

Cotas

Cota Superior – Supremo – Máximo

Supongamos que tenemos definido el siguiente conjunto:

$$A = (-\infty, 5]$$

Lo representamos gráficamente en la recta de los reales:



Claramente, vemos que el número 7, por ejemplo, es más grande que cualquier número que pertenezca al conjunto A. Entonces, decimos que 7 es una cota superior. Otra cota superior podría ser el 9, o el 8,3. En resumen, una cota superior es cualquier número que sea mayor o igual que cualquier valor del conjunto.

Es importante tener en cuenta la palabra mayor o igual porque, entonces, el propio 5, también será cota superior.

En símbolos:

Si c es cota superior, entonces, $c \geq a, \forall a \in A$

Dentro de las cotas superiores hay una que es la más chica de todas: el número 5. Porque cualquier número a la izquierda del 5 ya deja de ser cota superior. Por ejemplo, el 4,9 no es cota superior porque no es mayor o igual que 4,91 y este número pertenece al conjunto.

El número que está justo en el “borde” derecho del conjunto es la cota superior más chica y se llama *supremo*.

En este otro conjunto:

$$B = (-\infty, 5)$$

El 5 no pertenece al conjunto pero, también, es supremo. La diferencia es que en el conjunto A, además de supremo, es máximo. En cambio, el conjunto B *no tiene máximo*.

Resumiendo: un conjunto puede o no tener cota superior. Si tiene, decimos que está acotado superiormente y las cotas son infinitas.

La más chica de todas las cotas superiores es el supremo. Si está incluida en el conjunto, también, es máximo.

Cota inferior – ínfimo – mínimo

Lo mismo sucede con las cotas inferiores. Los conjuntos A y B no están acotados inferiormente. En cambio el conjunto C sí lo está.

$$C = [-4, 8)$$

Los números -5, -10, -33 son todas cotas inferiores. La mayor de todas (la que está en el borde izquierdo) es el -4. Por lo tanto es el ínfimo.

Además, -4 pertenece al conjunto C, por lo tanto, también, es mínimo.

Conjuntos acotados

Cuando decimos conjuntos acotados, sin especificar, es que están acotados tanto en forma superior como inferior. Por ejemplo los conjuntos A y B no están acotados porque inferiormente no lo están. En cambio, el conjunto C sí está acotado.