Repaso de derivadas e integrales

$f(x)$	$f'(x)$
x^m	$m \cdot x^{m-1}$
e^x	e^x
$\ln(x)$	$1/x$
1	0
Const	0

$f(x)$	Primitiva	
x^m	$\frac{x^{m+1}}{m+1}$	$m \neq -1$
e^x	$e^x + C$	
1	$x + C$	
$\frac{1}{x}$	$\ln(\lvert x\rvert) + C$	aca entra -1

reglas de derivacion

- $\left(f(x) \pm g(x)\right)' = f'(x) \pm g'(x)$

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

integrales indefinidas

$$\int [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$$

$$\int a \cdot f(x)\, dx = a \cdot \int f(x)\, dx$$

voy a la primitiva

$$\int \left(3x^5 + \frac{1}{x}\right) dx = \int 3x^5\, dx + \int \frac{1}{x}\, dx = 3\int x^5\, dx + \int \frac{1}{x}\, dx =$$

$$= 3\frac{x^6}{6} + \ln|x| + C$$

$$\int f(x)\cdot g(x)\,dx = \cancel{\int f(x)\,dx \cdot \int g(x)\,dx}$$

Regla de barrow → acumuladas

$$\int_a^b \underbrace{f(x)}_{f.d.p}\,dx = \Big(F(x)\Big)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$$

f.d.a

integrales propios

f.d.a

$F(x) = P(X \le x)$

X va disc — Y va cont

Rx finito o inf num — Rx inf no num

$f(x) = P(X=x)$ — $f(x)$ es la f. de densidad

f.d.p → $\sum_{x \in R_x} f(x) = 1$

$f(x) \geq 0$

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

$f(x) \geq 0$

$f(x) \neq P(X=x)$

$P(X=a) = 0$

$F(x) = P(X \le x)$

f.d.a

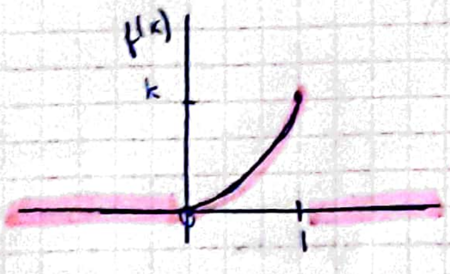
Sea x una v.a continua

$$f(x) = \begin{cases} k\cdot x^2 & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

a) Hallar k para ser f. de densidad

b) Hallar $E(x)$ y $V(x)$

c) Hallar f.d.a de X → integrar



3 regiones

$x < 0$

$0 \le x \le 1$

$x > 1$

plantear esto

a) · $f(x) \geq 0 \quad \forall x \to k > 0$

· $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

$$\underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,dx}_{0} + \int_0^1 kx^2\,dx + \underbrace{\int_1^{\infty} 0\,dx}_{0}$$

escribir todas parciales

$$k \int_0^1 x^2\,dx = k \cdot \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 = \frac{k}{3} = 1$$

primitiva

escribo definición

$$k = 3$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} x \cdot 0\,dx}_{0} + \int_0^1 x \cdot 3x^2\,dx + \underbrace{\int_1^{+\infty} x \cdot 0\,dx}_{0}$$

$$= \int_0^1 3x^3\,dx = 3\int_0^1 x^3\,dx = 3 \cdot \left(\left.\frac{x^4}{4}\right|_0^1 \right) = \boxed{\frac{3}{4}}$$

verificar que da dentro del rango
debe dar entre 0 y 1
rango

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \int_{-\infty}^{0} + \int_0^1 + \int_1^{\infty} = \frac{3}{5} - \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx$$

verificar que sea positivo

- $E(aX+b) = aE(X) + b$
- $V(aX+b) = a^2 V(X)$

otro estilo ejercicio

la saco derivando

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

dato F.d.a

$$\text{pide } f(x) = F'(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

c) Hallar la f.a.a : $\boxed{\text{cuidado!}}$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt =$$

otra letra (v. auxiliar)

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x^3 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

tiene 3 regiones porque la f(x) tiene 3 regiones

derivar para ver si da orig.

c. auxiliares

f(x) en x < 0

① si $x < 0 \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} 0\,dt = 0$

paso x 2 reg

② si $0 \leq x \leq 1 \rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt =$

$$= \int_{-\infty}^{0} 0\,dt + \int_{0}^{x} 3t^2\,dt = \left(t^3 \Big|_0^x \right) = \boxed{x^3}$$

paso x 3 reg

③ si $x > 1 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \int_{-\infty}^{0} 0\,dt + \int_{0}^{1} 3t^2\,dt + \int_{1}^{x} 0\,dt =$

$= 1$

Veri: $F'(x) = f(x)$

- sea continua

x^3 no se rompe nunca

lo que termina en una linea arranca en la otra