

# Tugas Pemodelan, Simulasi, dan Optimisasi

## Model Pergerakan Harga Saham Binomial

December 30, 2022

Tugas besar ini dikerjakan secara berkelompok yang beranggotakan 3-5 orang. Laporan tugas dikumpulkan dengan menyertakan tabel kontribusi anggota dalam setiap aspek penilaian.

### Deskripsi Problem

Pergerakan harga saham di masa depan dapat didekati dengan menggunakan pohon binomial. Katakanlah harga saham saat ini adalah  $S_0$ . Harga saham ini bisa naik atau turun di periode waktu selanjutnya. Misal faktor pergerakan naik adalah  $u$  dengan peluang  $p$  dan faktor turun adalah  $d$  dengan peluang  $1 - p$ , diasumsikan  $d$  sama dengan  $1/u$  atau dengan kata lain  $u \cdot d = 1$ . Model Random walk Binomial pada harga saham untuk satu time step diskrit adalah:

$$S(1) = \begin{cases} S_0 \cdot u, & \text{dengan peluang } p \\ S_0 \cdot d, & \text{dengan peluang } (1 - p) \end{cases}$$

Untuk setiap kemungkinan nilai  $S(1)$ , pada time step berikutnya harga akan memiliki dua kemungkinan nilai dengan faktor perubahan harga  $u$  atau  $d$ . Dan karena asumsi  $u \cdot d = 1$ ,  $S(2)$  hanya akan memiliki tiga kemungkinan nilai sebagai berikut:

$$S(2) = \begin{cases} S(1)u & , \text{ dengan probability } p \\ S(1)d & , \text{ dengan probability } 1 - p \end{cases} = \begin{cases} S_0 u^2 & , \text{ dengan probability } p^2 \\ S_0 ud & , \text{ dengan probability } p(1 - p) \\ S_0 d^2 & , \text{ dengan probability } (1 - p)^2 \end{cases}$$

Misal kejadian harga saham menaik merupakan kejadian sukses dengan peluang  $p$ , maka kejadian harga saham naik sebanyak  $x$  kali setelah  $N$  time diskrit dari harga saham awal  $S_0$ , akan mengikuti distribusi Binomial, yaitu

$$S(N) = S_0 \cdot u^x \cdot d^{N-x}, \text{ dengan peluang } \frac{N!}{x! \cdot (N-x)!} p^x \cdot (1-p)^{N-x}$$

untuk  $x = 0, 1, 2, \dots, N$ .

## Estimasi Parameter $u$ , $d$ , dan $p$

Estimasi parameter-parameter model Binomial harga saham setidaknya dapat dilakukan dengan pendekatan empiris atau perhitungan teoritis berdasarkan model Binomial versi Cox, Ross, & Rubinstein (CRR).

### 1. Model CRR

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{e^{r \Delta t} - d}{u - d} \quad (1)$$

dimana,  $\Delta t$ : panjang sub-interval antar waktu diskrit,  $\sigma$ : volatilitas harga saham,  $r$ : *risk free interest rate*. Nilai volatilitas saham  $\sigma$  dapat diestimasi dari kondisi bahwa variansi dari logaritma harga saham adalah  $\sigma^2 t$ , dengan  $t$  adalah waktu dalam tahun.

### 2. Pendekatan Empiris

Misal faktor perubahan harga saham kita notasikan  $f$ , maka

$$f = \frac{S(n)}{S(n-1)} = 1 + \frac{S(n) - S(n-1)}{S(n-1)}. \quad (2)$$

Nilai parameter  $u$  dan  $d$  dapat diestimasi dari data historis nilai  $f_i$  untuk  $i$  selama periode satu tahun. Estimasi  $u$  dengan rata-rata  $f_i$  selama satu tahun jika  $f_i \geq 1$ , dan nilai  $d$  dengan rata-rata nilai  $f_i$  selama satu tahun jika  $f_i < 1$ . Sedangkan nilai parameter  $p$  dapat diestimasi dengan:

$$p \approx \frac{\text{Frekuensi } f_i \geq 1}{\text{banyaknya diskritisasi waktu dalam setahun}} \quad (3)$$

## Simulasi Monte Carlo untuk Pergerakan Harga Saham

Konstruksi simulasi MC untuk mengetahui pergerakan harga saham dalam selang waktu diskrit  $(0, N] \in \mathbb{Z}$  dapat dilakukan dengan cara:

1. Tentukan  $S_0, \sigma, r$ ,
2. Hitung nilai faktor perubahan harga,  $u, d$ ,
3. untuk setiap  $n = 1, 2, \dots, N$ , lakukan sebanyak  $M$  kali:

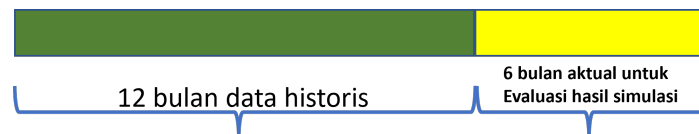
$$S(n) = S_0 u^x d^{n-x}, \text{ with } x \sim \text{Binom}(n, p)$$

4. Hitunglah barisan harga rata-rata dari simulasi pada No.3, sehingga diperoleh:  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_N$ .
5. Tentukan selang kepercayaan 95% untuk setiap  $\bar{S}_i$  pada barisan tersebut.
6. Plot hasil simulasi, kemudian bandingkan dengan harga aktual.

## Tugas

Simulasikan pergerakan harga harian suatu emiten saham dalam satu tahun ( $1 \text{ tahun} \approx 260 \text{ hari}$ ).

1. Pilih satu emiten saham/currency dan dapatkan harga historinya untuk 18 bulan.
2. Gunakan rata-rata suku bunga Bank Indonesia dalam 1 tahun sebagai nilai  $r$ .
3. Gunakan data 12 bulan pertama untuk menentukan nilai  $\sigma, S_0$
4. Hitung/estimasi nilai  $u, d$ , dan  $p$  sesuai deskripsi pada bagian 'Estimasi Parameter'
5. Buatlah pohon Binomial harga saham berdasarkan parameter di atas.
6. Lakukan simulasi MC untuk mendapatkan barisan harga rata-rata saham:  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_N$  beserta selang kepercayaan 95%, dengan  $N$  merupakan jumlah hari selama 6 bulan dari tanggal terakhir data historis.



7. Bandingkan dengan harga saham aktual dengan menghitung selisihnya.
8. Plot perbandingan harga saham antar simulasi dan aktual berikut error mutlak perbedaan harganya, dan gambarkan distribusi selisihnya dalam boxplot dan histogram.
9. Bandingkan pula hasil simulasi mana dari 2 cara berbeda (empiris & model CRR) penentuan parameter  $u, d, p$  di atas yang lebih dekat dengan data aktual, berdasarkan nilai rata-rata error. (Pilihan nilai rata-rata error: MSE, MAE, MAPE)
10. Tuliskan paparan dan hasil simulasi dalam sebuah laporan yang dikumpulkan melalui LMS dan presentasi.
11. Laporan memuat: **Judul dan tabel kontribusi setiap anggota, Identifikasi masalah yang jelas, Tujuan model dan simulasi, Metode yang dijabarkan dengan jelas, berikut algoritma yang digunakan, Hasil komputasi/simulasi model dan visualisasi, Analisis hasil dan Evaluasi, Kesimpulan.** Link lampiran program yang dapat diakses dan diperiksa dosen (availabel sampai April 2023). Jika tidak dapat diakses dosen, maka laporan dianggap tidak lengkap yang tentunya akan mengurangi nilai.
12. Lihat: KLIK untuk contoh mendapatkan data saham harian dengan kode emiten tertentu dari yahoo finance.

## Rubrik dan panduan penilaian

Aspek	Skor	Kriteria Skor
Kelengkapan Materi Laporan (A)	Skala [0,100]	Muatan materi dalam laporan lengkap sesuai instruksi tugas. Point berkurang jika ada materi yang tidak dimuat.
Penulisan Materi Laporan (B)	Skala [0,100]	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Materi disubmit dalam dokumen pdf,</li> <li>2. setiap bagian dapat terbaca dengan baik,</li> <li>3. isi materi dibuat ringkas dan berbobot,</li> <li>4. bahasan yang digunakan sesuai materi</li> </ol>
Presentasi (C)	Skala [0,100]	Presentasi dengan percaya diri dan antusias, dan seluruh anggota kelompok berpartisipasi.

**Nilai Akhir =**  $score(A) \cdot 0.3 + score(B) \cdot 0.3 + score(C) \cdot 0.4$