Análisis Matemático A (para Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales)
Práctica 1

Silvina Del Duca
Andrés Juárez
Melisa Proyetti Martino
Silvia Vietri

Índice general

Práctica 1

NÚMEROS REALES Y FUNCIONES

1.1. La recta real

Ejercicio 1.1. Ordenar y representar en la recta numérica.

a. $5;\quad -4;\quad -1;\quad -\sqrt{3};\quad \sqrt{3}-1;\quad \frac{2}{3};\quad -\sqrt[3]{8};\ \sqrt{3};\ -\frac{3}{2};\ -\sqrt{3}-1.$

b. $-2;\quad -4;\quad -e;\quad 3;\quad 2;\quad \frac{e}{2};\quad \pi;\quad \frac{\pi}{2};\quad \sqrt[3]{-27};\quad -\pi.$

Ejercicio 1.2. Representar en la recta los siguientes conjuntos.

a. $[-1,\, 3] \cap [0,\, 6]$

b. $[-1,\, 3] \cup [0,\, 6]$

c. $(-\infty,\, 2) \cap (-1,\, +\infty)$

d. $(-\infty,\, 2) \cup (-1,\, +\infty)$

e. Todos los números reales mayores que -2.

f. Todos los números reales menores o iguales que 5.

Ejercicio 1.3. En los casos en que sea posible, escribir los siguientes conjuntos como intervalos o unión de intervalos. Representar todos los conjuntos en la recta numérica.

a. $\{x\epsilon\mathbb{R}/2x-1 < x+3\}$

b. $\left\{x\epsilon\mathbb{R}/-\frac{x}{3} < 2x+1\right\}$

c. $\left\{x\epsilon\mathbb{R}/\frac{6}{x-1} \geq 5\right\}$

d. $\{x\epsilon\mathbb{R}/\mid x\mid < 2\}$

e. $\{x\epsilon\mathbb{R}/\mid x-3\mid < 2\}$

f. $\{x\epsilon\mathbb{R}/\mid x\mid > 5\}$

g. $\{n\epsilon\mathbb{N}/8 \leq n < 10\}$

h. $\left\{\frac{n}{n+1}/n\epsilon\mathbb{N} \wedge n < 4\right\}$

i. $\left\{x\epsilon\mathbb{R}/\frac{x+1}{3x+2} > 1\right\}$

j. $\{x\epsilon\mathbb{R}/(1-2x)(2-x) \geq 0\}$

Ejercicio 1.4. Resolver las siguientes desigualdades y mostrar su conjunto solución en forma gráfica sobre la recta real.

a. $-2x > 4$

b. $5x - 3 \leq 7 - 3x$

c. $2x - \frac{1}{2} \geq 7x + \frac{7}{6}$

d. $\frac{4x-8}{5} < \frac{x-6}{3}$

e. $1 - x^2 \leq -3$

f. $x^2 - x - 2 \geq 0$

1.2. Números irracionales

Ejercicio 1.5. Clasificar los números reales del Ejercicio 1 en racionales e irracionales.

Ejercicio 1.6. Hallar el número racional cuya expresión decimal es $0,3344444...$

Ejercicio 1.7. El número $\sqrt{5}$ está comprendido entre 2 y 3 y sus primeras cifras decimales son $2,236067977499790......$

a. **(Opcional)** Demostrar que $\sqrt{5}$ es un número irracional.

b. Hallar un número *racional* comprendido entre 2,236 y $\sqrt{5}$.

c. Hallar un número *irracional* comprendido entre 2,236 y $\sqrt{5}$.

1.3. Supremo e ínfimo

Ejercicio 1.8. Decidir si los conjuntos dados a continuación, están acotados superiormente y/o inferiormente. En caso afirmativo, encontrar el supremo y/o el ínfimo y decidir si alguno de ellos es el máximo y/o el mínimo del conjunto correspondiente.

a. $(0, +\infty)$

b. $[0, 1]$

c. $[0, 1)$

d. $\mathbb{N}$

e. $\{4; 4,9; 4,99; 4,999; .....\}$

f. $\{x \epsilon \mathbb{R} / \mid x \mid > 7\}$

g. $\{x \epsilon \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 < 0\}$

h. $\{y \epsilon \mathbb{R} / y = x^2 - 3x + 2, x \epsilon \mathbb{R}\}$

Ejercicio 1.9. Considerar el conjunto $A = \left\{\frac{n}{n+1} : n \epsilon \mathbb{N}\right\}$.

a. Mostrar que 1 es una cota superior del conjunto A.

b. Exhibir un elemento $a \epsilon A$ que satisfaga $0,9 < a < 1$.

c. Exhibir un elemento $a \epsilon A$ que satisfaga $0,99 < a < 1$.

d. Mostrar que si $b < 1$, existe un elemento $a \epsilon A$ que satisface $b < a < 1$.

e. Se puede deducir que 1 es el supremo del conjunto A?

f. Se puede deducir que 1 es el máximo del conjunto A?

1.4. Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1.10. Hallar los valores de x que verifican:

a. $\mid x \mid \leq 3$ y $x > -\frac{1}{2}$

b. $\mid x - 1 \mid = 1 - x$

Ejercicio 1.11. (Optativo) Demostrar.

a. Si $x \epsilon \mathbb{R}$ es irracional, entonces $x + 1$ es irracional. (Sug.: demostrar el contrarrecíproco)

b. Demostrar que si $x \epsilon \mathbb{R}$ es irracional, entonces $x - 1$ y $\frac{1}{x}$ son irracionales. (Sug.: demostrar por reducción al absurdo)

Ejercicio 1.12. Una persona realiza un viaje por una ruta, siendo x la cantidad de kilómetros que recorre. Hace paradas en distintos pueblos: la primera parada la hace después de recorrer el segmento $\mid x - 25 \mid \leq 25$, la segunda después de recorrer el segmento $\mid x - 85 \mid \leq 35$ y la última después de recorrer el segmento $\mid x - 140 \mid \leq 20$.

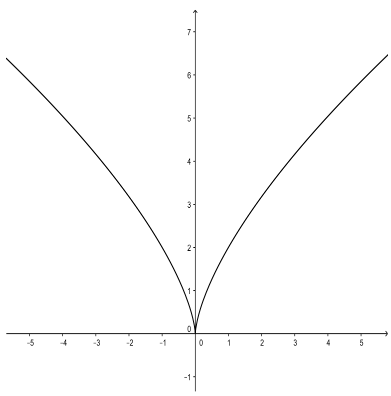
a. Cuántos kilómetros recorrió en total ?

b. A cuántos kilómetros del punto de partida están ubicados los pueblos en los que paró?

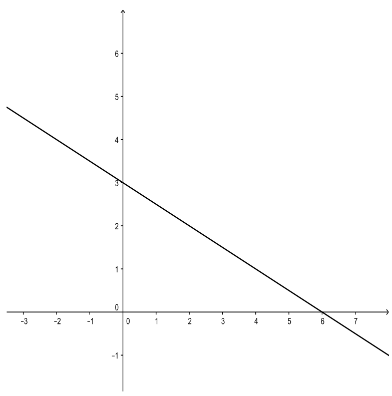
c. A cuántos kilómetros entre sí están ubicados dichos pueblos?

1.5. Funciones

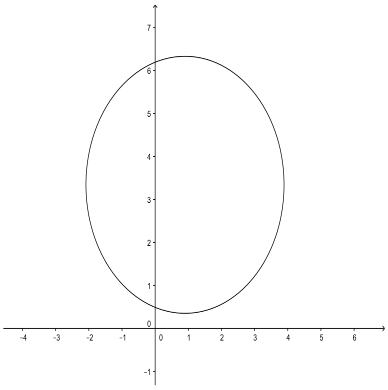
Ejercicio 1.13. A partir de los siguientes conjuntos del plano, determinar en cada caso si existe una función cuyo gráfico sea el dado.



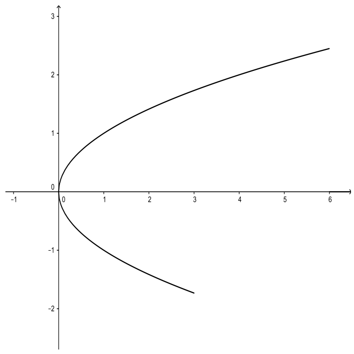
a.



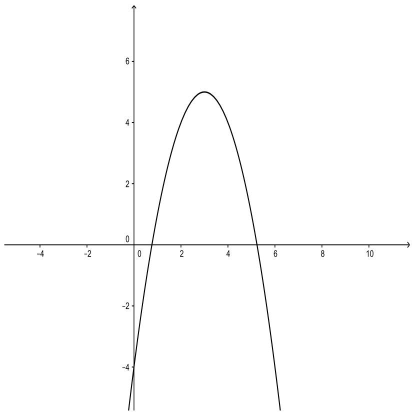
b.



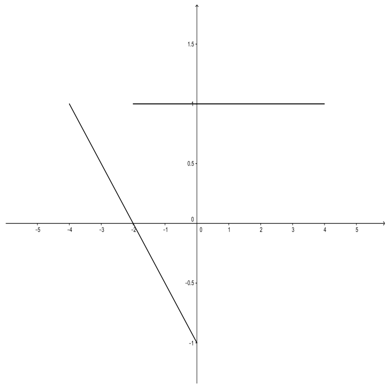
c.



e.

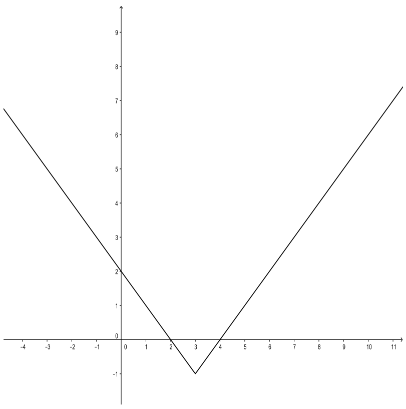


d.

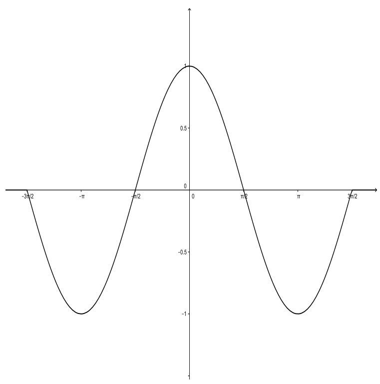


f.

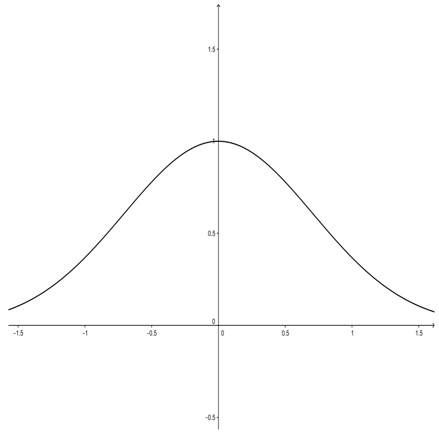
Ejercicio 1.14. A partir de los siguientes gráficos de funciones, determinar en cada caso el valor de $f(0)$, el valor de x tal que $f(x) = 0$, dónde la función crece y dónde decrece, dónde alcanza y cuánto vale su valor máximo y su valor mínimo, dónde es positiva y dónde es negativa.

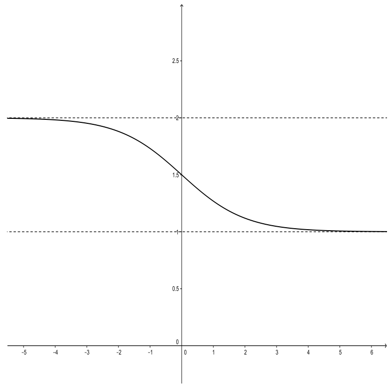


a.



b.


c.


d.

Ejercicio 1.15. Determinar el conjunto dominio, más amplio posible en reales, para que las siguientes fórmulas sean funciones.

a. $f(t) = 3t^2 - t$

b. $f(x) = \frac{x-2}{3x+1}$

c. $f(s) = \sqrt{5s+1}$

d. $f(x) = \frac{3+x}{\sqrt{x+2}}$

e. $f(z) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$

f. $f(x) = x^3$

g. $f(x) = 2^x$

h. $f(x) = 2^{\frac{1}{3x+1}}$

Ejercicio 1.16. Analizar, en forma analítica, la paridad de las siguientes funciones.

a. $f(x) = x^2$

b. $f(x) = x^2 + 1$

c. $f(x) = (x+1)^2$

d. $f(x) = x^3 + 2$

e. $f(x) = x^3 + 2x$

f. $f(x) = |x|$

g. $f(x) = \frac{1-x}{x}$

h. $f(x) = \frac{1}{x}$

Ejercicio 1.17. Hallar la función lineal $f(x)$ que verifica las condiciones dadas y represente gráficamente cada función hallada:

a. $f(2) = -4; \quad f(-1) = 5.$

b. $f(0) = -1 \quad f(3) = 0.$

c. Tiene pendiente 2 y pasa por el punto $(1,4)$.

d. Corta el eje x en 1 , y al eje y en 2.

e. Pasa por los puntos $(1,5)$ y $(8,5)$.

f. Pasa por el origen de coordenadas y es bisectriz del primer cuadrante.

g. Es paralela a la recta de ecuación $y = 2x - 1$ y pasa por el punto $(1,5)$.

h. Es perpendicular a $4x - 8y = 16$ y $\quad f(-1) = 0.$

Ejercicio 1.18. Para cada función del ejercicio anterior, indicar la pendiente, la ordenada al origen, la intersección con cada eje de coordenadas y analizar cuáles son crecientes y cuáles decrecientes.

Ejercicio 1.19. Un resorte mide 10 cm cuando colgamos de él un peso de 20 gramos y 15 cm si colgamos 40 gramos. Suponiendo que la relación entre la longitud del resorte y el peso que soporta es lineal:

a. ¿Cuál es la longitud del resorte cuando no colgamos ningún peso?

b. ¿Cuál es la longitud si colgamos un peso de 30 gramos?

c. ¿Qué peso le colgamos si su longitud es 17,5 cm?

¿Para qué valores de peso la longitud del resorte no supera los 20 cm?

Ejercicio 1.20. Representar gráficamente cada una de las siguientes funciones cuadráticas, calculando previamente las raíces, eje de simetría y vértice:

a. $f(x) = x^2 - 1$

b. $f(t) = 4 - 5t + t^2$

c. $f(x) = (x-1)^2 + 2$

d. $f(t) = 2(t+1)(t-2)$

Ejercicio 1.21. Para cada una de las funciones del ejercicio anterior, determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento, coordenadas de los extremos y conjuntos de positividad y negatividad.

Ejercicio 1.22. Hallar la expresión de la función cuadrática que cuyo valor máximo 4 se alcanza en $x = 2$ y su gráfico pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 1.23. Hallar la función cuadrática cuya ordenada al origen es 5 y su conjunto de positividad es el intervalo $(-1, 2)$.

Ejercicio 1.24. Representar gráficamente las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^3$

b. $f(x) = -x^3 + 2$

c. $f(x) = (x-1)^3 + 1$

d. $f(x) = -x^4 - 1$

Ejercicio 1.25. Para las siguientes funciones, hallar Dominio e Imagen y representar gráficamente:

a. $f(x) = \frac{1}{x}$

b. $f(x) = \frac{1}{x-2}$

c. $f(x) = \frac{2}{x-1} + 1$

d. $f(x) = \frac{2x+1}{-x+3}$

Ejercicio 1.26. Para cada función del ejercicio anterior indicar intervalos de crecimiento y decrecimiento, raíces (si existen) , e intervalos de positividad y negatividad.

Ejercicio 1.27. Representar gráficamente las siguientes funciones, indicando intervalo de crecimiento y decrecimiento en cada caso:

a. $f(x) = \mid x+2 \mid$

b. $f(x) = \mid x^2-1 \mid$

c. $f(x) = \mid x \mid -1$

d. $f(x) = \mid \frac{1}{x} \mid$

1.6. Composición de funciones y función inversa

Ejercicio 1.28. Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = -x+1 \qquad g(x) = x^2+2x \qquad h(x) = \sqrt{x+3} \qquad r(x) = \mid x-2 \mid$$

a. Hallar la expresión de $(f \circ g)(x)$ $(h \circ f)(x)$ $(r \circ f)(x)$ $(f \circ f)(x)$ e indicar el dominio de cada función.

b. Calcular, cuando sea posible $(g \circ f)(2)$ $(f \circ r)(-1)$ $(f \circ g \circ h)(1)$.

Ejercicio 1.29. Hallar la función inversa de cada una de las siguientes funciones, restringiendo el dominio cuando sea necesario :

a. $f(x) = 2x+8$

b. $f(x) = \frac{1}{x+3}$

c. $f(x) = x^2+1$ para $x\epsilon(-\infty, 0]$

d. $f(x) = x^2+1$ para $x\epsilon[0, +\infty)$

e. $f(x) = -x^3+5$

f. $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$

g. $f(x) = \mid x-1 \mid$

Ejercicio 1.30. Dadas las siguientes funciones, hallar dominio y representar gráficamente. Analizar también la monotonía e indicar las raíces.

a. $f(x) = \sqrt{x}$

b. $f(t) = \sqrt{t-1}$

c. $f(x) = -\sqrt{x}$

d. $f(u) = \sqrt{u}-2$

e. $f(x) = \sqrt{-x^2+2x}$

1.7. Funciones exponenciales y logarítmicas

Ejercicio 1.31. Dadas las siguientes funciones exponenciales, indicar Dominio e Imagen y representar gráficamente:

a. $f(x) = 2^x$

b. $f(x) = (\frac{1}{3})^x - 1$

c. $f(x) = e^x - 2$

d. $f(x) = 2\,e^{-x}$

e. $f(x) = -e^{-x}+1$

Ejercicio 1.32. Representar las siguientes funciones logarítmicas, indicando Dominio e Imagen:

a. $f(x) = \log_2 x$

b. $f(x) = \ln x$

c. $f(x) = \log_{1/2} x$

d. $f(x) = -\log x$

e. $f(x) = \ln{(2x+1)}$

f. $f(x) = \ln{(x^2-1)}$

Ejercicio 1.33. Hallar el valor de x que verifica:

a. $\ln(x+1) = 2$

b. $-e^{x+1} + 5 = 4$

Ejercicio 1.34. Analizar, en caso de ser posible, la paridad de las siguientes funciones.

a. $f(x) = \ln(x+1)$

b. $f(x) = 2\ln(x^2)$

c. $f(x) = 2 + \ln(x^2)$

d. $f(x) = xe^{x^2}$

e. $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

f. $f(x) = e^{\frac{x}{x-2}}$

Ejercicio 1.35. Hallar la función inversa de:

a. $f(x)=\ln(2x+1)$

b. $f(x) = e^{x+2} - 1$

1.8. Funciones trigonométricas

Ejercicio 1.36. Representar gráficamente las siguientes funciones indicando el período de cada una:

a. $f(x) = \sin(x)$

b. $f(x) = \cos(x)$

c. $f(x) = \sin(x+\pi)$

d. $f(x) = -\cos(2x)$

e. $f(x) = \mathrm{tg}(x)$

f. $f(x) = 2\sin(\frac{1}{2}x)$

Ejercicio 1.37. Hallar la solución de las siguientes ecuaciones:

a. $\sin(x) = 1$

b. $\cos(x)=\frac{1}{2}$

c. $3\sin(x) = 0$

d. $2\sin(2x - \pi) = \sqrt{3}$ con $x\epsilon[-\pi, \pi]$

e. $4\cos(x + \frac{\pi}{2})=2\sqrt{2}$ con $x\epsilon[0, 2\pi]$

f. $\mathrm{tg}(x) = 1$

1.9. Funciones definidas por partes

Ejercicio 1.38. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x+2} & \text{si } x > -2, \\ 2x+6 & \text{si } x \leq -2. \end{cases}$$

a. Calcular $f(-2)$ y $f(0)$.

b. Hallar x tal que $f(x) = 0$.

c. Representar gráficamente.

Ejercicio 1.39. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si } x < 1, \\ 2 & \text{si } x = 1, \\ e^{x-1} & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

a. Calcular $f(-1)$ y $f(1)$.

b. Hallar, si existe, la intersección de $f(x)$ con el eje x y con el eje y.

c. Representar gráficamente.

Ejercicio 1.40. Representar gráficamente en el plano.

a. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / x \geq 0\}$

b. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / x \leq 0\,;\, y \geq 0\}$

c. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / y \leq 2\}$

d. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / 1 \leq x \leq 3\,;\, y > 2\}$

e. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / x < 0\,;\, -1 \leq y < 1\}$

f. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / x + y \leq 1\,;\, x \geq 0\}$

g. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / x \geq 0\,;\, y \geq 0\,;\, x + y \leq 2\}$

h. $\{(x, y) \,\epsilon\, R^2 / y \geq x^2 + 1\}$

i. $\{(x, y)\epsilon R^2 / y \geq x^2 - 2\,;\, \wedge y \leq 5\}$

j. $\{(x, y)\epsilon R^2 / y \leq \sqrt{x}\,;\, y \geq 0 \wedge x \leq 4\}$

k. $\{(x, y)\epsilon R^2 / y \geq ln(x)\,;\, y < 0\}$

1.10. Ejercicios de aplicación

Ejercicio 1.41. Un fabricante determina que el número total de unidades de producción diarias, q, en función del número de empleados, m, esta dado por $q = f(m) = (40m - m^2)/4$. Los ingresos totales , r, que se reciben por la venta de q unidades , están dados por la función g, donde $r = g(q) = 40q$.

Determinar $(g \circ f)(m)$ ¿Qué describe esta función?¿Cuál es su Dominio?

Ejercicio 1.42. Una sustancia radiactiva decrece de la forma $N(t) = 10e^{-0{,}4t}$ donde N es el número de miligramos presentes de sustancia después de t horas.

a) Determinar la cantidad inicial de sustancia radiactiva.

b) Determinar el tiempo de vida media de la sustancia (tiempo que tarda en reducirse a la mitad de la cantidad inicial).

c) ¿Cuántas horas se requieren para que quede 1 mg de sustancia presente?

Ejercicio 1.43. Se sabe que la relación entre grados Celsius ($°C$) y grados Farenheit ($°F$) es una función lineal. Si 32 $°F$ equivalen a 0 °C, y que 212 $°F$ a 100 °C.

a) Hallar la función que permite hallar la temperatura en grados $°F$ conocida la misma en °C.

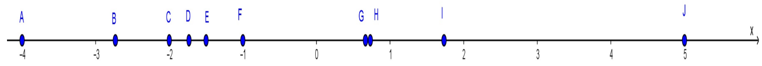
b) Hallar la función que permite hallar la temperatura en grados $°C$ conocida la misma en °F.¿Qué relación tiene con la función hallada en a)?

c) ¿A cuántos °C equivalen 50 °F?

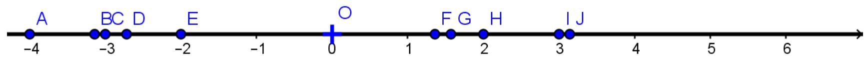
d) ¿A cuántos °F equivalen 30 °C?

1.11. Respuestas de la Práctica 1

Ejercicio 1. 1. a. $-4 < -\sqrt{3}-1 < -\sqrt[3]{8} < -\sqrt{3} < -\frac{3}{2} < -1 < \frac{2}{3} < \sqrt{3}-1 < \sqrt{3} < 5$

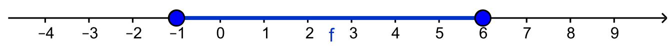


b- $-4 < -\pi < \sqrt[3]{-27} < -e < -2 < \frac{e}{2} < \frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$

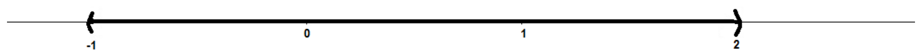


Ejercicio 1. 2. a.

b.

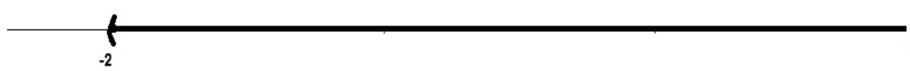


c.

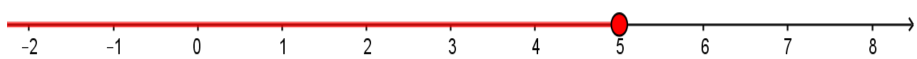


d. Son todos los números Reales

e.



f.



Ejercicio 1. 3.

a. $(-\infty, 4)$
b. $(-\frac{3}{7}, +\infty)$
c. $\left(1, \frac{11}{5}\right]$
d. $(-2, 2)$
e. $(1, 5)$
f. $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$
g. $\{8, 9\}$
h. $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right\}$
i. $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$
j. $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$

Ejercicio 1. 4. a. $(-\infty, -2)$
b. $(-\infty, \frac{5}{4}]$
c. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$
d. $(-\infty, -\frac{6}{7})$
e. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
f. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

Ejercicio 1. 5. a.

Racionales	-4; $-\sqrt[3]{8}$; $-\frac{3}{2}$; -1; $\frac{2}{3}$; 5
Irracionales	$-\sqrt{3}-1$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}-1$; $\sqrt{3}$

Ejercicio 1. 6. $\frac{301}{900}$

Ejercicio 1. 7. a. Una forma es demostrarla por el absurdo, esto es suponer que no se cumple lo que se afirma y llegar a una contradicción. Se hace de la siguiente forma:

Supongamos que $\sqrt{5} \in Q$, entonces existen números enteros p y q coprimos (el único divisor común es 1) tal que $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$. Esto implica que: $5 = \frac{p^2}{q^2} \to 5q^2 = p^2 \quad (*)$, donde se lee que p^2 es divisible por 5 y, como 5 es primo, entonces 5 también divide a p, es decir, existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $p = 5.k$. Reemplazando en (*), $5q^2 = 25k^2 \to q^2 = 5k^2$, igual que antes, esto significa que q^2 es divisible por 5 y, como 5 es primo, entonces 5 también divide a q. Por lo tanto, 5 divide a q y a p, lo que implica que no son coprimos, contradictorio!!! Esta contradicción proviene de suponer que es racional, por lo tanto, $\sqrt{5} \in I$.

b. Hay infinitos, uno por ej 2,23605.

c. Hay infinitos, uno por ej $\frac{2{,}236+\sqrt{5}}{2}$.

Ejercicio 1. 8. a. Acotado inferiormente. 0 es el ínfimo. No tiene mínimo.

b.Acotado superior e inferiormente. 0 es el ínfimo y mínimo; 1 es el supremo y máximo.

c. Acotado (superior e inferior). 0 es ínfimo y mínimo. 1 es supremo. No tiene máximo.

d. Es acotado inferiormente.1 es el ínfimo y el mínimo.

e. Acotado inferiormente y superiormente. 4 es el ínfimo y mínimo. Supremo 5. No tiene máximo.

f. No es acotado

g. Acotado (superior e inferiormente). 1 es ínfimo y 2 es supremo. No tiene ni máximo ni mínimo.

h.Es acotado inferiormente. -1/4 es el ínfimo y el mínimo. No tiene supremo ni máximo.

Ejercicio 1. 9. a. Para todo número natural, es cierto que $n < n+1$, como $n+1$ es positivo, queda que: $\frac{n}{n+1} < 1$. Esto significa que 1 es cota superior de A.

b. Con n = 10,por ejemplo, se obtiene a = 10/11 que satisface lo pedido. Pero hay infinitos 0,99, 0,999, etc.

c. Hay infinitos: 0,999; 0,9999; 0.99999; etc.

d. Se hizo en los items anteriores.

e. Si, se probó en el ítem d) que para todo b<1, hay un elemento del conjunto mayor que él, por lo tanto la menor de las cotas superiores del conjunto es 1, es decir, es el supremo.

f. No es máximo, pues no existe n natural tal que $\frac{n}{n+1} = 1$. En efecto, $\frac{n}{n+1} = 1 \to n = n+1 \to 0 = 1$ absurdo.

Ejercicio 1. 10. a. $(-1/2, 3]$

b. $x \leq 1$

Ejercicio 1. 11. a. Acá también se puede demostrar por el absurdo. Supongamos que $x+1$ es racional, o sea, $x+1 = q$ con $q \in Q$. Se suma miembro a miembro -1, y obtenemos: $x = q + (-1)$. Como -1 es racional y q también, la suma debe ser racional, esto implica que x es racional. Contradictorio, porque el enunciado dice que x es irracional. Esta contradicción proviene de suponer que $x+1$ es racional.Por lo tanto, podemos asegurar que $x+1$ es irracional.

Ejercicio 1. 12. a. 160

b. El primero a 50 km, el segundo a 120 km y el tercero a 160 km.

c. Del primer puebo al segundo hay 70 km y del segundo al tercero 40km.

Ejercicio 1. 13. a. sí

b.si

c. no

d. si

e. no

f. no

Ejercicio 1. 14.

	$f(0)$	$x \in D(f)\ /f(x) = 0$	Int. drec.	Int. crec.
a.	$y = 2$	$x = 2$ y $x = 4$	$(-\infty, 3)$	$(3, +\infty)$
b.	$y = 1$	$\frac{\pi}{2} + k\pi$	$(0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi)$	$(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$
c.	$y = 1$	no hay	$(0, +\infty)$	$(-\infty, 0)$
d.	$y = 1,5$	no hay	R	no hay

	máx.	mín.	Cjto. Post.	Cjto. Neg.
a.	no hay	$(3, -1)$	$(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$	$(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi)$
b.	$0 + 2k\pi$	$\pi + 2k\pi$	$(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$	$(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi)$
c.	$(0, 1)$	no hay	R	no hay
d.	no hay	no hay	R	no hay

Ejercicio 1. 15. a. R

b. $R - \{-1/3\}$

c. $\left[-\frac{1}{5}, +\infty\right)$

d. $(-2, +\infty)$

e. $[2, +\infty)$

f. R

g. R

h. $R - \{-1/3\}$

Ejercicio 1. 16.

a. Par
b. Par
c. Nada
d. Nada
e. Impar
f. Par
g. Nada
h. Impar

Ejercicio 1. 17. a. $y = -3x + 2$
b. $y = \frac{1}{3}x - 1$
c. $y = 2x + 2$
d. $y = -2x + 2$
e. $y = 5$
f. $y = x$
g. $y = 2x + 3$
h. $y = -2x - 2$

Ejercicio 1. 18.

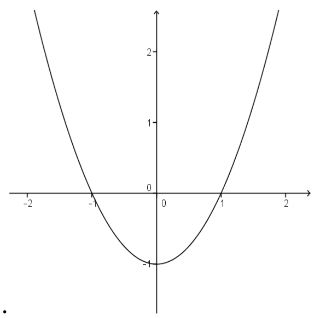
	pendiente	ordenada al origen	ceros	creciente	decreciente
a.	-3	2	$\frac{2}{3}$	no	si
b.	-1/3	-1	3	si	no
c.	2	2	-1	si	no
d.	-2	2	1	no	si
e.	0	5	no hay	no	no
f.	1	0	0	si	no
g.	2	3	$-\frac{3}{2}$	si	no
h.	-2	-2	-1	no	si

Ejercicio 1. 19. a. 5 cm b. $12,5$ cm c. 50 gr

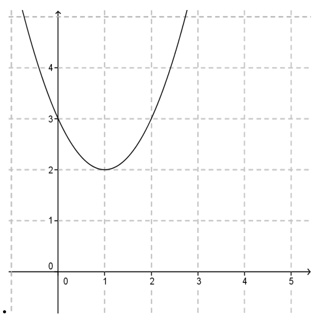
Ejercicio 1. 20.

	raíces	eje de simetría	vértice
a.	$x = 1$ y $x = -1$	$x = 0$	$(0, -1)$
b.	$x = 1$ y $x = 4$	$x = \frac{5}{2}$	$(5/2, -9/4)$
c.	no hay raices	$x = 1$	$(1, 2)$
d.	$x = -1$ y x=2	$x = 1/2$	$(1/2, -9/2)$

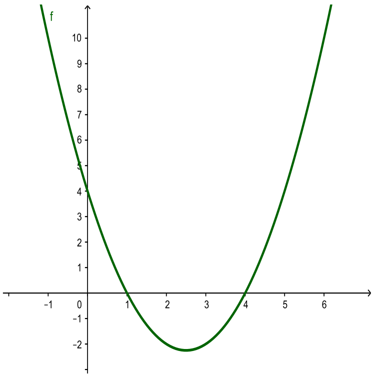
Gráficos



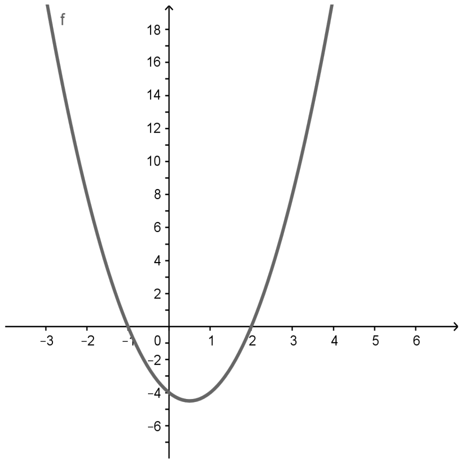
a.



c.



b.



d.

Ejercicio 1. 21.

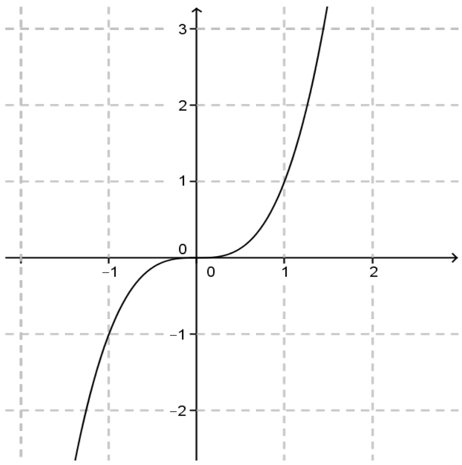
	Int. crec.	Int. decre.	Extremos	Int. post.	Int. neg.
a.	$(0,+\infty)$	$(-\infty,0)$	$(0,-1)$	$(-\infty,-1)$ $\cup\,(1,+\infty)$	$(-1,1)$
b.	$\left(\frac{5}{2},+\infty\right)$	$\left(-\infty,\frac{5}{2}\right)$	$(5/2,-9/4)$	$(-\infty,1)$ $\cup\,(4,+\infty)$	$(1,4)$
c.	$(1,+\infty)$	$(-\infty,1)$	$(1,2)$	R	vacío
d.	$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$	$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$	$(1/2,-9/2)$	$(-\infty,-1)$ $\cup\,(2,+\infty)$	$(-1,2)$

Ejercicio 1. 22. $y = -\left(x-2\right)^2 + 4$

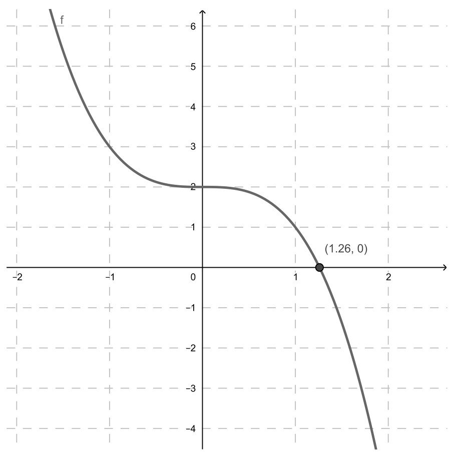
Ejercicio 1. 23. $y = -\frac{5}{2}\left(x+1\right)\left(x-2\right)$

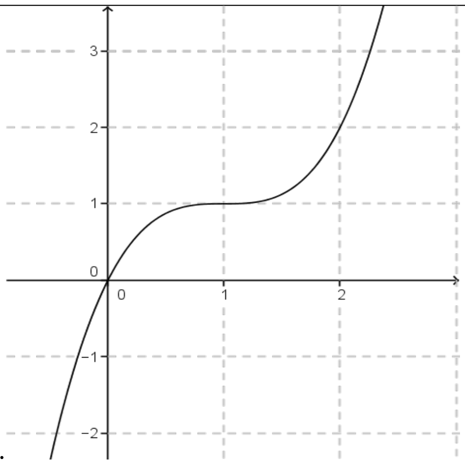
Ejercicio 1. 24.

a.

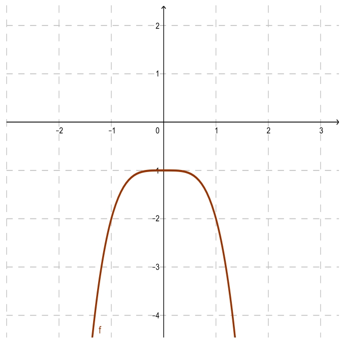


b.



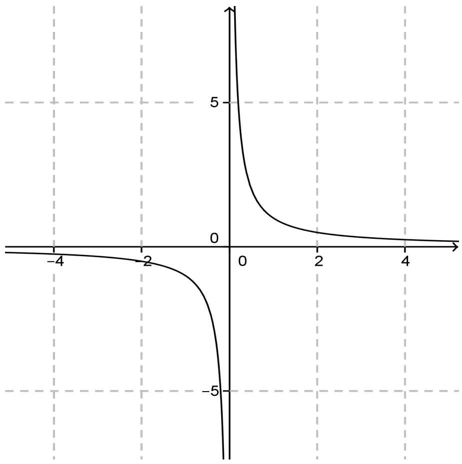


c.

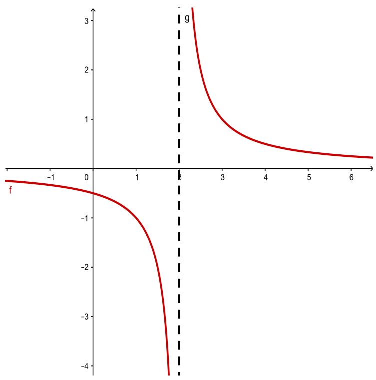


d.

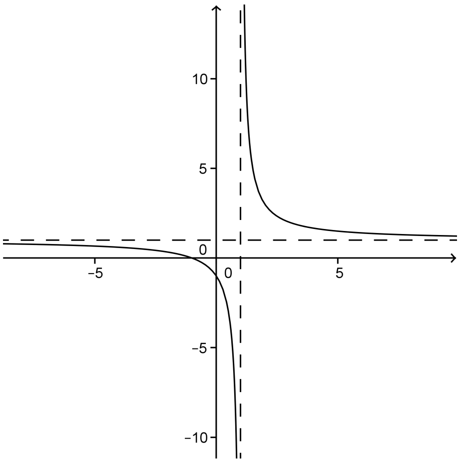
Ejercicio 1. 25. a. $D(f) = R - \{0\}$ e $Im(f) = R - \{0\}$



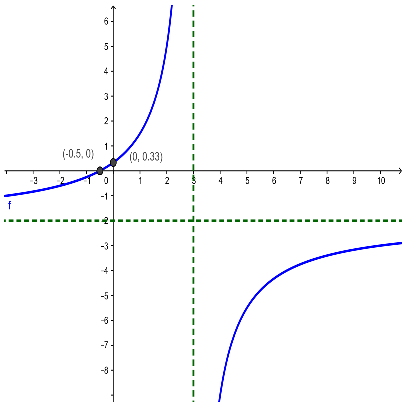
b. $D(f) = R - \{2\}$ e $Im(f) = R - \{0\}$



c. $D(f) = R - \{1\}$ e $Im(f) = R - \{1\}$



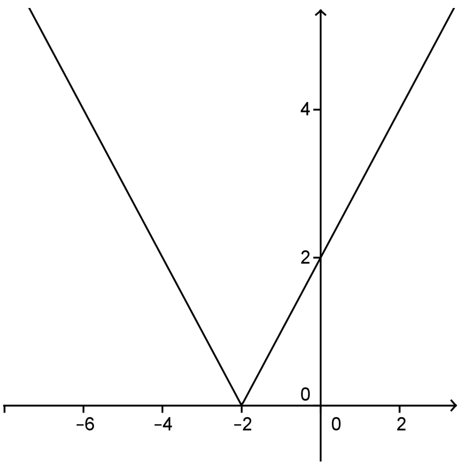
d. $D(f) = R - \{3\}$ e $Im(f) = R - \{-2\}$



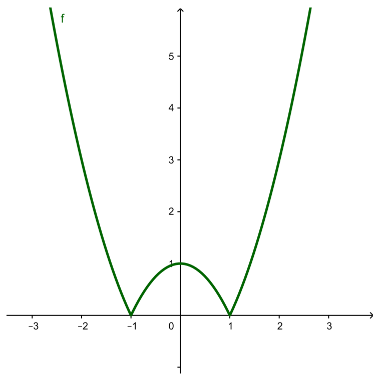
Ejercicio 1. 26.

	Int. crec.	Int. decre.	Raíces	Int. post.	Int. neg.
a.	$\emptyset$	$R - \{0\}$	no tiene	$(0, +\infty)$	$(-\infty, 0)$
b.	$\emptyset$	$R - \{2\}$	no tiene	$(2, +\infty)$	$(-\infty, 2)$
c.	$\emptyset$	$R - \{1\}$	$x = -1$	$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$	$(-1, 1)$
d.	$R - \{3\}$	$\emptyset$	$x = -\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{2}, 3)$	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (3, +\infty)$

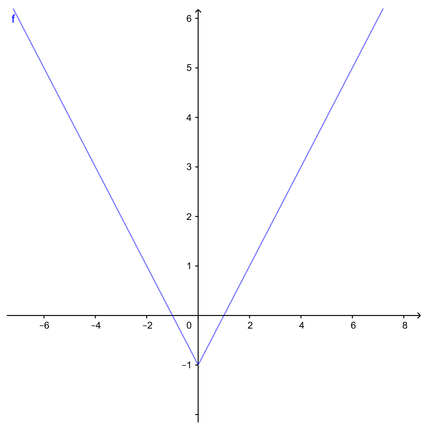
Ejercicio 1. 27. a. Int. crec. $= (-2, +\infty)$ e Int. decrec.$= (-\infty, -2)$



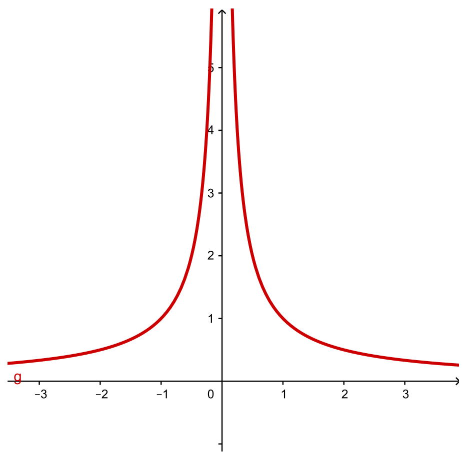
b. Int. Crec. $= (-1, 0) \cup (1, +\infty)$ e Int de decrec $= (-\infty, -1) \cup (0, 1)$.



c. Int. crec. $= (0, +\infty)$ e Int. decrec.$= (-\infty, 0)$.



d. Int. crec. $= (\infty, 0)$ e Int. decrec. $(0, +\infty)$.



Ejercicio 1. 28. a.

$fog : R \to R / fog(x) = -x^2 - 2x + 1$

$hof : (-\infty, 2] \to (0, +\infty) / hof(x) = \sqrt{-x + 4}$

$rof : R \to R/rof(x) = |-x-1| = |x+1|$
$fof : R \to R/fof(x) = x$
b.
$gof : (2) = -1$
$for(-1) = -2$
$fogoh(1) = -7$

Ejercicio 1. 29. a. $f^{-1} : R \to R/f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 4$
b. $f^{-1} : R - \{0\} \to R - \{-3\} / f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 3$
c. $f^{-1} : [1, +\infty) \to (-\infty, 0] / f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$
d. $f^{-1} : [1, +\infty) \to (0, +\infty] / f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$
e. $f^{-1} : R \to R/f^{-1}(x) = \sqrt[3]{-x+5}$
f. $f^{-1} : R - \left\{\frac{1}{2}\right\} \to R - \left\{\frac{3}{2}\right\} / f^{-1}(x) = \frac{2+3x}{2x-1}$
g. $f^{-1} : (0, +\infty) \to [1, +\infty)/f^{-1}(x) = x + 1$

Ejercicio 1. 30. a. $D(f) = [0, +\infty)$, estrictamente creciente, raíz $x = 0$.
b. $D(f) = [1, +\infty)$, estrictamente creciente, raíz $x = 1$.
c. $D(f) = [0, +\infty)$, estrictamente decreciente, raíz $x = 0$.
d. $D(f) = [0, +\infty)$, estrictamente creciente, raíz $x = 4$.
e. $D(f) = [0, 2]$, crece en el intervalo $(0, 1)$ y decrece en el intervalo $(1, 2)$, raíces $x = 0$ y $x = 2$

Ejercicio 1. 31. a. $D(f) = R$ e $Im(f) = R^+$
b. $D(f) = R$ e $Im(f) = (-1, +\infty)$
c. $D(f) = R$ e $Im(f) = (-2, +\infty)$
d. $D(f) = R$ e $Im(f) = R^+$
e. $D(f) = R$ e $Im(f) = (-\infty, 1)$
Graficarlas en geogebra para comparar las respuestas.

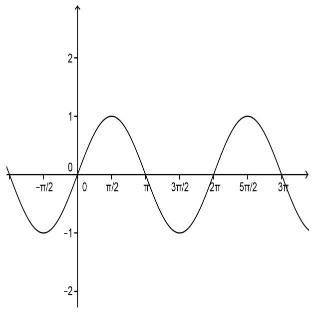
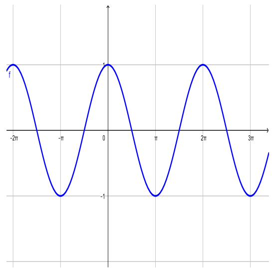
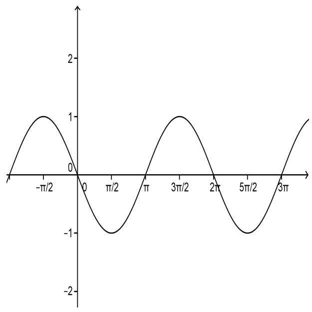
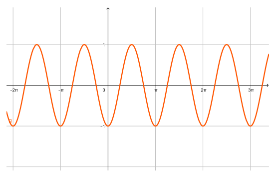
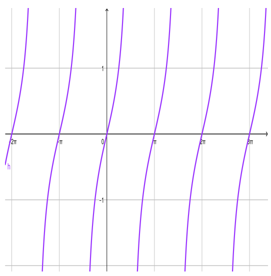
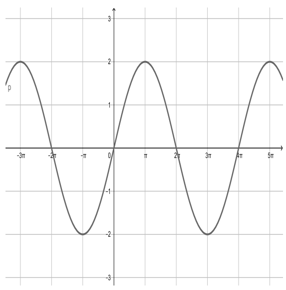
Ejercicio 1. 32. a. $D(f) = R^+$ e $Im(f) = R$
b. $D(f) = R^+$ e $Im(f) = R$
c. $D(f) = R^+$ e $Im(f) = R$
d. $D(f) = R^+$ e $Im(f) = R$
e. $D(f) = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ e $Im(f) = R$
f. $D(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ e $Im(f) = R$

Ejercicio 1. 33. a. $x = e^2 - 1$
b. $x = -1$

Ejercicio 1. 34. a. No tiene sentido
b. Par
c. Par
d. Impar
e. Par
f. No es par ni impar

Ejercicio 1. 35. a. $f^{-1} : R \to \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) / f^{-1}(x) = \frac{e^x - 1}{2}$
b. $f^{-1} : (-1; +\infty) \to R/f^{-1}(x) = \ln(x+1) - 2$

Ejercicio 1. 36.

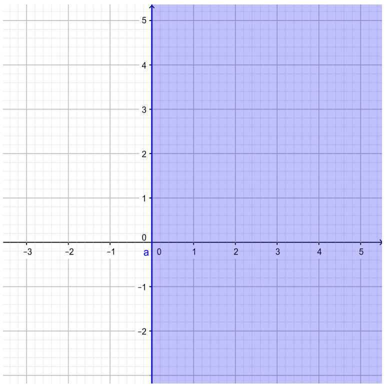
a. $P = 2\pi$	b. $P = 2\pi$
	
c. $P = 2\pi$	d. $P = \pi$
	
e. $P = \pi$	f. $P = 4\pi$
	

Ejercicio 1. 37. a. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
b. $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ $x = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
c. $x = 0 + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
d. $x = -\frac{1}{3}\pi$, $x = -\frac{1}{6}\pi$, $x = \frac{2}{3}\pi$, $x = \frac{5}{6}\pi$
e. $x = \frac{5}{4}\pi$, $x = \frac{7}{4}\pi$
f. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

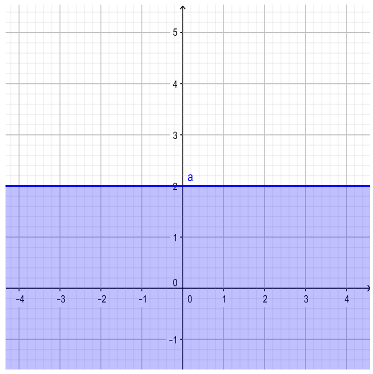
Ejercicio 1. 38. a. $f(-2) = 2$ y $f(0) = \frac{1}{2}$
b. $x = -1$ y $x = -3$

Ejercicio 1. 39. a. $f(-1) = 2$ $f(1) = 2$
b. Intersección con y es el punto $(0, 4)$. Intersección con el eje x es el punto $(-2, 0)$

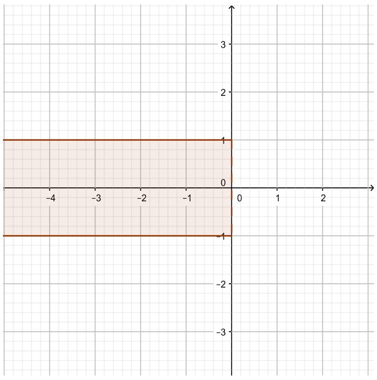
Ejercicio 1. 40.



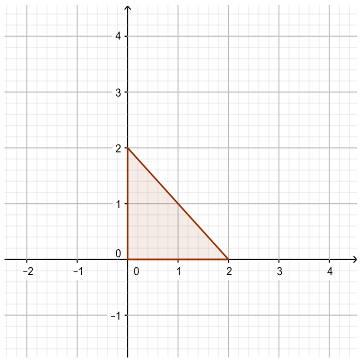
a.



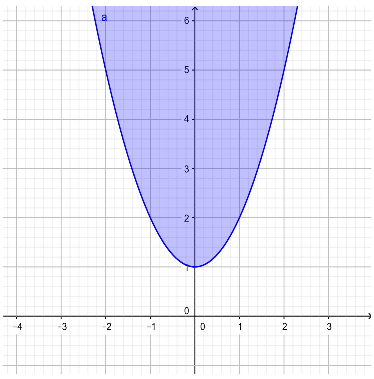
c.



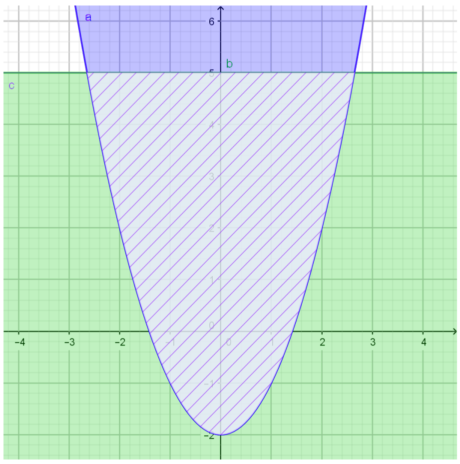
e.



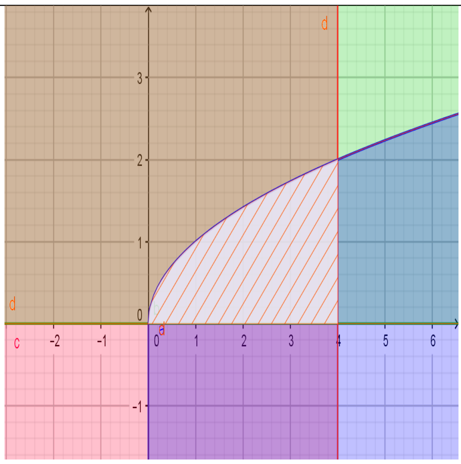
g.

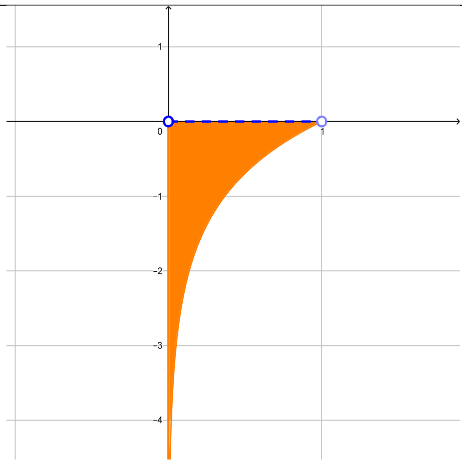


h.



i.

j. 

k. 

Ejercicio 1. 41. $gof(x) = 10\,(40m - m^2)$ ingreso total en función del numero de empleados. El dominio es $(0, 40)$.

Ejercicio 1. 42. a. $N(0) = 10mg$
b. $t = 1,73hs$
c. $t = 5,76hs$

Ejercicio 1. 43. a. $y = 1,8x + 32$
b. $\frac{5}{9}y - \frac{160}{9} = x$ inversa de la función del ítem anterior
c. $x = 10$°C
d. $y = 86$°F