ÁLGEBRA A (62) (Cátedra: ESCAYOLA, Rosa María) 1° PARCIAL	.UBAXXI
05/05/2022 - 15 a 16,30 h	**Temas 1 y 3**

- Enunciado

Sea $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ un vector de norma 1. Si el producto escalar entre el vector $\vec{v}$ y $\vec{w} \in \mathbb{R}^3$ es -18 y ambos vectores forman un ángulo de $\frac{9\pi}{10}$, indicá la única opción que muestra de forma aproximada la norma de $\vec{w}$:

a) $||\vec{w}|| \approx -0,053$
b) $||\vec{w}|| \approx 0,053$
c) $||\vec{w}|| \approx -18,93$
d) $||\vec{w}|| \approx 18,93$

Opción correcta: d)

Resolución
Para resolver este ejercicio hay que tener presente que el producto escalar entre vectores se puede calcular como: $\vec{v} \cdot \vec{w} = ||\vec{v}|| \cdot ||\vec{w}|| \cdot \cos(\alpha)$ donde reemplazando los datos nos queda una ecuación para despejar la norma del vector $\vec{w}$.

- Enunciado

Sea P y Q dos puntos de $\mathbb{R}^3$ tales que $P = (-10; 1; -1)$ y $Q = (3; k+2; -1)$. Indicá qué opción es la única que muestra todos los valores de k de modo que la distancia entre P y Q sea 85.

a) 84 y -84
b) 83 y -85
c) -83 y 85
d) No existen valores de k posibles.

Opción correcta: b)

Resolución
Lo que debemos plantear aquí es la condición de distancia entre puntos: $||P - Q|| = 85$ y de allí despejar los posibles valores de k. La ecuación nos queda: $\sqrt{(-10-3)^2 + (1-(k+2))^2 + (-1-(-1))^2} = 85$
$\sqrt{169 + (-k-1)^2 + 0} = 85 \to |-k-1| = 84$. Por lo que $k = 83$ ó $k = -85$.

- Enunciado

La proyección del punto $(1; 3; 1)$ sobre el plano de ecuación $\pi : x - 2y + z = 2$ es el punto:

a) $(-1; -3; -1)$
b) $(1; -2; 1)$
c) $(2; 1; 2)$
d) $(3; -1; 3)$

Opción correcta: c)

Resolución
Para hallar la proyección de $(1; 3; 1)$ debemos hallar la intersección entre la recta cuya dirección es la misma que la normal, es decir perpendicular al plano, y que pasa por $(1; 3; 1)$. Dicha recta tiene ecuación $(x; y; z) = \alpha \cdot (1; -2; 1) + (1; 3; 1)$. La intersección con el plano da el punto $(2; 1; 2)$.

- Enunciado

La distancia entre la recta de ecuación $(x; y; z) = \alpha \cdot (1; 0; -1) + (1; 3; 1)$ y el plano de ecuación $\pi : x - 2y + z = 2$ es

a) $\sqrt{6}$
b) 6
c) $\sqrt{11}$
d) 2

Opción correcta: a)

Resolución
Para hallar la distancia entre la recta y el plano primero debemos ver si son o no paralelos. Como el producto escalar entre la normal al plano y el vector director de la recta da 0, podemos decir que son paralelos. Para hallar la distancia entonces proyectamos un punto cualquiera de la recta sobre el plano y luego hallamos la distancia entre dicho punto y su proyectado. Si usamos el punto $(1; 3; 1)$ obtenemos que su proyección es el punto $(2; 1, 2)$.
Luego la distancia es $\sqrt{6}$.

- Enunciado

Sean los subespacios $S \subset \mathbb{R}^3$ y $T \subset \mathbb{R}^3$ tales que $dim(S) = dim(T) = 2$. Suponiendo que $S \cap T \neq \emptyset$ y que $S \neq T$, la dimensión de $S \cap T$ es:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

Opción correcta: *b)*

Resolución
Dado que S y T son planos de $\mathbb{R}^3$ y $S \neq T$ y tienen intersección no vacía tenemos que $S \cap T$ es una recta, luego su dimensión es 1.

- Enunciado

Sea el subespacio $S =< (-1; 1; 1) >$, elegí cuál de las siguientes ecuaciones describe S.

a) $x_1 + x_2 = 0, x_3 - x_2 = 0$
b) $x_1 - x_2 = 0, x_3 - x_2 = 0$
c) $x_1 + x_2 = 0$
d) $x_1 + x_2 = 0, x_3 + x_2 = 0$

Opción correcta: *a)*

Resolución
Despejando de $x_1 + x_2 = 0, x_3 - x_2 = 0$ tenemos que $(x_1; x_2; x_3) = (-x_2; x_2; x_2) = x_2(-1; 1; 1)$. Para las otras opciones, los signos no son correctos.

- Enunciado

La única opción que indica las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola de ecuación $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$ es:

a) $3x + 2y = -7$; $-3x + 2y = 11$
b) $3x - 2y = 7$; $-3x - 2y = -11$
c) $3x + 2y = 7$; $-3x + 2y = -11$
d) $-3x + 2y = 7$; $3x + 2y = -11$

Opción correcta: *c)*

Resolución
La hipérbola de ecuación $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$ tiene como centro a $(3, -1)$ y como semiejes $b = 3$, $a = 2$. Luego, las ecuaciones de las asíntotas se encuentran como $y - (-1) = \pm\frac{b}{a}(x - 3)$. Las rectas son: $y + 1 = \pm\frac{3}{2}(x - 3)$. De esta igualdad se obtienen las ecuaciones: $3x + 2y = 7$; $-3x + 2y = -11$.

- Enunciado

Elegí la única opción que indica las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes coordenados de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$:

a) $(0, 0)$,$(0, -4)$,$(2, 0)$
b) $(0, 0)$,$(-4, 0)$,$(0, 2)$
c) $(0, 0)$,$(0, 4)$,$(-2, 0)$
d) $(0, 0)$,$(4, 0)$,$(0, -2)$

Opción correcta: *a)*

Resolución
La ecuación $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ puede escribirse como $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$. Para encontrar los puntos de intersección con cada uno de los ejes coordenados, se debe reemplazar por $x = 0$ y se obtiene $y = 0 \lor y = -4$. Si se reemplaza por $y = 0$ se obtiene $x = 0 \lor x = 2$.
