- Enunciado

Sean los vectores $\vec{v_1} = (0; -5; 3)$, $\vec{v_2} = \left(-1; 2\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right)$ y $\vec{v_3} = \vec{v_1} - \sqrt{2} \cdot \vec{v_2}$. Indicá la única opción que muestra el valor de $\vec{v_3} \cdot \vec{v_2}$

a) $-24\sqrt{2}$
b) $-23\sqrt{2}$
c) -12
d) $\left(\sqrt{2}; -9; 5\right)$

Opción correcta: *a*)

Resolución
Podemos comenzar con realizar las operaciones para encontrar las coordenadas de $\vec{v_3}$:
$\vec{v_3} = (0; -5; 3) - \sqrt{2} \cdot \left(-1; 2\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}; -9; 5\right)$
Luego, para dar respuesta al problema, solo hay que realizar el producto escalar pedido: $\left(\sqrt{2}; -9; 5\right) \cdot \left(-1; 2\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right) = -24\sqrt{2}$.

- Enunciado

Sean $\vec{v_1} = (-24; 7)$; $\vec{v_2} = (-10; 12)$ y $\vec{v_3} = ||\vec{v_1}|| \cdot \vec{v_2} - \vec{v_1}$. Indicá la única opción que muestra el resultado de hacer $\vec{v_1} \cdot \vec{v_3}$.

a) $(5424; 2051)$
b) $(-226; 293)$
c) 7475
d) 2077

Opción correcta: *c*)

Resolución
Lo primero que podemos ver es que primero necesitamos hallar las coordenadas de $\vec{v_3}$ y para esto, la norma de $\vec{v_1}$: $||\vec{v_1}|| = \sqrt{(-24)^2 + 7^2} = 25 //$ $\vec{v_3} = 25 \cdot (-10, 12) - (-24; 7) = (-226; 293) //$ Luego, $\vec{v_1} \cdot \vec{v_3} = (-24; 7) \cdot (-226; 293) = 5424 + 2051 = 7475$.

- Enunciado

El simétrico del punto $(1; 3; 1)$ con respecto al plano de ecuación $\pi : x - 2y + z = 2$ es el punto:

a) $(-1; -3; -1)$
b) $(1; -2; 1)$
c) $(2; 1; 2)$
d) $(3; -1; 3)$

Opción correcta: *d*)

Resolución
Para hallar el simétrico respecto del plano primero debemos hallar la proyección del punto sobre el plano. Esto lo hacemos hallando la intersección entre la recta cuya dirección es la misma que la normal, es decir perpendicular al plano, y que pasa por $(1; 3; 1)$. Como la proyección da $(2; 1; 2)$, tenemos que el simétrico es $2 \cdot (2; 1; 2) - (1; 3; 1)$; es decir, el punto $(3; -1; 3)$.

- Enunciado

La distancia entre $\pi_1 : x - y + z = 1$ y $\pi_2 : x - y + z = 7$ es:

a) $2\sqrt{3}$
b) 3
c) $\sqrt{6}$
d) 6

Opción correcta: *a*)

Resolución
Para hallar la distancia entre los planos primero debemos ver si son o no paralelos. Como las normales de los planos son iguales, podemos decir que son paralelos. Para hallar la distancia entonces proyectamos un punto cualquiera de uno de los planos sobre el otro plano y luego hallamos la distancia entre dicho punto y su proyectado. Podemos ver que el punto $(1; 0; 0)$ es un punto de π_1 ya que verifica su ecuación. La proyección de $(1; 0; 0)$ sobre π_2 es el punto $(3; -2; 2)$. Luego la distancia es $2\sqrt{3}$.

- Enunciado

Sea el subespacio $M = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_3 = 0\}$. Elegí la única opción correcta:

a) El vector $(2; -3; 2; 1)$ pertenece al subespacio M.
b) El conjunto $\{(1; 0; -1; 0), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 0; 1)\}$ es un sistema de generadores del subespacio M.
c) El conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0), (1; 1; 1; -1)\}$es una base del subespacio M.
d) La dimensión de M es 4.

Opción correcta: *a*)

Resolución
Dado el subespacio $M = \{(x_1; x_2; x_3; x4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_3 = 0\}$, nos piden elegir la opción correcta. Como para el vector $(2; -3; 2; 1)$ se verifica que $x_1 - x_3 = 2 - 2 = 0$ entonces $(2; -3; 2; 1) \in M$ y por lo tanto este enunciado es **verdadero**.

- Enunciado

Dado el subespacio $M = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : -x_1 + x_3 = 0, -x_2 + x_4 = 0\}$, elegí cuál de los siguientes valores representa la dimensión de M.

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Opción correcta: *b*)

Resolución
A partir de $-x_1 + x_3 = 0, -x_2 + x_4 = 0$ despejamos $x_1 = x_3$ y $x_2 = x_4$ y entonces tenemos $(x_1; x_2; x_3; x_4) = (x_1; x_2; x_1; x_2) = x_1(1; 0; 1; 0) + x_2(0; 1; 0; 1)$ con lo cual $M = \{(1; 0; 1; 0), (0; 1; 0; 1)\}$ y, por lo tanto, $dim(S) = 2$.

- Enunciado

La única opción que indica las coordenadas del centro y la excentricidad de la hipérbola de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ es:

a) Centro$=(-3, 1)$, excentricidad$=\frac{3}{\sqrt{13}}$.
b) Centro$=(3, -1)$, excentricidad$=\frac{3}{\sqrt{13}}$.
c) Centro$=(-3, 1)$, excentricidad$=\frac{\sqrt{13}}{3}$.
d) Centro$=(3, -1)$, excentricidad$=\frac{\sqrt{13}}{3}$.

Opción correcta: *d*)

Resolución
La hipérbola de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ tiene como centro al punto de coordenadas $(3, -1)$. Su excentricidad, en este caso, se calcula como $e = \frac{c}{a}$. Como $a = 3$ y $b = 2$ puede calcularse como $9 + 4 = c^2$. Luego como $c = \sqrt{13}$ entonces $c = \frac{\sqrt{13}}{3}$.

- Enunciado

Elegí la única opción que indica la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro está determinado por los puntos de la circunferencia, de coordenadas $(-3, 3)$ y $(1, 1)$.

a) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$
c) $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 24 = 0$

Opción correcta: *b*)

Resolución
Si $(-3, 3)$ y $(1, 1)$ son los extremos de un diámetro, el punto medio $(-1, 2)$ es el centro de la circunferencia. Y como la distancia de cualquiera de los puntos al centro es $\sqrt{5}$ luego la ecuación de la circunferencia es $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$. Desarrollando los cuadrados se obtiene una ecuación equivalente: $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$.
