Cónicas

Unidad 4

Fe de erratas

Álgebra A (62)
Cátedra: Escayola

Errata 1. Pág. 94

$$\left(x+\frac{D}{2}\right)^2+\left(y+\frac{E}{2}\right)^2=G$$

Como esta última ecuación $0 \leq G$ (pues G es suma de cuadrados), entonces, podemos considerar $r=\sqrt{G}$, y obtener:

$$\left(x+\frac{D}{2}\right)^2+\left(y+\frac{E}{2}\right)^2=r$$

Donde dice: r
Debe decir: r^2, es decir

$$\left(x+\frac{D}{2}\right)^2+\left(y+\frac{E}{2}\right)^2=r^2$$

Errata 2. Pág. 97

■ **Ejemplos 41**

1. La elipse E_1 de focos $F_1=(-3,0)$ y $F_2=(3,0)$ y longitud de semieje mayor igual a 5 tiene su centro en el origen de coordenadas y puede verse en la Figura 4.8, lado izquierdo.
2. La elipse E_2 de focos $F_1=(-1,1)$ y $F_2=(5,1)$ y longitud de semieje mayor igual a 7 puede verse en la Figura 4.8, centro. El centro de esta elipse es el punto $(2,1)$.
3. La elipse E_3 de focos $F_1=(-6,-2)$ y $F_2=(-6,8)$ y longitud de semieje mayor igual a 10 puede verse en la Figura 4.8, lado derecho. El centro es el punto $(-6,3)$ y el semieje mayor es perpendicular al eje y (a diferencia de los dos ejemplos anteriores).

Donde dice: el semieje mayor es perpendicular al eje y
Debe decir: el semieje que pasa por los focos es paralelo al eje y

Errata 3. Pág. 98

4.3.3 Excentricidad de una elipse

Vimos en el párrafo anterior que $a^2=b^2+c^2$. En particular, tengamos en cuenta que $a>c$; por lo que $\frac{c}{a}<1$. Este cociente tiene un nombre.

Definición 40 El cociente $\frac{c}{a}$ se denomina la *excentricidad* de la elipse. Se nota $e=\frac{c}{a}$.

Observación: en la excentricidad, se define $e=\frac{c}{a}$ si a es el eje contenido en la recta focal.

Errata 4. Pág. 99

■ **Ejemplos 43** Vamos a hallar las ecuaciones canónicas de las elipses del Ejemplo 41.

1. Según la fórmula hallada en el párrafo anterior, podemos construirnos la ecuación de una elipse si conocemos las longitudes de sus semiejes mayor y menor. En el caso de la elipse E_1, ya sabemos que $a=5$, por lo que solo nos resta hallar b. Pero vimos que siempre vale $a^2=b^2+c^2$, donde c es la distancia de los focos al centro de la elipse. En este caso, $c=3$; por lo tanto, $b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=25-9=16$. Luego, concluimos que la ecuación canónica de la elipse E_1 es $1=\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}$. De todas formas, mostraremos cómo pueden obtenerse.
2. En el caso de E_2, tenemos que $a=7$ y $c=3$, por lo que $b^2=a^2-c^2=40$. Aquí tenemos otro centro: el $(2,1)$. Por lo tanto, la ecuación canónica de E_2 es: $1=\frac{(x-2)^2}{49}+\frac{(y-1)^2}{40}$.
3. Finalmente, para E_3 se tiene $a=10$ y $c=4$, por lo que $b^2=a^2-c^2=84$. La ecuación es: $1=\frac{(x+6)^2}{10}+\frac{(y-3)^2}{84}$.

Debe decir: $c=5$, por lo que $b^2=a^2-c^2=100-25=75$. La ecuación es:

$$1=\frac{(x+6)^2}{75}+\frac{(y-3)^2}{100}$$

Errata 5. Pág. 102

■ **Ejemplos 44**

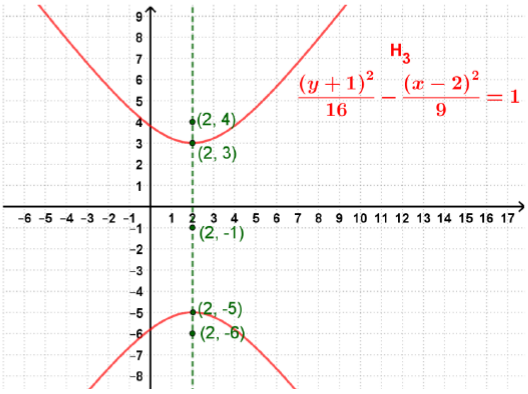
1. La hipérbola H_1 de focos $F_1 = (-5, 0)$ y $F_2 = (5, 0)$ y longitud de semieje mayor igual a 4 tiene su centro en el origen de coordenadas y puede verse en la Figura 4.11, lado izquierdo. Para esta hipérbola, los focos están sobre una recta paralela al eje x y con centro en el origen, tenemos $a = 4$, $b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 4^2 = 9$. Por lo tanto, la ecuación canónica de la misma es $1 = \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}$.

Debe decir: longitud de semieje igual a 4 (es el semieje contenido en la recta que pasa por los focos).

Errata 6. Pág. 103

3. La hipérbola H_3 de focos $F_1 = (2, -6)$ y $F_2 = (2, 4)$ y longitud de semieje mayor igual a 3 puede verse en la Figura 4.11, lado derecho. El centro es el punto $(2, -1)$ y el semieje mayor es perpendicular al eje y (a diferencia de los dos ejemplos anteriores). Como $a = 3$ y $b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 9 = 16$ entonces la ecuación canónica de H_3 es $1 = \frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{16}$.

Debe decir: el semieje, que está incluido en la recta que contiene a los focos puede verse en la Figura 4.11, lado derecho, tiene longitud igual a 4. El centro es el punto $(2, -1)$ y dicho semieje es paralelo al eje y (a diferencia de los ejemplos anteriores). Como $b = 4$ y $a^2 = c^2 - b^2 = 25 - 16 = 9$ entonces la ecuación canónica de H_3 es $1 = \frac{(y+1)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9}$. El gráfico que corresponde a H_3 es:



Errata 7. Pág. 103

Al igual que en el caso de la elipse, podemos desarrollar los cuadrados de la ecuación canónica para obtener una expresión de la forma $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma x + \delta y + \epsilon = 0$, con $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \mathbb{R}$. Pero a diferencia de la ecuación general de la elipse, *los signos de los coeficientes α y β serán necesariamente opuestos*. Esto se debe a que en la ecuación canónica de una elipse, uno de los paréntesis tiene signo positivo y el otro negativo. Esta característica es,

Debe decir: ecuación canónica de una hipérbola, uno de los paréntesis tiene signo positivo y el otro negativo.

Errata 8. Pág. 103

4.4.3 La excentricidad de la hipérbola

Como la distancia c de los focos al centro de la hipérbola es mayor que a, entonces el cociente $\frac{c}{a}$ es mayor que 1. Esta es la noción de excentricidad en este caso.

Definición 41 El cociente $\frac{c}{a}$ se denomina la *excentricidad* de la hipérbola. Se nota también $e = \frac{c}{a}$.

Por lo tanto, *la excentricidad de la hipérbola siempre es un número mayor a* 1. ¿Cuál es la interpretación de la excentricidad en este caso? Pues también nos da información sobre la forma de la hipérbola: más "abierta" o más "cerrada". Por ejemplo, si e es muy grande entonces la hipérbola tiene sus curvas más cerradas, mientras que si e es más cercano a 1, tiene sus curvas más abiertas (Figura 4.12).

Observación: en la excentricidad, se define $e = \frac{c}{a}$ si a es el eje contenido en la recta focal.

Errata 9. Pág. 104

> 3. En H_3, la hipérbola tiene como centro al punto $(2,-1)$, $a = 3$ y
> $$c = d((2,-6),(2,-1)) = \sqrt{(2-2)^2 + (-6-(-1))^2} = 5$$
> La excentricidad en este caso es $e = \frac{5}{3}$.

Debe decir: $a = 4$. Por eso la excentricidad, en este caso, es $e = \frac{5}{4}$

Errata 10. Pág. 105

> 3. Finalmente, H_3 tiene su centro en $(2,-1)$ y $a = 3$ y $b = 4$. Sus asíntotas son $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{4}{3}x - y = \frac{5}{3}\}$ y $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{4}{3}x - y = \frac{5}{3}\}$.

Debe decir: $a = 4$ y $b = 3$.
Sus asíntotas son las rectas de ecuación: $y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$ y $y = -\frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$

Errata 11. Pág. 108

> Observemos que, al igual que las ecuaciones canónicas de la elipse y la hipérbola, la ecuación canónica de una parábola contiene la información de todos sus elementos. En efecto, aparecen las coordenadas del vértice (x_0, y_0) y el valor p nos permite deducir la ubicación del foco y la directriz. Por ejemplo, si la ecuación es $(x-x_0)^2 = 2p(y-y_0)$, entonces sabemos que la directriz es paralela al eje x, por lo que el foco debe ser el punto $(x_0 + \frac{p}{2}, y_0)$ y la directriz debe ser la recta de ecuación $x = x_0 - \frac{p}{2}$ (miren la Figura 4.14).

Donde dice: el foco debe ser el punto $(x_0 + \frac{p}{2}, y_0)$ y la directriz debe ser la recta de ecuación $x = x_0 - \frac{p}{2}$
Debe decir: el foco debe ser el punto $(x_0, y_0 + \frac{p}{2})$ y la directriz debe ser la recta de ecuación $x = x_0 - \frac{p}{2}$