

# Mínimo, media, máximo

J. Abellán

7/11/2019

## Mínimo, máximo y media de una muestra

El objetivo es encontrar la función de distribución de variables aleatorias definidas a partir de la normal. Dicho de otro modo, las funciones de distribución de los estadísticos máximo, mínimo y media:

- $X_{max} = \max(X_1, \dots, X_n)$
- $X_{min} = \min(X_1, \dots, X_n)$
- $X_{media} = (X_1 + \dots + X_n)/N$

a partir de un muestreo, es decir, de  $n$  medidas, cuando las variables  $X_i$  son variables aleatorias idénticas e independientes con distribuciones normales de parámetros  $\mu, \sigma$ .

```
# Tamaño de la muestra (número de medidas)
n <- 10

# Para una buena estadística
nfilas <- 10000

N <- nfilas * n

# Parámetros de la población
mu <- 0 ; sigma <- 2

# generamos los datos del experimento
M <- matrix( rnorm( N, mu, sigma ), ncol = n, nrow = nfilas )

# nos quedamos con el máximo
Xmax <- apply( M, 1, max )

# el mínimo de la muestra
Xmin <- apply( M, 1, min )

# y la media de la muestra
Xmed <- apply( M, 1, mean )

# Dibujo los histogramas
x1 <- mu - 5 * sigma

x2 <- mu + 5 * sigma

hist( Xmax,

      breaks = 60,

      prob = TRUE,
```

```

xlim = c( x1, x2 ),

ylim = c( 0, 1 ),

main = paste(" n = ", n),

ylab = "fXmin, fXmax",

xlab = " x "

)

hist( Xmin,

breaks = 60,

prob = TRUE,

add = TRUE )

hist( Xmed,

breaks = 40,

prob = TRUE,

add = TRUE

)

#Una vez hecho el experimento de simulación superponemos las curvas
#teóricas junto a la normal del muestreo

# Rango de la variable
dx <- ( x2 - x1 ) / (1000 - 1)

x <- seq( x1, x2, dx )

# Solución teórica
p <- pnorm( x, mu, sigma )

fX <- dnorm( x, mu, sigma )

#  $FX(x) = P(X < x) = P(X1 < x)P(X2 < x)\dots = p^n$ 
fXmax <- n * p^( n - 1 ) * fX

fXmin <- n * ( 1 - p )^( n - 1 ) * fX

fXmed <- dnorm( x, mu, sigma / sqrt( n ) )

lines( x, fXmed, col = 3 )

```

```

text( mu, .8, " Media ", col = 3 )

lines( x, fXmax, col = 4 )

text( mu + 3 * sigma, .2, " Máximo ", col = 4 )

lines( x, fXmin, col = 5 )

text( mu - 3 * sigma, .2, " Mínimo ", col = 5 )

# la normal original
lines( x, dnorm( x, mu, sigma ), col = 2 )

```

**n = 10**

