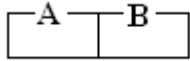


Задача 1.

Предположим, что имеется некоторый кусок ленты, разделенный на кадры. Кадры занумерованы с двух сторон. Полоска ленты склеена в лист Мебиуса. Необходимо составить алгоритм упорядочения этой последовательности, предположив, что соседние кадры можно переставлять, (естественно, в упорядоченной последовательности будет один "скачок" от минимального элемента к максимальному). Следует учесть, что при перестановки кадров переставляются числа с обеих сторон кадров. Пример:

Есть 2 кадра



A_1, B_1 - одна сторона кадров,

A_2, B_2 - другая.

Пусть $A_1=1, A_2=2, B_1=7, B_2=3$. Тогда после перестановки содержащего $A \leftrightarrow B$ будет $A_1=7, A_2=3, B_1=1, B_2=2$.

Всегда ли такое упорядочение возможно?

Задача 2.

Имеется N камней веса A_1, A_2, \dots, A_N .

Необходимо разбить их на две кучи таким образом, чтобы веса куч отличались не более чем в 2 раза. Если этого сделать нельзя, то указать это.

Задача 3.

Условие задачи 2, только веса куч отличаются не более, чем в 1,5 раза.

Задача 4.

Имеется N человек и целые числа A_1, \dots, A_N ; человека i необходимо познакомить с A_i людьми. Можно ли это сделать?

Задача 5.

Условие задачи 4. Кого с кем знакомить, чтобы это сделать?

Задача 6.

Даны две целочисленные таблицы $A[1:10]$ и $B[1:15]$. Разработать алгоритм и написать

программу, которая проверяет, являются ли эти таблицы похожими. Две таблицы называются похожими, если совпадают множества чисел, встречающихся в этих таблицах.

Задача 7.

Задается словарь. Найти в нем все анаграммы (слова, составленные из одних и тех же букв).

Задача 8.

Задано семейство множеств букв. Найти такое k , для которого можно построить множество, состоящее из k букв, причем каждая из них принадлежит ровно k множествам заданного семейства.

Задача 9.

На прямой окрасили N отрезков. Известны координата $L[I]$ левого конца отрезка и координата $R[I]$ правого конца I -го отрезка для $I=1, \dots, N$. Найти сумму длин всех окрашенных частей прямой.

Примечание. Число N столь велико, что на выполнение N^2 даже простейших операций не хватит времени.

МОДИФИКАЦИЯ. На окружности окрасили N дуг. Известны угловая координата $L[I]$ начала и $R[I]$ конца I -ой дуги (от начала к концу двигались, закрашивая дугу, против часовой стрелки). Какая доля окружности окрашена?

Задача 10.

Имеется $2 \cdot N$ чисел. Известно что их можно разбить на пары таким образом, что произведения чисел в парах равны. Сделать разбиение, если числа

- а) натуральные;
- б) целые.

Задача 11.

Имеются числа A_1, A_2, \dots, A_N и B_1, B_2, \dots, B_N . Составить из них N пар (A_i, B_j) таким образом, чтобы сумма произведений пар была максимальна (минимальна). Каждое A_i и B_j в парах встречаются ровно по одному разу.

Задача 12.

В музее регистрируется в течение дня время прихода и ухода каждого посетителя. Таким образом за день получены N пар значений, где первое значение в паре показывает время прихода посетителя и второе значения - время его ухода. Найти промежуток времени, в течение которого в музее одновременно находилось максимальное число посетителей.

Задача 13.

Упорядочить по невозрастанию 5 чисел за 7 операций сравнения.

Задача 14.

Задаются число $n > 1$ - размерность пространства и размеры M n -мерных параллелепипедов $(a_{i1}, \dots, a_{in}), i=1, \dots, M$.

Параллелепипед может располагаться в пространстве любым из способов, при которых его ребра параллельны осям координат. Найти максимальную последовательность вкладываемых друг в друга параллелепипедов.

Задача 15.

Пусть A - множество из N натуральных чисел. Ваша программа должна определить, существует ли по крайней мере одно подмножество B множества A , имеющие следующее свойство (*) для любых X, Y, Z из B , $X \diamond Y \diamond Z \diamond X$,

$$X+Y+Z \leq \sum \{t: t \text{ из } B \setminus \{X, Y, Z\}\},$$

тут $B \setminus \{X, Y, Z\}$ означает 'множество B без элементов X, Y и Z '.

В случае положительного ответа программа должна найти подмножество B , удовлетворяющее условию (*) и состоящее из максимально возможного числа элементов.

Задача 16.

Дано положительное целое число K и K целых чисел $A(1), \dots, A(K)$. Вычислить

- a) наибольшее,
- b) наименьшее,
- c) наиболее близкое к нулю,
- d) наиболее близкое к заданному числу P возможное значение суммы

$$S(M, N) = A(M) + A(M+1) + \dots + A(N-1) + A(N),$$

где $1 \leq M \leq N \leq K$.

Примечание. Число K столь велико, что числа $A(1), A(2), \dots, A(K)$ занимают примерно одну

пятую памяти, отводимой для хранения данных, а на выполнение K2 даже простейших операций не хватает времени.

Задача 17.

Даны целые M и N и вектор действительных чисел $X[1..N]$. Найти целое число i ($1 \leq i \leq N-M$), для которого сумма $x[i] + \dots + x[i+M]$ ближе всего к нулю.

Задача 18.

Есть два отсортированных в порядке неубывания массива $A[1..N]$ и $B[1..M]$. Получить отсортированный по неубыванию массив $C[1..N+M]$, состоящий из элементов массивов A и B ("слить" вместе массивы A и B).

Задача 19.

Дан массив $X[1..N]$. Необходимо циклически сдвинуть его на k элементов вправо (т.е. элемент $X[i]$ после сдвига должен стоять на месте $X[i+k]$; тут мы считаем что за $X[N]$ следует $X[1]$). Разрешается использовать только несколько дополнительных слов памяти (Дополнительного массива заводить нельзя!).

Задача 20.

Построить максимальное множество, состоящее из попарно не сравнимых векторов v . Векторы v определяются парами чисел, выбираемые из данной последовательности чисел a_1, \dots, a_n , $n \geq 1$. Два вектора $v=(a, b)$ и $v'=(a', b')$ называются сравнимыми, если $a \leq a'$ и $b \leq b'$ или $a \geq a'$ и $b \geq b'$, в противном случае не сравнимыми.