

Polinomios

UNIDAD 8

GUÍA DE ACTIVIDADES

POLINOMIOS

Ejercicio 1. Hallen $P + Q$, $P - Q$, $P + 2 \cdot Q$, $P \cdot Q$, $(P + 3x) \cdot Q^2$ indicando el grado, el término independiente y el coeficiente principal en cada caso:

- a) $P(x) = 3x - 2$, $Q(x) = x^3$
- b) $P(x) = 2x^2 + 3x - 1$, $Q(x) = -x^2 + 2$
- c) $P(x) = 2x^2 + x$, $Q(x) = -x^2 + 1$
- d) $P(x) = x - 1$, $Q(x) = -3x + 1$

Ejercicio 2. Si $(2 + Q(x) \cdot x^3) \cdot P(x)$ tiene grado 13 y $Q(x)$ es un polinomio de grado 6, ¿cuál es el grado de $P(x)$?

Ejercicio 3. Hallen $a, b, c \in \mathbb{R}$ tales que $x^2 + 4x + 1 = ax^2 + bx + c(x + 1)(x + 2)$.

Ejercicio 4. Consideren $P(x) = x^3 - (a + b)x^2 + 10bx - 3a \in \mathbb{R}[X]$. Sabiendo que $P(3) = 0$ y $P(-2) = -11$ determinen los valores de $a, b \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 5. Encuentren los polinomios cociente y resto de la división $P(x)$ por $Q(x)$.

- a) $P(x) = -2x^4 + 10x^2 - 4x + 2$, $Q(x) = x - 2$
- b) $P(x) = x^5 - 2x^2 + 3$, $Q(x) = x - 1$
- c) $P(x) = x^5 - x^3 + 2x^2 - 2x + 3$, $Q(x) = x^2 - 1$
- d) $P(x) = x^5 - x^3 + x^2 + x + 1$, $Q(x) = x^2 - 2x + 1$
- e) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20$, $Q(x) = x^2 + 3x - 2$
- f) $P(x) = x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x$, $Q(x) = x^2 - x + 3$
- g) $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$, $Q(x) = x^3 - 2x + 1$

Ejercicio 6. Utilicen el Teorema del resto para verificar si el polinomio $Q(x)$ divide al polinomio $P(x)$.

- a) $P(x) = x^3 - 5x - 1$, $Q(x) = x - 3$
- b) $P(x) = x^6 - 1$, $Q(x) = x + 1$
- c) $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1$, $Q(x) = x - 1$
- d) $P(x) = x^{10} - 1024$, $Q(x) = x + 2$

Ejercicio 7. Determinen todas las raíces de $P(x)$ en \mathbb{C} .

- a) $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$
- b) $P(x) = x^5 - 3x^3 - 4x$
- c) $P(x) = 3x^4 + 4x^3 - 11x^2 + 2x + 2$
- d) $P(x) = -4x^6 + 36x^4 - 4x^2 + 36$
- e) $P(x) = x^4 - 3x^2 - 4$
- f) $P(x) = x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 8x + 4$, sabiendo que $2i$ es raíz.

Ejercicio 8. Encuentren las raíces complejas de $P(x) = x^4 + x^3 + 10x^2 + 9x + 9$ sabiendo que $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ es raíz del polinomio.

Ejercicio 9. Determinen el orden de multiplicidad de z como raíz de $P(x)$

- a) $P(x) = (x^2 + 9) \cdot (x - 3)^2 \cdot (x^3 - 27)$, $z = 3$
- b) $P(x) = -2x^6 - 2x^4 + 2x^2 + 2$, $z = -i$
- c) $P(x) = 4x^4 + 22x^3 + 36x^2 + 8x - 16$, $z = \frac{1}{2}$

d) $P(x) = 4x^4 + 22x^3 + 36x^2 + 8x - 16$, $z = -2$

Ejercicio 10. Hallen el polinomio $P(x) \in \mathbb{C}[X]$ de grado mínimo que verifique las siguientes condiciones:

- a) 3 y $1 + i$ con raíces de $P(x)$ y $P(2) = 4$
- b) 3 es raíz triple, i es raíz doble y $P(1) = -64$

Ejercicio 11. Factoricen en \mathbb{C} a los polinomios del **Ejercicio 7**.

Ejercicio 12. Factoricen en \mathbb{Q} , \mathbb{R} y en \mathbb{C} el polinomio $P(x) = 2x^5 + 4x^4 - 15x^3 - 17x^2 + 25x - 15$ sabiendo que $-\sqrt{5}$ es raíz de P .

Ejercicio 13. Hallen el valor de $a \in \mathbb{R}$ de manera tal que $x = 2$ sea raíz múltiple del polinomio $P(x) = x^5 - ax^4 - 3ax^3 + 2ax^2 + 40x - 48$. Para el valor de a encontrado, averigüen la multiplicidad de la raíz $x = 2$ y factoricen al polinomio P en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$.

Ejercicio 14.

- a) Resolver $x^2 + \frac{2}{x} = 5$, con $x \in \mathbb{R}$.
- b) Resolver $5x^2 - 3x + \frac{6}{x} = 2$, con $x \in \mathbb{R}$.
- c) Resolver $5x^4 + 13x^2 = 8x^3 + 16x - 6$, con $x \in \mathbb{R}$.