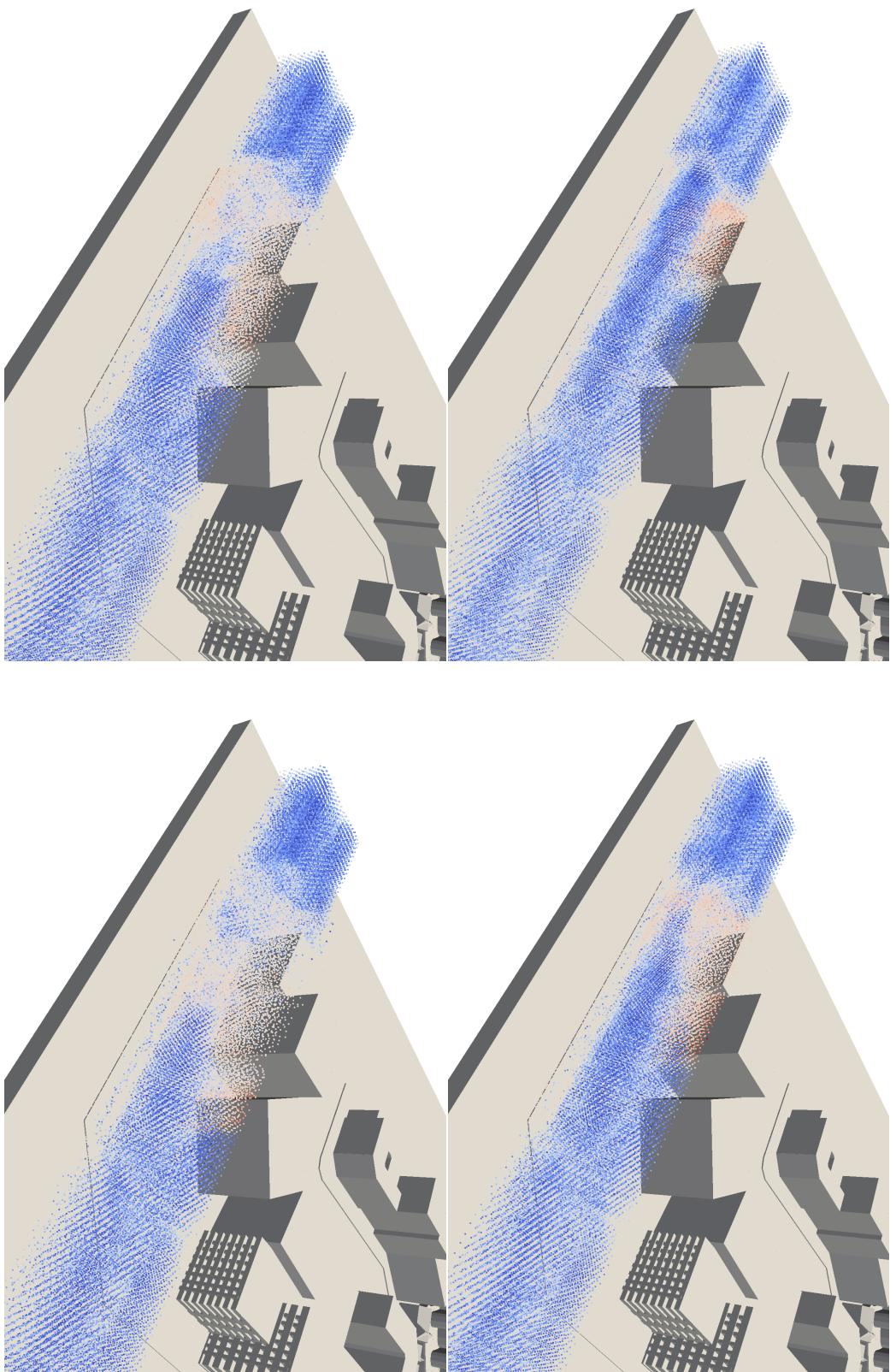
Εικόνα 16: Διαδοχικά στιγμιότυπα προσομοίωσης όπου αποτυπώνεται η διάδοση της ώσης του εδάφους στη υπερκείμενη στήλη νερού με τη μορφή δυνάμεων πίεσης. Τα σωματίδια της προσομοίωσης αναπαρίστανται με σημεία χρωματισμένα σύμφωνα με το μέτρο των δυνάμεων πίεσης που ασκούνται στο καθένα (θερμότητα χρώματος ανάλογη του μέτρου της δύναμης).

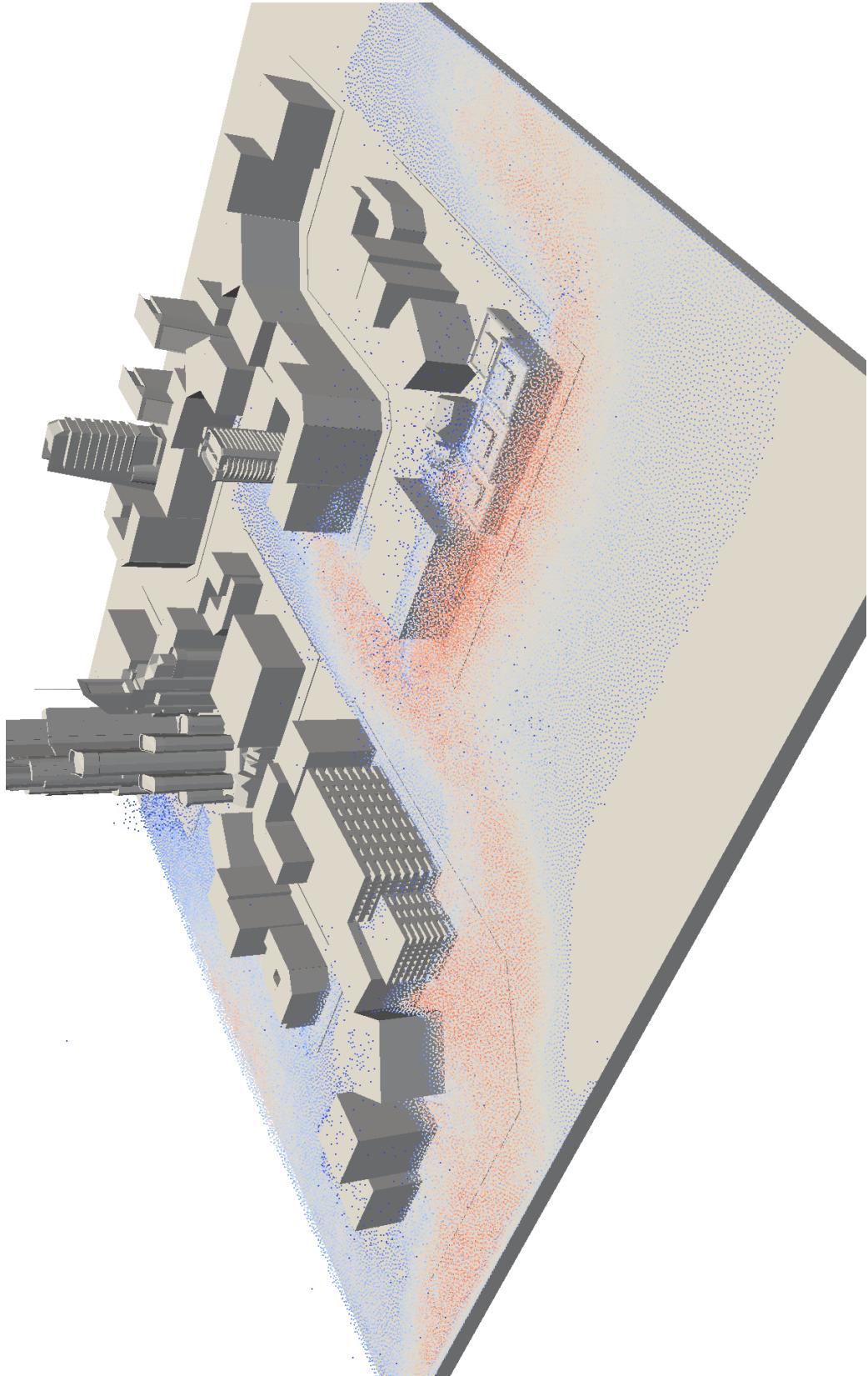
ξώδους αντίστοιχα. Το τσουνάμι αναπαρίσταται σαν ένας όγκος νερού που εισβάλλει στην ακτογραμμή με μια σταθερή ταχύτητα. Η προσέγγιση αυτή βρίσκεται αρκετά κοντά στην πραγματικότητα, δεδομένου ότι τα τσουνάμι εκδηλώνονται ως μερικές επαναλαμβανόμενες, ορμητικές παλλίροιες της θάλασσας, με μεγάλους όγκους νερού να ρέουν προς την ενδοχώρα. Στην εικόνα 16 παρατηρείται η διάδοση της ώστης του εδάφους στα αρχικά στάδια της προσομοίωσης μέσω δυνάμεων πίεσης στη σχετικά άθικτη ακόμα υδάτινη στίλη (θερμότητα χρώματος ανάλογη του μέτρου της δύναμης). Παρόμοια χρωματισμένες στην εικόνα 17 διακρίνονται οι δυνάμεις ιξώδους, που οφείλονται στη διαφορά ταχύτητας μεταξύ γειτονικών σωματιδίων και ως εκ τούτου είναι ισχυρές κατά την πρόσκρουση του ρευστού σε εμπόδια, όπου τημήματά του αλλάζούν ταχύτητα σε σχέση με τα κοντινά τους. Στην εικόνα 18 τα σωματίδια κωδικοποιούνται χρωματικά σύμφωνα με το πλήθος γειτονικών σωματιδίων εντός της ακτίνας εξομάλυνσης της προσομοίωσης. Όπως φαίνεται, λόγω της φύσης της προσομοίωσης (ροή σε ανοιχτό χώρο με πολύπλοκα όρια) το ρευστό διαθέτει υψηλό λόγο επιφάνειας προς όγκο, με αποτέλεσμα μεγάλο του μέρος να υποφέρει από υποδειγματοληψία. Για το λόγο αυτό υιοθετήθηκαν (όπως αναλύθηκε και στην παράγραφο 3.3.1) γεωμετρικοί περιορισμοί μεταξύ των σωματιδίων για την αναπλήρωση της χαμένης πληροφορίας.

4.2 Συμπεράσματα

Όπως φαίνεται στην εικόνα 20, έγιναν διάφορες προσομοιώσεις πρόσπιτωσης τσουνάμι έναντι αρκετών μοντέλων πόλεων, από τις οποίες απεικονίζεται το heatmap των ώσεων που ασκεί το κύμα στην ακτογραμμή, υπολογιζόμενο αθροιστικά από όλες τις καταγραφόμενες ώσεις (παράγραφος 3.3.3). Όπως εύκολα μπορεί να παρατηρηθεί, το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας του κύματος απορροφάται από το πρώτο εμπόδιο που αυτό συναντά. Η παρατήρηση αυτή έρχεται σε πλήρη συμφωνία τόσο με την εμπειρία από πραγματικά περιστατικά, όσο και από άλλες αναφορές στη βιβλιογραφία. Χαρακτηριστικό παράδειγμα από πρόσφατο κρούσμα τσουνάμι αποτελεί το τσουνάμι στον Ινδικό Ωκεανό στις 26 Δεκεμβρίου 2004, όπου περιοχές που προστατεύονταν κατά μήκος της ακτογραμμής από δάση ριζοφόρων δέντρων (mangroves) υπέστησαν πολύ μικρότερο συγκριτικά πλήγμα [13, 30], ενώ ποσοτικές προβλέψεις που προέκυψαν από προσεγγιστικές θεωρητικές αναλύσεις του φαινομένου αυτού συμφωνούν με μετρήσεις μεγεθών του κύματος, όπως του ύψους του [55]. Το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει στην κατασκευή τεράστιων κυματοθραυστών σε περιοχές με

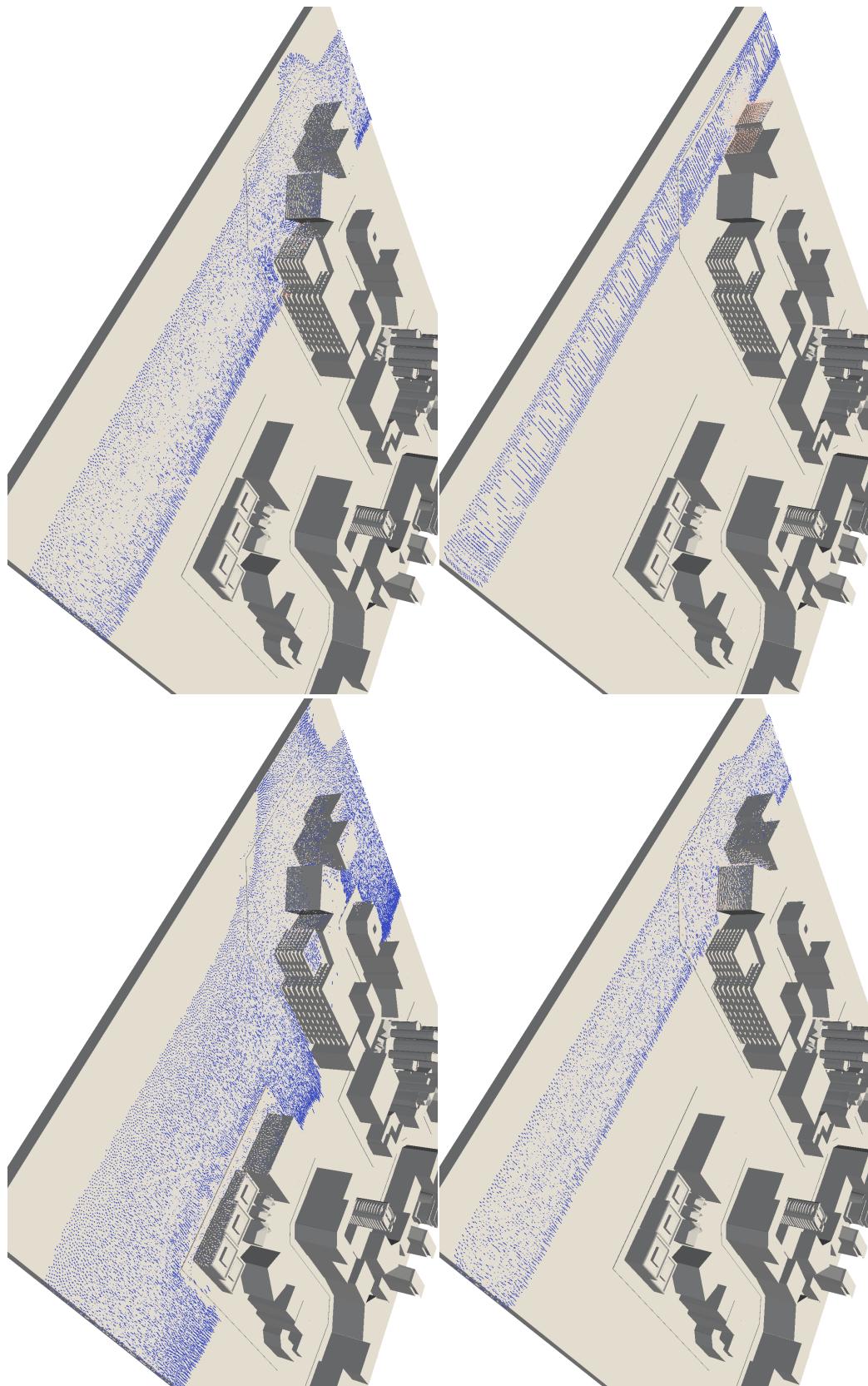
Εικόνα 17: Διαδοχικά στιγμιότυπα προσπομοίωσης όπου αποτυπώνεται χρωματικά στα οικαδιά το μέτρο της δύναμης που τους ασκείται λόγω ξέρδους του ρευστού. Η δύναμη του ξέρδους είναι ανάλογη της διαφοράς ταχύτητας μεταξύ γεωτοπικών σωματιδίων, και λόγω αυτού έχουν οπιμαντικό μέγεθος στις προσκρούσεις με εμπόδια, δεδομένης της απότομης αλλαγής ταχύτητας τηήματος του ρευστού (θερμότητα χρώματος ανάλογη του μέτρου της δύναμης).





Εικόνα 18: Σπιγμούστυπο προσομοίωσης όπου αναπαρίσταται χρωματικά ο αριθμός των δειγμάτων (χειρονικών σωματιδίων) που διατίθενται για την εκίνηση των μνοτήλων του ρευστού (διακήμανση από σκούρο μπλε μέχρι έντονο κόκκινο. Ο ύφασμας 52 δειγμάτων αντίστοιχα στην παρούσα περίπτωση). Λόγω της φύσης της προσομοίωσης (ροή σε ανοιχτό χώρο) είναι φανερή η έλλειψη ικανοποιητικού αριθμού δειγμάτων σε μεγάλο τμήμα του ρευστού, που οδηγεί σε καταστροφή στην απόβαση (παράγραφος 3.3.1, [35, 42]).

Εικόνα 19: Λάρφορα συγμόστηπα προσωμοίωσης όπου αποτινάεται χρωματικά στην ακτογραμμή το μέτρο της Sώσης που ασκείται από τα οιωματίδια του ρευστού κατά την εξέλιξη του τοσούντη (θεριστητα χρώματος ανάλογη του μέτρου της Sώσης).

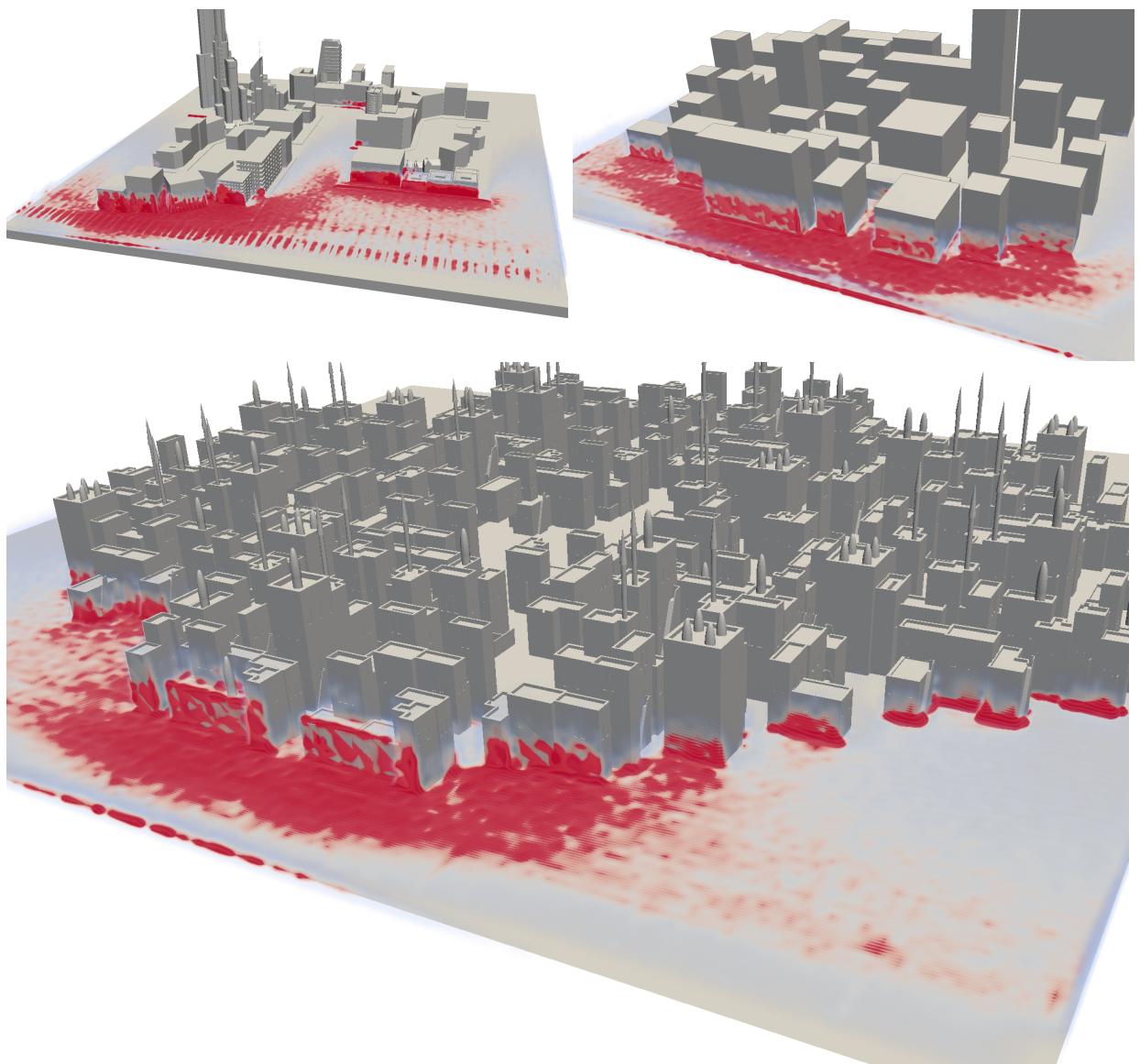


υψηλό κίνδυνο πλήγματος από τσουνάμι. Παράδειγμα επιτυχούς αποτροπής σημαντικού πλήγματος αποτελεί η πόλη Pondicherry στην Ινδία, η οποία παρέμεινε σχεδόν άθικτη από το τεραστίου μεγέθους παραπάνω τσουνάμι εξαιτίας του τεράστιου κυματοθραύστη που είχε κατασκευαστεί το 1735 από Γάλλους αποίκους και συνέχισε έκτοτε να συντηρείται. Ωστόσο οι κυματοθραύστες δεν είναι πάντα αποτελεσματικοί. Η καταστροφή στο πυρηνικό εργοστάσιο Fukushima Daiichi το 2011 προκλήθηκε από το σεισμό και το ακόλουθο τσουνάμι της περιοχής Tōhoku στην Ιαπωνία, όταν τα κύματα ξεπέρασαν το ύψος των κυματοθραυστών που προστάτευαν τις εγκαταστάσεις. Μεγάλη καταστροφή σημειώθηκε από το ίδιο τσουνάμι και στην περιοχή Iwate, παρά την εκτενή προστασία της από κυματοθραύστες συνολικού μήκους 25 km, καθώς τα κύματα ξεπέρασαν σε ύψος πάνω από τους μισούς κυματοθραύστες. Οι κυματοθραύστες απορροφούν το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας των κυμάτων, ωστόσο μεγάλο μέρος της ζημιάς που προκαλείται από τσουνάμι οφείλεται στην πλημμύρα (flooding) που προκαλείται σε εκτεταμένες περιοχές της ακτογραμμής.

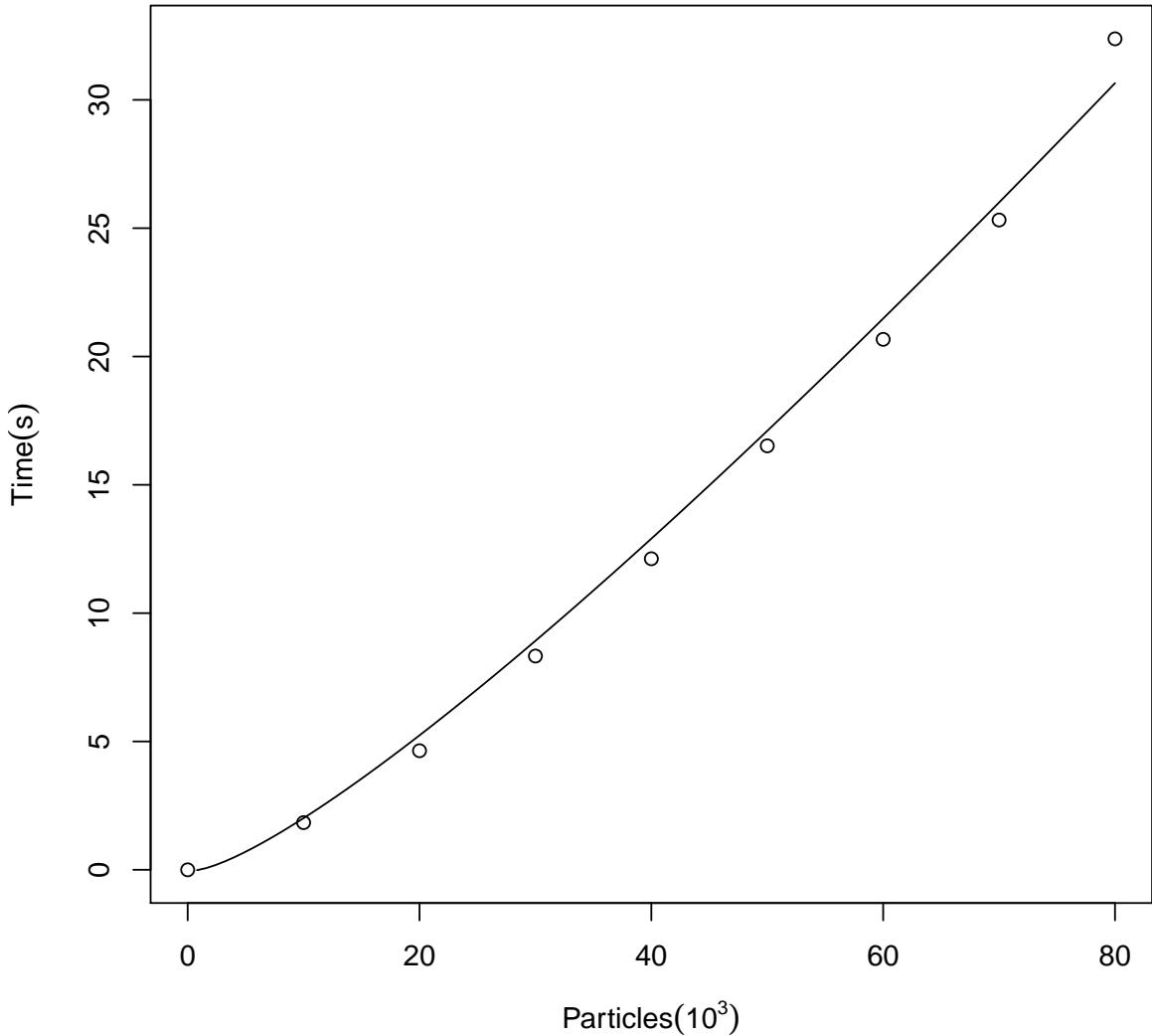
Στην εικόνα 21 απεικονίζεται ο μέσος χρόνος υπολογισμού ενός στιγμιοτύπου (frame) συναρτήσει του αριθμού σωματιδίων, υπολογισμένου από τα 10 πρώτα στιγμιότυπα προσομοιώσεων με 10k έως 80k σωματίδια, σχέση η οποία εκτιμάται να είναι τάξης $O(n \log_2 n)$ (συνεχής γραμμή). Λόγω των επιλεγμένων αρχικών συνθηκών όπου τα σωματίδια βρίσκονται μόλις σε επαφή και στοιβαγμένα κατά το δυνατόν συνεκτικότερα σε μικρό μέρος του τρισδιάστατου χώρου προσομοίωσης, τα πρώτα στιγμιότυπα είναι κατά κανόνα αυτά με τον μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο. Αν και οι συνθήκες αυτές δεν επιτρέπουν την πλήρη συνεκτίμηση της επιτάχυνσης του προγράμματος από τη χρήση του LP grid (δεδομένης της μη αξιοποίησης παρά μικρής έκτασης του πλέγματος), παρέχουν μια αξιόπιστη εκτίμηση χειρότερης περίπτωσης (worst-case) ανεξάρτητη από τη μορφολογία της ακτογραμμής. Αξίζει στο σημείο αυτό να αναφερθεί, ότι από ανάλυση κατά την εκτέλεση της εφαρμογής προέκυψε οτι περίπου το 75% του χρόνου δαπανάται σε μονονηματικό (single-threaded) κώδικα, ο οποίος αποτελείται κυρίως από τις διεργασίες της Bullet και εισόδου-εξόδου (I/O), ενώ μόνο το 25% σε πολυνηματικό κώδικα ο οποίος αφορά την ανίχνευση αλληλεπιδράσεων μεταξύ σωματιδίων και υπολογισμού χρωματικού πεδίου. Μία άλλη παράμετρος που πρέπει να σημειωθεί είναι οτι πυκνότερη δειγματοληψία για τον ίδιο όγκο νερού συνεπάγεται μικρότερη ακτίνα σωματιδίων και αυτό με τη σειρά του μικρότερο εσωτερικό χρονικό βήμα (σύμφωνα με τις παραγράφους 2.3.5 και 3.3.1), άρα περισσότερα εσωτερικά βήματα εντός ενός στιγμιοτύπου.

Σε γενικές γραμμές η ποσοτική εκτίμηση της βελτίωσης στην ταχύτητα του προγράμματος που επιτυγχάνεται με τη χρήση του LP grid είναι δύσκολη, δεδομένου ότι εξαρτάται από παραμέτρους της προσομοίωσης (αρχικές συνθήκες, δειγματοληψία, εσωτερική αναπαράσταση σωματιδίων), μοτίβων πρόσθασης στα σωματίδια αλλά και του υλικού του υπολογιστικού συστήματος (μεγέθος της κρυφής μνήμης). Τα αδιαμφισθήτητα πλεονεκτήματά του περιλαμβάνουν:

- Συνεκτική αποθήκευση των σωματιδίων. Δεσμεύεται χώρος στη μνήμη ακριβώς ίσος με τον ελάχιστο δυνατό βάσει του μεγέθους της εσωτερικής αναπαράστασης των σωματιδίων.
- Γρήγορη $O(1)$ πρόσθαση. Η ανάκτηση των σωματιδίων με βάση τη θέση τους γίνεται με λογική hash table και είναι εγγυημένο ότι βρίσκονται όλα σε συνεχή περιοχή της μνήμης.
- Ενημέρωση in-place. Η ενημέρωση της δομής μετά από κάθε βήμα της προσομοίωσης δεν απαιτεί καμία επαναδεύσμευση (reallocation) μνήμης και απαιτεί κατά κανόνα μικρό χρόνο (παράγραφος 3.3.2).
- Διατήρηση της τοπικότητας στην διάταξη αποθήκευσης. Τα σωματίδια κάθε κελιού είναι εγγυημένα αποθηκευμένα σε συνεχή περιοχή της μνήμης, ενώ σωματίδια γειτονικών κελιών βρίσκονται σε γειτονικές περιοχές της μνήμης, γεγονός που βελτιστοποιεί τη χρήση της κρυφής μνήμης σε υπολογισμούς αλληλεπιδράσεων εξαρτώμενων από την απόσταση στο χώρο.



Εικόνα 20: Heatmap των ώσεων του ρευστού προς την ακτογραμμή καθ' όλη την εξέλιξη του κύματος, σε τρία διαφορετικά μοντέλα πόλης. Επιβεβαιώνεται οτι το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας του κύματος απορροφάται από από τα πρώτα εμπόδια που αυτό συναντά, φαινόμενο που έχει δειχθεί τόσο σε καταγραφές πραγματικών περιστατικών, όσο και στη βιβλιογραφία.



Εικόνα 21: Γραφική παράσταση του μέσου χρόνου υπολογισμού ενός στιγμιοτύπου frame συναρτήσει του αριθμού σωματιδίων, υπολογισμένου από τα 10 πρώτα στιγμιότυπα προσομοιώσεων με 10k έως 80k σωματίδια (η συνεχής γραμμή αναπαριστά $O(n \log_2 n)$ αύξηση). Περίπου τα 3/4 του χρόνου εκτέλεσης αντιστοιχούν σε διεργασίες της Bullet και καταγραφής δεδομένων εξόδου, ενώ το 1/4 σε διεργασίες της μηχανής SPH που αναπτύχθηκε.

5 Μελλοντικές επεκτάσεις

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη ενός προσομοιωτή τουσύναμι ο οποίος παρέχει άμεση πληροφορία σχετικά με την κατανομή της μετάδοσης της ορμής από το κύμα στην ακτογραμμή. Η εφαρμογή που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της εργασίας προσφέρει αυτήν την πληροφορία σε συνδυασμό με πλήθος άλλων, σε μορφή προορισμένη για εύκολη ανάλυση και επεξεργασία καθώς και υψηλού επιπέδου οπτικοποιήσεις. Ωστόσο, παρά την πρώτη αυτή επιτυχία υπάρχουν πολλά περιθώρια επέκτασης τόσο ποιοτικής όσο και ποσοτικής φύσης.

Σε τεχνικό επίπεδο η εφαρμογή επιτυγχάνει προσομοίωση σημαντικού αλλά όχι μεγάλου αριθμού σωματιδίων σε σύγκριση με τα σύγχρονα δεδομένα. Το όριο, που βρίσκεται περίπου στα 85 χιλιάδες σωματίδια δεν κρίνεται ικανοποιητικό, όταν σε τελευταίας τεχνολογίας GPU προσομοιώνονται σε πραγματικό χρόνο υπερδιπλάσια σωματίδια σε αντίστοιχες προσομοιώσεις. Σημαντικό μέρος του υπολογιστικού φόρτου σχετίζεται με την συλλογή και εξαγωγή των δεδομένων κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, ωστόσο ο κυριότερος περιοριστικός παράγοντας (bottleneck) είναι η χρήση της Bullet σε αυτή. Η μηχανή αυτή έχει σχεδιαστεί για το χειρισμό πολύπλοκων μηχανικών αλληλεπιδράσεων και ως εκ τούτου υποστηρίζει πολλές λειτουργίες οι οποίες είναι περιττές σε προσομοιώσεις υψηλής κανονικότητας και έκτασης, παρόμοιες με αυτές που συζητήθηκαν στην παρούσα εργασία. Ωστόσο πολλά από τα στοιχεία και μεγέθη που είναι αναγκαία για την υλοποίηση αυτών των αλληλεπιδράσεων καταγράφονται ούτως η άλλως, με αποτέλεσμα τη συνολική επιβάρυνση της απόδοσης της εφαρμογής. Η μοναδική ουσιαστική συνεισφορά της Bullet στην εφαρμογή είναι η επίλυση των συστημάτων γεωμετρικών περιορισμών που προκύπτουν ανάμεσα στα σωματίδια (μέσω του SIS), με σκοπό την αύξηση του ελάχιστου απαιτούμενου χρονικού βήματος και την ευστάθεια της προσομοίωσης υπό το καθεστώς υποδειγματοληψίας στα εκτεταμένα όρια που εκ φύσεως δημιουργούνται σε ανάλογες προσομοιώσεις ελεύθερης ροής.

Στον αντίποδα της Bullet βρίσκεται το LP grid η δομή που δημιουργήθηκε ειδικά για την οργάνωση των σωματιδίων και την αποθήκευση στοιχείων του ρευστού με σκοπό τη γρήγορη ανίχνευση αλληλεπιδράσεων και εκτίμηση ποσοτήτων σύμφωνα με την SPH. Η χρήση της Bullet αποτέλεσε ανασταλτικό παράγοντα και για την απόδοση του LP grid στην

παρούσα υλοποίηση (παράγραφος 3.1). Αν και σαν μηχανή φυσικής παρέχει εκτεταμένη υποδομή, διαχειρίζεται εσωτερικά την αποθήκευση των σωματιδίων μετά τη δημιουργία τους, επιστρέφοντας στο χρήστη έναν δείκτη (ο οποίος αποθηκεύεται αντί του σωματιδίου στο διάνυσμα particles). Ένα ακόμη μειονέκτημα της τρέχουσας σταθερής έκδοσης της Bullet (2.83) είναι η σειριακή (single-thread) εκτέλεση κώδικα, ο οποίος βάσει ανάλυσης (profiling) αντιστοιχεί στο 75% περίπου του συνολικού χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος (το υπόλοιπο 25% αντιστοιχεί στον παράλληλο κώδικα του SPH όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3.3). Η επόμενη κύρια έκδοση της Bullet (3.x) θα περιλαμβάνει πλήρη υποστήριξη για φυσική στερεών σωμάτων (rigid body pipeline) σε GPU, η οποία στην παρούσα φάση είναι ακόμα δοκιμαστική. Ωστόσο όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιεί μικρό μέρος των δυνατοτήτων της Bullet και λόγω αυτού είναι πιθανό μια εξειδικευμένη στις απαιτήσεις της μεθόδου υλοποίηση γεωμετρικών περιορισμών σε στενή συνεργασία με ενα προσαρμοσμένο στη GPU LP grid να είχε πολύ καλύτερα αποτελέσματα [23]. Πέρα από την προσαρμογή της δομής στην αρχιτεκτονική SIMD, θα πρέπει να υλοποιηθεί τουλάχιστον ένα ακριβές σύστημα καταγραφής των ώσεων του ρευστού προς την ακτογραμμή. Αυτό μπορεί είτε να ακολουθήσει τη φιλοσοφία των PBD όπως στην παρούσα εργασία, με όλα τα πλεονεκτήματα που αυτό συνεπάγεται, είτε να μοντελοποιηθεί μέσω μίας εκ των διαδεδομένων μεθόδων χειρισμού οριακών συνθηκών στην SPH. Στην περίπτωση που υιοθετηθούν PBD, θα πρέπει επιπρόσθετα να υλοποιηθεί η λειτουργικότητα του SIS για την επίλυση των συστημάτων γεωμετρικών περιορισμών που προκύπτουν. Έχει προταθεί οτι η μέθοδος PGS (Projected Gauss-Seidel) ταιριάζει πολύ καλύτερα στην παράλληλη αρχιτεκτονική των GPUs σε σύγκριση με την SIS [50].

Σε επίπεδο εφαρμογής ο κυριότερος στόχος, δηλαδή η παροχή πλήρους εικόνας της επίδρασης του κύματος στην ακτογραμμή επετεύχθη σε ικανοποιητικό βαθμό. Ένα από τα μειονεκτήματα όμως που καθιστά την προσομοίωση μη ρεαλιστική είναι η στατικότητα της ακτογραμμής, καθώς δεν υπόκειται σε αλλαγές σύμφωνα με τις δυνάμεις που της ασκούνται. Μεγάλο μέρος των σημιών που προκαλεί ένα τσουνάμι οφείλεται στα αντικείμενα που δευτερογενώς συμπαρασύρονται από αυτό και προσκρούουν με τη σειρά τους σε άλλα της ακτογραμμής, ενώ δεδομένης της τεράστιας κλίμακας του φαινομένου αυτά μπορεί να έχουν πολύ μεγάλη μάζα (όπως αυτοκίνητα, δέντρα, κλπ). Εντούτοις, αφενός η ορμή που συσσωρεύουν προέρχεται από το κύμα οπότε λαμβάνεται υπόψη σε κάθε περίπτωση, αφετέρου γνωρίζοντας την ταχύτητα του νερού κοντά σε ένα κτίριο, είναι σχετικά

εύκολο να προβλεφθεί η ζημιά που θα προκληθεί από την πρόσκρουση ενός αντικειμένου δεδομένης μάζας κινούμενου με την ίδια ταχύτητα. Οι παρατηρήσεις αυτές οδηγούν σε σκέψη για ανάλογες επεκτάσεις στην εφαρμογή της προσομοίωσης για την πρόβλεψη ζημιών από συμπαρασυρόμενα αντικείμενα, είτε ακόμη καλύτερα τη προσθήκη δυναμικού χαρακτήρα στην ακτογραμμή. Ένα άλλο επίσης σημαντικό τμήμα του τσουνάμι το οποίο δεν έχει προσομοιωθεί είναι η αποτράβηξη του νερού από την ακτογραμμή, η οποία όμως συνήθως δεν προκαλεί σημαντικές επιπρόσθετες ζημιές. Στο πλαίσιο αυτό χρήσιμη θα ήταν η σύνδεση των στοιχείων του γενεσιουργού συμβάντος με τα χαρακτηριστικά του κύματος στην ακτογραμμή για την προσαρμογή των αρχικών συνθηκών του ρευστού στα πλαίσια της προσομοίωσης. Μολονότι ο εισβάλλων όγκος νερού αποτελεί μια αρκετά καλή προσέγγιση για εκτίμηση των επιπτώσεων ενός τσουνάμι (όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 4.1, είναι σημαντική η ποσοτική σύνδεση μεταξύ αυτών και του γενεσιουργού συμβάντος. Συνολικά, οι κυριότερες μελλοντικές δυνατότητες επέκτασης εστιάζονται σε θέματα υλοποίησης, χωρίς παράλληλα να αποκλείονται προσαρμογές της θεωρίας/μοντελοποίησης προς πιο εξελιγμένες τεχνικές προσομοίωσης.

Βιβλιογραφία

- [1] ABE, K. Size of great earthquakes of 1837–1974 inferred from tsunami data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 84, B4 (1979), 1561–1568.
- [2] AKINCI, N., IHMSEN, M., AKINCI, G., SOLENTHALER, B., AND TESCHNER, M. Versatile rigid-fluid coupling for incompressible sph. *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 31, 4 (2012), 62.
- [3] BAILEY, P., MYRE, J., WALSH, S. D., LILJA, D. J., AND SAAR, M. O. Accelerating lattice boltzmann fluid flow simulations using graphics processors. In *Parallel Processing, 2009. ICPP'09. International Conference on* (2009), IEEE, pp. 550–557.
- [4] BALLA-ARABE, S., WANG, B., AND GAO, X. Level set region based image segmentation using lattice boltzmann method. In *Proceedings of the 2011 Seventh International Conference on Computational Intelligence and Security* (Washington, DC, USA, 2011), CIS ’11, IEEE Computer Society, pp. 1159–1163.
- [5] BECKER, M., AND TESCHNER, M. Weakly compressible SPH for free surface flows. In *Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation* (Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2007), SCA ’07, Eurographics Association, pp. 209–217.
- [6] BENDER, J., ERLEBEN, K., TESCHNER, M., ET AL. Boundary handling and adaptive time-stepping for pcisph. In *Workshop on virtual reality interaction and physical simulation VRIPHYS* (2010).
- [7] BENZ, W., AND ASPHAUG, E. Impact simulations with fracture. i. method and tests. *Icarus* 107, 1 (1994), 98 – 116.
- [8] BENZ, W., AND ASPHAUG, E. Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics. *Computer Physics Communications* 87, 1-2 (1995), 253 – 265. Particle Simulation Methods.
- [9] CATTO, E. Iterative dynamics with temporal coherence. In *Game developer conference* (2005), vol. 2, p. 5.

- [10] CHEN, S., AND DOOLEN, G. D. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* 30, 1 (1998), 329–364.
- [11] COLAGROSSI, A., BOUSCASSE, B., ANTUONO, M., AND MARRONE, S. Particle packing algorithm for sph schemes. *Computer Physics Communications* 183, 8 (2012), 1641–1653.
- [12] COLAGROSSI, A., AND LANDRINI, M. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 191, 2 (2003), 448 – 475.
- [13] DANIELSEN, F., SØRENSEN, M. K., OLWIG, M. F., SELVAM, V., PARISH, F., BURGESS, N. D., HIRAIshi, T., KARUNAGARAN, V. M., RASMUSSEN, M. S., HANSEN, L. B., ET AL. The Asian tsunami: a protective role for coastal vegetation. *Science(Washington)* 310, 5748 (2005), 643.
- [14] DAS, R., AND CLEARY, P. Effect of rock shapes on brittle fracture using smoothed particle hydrodynamics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 53, 1 (2010), 47 – 60.
- [15] DEBROUX, F., PRAKASH, M., AND CLEARY, P. Three-dimensional modelling of a tsunami interacting with real topographical coastline using smoothed particle hydrodynamics. In *Proceedings of the 14th Australasian Fluid Mechanics Conference* (2001).
- [16] DESBRUN, M., AND GASCUEL, M.-P. *Smoothed particles: A new paradigm for animating highly deformable bodies*. Springer, 1996.
- [17] DIEHL, S., ROCKEFELLER, G., FRYER, C. L., RIETHMILLER, D., AND STATLER, T. S. Generating optimal initial conditions for smooth particle hydrodynamics simulations. *arXiv preprint arXiv:1211.0525* (2012).
- [18] DOMÍNGUEZ, J. M., CRESPO, A. J. C., GÓMEZ-GESTEIRA, M., AND MARONGIU, J. C. Neighbour lists in smoothed particle hydrodynamics. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 67, 12 (2011), 2026–2042.
- [19] DUCHATEAU, J., ROUSSELLE, F., MAQUIGNON, N., ROUSSEL, G., AND RENAUD, C. A progressive mesh method for physical simulations using lattice boltzmann method

on single-node multi-GPU architectures. *International Journal of Distributed and Parallel systems (IJDPS)* 6, 5 (2015).

- [20] FELDMAN, J., AND BONET, J. Dynamic refinement and boundary contact forces in SPH with applications in fluid flow problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 72, 3 (2007), 295–324. cited By 58.
- [21] GINGOLD, R. A., AND MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society* 181, 3 (1977), 375–389.
- [22] GOMEZ-GESTEIRA, M., ROGERS, B. D., DALRYMPLE, R. A., AND CRESPO, A. J. State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research* 48, S1 (2010), 6–27.
- [23] GOSWAMI, P., SCHLEGEL, P., SOLENTHALER, B., AND PAJAROLA, R. Interactive SPH simulation and rendering on the GPU. In *Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation* (Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2010), SCA ’10, Eurographics Association, pp. 55–64.
- [24] GRILLI, S., IOUALALEN, M., ASAVANANT, J., SHI, F., KIRBY, J., AND WATTS, P. Source constraints and model simulation of the December 26, 2004, Indian Ocean tsunami. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering* 133, 6 (2007), 414–428.
- [25] HIEBER, S. E., AND KOUMOUTSAKOS, P. A lagrangian particle method for the simulation of linear and nonlinear elastic models of soft tissue. *Journal of Computational Physics* 227, 21 (2008), 9195 – 9215. Special Issue Celebrating Tony Leonard’s 70th Birthday.
- [26] JANSEN, C. F., GRILLI, S. T., KRAFCZYK, M., ET AL. Efficient simulations of long wave propagation and runup using a LBM approach on GPGPU hardware. In *The Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference* (2012), International Society of Offshore and Polar Engineers.
- [27] KAJTAR, J., AND MONAGHAN, J. On the dynamics of swimming linked bodies. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 29, 5 (2010), 377 – 386.

- [28] KANAMORI, H. Mechanism of tsunami earthquakes. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 6, 5 (1972), 346 – 359.
- [29] KANAMORI, H. The energy release in great earthquakes. *Journal of Geophysical Research* 82, 20 (1977), 2981–2987.
- [30] KATHIRESAN, K., AND RAJENDRAN, N. Coastal mangrove forests mitigated tsunami. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 65, 3 (2005), 601 – 606.
- [31] KRAFCZYK, M., AND TÖLKE, J. Towards real-time prediction of tsunami impact effects on nearshore infrastructure. In *DFG-Round Table Programme "Near and Onshore Tsunami Effects"* (2007).
- [32] LATT, J., CHOPARD, B., MALASPINAS, O., DEVILLE, M., AND MICHLER, A. Straight velocity boundaries in the lattice Boltzmann method. *Phys. Rev. E* 77 (2008), 056703.
- [33] LOSASSO, F., GIBOU, F., AND FEDKIW, R. Simulating water and smoke with an octree data structure. *ACM Trans. Graph.* 23, 3 (Aug. 2004), 457–462.
- [34] LUCY, L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The astronomical journal* 82 (1977), 1013–1024.
- [35] MACKLIN, M., AND MÜLLER, M. Position based fluids. *ACM Trans. Graph.* 32, 4 (July 2013), 104:1–104:12.
- [36] MONAGHAN, J. Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. *Annual Review of Fluid Mechanics* 44 (2012), 323–346.
- [37] MONAGHAN, J., AND KAJTAR, J. SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries. *Computer Physics Communications* 180, 10 (2009), 1811 – 1820.
- [38] MONAGHAN, J., KOS, A., AND ISSA, N. Fluid motion generated by impact. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering* 129, 6 (2003), 250–259.
- [39] MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on progress in physics* 68, 8 (2005), 1703.
- [40] MORTON, G. M. *A computer oriented geodetic data base and a new technique in file sequencing*. International Business Machines Company, 1966.

- [41] MÜLLER, M., CHARYPAR, D., AND GROSS, M. Particle-based fluid simulation for interactive applications. In *Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (2003), Eurographics Association, pp. 154–159.
- [42] MÜLLER, M., HEIDELBERGER, B., HENNIX, M., AND RATCLIFF, J. Position based dynamics. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 18, 2 (2007), 109 – 118.
- [43] NITA, C., ITU, L., MIHALEF, V., SHARMA, P., AND RAPAKA, S. GPU-accelerated model for fast, three-dimensional fluid-structure interaction computations. In *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2015 37th Annual International Conference of the IEEE* (Aug 2015), pp. 965–968.
- [44] PAIVA, A., PETRONETTO, F., LEWINER, T., AND TAVARES, G. Particle-based non-newtonian fluid animation for melting objects. In *Computer Graphics and Image Processing, 2006. SIBGRAPI'06. 19th Brazilian Symposium on* (2006), IEEE, pp. 78–85.
- [45] QIAN, Y., d'HUMIÈRES, D., AND LALLEMAND, P. Lattice bgk models for navier-stokes equation. *EPL (Europhysics Letters)* 17, 6 (1992), 479.
- [46] RAWIRASWATTANA, K. *The Dynamics of Discs and Stars in Multiple Systems*. PhD thesis, University of Sheffield, 2012.
- [47] SHUTO, N. Numerical simulation of tsunamis — its present and near future. *Natural Hazards* 4, 2-3 (1991), 171–191.
- [48] SKEEL, R. D. Variable step size destabilizes the Störmer/leapfrog/Verlet method. *BIT Numerical Mathematics* 33, 1 (1993), 172–175.
- [49] SPRINGEL, V., YOSHIDA, N., AND WHITE, S. D. GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astronomy* 6, 2 (2001), 79–117.
- [50] TAMIS, M. Comparison between Projected Gauss-Seidel and Sequential Impulse Solvers for real-time physics simulations. http://www.mft-spirit.nl/files/MTamis_PGS_SI_Comparison.pdf, 2015.

- [51] TAN, J., AND YANG, X. Physically-based fluid animation: A survey. *Science in China Series F: Information Sciences* 52, 5 (2009), 723–740.
- [52] THUERÉY, N. *Physically based Animation of Free Surface Flows with the Lattice Boltzmann Method*. PhD thesis, University of Erlangen-Nuremberg, 2007.
- [53] TITOV, V., RABINOVICH, A. B., MOFJELD, H. O., THOMSON, R. E., AND GONZÁLEZ, F. I. The global reach of the 26 December 2004 Sumatra tsunami. *Science* 309, 5743 (2005), 2045–2048.
- [54] WANG, W., JIANG, Z., QIU, H., AND LI, W. Real-time simulation of fluid scenes by smoothed particle hydrodynamics and marching cubes. *Mathematical Problems in Engineering* 2012 (2012).
- [55] YANAGISAWA, H., KOSHIMURA, S., GOTO, K., MIYAGI, T., IMAMURA, F., RUANGRASSAMEE, A., AND TANAVUD, C. The reduction effects of mangrove forest on a tsunami based on field surveys at Pakarang Cape, Thailand and numerical analysis. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 81, 1 (2009), 27 – 37.
- [56] ZHOU, J. A lattice boltzmann model for the shallow water equations. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 191, 32 (2002), 3527–3539.
- [57] ZHOU, J. G. *Lattice Boltzmann methods for shallow water flows*, vol. 4. Springer, 2004.