

# Números complejos

UNIDAD 7

## RESPUESTAS

**Nota.** Si no entendés alguna respuesta o alguna de las tuyas no coincide con las aquí presentadas, no dudes en consultarlo en el foro.

#### NÚMEROS COMPLEJOS

##### Ejercicio 1.

- a)  $z = 2 - 2i$
- b)  $z = 20 + 10i$
- c)  $z = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

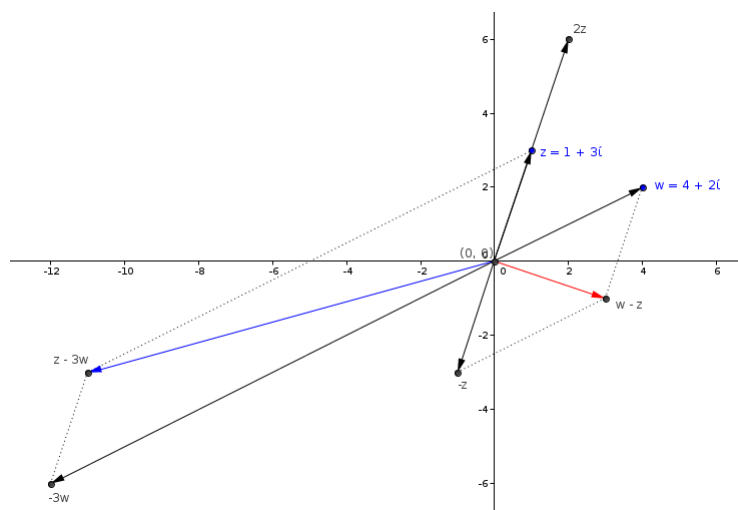
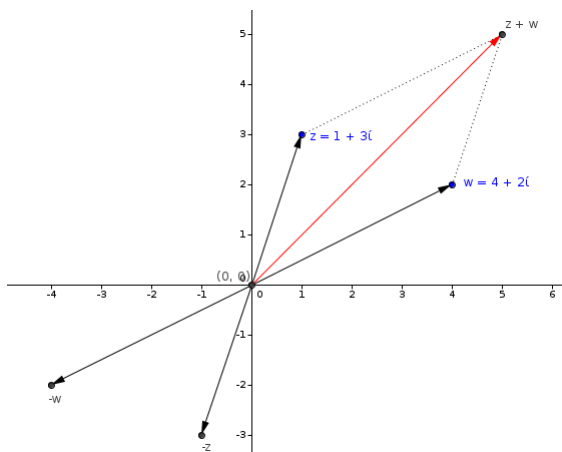
##### Ejercicio 2.

- a)  $z = -3$
- b)  $z = -2 - i$
- c)  $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
- d)  $z = 1 - 2i$

##### Ejercicio 3.

- a)  $z_1 = 1 - 3i$  y  $z_2 = -2 - 3i$
- b)  $z_1 = 2 - 3i$  y  $z_2 = -2 + 3i$
- c)  $z = 0$

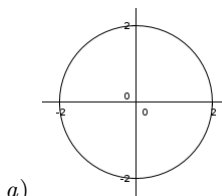
##### Ejercicio 4.



**Ejercicio 5.**

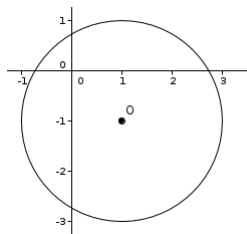
- a)  $|z| = 5$
- b)  $|z| = 16$
- c)  $|z| = \sqrt{2}$
- d)  $|z| = 2\sqrt{2}$
- e)  $|z| = \frac{7\sqrt{2}}{2}$
- f)  $|z| = 10000$

**Ejercicio 6.**



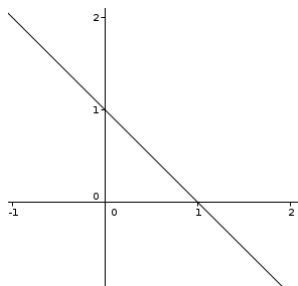
a)

- b) Idem a), pero incluyendo los puntos interiores del círculo.



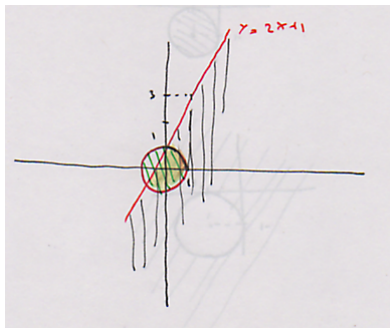
c)

- d) Idem c), pero incluyendo los puntos interiores del círculo.
- e) Idem c), pero incluyendo los puntos exteriores del círculo.



f)

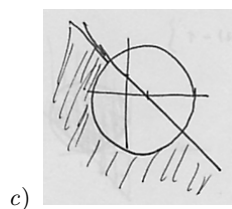
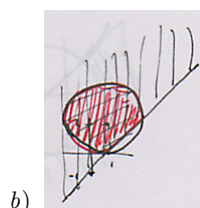
- g) Los puntos que se ubican “por arriba” de la recta del punto f).



h)

**Ejercicio 7.**

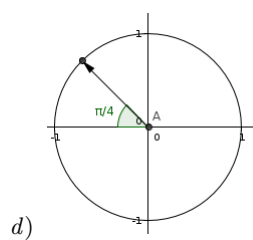
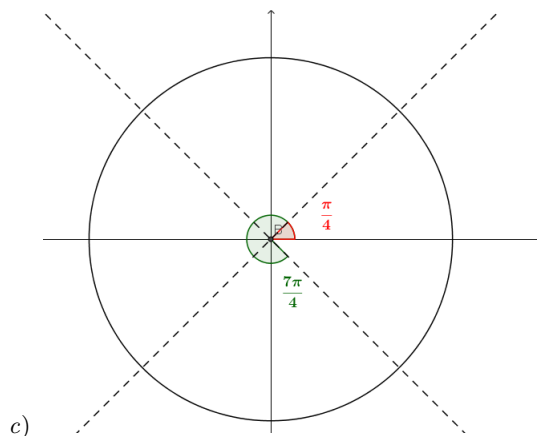
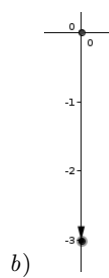
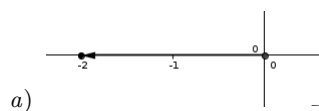
- a) Son los  $z = a + bi$  que cumplen que  $b = -a$  donde  $a$  es un número real arbitrario, es decir  $z = a - ai$ . Estos puntos se encuentran sobre la recta de ecuación  $y = -x$ .



**Ejercicio 8.**

- a)  $z_1 = 2 + i$  ó  $z_2 = -2 - i$
- b)  $z_1 = 2 - 2i$  ó  $z_2 = -2 + 2i$
- c)  $z_1 = 1 + 2i$  ó  $z_2 = 1 - 2i$
- d)  $z_1 = -3 - i$  ó  $z_2 = 2 + i$

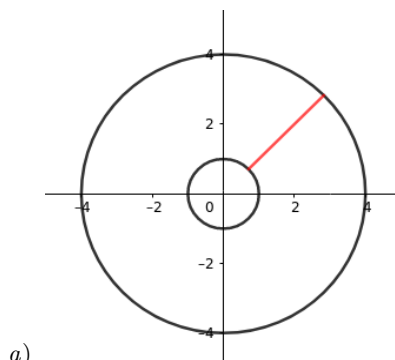
**Ejercicio 9.**



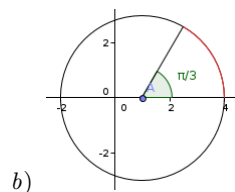
**Ejercicio 10.**

- a)  $|z| = \sqrt{7}$ ,  $\theta = 0$ ,  $z = \sqrt{7}e^{i0}$ .
- b)  $|z| = 2$ ,  $\theta = \pi$ ,  $z = 2e^{i\pi}$ .
- c)  $|z| = 6$ ,  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ ,  $z = 6e^{i\frac{3\pi}{2}}$ .
- d)  $|z| = 2\sqrt{2}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $z = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ .
- e)  $|z| = 2$ ,  $\theta = \frac{\pi}{6}$ ,  $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ .
- f)  $|z| = 2$ ,  $\theta = \frac{4\pi}{3}$ ,  $z = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ .
- g)  $|z| = 3$ ,  $\theta = \frac{2\pi}{5}$ ,  $z = 3e^{i\frac{2\pi}{5}}$ .
- h)  $|z| = 1$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $z = e^{i\frac{\pi}{4}}$ .
- i)  $|z| = 4$ ,  $\theta = \frac{\pi}{3}$ ,  $z = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$ .
- j)  $|z| = \sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{5})$ ,  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $z = \sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{5})e^{i\frac{\pi}{4}}$ .

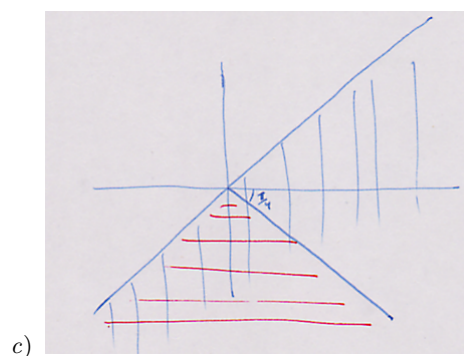
**Ejercicio 11.**



Todos los puntos que se encuentran sobre la línea roja.



Solo el arco de circunferencia marcado en rojo.



La región resaltada en rojo.

**Ejercicio 12.**

- a)  $z \approx \frac{5}{2}(\cos(\frac{1771}{6000}\pi) + i\sin(\frac{1771}{6000}\pi))$
- b)  $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i\sin(\frac{7\pi}{12}))$ .
- c)  $z = 3\sqrt{2}(\cos(\frac{9\pi}{20}) + i\sin(\frac{9\pi}{20}))$ .
- d)  $z = 64\sqrt{2}(\cos(\frac{13\pi}{12}) + i\sin(\frac{13\pi}{12}))$ .
- e)  $z = \cos(\frac{13\pi}{14}) + i\sin(\frac{13\pi}{14})$ .

**Ejercicio 13.**

- a)  $z \approx -89523,84 - 23987,84i$ .
- b)  $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ .
- c)  $\frac{(\sqrt{3}+i)^{23}}{(-1-i)^{31}} = 2^{\frac{15}{2}} (\cos(\frac{13\pi}{12}) + i\operatorname{sen}(\frac{13\pi}{12})) = 2^{\frac{15}{2}} \cos(\frac{13\pi}{12}) + i2^{\frac{15}{2}} \operatorname{sen}(\frac{13\pi}{12}) \approx -174,851 - 46,851i$ .
- d)  $z = -3$ .

**Ejercicio 14.**

- a) ■  $n = 3$
- 1)  $\mu_1 = 1, \mu_1 = e^{i0}$ .
  - 2)  $\mu_2 = \cos(\frac{2\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{2\pi}{3}), \mu_2 = e^{\frac{i2\pi}{3}}$ .
  - 3)  $\mu_3 = \cos(\frac{4\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{4\pi}{3}), \mu_3 = e^{\frac{i4\pi}{3}}$ .
- $n = 4$
- 1)  $\mu_1 = 1, \mu_1 = e^{i0}$ .
  - 2)  $\mu_2 = \cos(\frac{\pi}{2}) + i\operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}), \mu_2 = e^{i\pi}$ .
  - 3)  $\mu_3 = \cos(\pi) + i\operatorname{sen}(\pi), \mu_3 = e^\pi$ .
  - 4)  $\mu_4 = \cos(\frac{3\pi}{2}) + i\operatorname{sen}(\frac{3\pi}{2}), \mu_4 = e^{\frac{i3\pi}{2}}$ .
- $n = 6$
- 1)  $\mu_1 = 1, \mu_1 = e^{i0}$ .
  - 2)  $\mu_2 = \cos(\frac{\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{\pi}{3}), \mu_2 = e^{\frac{i\pi}{3}}$ .
  - 3)  $\mu_3 = \cos(\frac{2\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{2\pi}{3}), \mu_3 = e^{\frac{i2\pi}{3}}$ .
  - 4)  $\mu_4 = \cos(\pi) + i\operatorname{sen}(\pi), \mu_4 = e^{i\pi}$ .
  - 5)  $\mu_5 = \cos(\frac{4\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{4\pi}{3}), \mu_5 = e^{\frac{i4\pi}{3}}$ .
  - 6)  $\mu_6 = \cos(\frac{5\pi}{3}) + i\operatorname{sen}(\frac{5\pi}{3}), \mu_6 = e^{\frac{i5\pi}{3}}$ .
- b) 1)  $\mu_1 = e^{\frac{i\pi}{6}}$ .
- 2)  $\mu_2 = e^{\frac{i\pi}{2}}$ .
- 3)  $\mu_3 = e^{\frac{i5\pi}{6}}$ .
- 4)  $\mu_4 = e^{\frac{i7\pi}{6}}$ .
- 5)  $\mu_5 = e^{\frac{i3\pi}{2}}$ .
- 6)  $\mu_6 = e^{\frac{i11\pi}{6}}$ .
- c) 1)  $\mu_1 = e^{\frac{i\pi}{6}}$ .
- 2)  $\mu_2 = e^{\frac{i2\pi}{3}}$ .
- 3)  $\mu_3 = e^{\frac{i7\pi}{6}}$ .
- 4)  $\mu_4 = e^{\frac{i5\pi}{3}}$ .
- d) 1)  $\mu_1 = e^{\frac{i\pi}{10}}$ .
- 2)  $\mu_2 = e^{\frac{i\pi}{2}}$ .
- 3)  $\mu_3 = e^{\frac{i9\pi}{10}}$ .
- 4)  $\mu_4 = e^{\frac{i13\pi}{10}}$ .
- 5)  $\mu_5 = e^{\frac{i17\pi}{10}}$ .
- e) 1)  $\mu_1 = 5^{\frac{1}{3}} 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{i7\pi}{12}}$ .
- 2)  $\mu_2 = 5^{\frac{1}{3}} 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{i15\pi}{12}}$ .
- 3)  $\mu_3 = 5^{\frac{1}{3}} 2^{\frac{1}{6}} e^{\frac{i23\pi}{12}}$ .
- f) 1)  $\mu_1 = 2e^{\frac{i\pi}{6}}$ .
- 2)  $\mu_2 = 2e^{\frac{i2\pi}{3}}$ .
- 3)  $\mu_3 = 2e^{\frac{i7\pi}{6}}$ .
- 4)  $\mu_4 = 2e^{\frac{i5\pi}{3}}$ .

**Ejercicio 15.**

a) 1)  $z_1 = e^{\frac{i\pi}{6}}$ .  
 2)  $z_2 = e^{\frac{i\pi}{2}}$ .  
 3)  $z_3 = e^{\frac{i5\pi}{6}}$ .  
 4)  $z_4 = e^{\frac{i7\pi}{6}}$ .  
 5)  $z_5 = e^{\frac{i3\pi}{2}}$ .  
 6)  $z_6 = e^{\frac{i11\pi}{6}}$ .

b) 1)  $z_1 = 0$ .  
 2)  $z_2 = e^{\frac{i\pi}{10}}$ .  
 3)  $z_3 = e^{\frac{i\pi}{2}}$ .  
 4)  $z_4 = e^{\frac{i9\pi}{10}}$ .  
 5)  $z_5 = e^{\frac{i13\pi}{10}}$ .  
 6)  $z_6 = e^{\frac{i17\pi}{10}}$ .

c) 1)  $z_1 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i7\pi}{32}}$ .  
 2)  $z_2 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i15\pi}{32}}$ .  
 3)  $z_3 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i23\pi}{32}}$ .  
 4)  $z_4 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i31\pi}{32}}$ .  
 5)  $z_5 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i39\pi}{32}}$ .  
 6)  $z_6 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i47\pi}{32}}$ .  
 7)  $z_7 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i55\pi}{32}}$ .  
 8)  $z_8 = (2)^{-\frac{3}{16}} e^{\frac{i63\pi}{32}}$ .

d) 1)  $z_1 = |z|e^{\frac{i\pi}{8}}$ .  
 2)  $z_2 = |z|e^{\frac{i3\pi}{8}}$ .  
 3)  $z_3 = |z|e^{\frac{i5\pi}{8}}$ .  
 4)  $z_4 = |z|e^{\frac{i7\pi}{8}}$ .  
 5)  $z_5 = |z|e^{\frac{i9\pi}{8}}$ .  
 6)  $z_6 = |z|e^{\frac{i11\pi}{8}}$ .  
 7)  $z_7 = |z|e^{\frac{i13\pi}{8}}$ .  
 8)  $z_8 = |z|e^{\frac{i15\pi}{8}}$ .

$|z|$  puede ser cualquier número real.

e) 1)  $z_1 = 0$   
 2)  $z_2 = 2e^{\frac{i3\pi}{4}}$ .  
 3)  $z_3 = 2e^{\frac{i7\pi}{4}}$ .

f)  $z = \sqrt{5} e^{i(\alpha)}$  donde  $\alpha = \frac{44}{125}\pi + \frac{k\pi}{3}$  y  $0 \leq k \leq 5$ .