Matemática 3 – Recuperatorio Primer Parcial Módulo I (01/06/2023) – Turno Jueves

Ejercicio 1

D: "El alumno hace deportes" $P(D) = 0{,}3$

I: "El alumno estudia inglés" $P(I) = 0{,}4$

$P(D \cap I) = 0{,}10$

a) $P(D^c \cap I^c) \underset{\text{De Morgan}}{=} P[(D \cup I)^c] = 1 - P(D \cup I) = 1 - [P(I) + P(D) - P(D \cap I)] = 1 - [0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}10] = 0{,}4$

b) $P(D/I) = \dfrac{P(D \cap I)}{P(I)} = \dfrac{0{,}10}{0{,}4} = 0{,}25$

Ejercicio 2

X_t: "n° de clientes antendidos en una heladeria en t horas"

$X_t \sim P(\lambda)$ donde $\lambda = c \cdot t$ $\quad c = 8\,\dfrac{\text{clientes}}{\text{horas}}$

- $X_3 \sim P(24)$ $\quad \lambda = 8\,\frac{\text{clientes}}{\text{horas}} \cdot 3 \text{ horas} = 24 \text{ clientes}$

$P(X_3 = 20) \underset{\text{App}}{=} 0{,}06238$

- $X_2 \sim P(16)$ $\quad \lambda = 8\,\frac{\text{clientes}}{\text{horas}} \cdot 2 \text{ horas} = 16 \text{ clientes}$

$P(X_2 \leq 13) \underset{\text{App}}{=} 0{,}27451$

Ejercicio 3

$$E(x) = \sum_{x=0}^{2} x \cdot p(x) = 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}4$$

$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = 0{,}6 - (0{,}4)^2 = 0{,}44$

$E(-5x + 8) \underset{\text{Linealidad}}{=} -5 \cdot E(x) + 8 = -5 \cdot 0{,}44 + 8 = 6$

Matemática 3 – Recuperatorio Primer Parcial Módulo I (01/06/2023) – Turno Jueves

$$V(-5x+8) \underset{\text{Prop. de la varianza}}{=} (-5)^2 \cdot V(x) + 8 = (-5)^2 \cdot 0{,}44 = 11$$

Ejercicio 4

X_i: "Peso del tornillo i en gramos" $i=1,2,\dots,n$ $n=10$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ donde $\mu = 30$ $\sigma^2 = 1$

a) $\sum X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$ → por ser combinación lineal de v.a. normales independientes

$$P\left(\sum X_i \leq 305\right) \underset{\text{Estandarizo}}{=} P\left(\frac{\sum x_i - n\mu}{\sqrt{n \cdot \sigma^2}} \leq \frac{305 - 10 \cdot 30}{\sqrt{10 \cdot 1}}\right) = P(Z \leq 1{,}58) = \Phi(1{,}58) \underset{\text{App}}{=} 0{,}94295$$

b) $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ → por ser combinación lineal de v.a. normales independientes

$$P(\overline{X} \leq 305) \underset{\text{Estandarizo}}{=} P\left(\frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \leq \frac{30{,}5 - 30}{\sqrt{1/10}}\right) = P(Z \leq 1{,}58) = \Phi(1{,}58) \underset{\text{App}}{=} 0{,}94295$$

Ejercicio 5

X_i: "Tiempo de vida en meses del foco i" $i=1,2,\dots,n$ $n=100$

$X_i \sim Exp(\lambda)$ donde $\lambda = 1$

$$\mu = E(X_i) = \frac{1}{\lambda} = 1$$

$$\sigma^2 = V(X_i) = \frac{1}{\lambda^2} = 1$$

a) $\overline{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ → por TCL

$$\mu = 1 \qquad \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{100}$$

$$\overline{X} \approx N\left(1, \frac{1}{100}\right)$$

b) $P(\overline{X} \geq 1{,}3) \underset{\text{Estandarizo}}{=} P\left(\frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \geq \frac{1{,}3 - 1}{\sqrt{1/100}}\right) \underset{\text{TCL}}{\approx} P(Z \geq 3) \underset{\text{App}}{=} 0{,}00135$