

Robotic Systems 3a: Denavit Hartenberg Notation and Forward Kinematics

* The six Possible lower-Pair Joints

1- Revolute (Joint مكتف ملائمة بس و بزامن واحد (1 D.o.F) مبنية عن 2 حرارة وضعيت ال joint دى)

2- Prismatic (Joint مكتف (1 D.o.F) لفوق و تحت)

3- Cylindrical : Prismatic go Revolute (Joint مكتف (2 D.o.F)

4- Planar (3 D.o.F)

5- Spherical (3 D.o.F) لو ينفع طف حوالين محورها هبيجي

6- Screw (2 D.o.F) لأن يافعه وبطاطع (فوق و تحت بس) مبترده زاوية توصفه بالرغم انه بطاطع لفوق و تحت

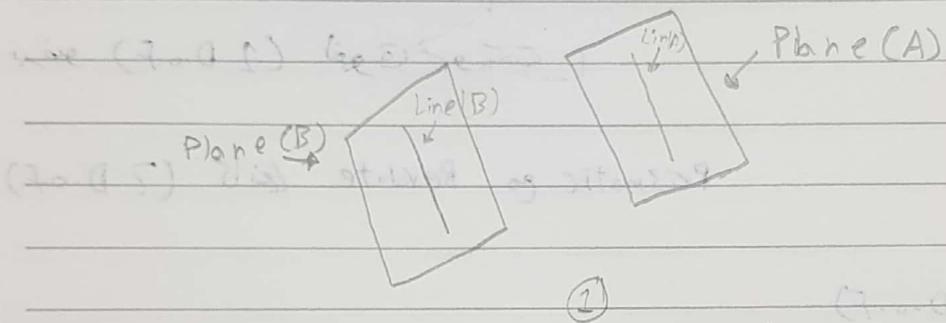
Notes:

* أي جوينت هدر جمع (1 D.o.F) ل joints ال يحال ال joint لعدد من ال joints (1 D.o.F) إلى لحم (ال joints)

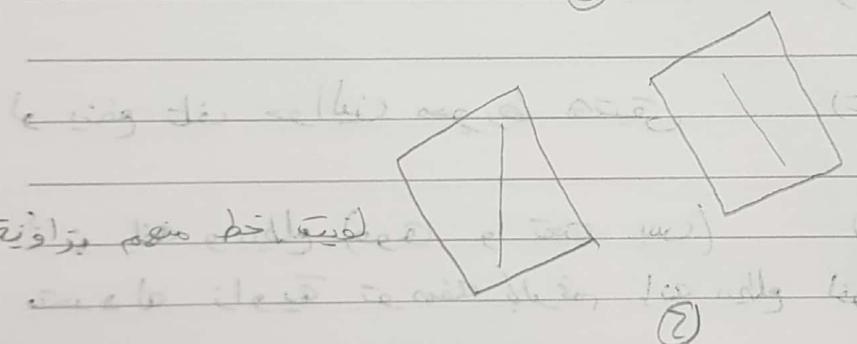
* أغلب سفلات تكون الحركي Revolute و ال Prismatic و أي joint لجوينت (joints) Prismatic و Revolute لعدد من ال joints (joints)

* The concept of expanding cylinder

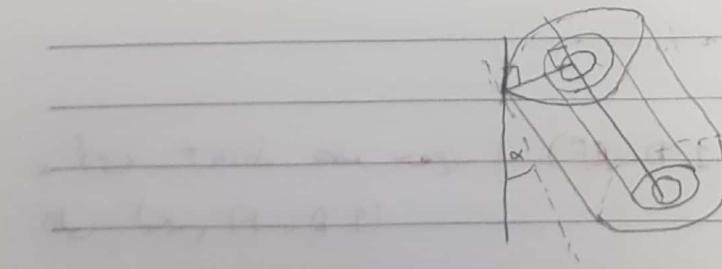
* لو خطيت في مستويين متوازيين و الخطين كانا متوازيين
و لفتهما واحد منهم بزاوية و بدأته أكمل cylinder المترافقه واحد
منهم و كبرتها لحد ما لمست الخط الثاني في نقطة ووصلت خط هيكلاون
محوري على الخطين و دعى أقصى مسافة بينهم



①



②

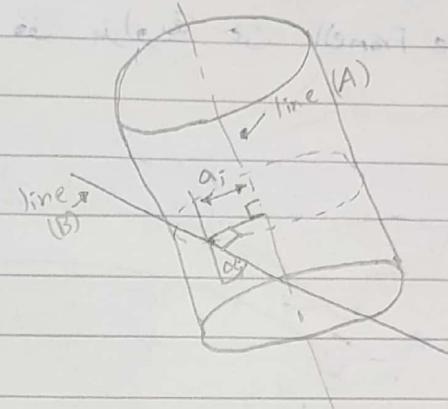


* الخط الو اصل بينهم هيكلاون محوري على الاتنين
يعمل مع كل خط زاوية (α) في المستوى يطوى

* لو نقلت الخط (A) لحد النقطة التي ينطاطرو فيها هيكلاون بينهم زاوية (α)

Distance and angle between 2 lines

using segment AB and CD from the end point of segment AB to the end point of segment CD

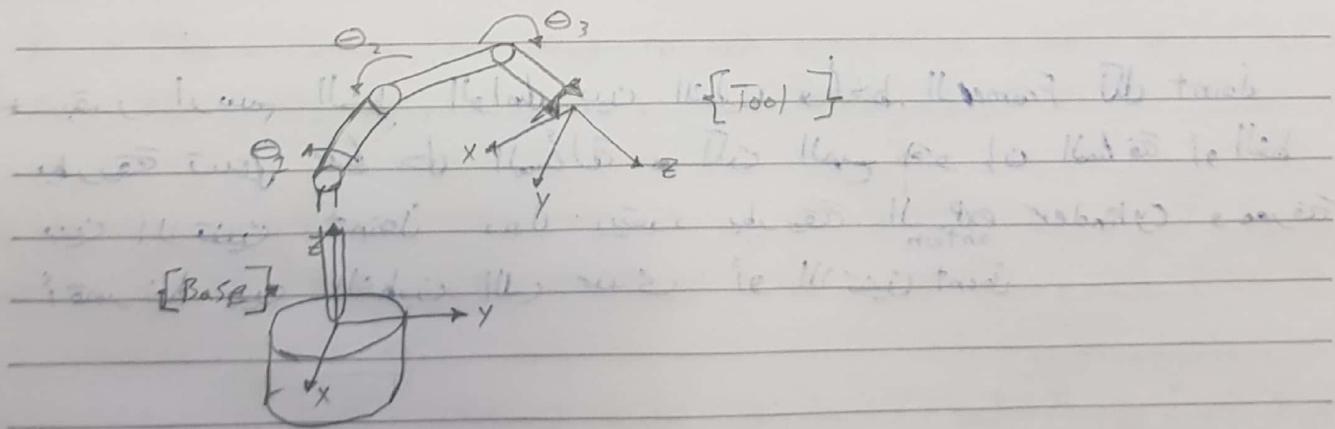


- * الزاوية بين الخط الأول (الثاني) لكان الخط الثاني (الثالث) α_i أو α_{i+1} أو α_{i-1} أو α_j أو α_k حسب المسألة
- * المسافة بينهم d_i

* دول كما أتيني من أربع Notations متضمن لهم المسافة
و بعد ذلك مكتوب Rotation

Joint variables in the tool frame in Denavit-Hartenberg notation

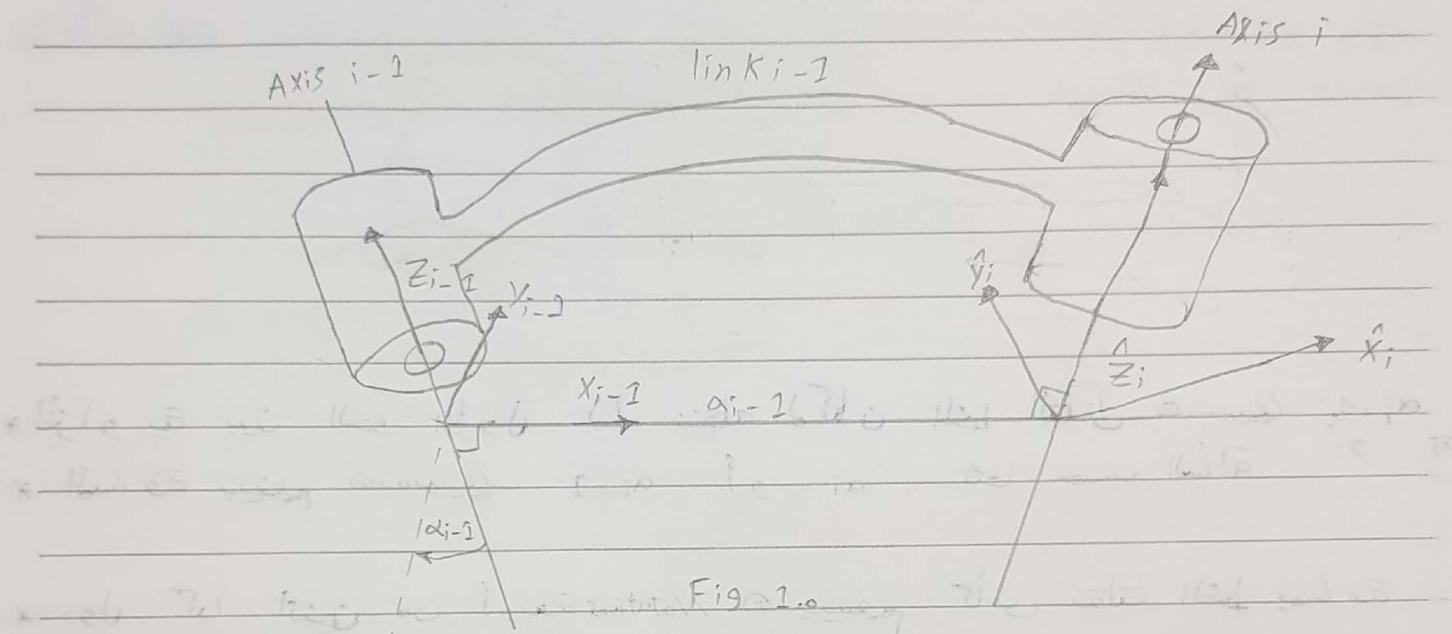
Notation For Frames



- * Kinematic equations describe the tool frame relative to the base frame as a function of the joint variables

$\{i+1\}$ و $\{i\}$ joint لكل امشي i و $i+1$ و $i+2$ فـ $\{i+1\}$ base $\{i\}$ و $\{i+2\}$ و $\{i+1\}$ في الترتيب كما

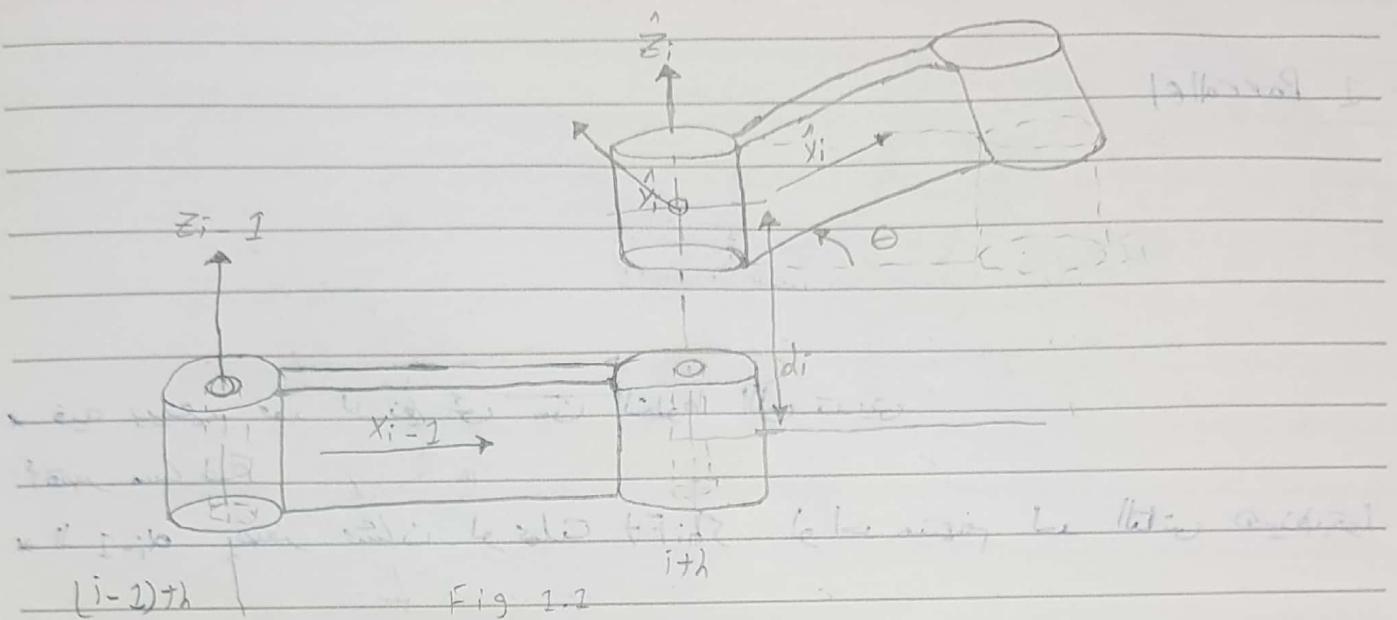
* الـ Manipulator arm عبارة عن مجموعة من الـ links مربوطة من الـ joints من طريق refrences ~~Frame~~ وتحت base Frame كل Frame يكون base Frame لكن لا فرق بزاوية عن base Frame مع Coincident



* يبدأ أحط Frame عند كل Joint وأحدد المحاور والعمليات دي امها affixing (attaching) a Frame

* يقدر ارسم الخط الواعظ بين النقطتين وأحاط Frame لكل Joint يطریقة تسهل على حل المسألة - لكن المهم هو ان المسافة او الخط بين الالتنين Joint دول يبعد بطريقة cylinder expansion ومعرفة اقصى خط بين الخطين الى مندى او الالتنين Joint

* Detailed drawing to Show the Four Parameters



(Link length)

a_{i-1} → The distance From z_{i-1} to z_i measured along x_{i-1}

α_{i-1} → The angle From z_{i-1} to z_i ; measured about x_{i-1} (link twist angle)
 في حالة الرسمة هي الا لان الا z_{i-1}, z_i متوازيين
 ومقيس بينهم زاوية. لو نعمل واحد لـ x_i هينطبق على بعض

d_i → The distance From x_{i-1} to x_i measured along z_i (link offset)

θ_i → The angle From x_{i-1} to x_i ; measured about z_i (link angle)

* دو لـ θ_i ال مستخدم هنا أجيبي الماتري^{ix} Transformation matrix
 Base Tool Frame هو الا جزء الثاني الذي ينتمي لـ Tool Frame

* لا زم أتبع الـ Convention 1، في تسمية الـ notations

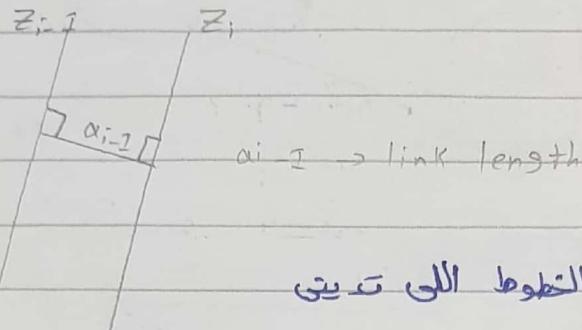
- α, θ ينبعون الا joint الأول في الـ link في التسمية

- a, d ينبعون الا joint الاخير في الـ link الثاني

- القسم بـ a, d ماب ينبع الا من حيث اتجاه المعاور و يستخدم
 كـ محدد الاحد المعنى هنا احدد مكان الا y

* Z axes : Three cases

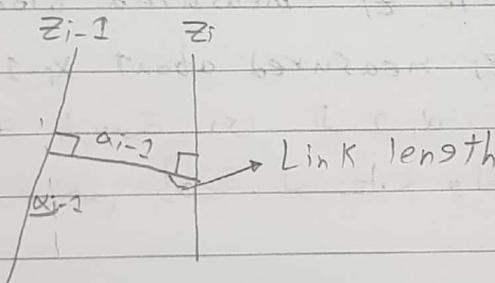
1- Parallel



* فيه بينهم عدد لا ينتهي من الخطوط اللي تديتى
أقصى مسافة

* الـ α_{i-1} يصغر معان لو حملت Shift واحد منهم لحد الثاني هينه يغوا

2- Skew

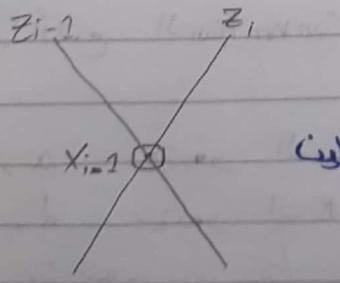


* دى الحالة العامة اللي بنستغل عليها

* فيه بس خط واحد بينهم محدودي عليهم هما الاثنين

* فيه زاوية بينهم ω_{i-1}

3- Intersecting



* الخلين متعاكفين و مفيش بينهم مسافة

* x_{i-1} عمودي على المستوى اللي بيعملوه الخلين

link length = 0

* Convention For affixing the Frames to joints Axis i

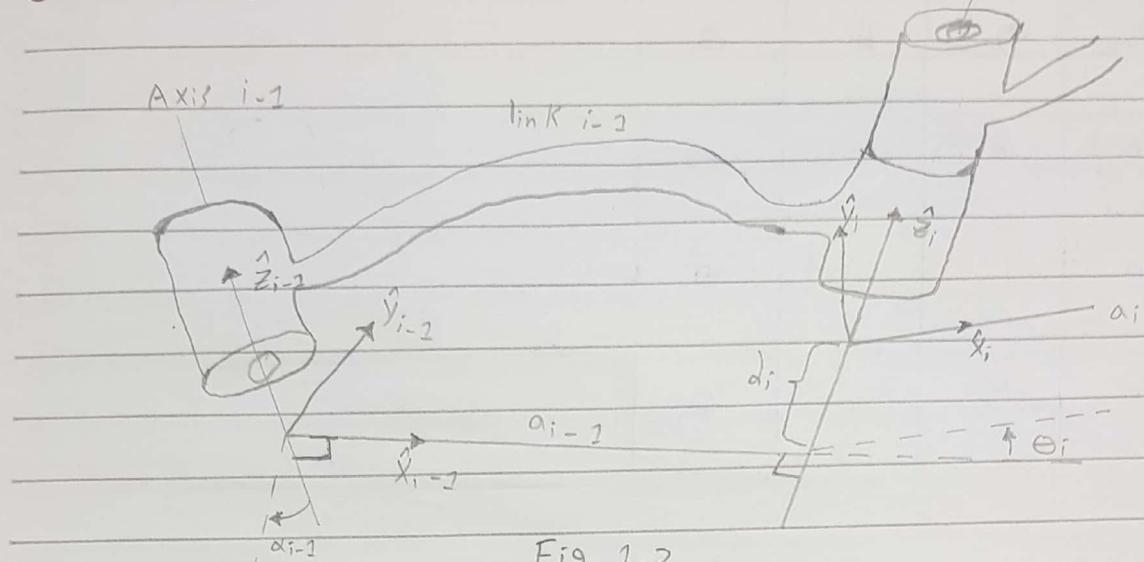
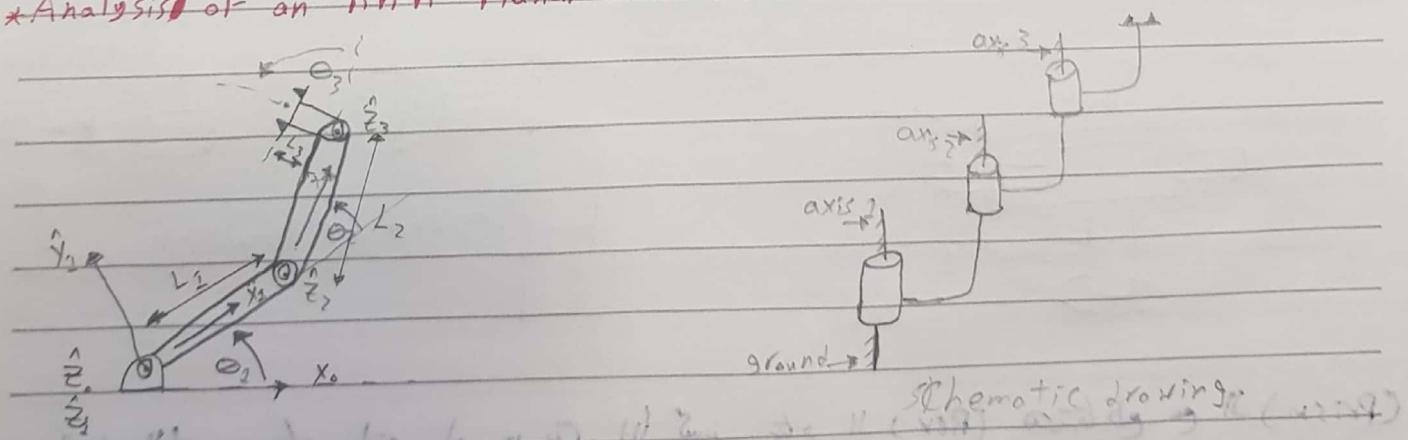


Fig 1-2

- ① تول حاجة باخت كل joint و أعمل محورها هو ال Z
- ② بعمل ال Z في ال a_i هي الخط العمودي الواصل بين الاثنين joint i و المحورين
- ③ يبدأ أحد اتجاه ال Y بكل Frame بمقدمة اليد اليمنى
- ④ يطلع ال Z من اد {Frame} i لل Transform

* Analysis of an RRR Planar manipulator



- يعمل θ_1 في القاعدة و θ_2 في Frame 1 و θ_3 في Frame 2
- وتحمل كل joint أحاطتها المحاور والـ Z مع اللينك الذي قبله
- في رسما زر دى مفيسي Parameters (di) و هنوضع كلها

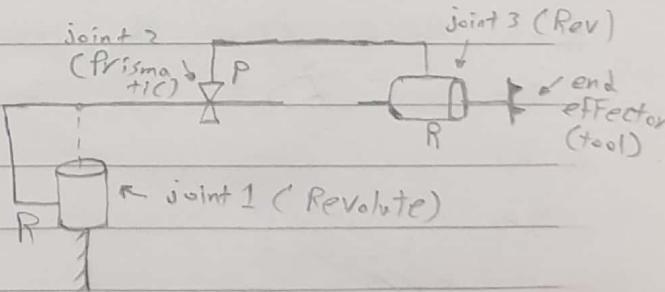
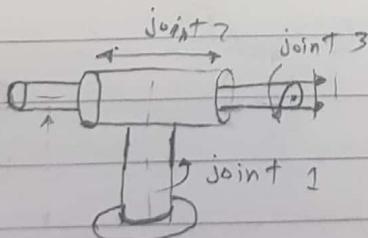
* Extracting the Parameters For Planar RRR manipulator

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

* كل الأ α ; d ; a ; يحفر مكان كل المحاور متوازية

- ① Translation جامد Frame هي آخر joint هو ال T_{00} و θ_1 هي قيمة α في الآخر
- ② α هي نفس المستوي فمثلاً joints
- ③ d هي المسافة بين joints

* Analysis of RPR Manipulator

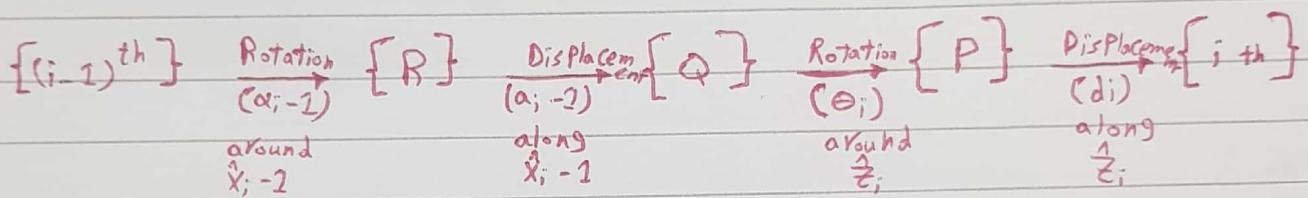


* الخط الآخر معناه أن لو مدّي الأكسن بعث الـ (Rev) متحاط مع الـ (Prism)

* The three intermediate Frames R, Q, and P

From Fig (1.1)

- هنا ما يزيد أو يقل عن Frame $[i \text{ th}]$ لحد Frame $[(i-1) \text{ th}]$
- يمكن لأجل كذا يعمل على مفهوم Class كـ Rotation و Translation
- كل عملية يعلمها تكون انتقالات Frame جديدة
- يتكون عددي 3 فریم في النهاية



- كذا كل محتاج ل ما تريكس معيناً لأجل ترانسفورميشن لكن هيبيقو اتنين بس
- وهذا هتشتغل Euler لأنني بغير الأكسير اللي هتشتغل عملية وببسقط على أكسير في الفریم الجديد

* لو شغالة على Revolute في الروبوت تكون عددي d_i, a_{i-1}, d_{i-1} توابعه وال θ_i بس اللي صنفه و بنسبة كبيرة تكون a_{i-1} صفر عسكان معظم الروبوتات اللي joints بياخدهم معازية و ممكن ألف ال OFFset و تبقى له كمان ~~صفر~~ تساوى صفر

* لو شغالة على Prismatic لا θ_i صيفي صفر ولا d_i صيفي متغير

*The Four Transformation Matrices From $i-j^{th}$ to i^{th} Frame

$$R(\alpha_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{x_{i-1}}(\alpha_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

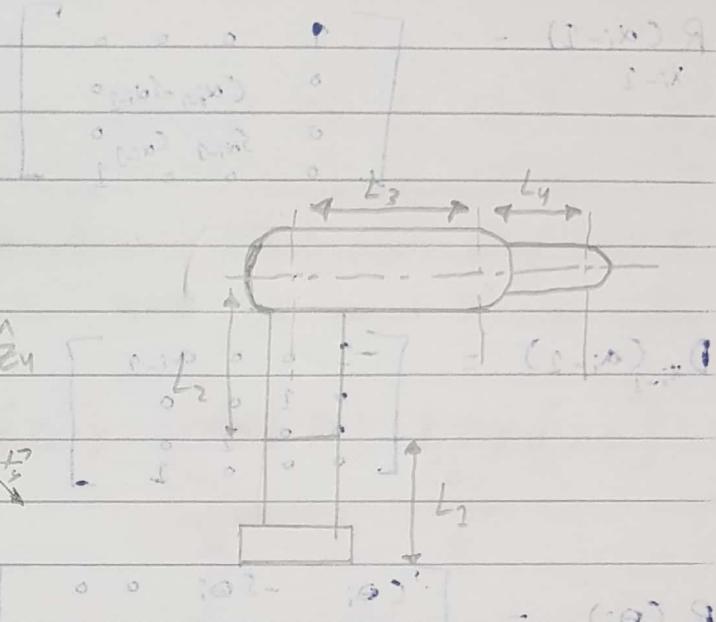
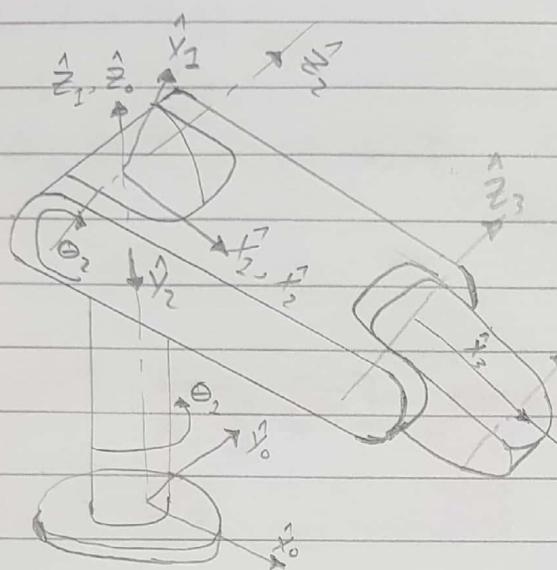
$$R(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_z(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بعنواننا ماتريكس بس وتحل كل دالة تحريك اتنين

Solved Problem 3-4

* Solved Problem 3-4! Finding the Forward Kinematics For manipulator arm



$$\{0\} \rightarrow \{1\}$$

$$\alpha_0 \\ 0$$

$$a_0 \\ 0$$

$$\theta_1 \\ \theta_2$$

$$d_1 \\ L_1 + L_2$$

$$\{1\} \rightarrow \{2\}$$

$$\alpha_1 \\ -90^\circ$$

$$a_1 \\ 0$$

$$\theta_2 \\ \theta_2$$

$$d_2 \\ 0$$

$$\{2\} \rightarrow \{3\}$$

$$\alpha_2 \\ 0$$

$$a_2 \\ L_3$$

$$\theta_3 \\ \theta_3$$

$$d_3 \\ 0$$

$$\{3\} \rightarrow \{4\}$$

$$\alpha_3 \\ 0$$

$$a_3 \\ L_4$$

$$\theta_4 \\ 0$$

$$d_4 \\ 0$$

using DH convention, we can easily find the transformation matrix.

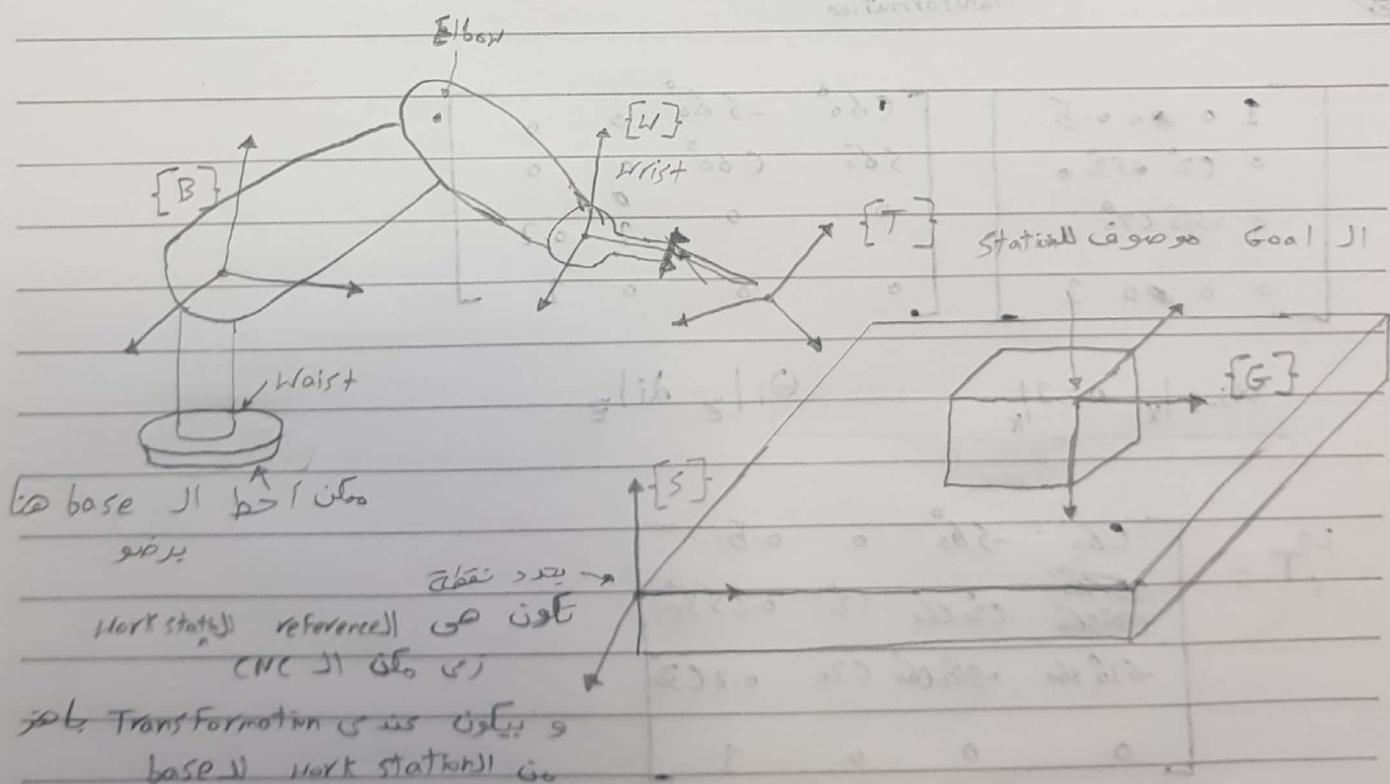
Homogeneous transformation

* DIFFERENCE between joint space and actuator space

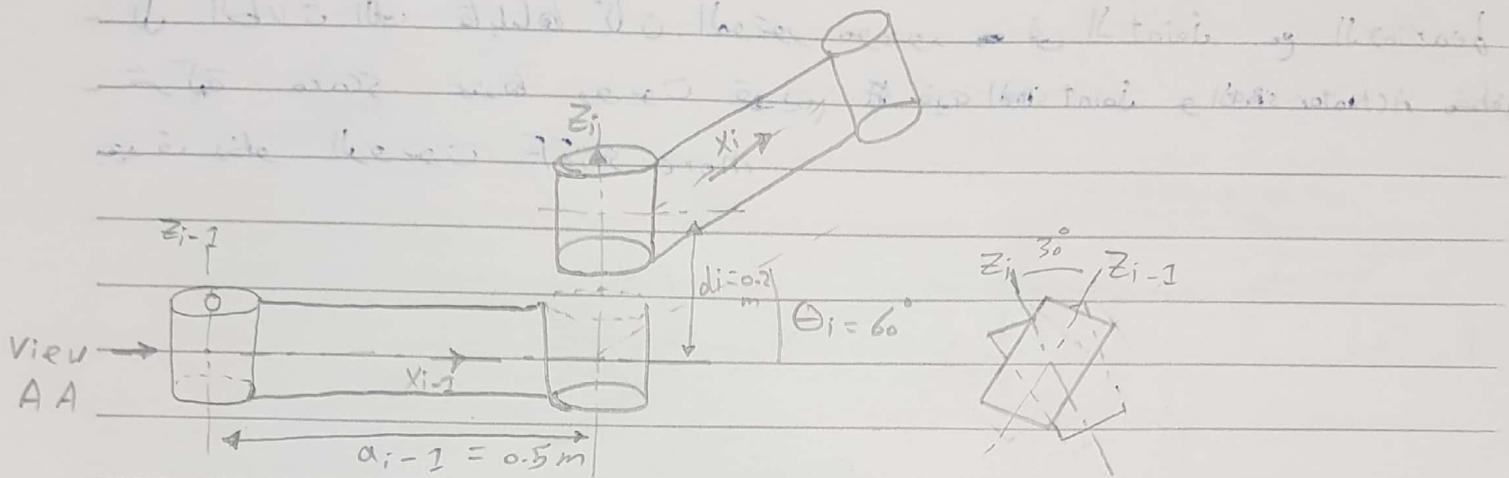
- كل الأطارات التي ينطلق منها المотор موجود في ال joint مع ال bearing -
 - شركه scara - مرويات قديم joint space و actuator space
 - بعد فر نظف الروبوت More STIFF

* Standard

* The names of Standard Frames



*Solved Problem on Finding the Transformation of a joint using the Four Parameters



$$\alpha_{i-1} = -30^\circ, \quad a_{i-1} = 0.5 \text{ m}, \quad d_i = 0.2 \text{ m}, \quad \theta_i = 60^\circ$$

$\alpha_{i-1} \rightarrow a_{i-1} \rightarrow \theta_i \rightarrow d_i$
 Euler angles α, θ, ϕ , Homogeneous Transformation

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & \cos 30 & \sin 30 & 0 \\ 0 & -\sin 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 0 & 0 \\ \sin 60 & \cos 60 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{i-1}|_x \quad a_{i-1}|_x \quad \theta_i|_z \quad d_i|_z$$

$${}_{i-1}^i T = \begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 0 & 0.5 \\ \sin 60 & \cos 60 & 0 & 0.2 \sin 30 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 \cos 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$