ÁLGEBRA A (62) (Cátedra: ESCAYOLA, Rosa María) **1° PARCIAL**	**.UBA XXI**
05/05/2022 - 10,30 a 12 h	**Temas 1 y 3**

- Enunciado

Un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ de norma 12 que resulta paralelo al vector $\left(\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ es:

a) $\left(\frac{24}{5}; -\frac{24}{5}; -\frac{12}{5}\right)$
b) $(-40; -40; -20)$
c) $(-8; 8; 4)$
d) $\left(\frac{2\sqrt{40}}{5}; -\frac{40}{5}; \frac{20}{5}\right)$

Opción correcta: *c*)

Resolución
Un vector paralelo a $\left(\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ se puede escribir como: $\left(k \cdot \frac{2}{5}; -k \cdot \frac{2}{5}; -k \cdot \frac{1}{5}\right)$ donde k es un número real distinto de cero. Para hacer cumplir que la norma de este vector sea 12, podemos plantear la ecuación: $\sqrt{\left(\frac{2k}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2k}{5}\right)^2 + \left(-\frac{k}{5}\right)^2} = 12$. De allí despejamos los dos posibles valores de k y luego, con este dato, averiguamos las coordenadas posibles para $\vec{v}$.

- Enunciado

Si se le aplica una dilatación $\alpha = 4$ al vector $\left(-8; -\frac{2}{5}; 1\right)$ seguido de una traslación con dirección $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ se obtiene el vector $(1; 2; -2)$. Si se aplican la misma dilatación y seguido la misma traslación con dirección $\vec{v}$ al vector $(-1; 1; 4)$ se obtiene el vector $\vec{w}$. Indicá la única opción que muestra el valor de las coordenadas de $\vec{w}$:

a) $\vec{w} = \left(33; \frac{18}{5}; -6\right)$
b) $\vec{w} = \left(29; \frac{38}{5}; 10\right)$
c) $\vec{w} = \left(32; \frac{23}{5}; -2\right)$
d) $\vec{w} = \left(29; \frac{18}{5}; 22\right)$

Opción correcta: *b*)

Resolución
De la primera de las condiciones, podemos plantear: $4 \cdot \left(-8; -\frac{2}{5}; 1\right) + \vec{v} = (1; 2; -2)$ de aquí podemos despejar las coordenadas de $\vec{v} = \left(33; \frac{18}{5}; -6\right)$ Luego, averiguamos $\vec{w}$, usando que la dilatación y traslación ya las tenemos, solo queda plantear:
$\vec{w} = 4 \cdot (-1; 1; 4) + \left(33; \frac{18}{5}; -6\right)$
$\vec{w} = \left(29; \frac{38}{5}; 10\right)$.

- Enunciado

Sean las rectas $(x; y; z) = \alpha \cdot (1; 0; -1) + (-1; 2; 3)$; $(x; y; z) = \beta \cdot (0; 2; 2) + (1; 0; 1)$. La única opción correcta es:

a) Las rectas son paralelas.
b) Las rectas son alabeadas.
c) Las rectas son ortogonales.
d) Las rectas son secantes.

Opción correcta: *b*)

Resolución
Como los vectores directores no son múltiplos podemos descartar que las rectas sean paralelas. Como el producto escalar entre los vectores directores no da 0, podemos descartar que las rectas sean ortogonales. Como la intersección entre las rectas es vacía, podemos decir que las rectas son alabeadas.

- Enunciado

Sean las rectas $\mathbb{L}_1 : (x; y; z) = \alpha \cdot (1; 0; -1) + (1; 2; 3)$; $\mathbb{L}_2 : (x; y; z) = \beta \cdot (1; -1; 0) + (1; 3; 2)$. El ángulo entre $\mathbb{L}_1$ y $\mathbb{L}_2$ es

a) $\frac{\pi}{3}$
b) $\frac{\pi}{6}$
c) $\frac{\pi}{4}$
d) $\frac{\pi}{2}$

Opción correcta: *a*)

Resolución
Para hallar el ángulo entre las rectas debemos calcular el ángulo entre los vectores directores. Dicho ángulo lo calculamos usando la definición de producto escalar. Obtenemos entonces que el coseno del ángulo es $\frac{1}{2}$. Luego el ángulo es $\frac{\pi}{3}$.

- Enunciado

Consideren el subespacio $S = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_4 = 0\}$. Marcá la única opcion correcta:

a) El vector $(3; 2; 1; 4)$ pertenece al subespacio S.

b) El conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0)\}$ es un sistema de generadores del subespacio S.

c) El conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0), (1; 1; 1; -1)\}$ es una base del subespacio S.

d) La dimension de S es 4.

Opción correcta: *b*)

Resolución

Dado el subespacio $S = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_4 = 0\}$, nos piden elegir la opción correcta. Para saber si el conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0)\}$ genera el subespacio S, debemos encontrar si existe una combinación lineal de estos vectores tales que $x_1 + x_4 = 0$. O sea, $k(1; 0; 0; -1) + t(0; 1; 0; 0) + s(0; 0; 1; 0) = (-x_4; x_2; x_3; x_4) \to (k; t; s; -k) = (-x_4; x_2; x_3; x_4)$ Es fácil comprobar que $x_1 + x_4 = 0$ porque $k + (-k) = 0$. Luego este enunciado es **verdadero**.

- Enunciado

Decidí cuál es el valor de k para que el vector $(-5; 1; k)$ sea combinación lineal de $(1; 1; -1)$ y $(2; -1; 1)$.

a) $k = 1$

b) $k = -1$

c) $k = -3$

d) $k = 3$

Opción correcta: *b*)

Resolución

A partir de la ecuación $(-5; 1; k) = \alpha(1; 1; -1) + \beta(2; -1; 1)$ tenemos que las dos primeras componentes nos devuelven el sistema:

$$\begin{cases} -5 = \alpha + 2\beta \\ 1 = \alpha - \beta \end{cases}$$

A partir de este sistema obtenemos $\alpha = -1$ y $\beta = -2$. En la tercer componente tenemos $k = -\alpha + \beta$, reemplazando en esta los valores obtenidos tenemos: $k = -(-1) + (-2) = -1$.

- Enunciado

La única opción que indica las coordenadas del centro y la excentricidad de la elipse de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ es:

a) Centro=$(3, -1)$, excentricidad=$\frac{\sqrt{5}}{3}$.

b) Centro=$(3, -1)$, excentricidad=$\frac{3}{\sqrt{5}}$.

c) Centro=$(-3, 1)$, excentricidad=$\frac{\sqrt{5}}{2}$.

d) Centro=$(-3, 1)$, excentricidad=$\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Opción correcta: *a*)

Resolución

La elipse de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ tiene como centro al punto de coordenadas $(3, -1)$. Y como $a > b$, su excentricidad se calcula como $e = \frac{c}{a}$. Como $a = 3$ y $b = 2$ puede calcularse como $9 = 4 + c^2$. Luego como $c = \sqrt{5}$ entonces $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

- Enunciado

La única opción que indica la medida del radio y las coordenadas del centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ es:

a) Centro=$(3, -1)$, radio=$\sqrt{10}$.

b) Centro=$(-3, 1)$, radio=10.

c) Centro=$(3, -1)$, radio=10.

d) Centro=$(-3, 1)$, radio=$\sqrt{10}$.

Opción correcta: *a*)

Resolución

El procedimiento de completar cuadrados permite reescribir la ecuación $x^2+y^2-6x+2y = 0$ como $(x-3)^2+(y+1)^2 = 10$. Así es posible encontrar las coordenadas del centro $(3, -1)$ y la medida del radio=$\sqrt{10}$ de la circunferencia.
