- Enunciado

$D$ es la matriz que se obtiene como $D = A^t + 6 \cdot B \cdot C^{-1}$ siendo $A, B, C$ las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ La única opción que muestra los coeficientes de la matriz $D$ es:

A) $D = \begin{pmatrix} -8 & 10 \\ 12 & -12 \end{pmatrix}$

B) $D = \begin{pmatrix} -29 & 10 \\ 51 & -13 \end{pmatrix}$

C) $D = \begin{pmatrix} -7 & 13 \\ 10 & -13 \end{pmatrix}$

D) $D = \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 15 & -13 \end{pmatrix}$

Opción correcta: C)
Resolución:
Para obtener los coeficientes de la matriz $D$, primero tenés que calcular la inversa de la matriz $C$ y obtendrás los coeficientes $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$. Luego, tenés que calcular la matriz traspuesta de $A$ y obtener $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. Y, con esas matrices, calcular $D = A^t + 6 \cdot B \cdot C^{-1}$.

---

- Enunciado

Si $M, P, Q$ son matrices de $3 \times 3$ tales que: $det(P) = 4$, $M = 3P + PQ$ y $Q = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -5 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, elegí la única opción que muestra el determinante de la matriz $M$.

A) 136

B) 34

C) 148

D) 592

Opción correcta: D)
Resolución:
Como la matriz $B$ es un factor común en la igualdad $A = 2B + BC$ , podés expresar dicha matriz como $A = B(2 \cdot I + C)$. Y, luego, aplicando las propiedades de los determinantes, calcular $det(A) = det(B) \cdot det(2 \cdot I + C)$.

---

- Enunciado

Sea la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ con expresión funcional: $T(x_1; x_2; x_3) = (-x_2 + x_3; -x_1 - x_3; -x_1)$ Y sea $\vec{v} = (1; -2; 0)$. Indicá la opción que muestra $T^{-1}(\vec{v})$, es decir, la preimagen de $\vec{v}$.

A) $\{(2; -1; -1)\}$

B) $\{(0; -3; -2)\}$

C) $\{(0; 0; 1)\}$

D) $\{(0; 1; 2)\}$

Opción correcta: D)
Resolución:
Lo primero que debemos recordar es que, hallar la preimagen de un vector por una transformación lineal, es buscar el conjunto de vectores que, al aplicarle T me devuelven como imagen dicho vector. Entonces planteamos esto de la siguiente manera:

$$T(x_1; x_2; x_3) = (-x_2 + x_3; -x_1 - x_3; -x_1) = (1; -2; 0)$$

De aquí, mirando la segunda igualdad, igualamos coordenada a coordenada y nos queda un sistema de tres ecuaciones cuya solución es el conjunto de vectores buscado. Resolviendo el sistema se llega a que la solución es $\{(0; 1; 2)\}$.

---

- Enunciado

Sea la transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ con matriz: $A_T = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ Indicá la opción que muestra una base para la $Im(T)$.

A) $\{(-2; 0; 1); (0; 1; 2)\}$

B) $\{(-2; 0; 1); (0; 1; 2); (4; -1; 0)\}$

C) $\{(-2; 0; 4; 6); (0; -1; 1; 0); (1; 2; 0; -3)\}$

D) $\{(0; 0; 0)\}$

Opción correcta: B)
Resolución:
Una forma de hallar la imagen de $T$ es recordar que la matriz de la transformación lineal muestra en sus columnas la imagen de cada vector canónico del espacio de partida de $T$. En otras palabras, las columnas de dicha matriz son los vectores generadores de la imagen de $T$. Tenemos entonces que $Im(T) = \langle(-2; 0; 1); (0; 1; 2); (4; -1; 0); (6; 0; -3)\rangle$. Como lo que nos piden es una base de este subespacio, hay que hacer un paso más, extraemos entonces una base para ello nos quedamos con los vectores linealmente independientes. Una posible base de la imagen de $T$ es quedarse con los tres primeros vectores dado que forman un conjunto L.I. pues el cuarto vector es combinación lineal de estos primeros.

---

- Enunciado
Sean los complejos $w = 2 - 2i$ y $z = 1 + i$. El argumento de $\frac{w^4}{z+\bar{z}}$ es:

A) $\pi$
B) $\frac{\pi}{4}$
C) $\frac{3\pi}{2}$
D) $0$

Opción correcta: A)
Resolución:
Para hallar argumento, primero debemos realizar la cuenta propuesta. Al realizar las operaciones obtenemos que el resultado es $-32$. El argumento del complejo $-32$ es $\pi$.

---

- Enunciado
Dado el complejo $z = -2\sqrt{3} - 6i$ la única opción que muestra su forma polar es:

A) $4\sqrt{3} \cdot (cos(\frac{\pi}{3}) + sen(\frac{\pi}{3})i)$
B) $48 \cdot (cos(\frac{4\pi}{3}) + sen(\frac{4\pi}{3})i)$
C) $48 \cdot (cos(\frac{\pi}{3}) + sen(\frac{\pi}{3})i)$
D) $4\sqrt{3} \cdot (cos(\frac{4\pi}{3}) + sen(\frac{4\pi}{3})i)$

Opción correcta: D)
Resolución:
Para pasarlo a forma polar, debemos hallar el módulo y el argumento. El módulo es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la parte real y la parte imaginaria. El módulo da $4\sqrt{3}$. Para hallar el argumento debemos calcular el arcotangente del cociente entre la parte imaginaria y la parte real, teniendo en cuenta en el cuadrante en que se encuentra el complejo. El argumento da $\frac{4\pi}{3}$. Luego la forma polar es $4\sqrt{3} \cdot (cos(\frac{4\pi}{3}) + sen(\frac{4\pi}{3})i)$.

---

- Enunciado
Dados los polinomios $P(x) = -6x^4 + 8x^2 + 4x + 8$ y $Q(x) = x^2 + x - 2$ la única opción que indica el cociente y resto de hacer la división $P(x) : Q(x)$ es

A) Cociente: $-6x^2 + 6x - 14$. Resto: $30x - 20$
B) Cociente: $-6x^2 + 6x - 14$. Resto: $2x - 20$
C) Cociente: $-6x^2 + 6x - 10$. Resto: $26x - 12$
D) Cociente: $-6x^2 + 10$. Resto: $-18x + 28$

Opción correcta: C)
Resolución:
Usando el algoritmo de la división $P(x) = Cociente.Q(x) + Resto$.

---

- Enunciado
Sea el polinomio $P(x) = 2x^4 + 6x^3 + (a+1)x^2 + 6x + b$ ; $P \in \mathbb{R}[x]$. Si sabe que el resto de dividir a $P(x)$ por $(x+2)$ es cero y el resto de dividir a $P(x)$ por $(x-1)$ es 24, indicá qué opción muestra los valores de $a$ y $b$ correctos.

A) $a = 5$ y $b = 4$
B) $a = -\frac{55}{3}$ y $b = \frac{64}{3}$
C) $a = 5$ y $b- = 4$
D) $a = -5$ y $b = 4$

Opción correcta: A)
Resolución:
A partir del hecho que $-2$ es raíz de $P$ y que $P(1) = 24$ (Teorema del resto), nos queda el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4a + b = 24 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

Resolviéndolo llegamos a $a = 5$ y $b = 4$.

---