



Análisis Matemático A (para Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales) Práctica 2

Silvina Del Duca
Andrés Juárez
Melisa Proyetti Martino
Silvia Vietri

Índice general

2. LIMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES	2
2.1. Límites laterales	2
2.2. Límites en el infinito	4
2.3. Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas	6
2.4. Límites especiales	7
2.5. Límites infinitos y en el infinito	7
2.6. Continuidad	8
2.7. Teorema de los valores intermedios o Teorema de Bolzano	9
2.8. Ejercicios de aplicación	10
2.9. Respuestas de la Práctica 2	11

Práctica 2

LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

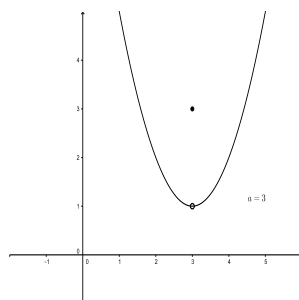
2.1. Límites laterales

Ejercicio 2.1. A partir de cada gráfica de la función, determinar:

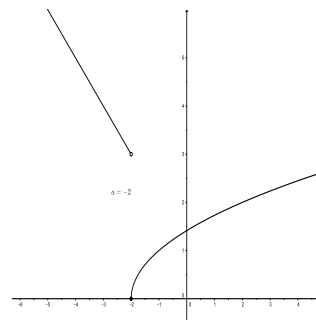
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

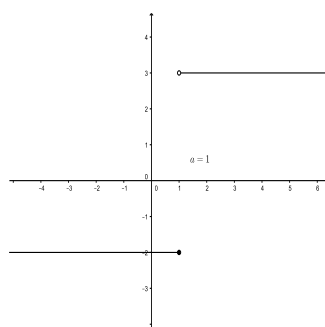
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$



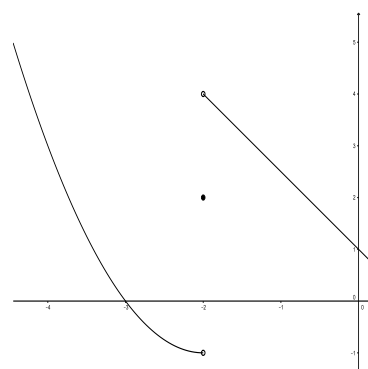
a.



c.

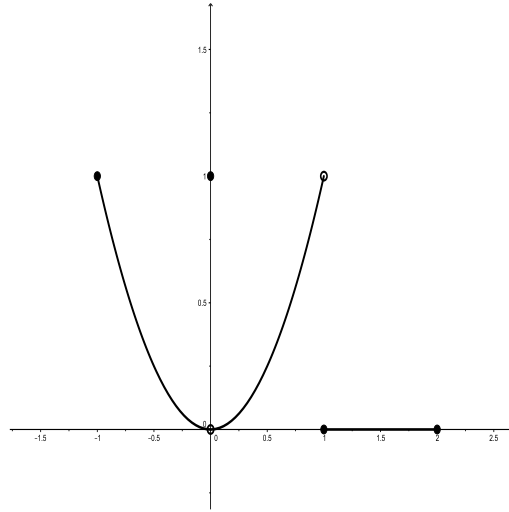


b.



d.

Ejercicio 2.2. Dada la función $g(x)$, cuya gráfica aparece a continuación, decidir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas.



- | | |
|--|---|
| a. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 1$ | h. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$ |
| b. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 1$ | i. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1$ |
| c. $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 1$ | j. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$ |
| d. $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 0$ | k. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2$ |
| e. $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ | l. $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$ no existe |
| f. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ existe | m. $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 0$ |
| g. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ | |

Ejercicio 2.3. Dadas las siguientes funciones, calcular los límites indicados.

- a. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ si $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \leq 3 \\ x - 1 & x > 3 \end{cases}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ si $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 2 \\ -1 & x = 2 \end{cases}$
- c. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ si $f(x) = \begin{cases} -x & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$
- d. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ si $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$

Ejercicio 2.4. Calcular los límites laterales indicados, analizando previamente el dominio de la función.

- a. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$ y $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ y $\lim_{x \rightarrow -2^-} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$
- c. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left(\frac{x}{x+1} \right) \left(\frac{2x+5}{x^2+x} \right)$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{x+1} \right) \left(\frac{2x+5}{x^2+x} \right)$
- d. $\lim_{s \rightarrow -3^+} \ln(s+3)$
- e. $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{h^2+4h+5}-\sqrt{5}}{h}$

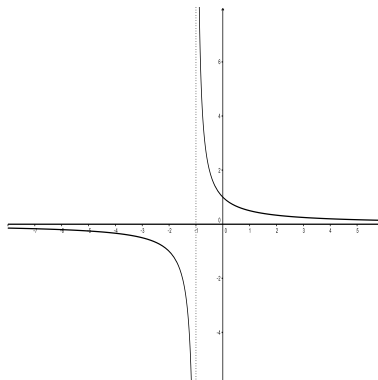
Ejercicio 2.5. Dadas las siguientes funciones, identificar su dominio y calcular los límites indicados.

- a. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+1}{x+3}$
- b. $\lim_{h \rightarrow -3} \frac{5h^2}{h+3}$
- c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+3}{x^2}$
- d. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x-1}{x}}$
- e. $\lim_{\theta \rightarrow \pi/4} \cos(\theta) - \sin(\theta)$
- f. $\lim_{y \rightarrow 3} \frac{y^2-9}{y-3}$
- g. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3-5}{(x+3)(x-1)^2}$ y $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3-5}{(x+3)(x-1)^2}$
- h. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4-3x^3+2x^2}{x^3+x^2}$
- i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4-16}{x^2+x-6}$
- j. $\lim_{y \rightarrow 3} \frac{y^2-y-6}{\sqrt{y^2+7}-4}$

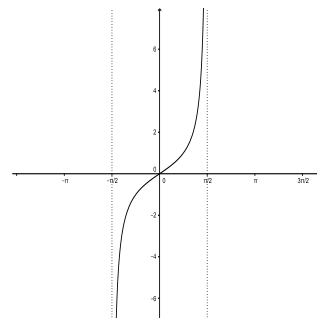
Ejercicio 2.6. ¿Para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+ax+1}-1}{x} = 2$?

2.2. Límites en el infinito

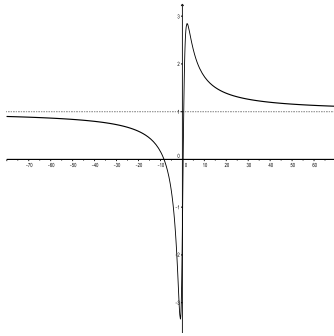
Ejercicio 2.7. A partir de la gráfica de la función determinar, si existen, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.



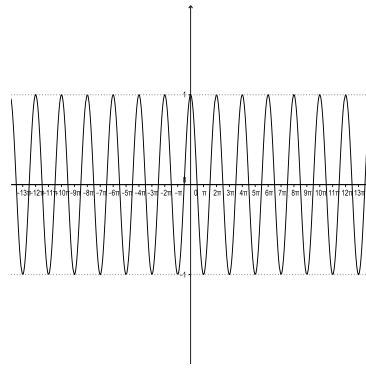
a.



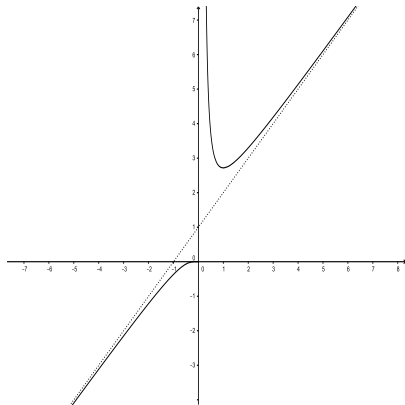
b.



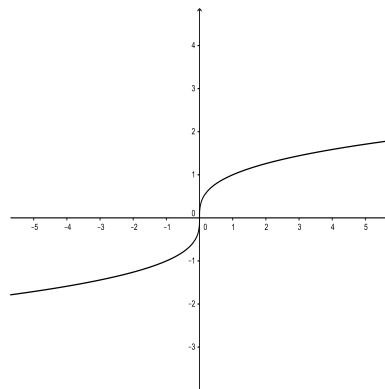
c.



e.



d.



f.

Ejercicio 2.8. Calcular los límites indicados, para x tendiendo a infinito.

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 3 \right)$

f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{11x+2}{2x^3-1}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-1 + \frac{5}{x} \right)$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-3}{7x+4}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 - x^6 + \sqrt{x}$

h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 + 3}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^7 - 3x^5 + 7)$

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} + x$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$

j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x+1+2}{7x-3}$

Ejercicio 2.9. Calcular, si es posible, los límites de las siguientes funciones cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$.

a. $f(x) = \frac{3}{x^2+8} - 11$

e. $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

b. $f(x) = \sqrt{1-x}$

f. $f(x) = e^x - 3$

c. $f(x) = \ln(x)$

g. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

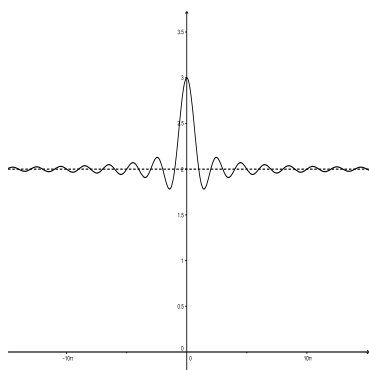
d. $f(x) = e^{-x}$

Ejercicio 2.10. Hallar a y $b > 0$ tales que el $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{ax^4+bx^3}}{x} - x \right) = 4$.

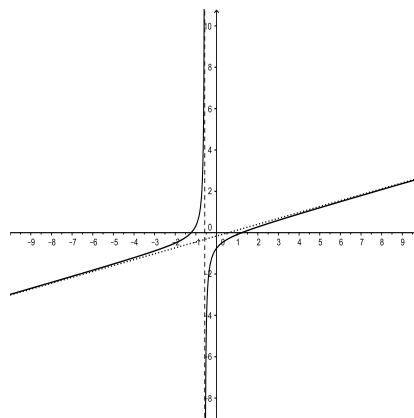
Ejercicio 2.11. El $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x+3}) = a$. ¿Cuánto vale a ?

2.3. Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas

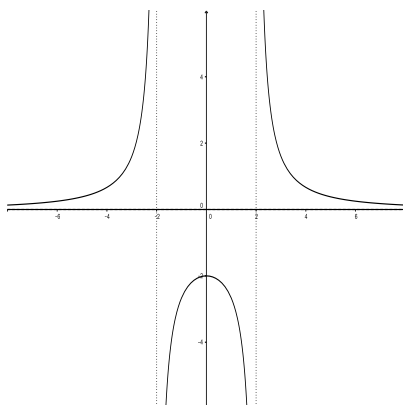
Ejercicio 2.12. Escribir, cuando existan, las ecuaciones de las asíntotas horizontales y/o verticales de las funciones cuyas gráficas se muestran en el Ejercicio 7 y de las que se muestran a continuación.



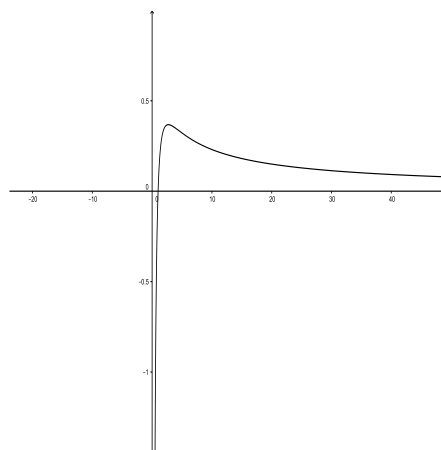
a.



c.



b.



d.

Ejercicio 2.13. Hallar el dominio de las siguientes funciones y calcular los límites que permitan detectar, si las hay, asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Escribir las ecuaciones correspondientes y hacer un gráfico aproximado que refleje la información obtenida.

a. $f(x) = \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$

b. $f(h) = \frac{2h^2-3}{7h+4}$

c. $f(x) = \frac{2x+3x+1}{x-1}$

d. $f(x) = -\frac{8}{x^2-4}$

e. $f(x) = \left(\frac{3x+1}{2x+1}\right)^{\frac{2x+1}{x-3}}$

f. $f(x) = 1 + e^{-x^2}$

g. $f(h) = \frac{h}{e^h}$

h. $f(x) = (2x^2 - x^3)^{1/3}$

i. $f(x) = e^{\frac{3x+1}{x-4}}$

j. $f(h) = \frac{h^3-3h^2+4}{h^2}$

Ejercicio 2.14. Encontrar los valores de a y b tales que la recta $y = 2x + 7$ resulte una asíntota oblicua de la función $f(x) = \frac{ax^3+bx^2+1}{x^2+5}$, para $x \rightarrow -\infty$.

2.4. Límites especiales

Ejercicio 2.15. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $3x^2 - \frac{2}{5}x^4 \leq g(x) \leq 3x^2$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcular, si existe, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^2}$.

Ejercicio 2.16. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $\frac{\sin(3x)}{x} \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} + \frac{17}{6}$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcular, si existe, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Ejercicio 2.17. Calcular los siguientes límites, que incluyen funciones trigonométricas.

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \cos(x)}{x + \sin(x)}$

j. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2+2x-3)}{x^2+2x-3}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x)}{x}$

k. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

c. $\lim_{\theta \rightarrow -\infty} \frac{\cos(\theta)}{3\theta}$

l. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

m. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+4 \sin(2x)}{x^2+5 \sin(x)}$

e. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{2-t+\sin(t)}{t+\cos(t)}$

n. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos(\pi x)}{\tan^2(\pi x)}$

f. $\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{r+\sin(r)}{2r+7-5 \sin(r)}$

ñ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} + x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right)$

o. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) \left(\frac{1}{f(x)+5} \right)$

h. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(4x)}$

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(8x)}$

donde $1 \leq f(x) \leq 4$, para todo $x \in \mathbb{R}$

2.5. Límites infinitos y en el infinito

Ejercicio 2.18. Calcular los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x-1} \right)^{\frac{x+2}{x-1}}$

f. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x^2}}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2x-3} \right)^{\frac{x^2+2}{x-1}}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1+x)^{\frac{1}{x^2}}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)^{\frac{x^2}{4x+1}}$

h. $\lim_{x \rightarrow 3} (x-2)^{\frac{x}{(x-3)^2}}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+6x)^{\frac{1}{x}}$

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x+5}{2x-1} \right)^{\frac{3x^2+2}{x-10}}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+\tan(x))^{\frac{1}{x}}$

j. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{6x-1} \right)^{\frac{1}{x-1}}$

$$k. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{3x+6} \right)^{\frac{x^2+1}{x-4}}$$

$$l. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t}$$

Ejercicio 2.19. Indicar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y justificar.

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos(x))^{\frac{1}{x}} = e$$

$$b. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

$$c. \text{ Si } a = 8, \text{ el valor de } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3 - ax^2}{4x^3 - 1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}} \text{ es } e^{-2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sin(x-1)}{x-1} = 5$$

2.6. Continuidad

Ejercicio 2.20. Dadas las siguientes funciones, hallar los puntos de discontinuidad. Para cada punto de discontinuidad, clasificar justificando adecuadamente.

$$a. f(x) = \frac{2x-2}{x^2-1}$$

$$b. f(t) = \frac{2t-2\cos(t)}{t^2}$$

$$c. f(u) = \frac{u-2}{u^3+u^2-6u}$$

$$d. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{2x-6} & \text{si } x < 3 \\ 2 & \text{si } x = 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$e. f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{3x-3} & \text{si } x > 1 \\ \frac{x^2-x}{4x-4} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

$$f. f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{2x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

$$g. f(x) = \begin{cases} \left(\frac{x+3}{2x+2} \right)^{\frac{1}{x-1}} & \text{si } x > 1 \\ e^{-5x+5} & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.21. Para cada una de las siguientes funciones, indicar para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ son continuas.

$$a. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{\sqrt{x}-2} & \text{si } x < 2 \\ ax - 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$b. f(t) = \begin{cases} e^{at} & \text{si } t \leq 0 \\ t - 3a & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

$$c. f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x+2} + a & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 5a & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

$$d. f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \leq a \\ x + 5 & \text{si } x > a \end{cases}$$

$$e. f(x) = \begin{cases} 7x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \leq 0 \\ a + 4 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$f. f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin(x)}{8x} & \text{si } x \neq 0 \\ 9 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2.22. Sabiendo que f es una función continua, indicar cuáles de las siguientes relaciones son correctas y justificarlo.

$$a. f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(3 + h)$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + 3) = 0$$

$$d. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(3 + x)$$

2.7. Teorema de los valores intermedios o Teorema de Bolzano

Ejercicio 2.23. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$, demostrar que la ecuación $f(x) = 2$ tiene al menos una solución en el intervalo $(-1, 2)$.

Ejercicio 2.24. (Optativo) Si $f(x)$ es una función continua en $[0, 1]$ y cumple que $0 < f(x) < 1$ en dicho intervalo, demostrar que existe un número $c \in (0, 1)$ para el cual $f(c) = c$. (Sugerencia: utilizar la función $g(x) = f(x) - x$).

Ejercicio 2.25. Dadas las siguientes ecuaciones, demostrar que tienen alguna solución real.

$$a. x \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 15 \sin(x) = 15$$

$$b. x^3 - 3x + 40 = 0$$

$$c. \ln(x) = e^{-x}$$

Ejercicio 2.26. Encontrar dos intervalos disjuntos para los cuales la ecuación tiene una raíz: $2x^4 - 14x^2 + 14x - 1 = 0$.

Ejercicio 2.27. (Optativo)

- Demstrar que cualquier ecuación polinómica de grado 5 tiene por lo menos una raíz real.

- b. Si la ecuación es polinómica de grado par, ¿necesariamente tendrá alguna raíz real? Justificar.

Ejercicio 2.28. Sabiendo que la función $f(t) = \frac{at^5+bt^3-4}{t+1}$ y $f(5) = 12$, demostrar que en algún punto del intervalo $[0, 5]$, $f(t) = 8$.

Ejercicio 2.29. Dada la función $f(x) = \frac{x-1}{x(x+1)(x^2-9)}$, se podría adaptar el Teorema de Bolzano para probar que f tiene alguna raíz en el intervalo $(0, 3)$?

Ejercicio 2.30. Hallar conjuntos de positividad y negatividad para cada una de las siguientes funciones:

a. $f(t) = \frac{t^2+t-6}{t+1}$

e. $f(x) = \frac{2 \sin(x)}{5+\cos(x)}$

b. $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-9}$

f. $f(x) = \frac{e^{x-1}(x-4)}{x+2}$

c. $f(x) = x^3(x-2)(x^2+16)$

d. $f(x) = \ln(x-1)$

g. $f(u) = \frac{e^u-1}{e^u}$

2.8. Ejercicios de aplicación

Ejercicio 2.31. Encontrar una fórmula para una función f que satisfaga las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) &= 0; & \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= -\infty; \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \infty; & \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= -\infty; & f(2) &= 0 \end{aligned}$$

Hacer un gráfico aproximado de la función propuesta.

Ejercicio 2.32. (Optativo) Comparación de las magnitudes infinitesimales.

Supongamos que unas magnitudes infinitamente pequeñas α y β (infinitesimales), son funciones de un mismo argumento x y verifican:

$$\lim_{x \rightarrow a \text{ ó } \infty} \alpha(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow a \text{ ó } \infty} \beta(x) = 0$$

Si la razón $\frac{\beta}{\alpha}$ tiene la siguiente propiedad:

$$\lim_{x \rightarrow a \text{ ó } \infty} \frac{\beta}{\alpha} = A \neq 0,$$

se dice que las infinitesimales α y β son del mismo orden.

En cambio, si el límite anterior es cero, β se denomina infinitesimal de orden superior a α .

- a. Entre las infinitesimales (cuando $x \rightarrow 0$) siguientes: x^3 , $\sqrt{x(1-x)}$, $\sin(3x)$ y xe^{2x} , elegir las que son del mismo orden que la infinitesimal x ;
- b. ¿Cuáles son las infinitesimales de orden superior a x ?

Ejercicio 2.33. Un tanque contiene agua pura y se le arroja cierta sustancia química, tal que su concentración en dl , en tiempo t expresado en horas, está dada por la función $f(t) = \frac{2t}{10t+120}$ para $t > 0$. ¿Hay algún valor al que tiende la concentración de esta sustancia?

2.9. Respuestas de la Práctica 2

Ejercicio 2. 1.

	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
a	1	1	1
b	3	-2	no existe
c	0	3	no existe
d	4	-1	no existe

Ejercicio 2. 2.

- | | | |
|------|------|------|
| a. F | f. V | k. F |
| b. V | g. V | l. V |
| c. F | h. F | m. F |
| d. V | i. F | |
| e. V | j. F | |

Ejercicio 2. 3. a. no existe

- b. 4
c. no existe
d. no existe; 1

Ejercicio 2. 4. a. 0 y $+\infty$

- b. 0 y $+\infty$

c. $+\infty$ y 5

- d. $-\infty$

e. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Ejercicio 2. 5. a. $Dom = R - \{-3\}$ y el límite es ∞ , puede ser positivo o negativo.

- b. $Dom = R - \{-3\}$ y el límite es ∞ , puede ser positivo o negativo.

- c. $Dom = R - \{0\}$ y el límite es $+\infty$

- d. $Dom = R - \{0\}$ y el límite es $+\infty$ cuando x tiende a cero por izquierda y 0 cuando tiende por derecha

- e. $Dom = R$ y el límite es 0

- f. $Dom = R - \{3\}$ y el límite es 6

- g. $Dom = R - \{-3, 1\}$ y el límite cuando x tiende a -3 es ∞ , puede ser positivo o negativo. El límite cuando x tiende a 1 es $-\infty$.

- h. $Dom = R - \{0, -1\}$ y el límite es 2

- i. $Dom = R - \{-3, 2\}$ y el límite es $\frac{8}{3}$

- j. $Dom = R - \{-3, 3\}$ y el límite es $\frac{20}{3}$

Ejercicio 2. 6. $a = 4$

Ejercicio 2. 7. a. Ambos son cero

- b. No existen
c. Ambos son 1
d. $+\infty$ y $-\infty$
e. No existen
f. $+\infty$ y $-\infty$

Ejercicio 2. 8. a. -3

- b. -1
c. $-\infty$

d. $-\infty$

- e. $\frac{5}{3}$
f. 0

g. $+\infty$

- h. 0
i. 1

j. 7

Ejercicio 2. 9.

	a	b	c	d
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	-11	no existe	$+\infty$	0
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	-11	$+\infty$	no existe	$+\infty$

	e	f	g
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	no existe	-3	$+\infty$

Ejercicio 2. 10. $a = 1$ y $b = 8$.**Ejercicio 2. 11.** $a = -3$ **Ejercicio 2. 12.** 7.a. $x = -1$ e $y = 0$ 7.b. $x = -\frac{\pi}{2}$ y $x = \frac{\pi}{2}$ 7.c. $x = 0$ e $y = 1$ 7.d. $x = 0$ por derecha

7.e. no tiene asíntotas

7.f. no tiene asíntotas

12.a. $y = 2$ 12.b. $x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$ 12.c. $x = -0,5$ 12.d. $x = 0$ por derecha e $y = 0$ cuando x tiende a $+\infty$ **Ejercicio 2. 13.**

	a.	b.	c.
Dominio	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, -\frac{4}{7}) \cup (-\frac{4}{7}, +\infty)$	$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
A.H.	$y = \frac{5}{3}$	no hay	$y = 5$
A.V.	no hay	$x = -\frac{4}{7}$	$x = 1$
A.O.	no hay	$y = \frac{2}{7}x - \frac{8}{49}$	no hay

	d	e.
Dominio	$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$	$(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{3}, 3) \cup (3, +\infty)$
A.H.	$y = 0$	$y = \frac{9}{4}$
A.V.	$x = -2$ y $x = 2$	$x = -\frac{1}{3}$ y $x = 3$ ambos por derecha
A.O.	no hay	no hay

	f.	g.	h.
Dominio	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$
A.H.	$y = 1$	$y = 0$ con $x \rightarrow +\infty$	no hay
A.V.	no hay	no hay	no hay
A.O.	no hay	no hay	$y = -x + \frac{2}{3}$

	i.	j.
Dominio	$(-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
A.H.	$y = e^3$	no hay
A.V.	$x = 4$	$x = 0$
A.O.	no hay	$y = x - 3$

Ejercicio 2. 14. $a = 2$ y $b = 7$

Ejercicio 2. 15. El límite es 3.

Ejercicio 2. 16. El límite es 3.

Ejercicio 2. 17.

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| a. 1 | g. 1 | m. $\frac{11}{5}$ |
| b. 0 | h. $\frac{5}{4}$ | n. $\frac{1}{2}$ |
| c. 0 | i. $\frac{3}{8}$ | ñ. $-\pi$ |
| d. 0 | j. 1 | o. 0 |
| e. -1 | k. $\frac{1}{2}$ | |
| f. $\frac{1}{2}$ | l. 2 | |

Ejercicio 2. 18.

- | | | |
|----------|------------------------|-----------------------|
| a. 1 | e. e | i. ∞ |
| b. 0 | f. ∞ | j. $e^{-\frac{4}{5}}$ |
| c. 1 | g. 0 | k. 0 |
| d. e^6 | h. No existe el límite | l. 1 |

Ejercicio 2. 19. a. F Respuesta correcta ∞

b. F Respuesta correcta 0

c. V

d. V

Ejercicio 2. 20. a. $x = 1$ discontinuidad evitable y $x = -1$ discontinuidad esencial.

b. $x = 0$ discontinuidad esencial.

c. $u = 0$ y $u = -3$ discontinuidades esenciales; $u = 2$ discontinuidad evitable.

d. $x = 3$ discontinuidad evitable.

e. $x = 1$ discontinuidad esencial.

f. No hay discontinuidades.

g. $x = 1$ discontinuidad esencial.

Ejercicio 2. 21. a. $a = 3$

b. $a = -\frac{1}{3}$

c. $a = -\frac{1}{2}$

d. $a = 2$

e. $a = -4$

f. $a = 72$

Ejercicio 2. 22. a. V

b. V

c. V

d. F

Ejercicio 2. 23. Sea $g(x) = f(x) - 2$.Si $x = -1$, entonces $g(-1) = f(-1) - 2 = 0 - 2 < 0$.Si $x = 2$, entonces $g(2) = f(2) - 2 = 3 - 2 > 0$.Por teorema del valor intermedio, existe $c \in (-1, 2)$ tal que $g(c) = f(c) - 2 = 0$.
Despejando se obtiene que existe $c \in (-1, 2)$ tal que $f(c) = 2$.**Ejercicio 2. 24.** Análogo al anterior.**Ejercicio 2. 25.** Un vez determinado el intervalo, se resuelve como el ejercicio 2.23.a. Un intervalo puede ser $(0, \frac{\pi}{2})$ b. Un intervalo puede ser $(-4, -3)$ c. Un intervalo puede ser $(1, 2)$ **Ejercicio 2. 26.** Pueden ser $(-5, -2)$ y $(0, 1)$ **Ejercicio 2. 27.** a. Usar el hecho de que las raíces imaginarias aparecen de a pares. Si existe una raíz imaginaria entonces la conjugada también es raíz.b. No. Por ejemplo el polinomio $p(x) = x^2 + x + 1$ no tiene raíces reales.**Ejercicio 2. 28.** Resolución similar a la del ejercicio 2.23.**Ejercicio 2. 29.** Si.**Ejercicio 2. 30.**

	Int. positividad	Int. Negatividad
a.	$(-3, -1) \cup (2, +\infty)$	$(-1, 2) \cup (-\infty, -3)$
b.	$(-\infty, -3) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$	$(-3, 0) \cup (2, 3)$
c.	$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$	$(0, 2)$
d.	$(2, +\infty)$	$(1, 2)$
e.	$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (2k\pi, (2k+1)\pi)$	$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ((2k+1)\pi, (2k+2)\pi)$
f.	$(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$	$(-2, 4)$
g.	$(0, +\infty)$	$(-\infty, 0)$

Ejercicio 2. 31. Varias opciones. Proponé tu respuesta en el foro correspondiente.**Ejercicio 2. 32.** Los infinitesimales del mismo orden son: $\sin(3x)$ y xe^{2x} . La de orden superior x^3 .**Ejercicio 2. 33.** 0, 2 dl