Energía relativista

J. Abellán

7/11/2019

Energía relativista

Tratamos de conocer la función de distribución de las velocidades de una partícula relativista a partir de varias medidas.

A partir de dicha distribución podremos calcular la velocidad media, la más probable y además la función de distribución de la energía.

Como sabemos $E = E(V) = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}$

- **¿Cómo será la función de distribución de $E, f_E(e)$?**

De acuerdo con el teorema:

$$f_E(e) = f_V(v(e))|\frac{dv}{de}(e)| = \frac{1}{\sqrt{e^6 - e^4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_V^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_V^2}(\sqrt{1-1/e^2}-\mu_V)^2}$$

El problema que surge inmediatamente es que al medir la velocidad de la partícula pueden aparecer valores mayores que c.

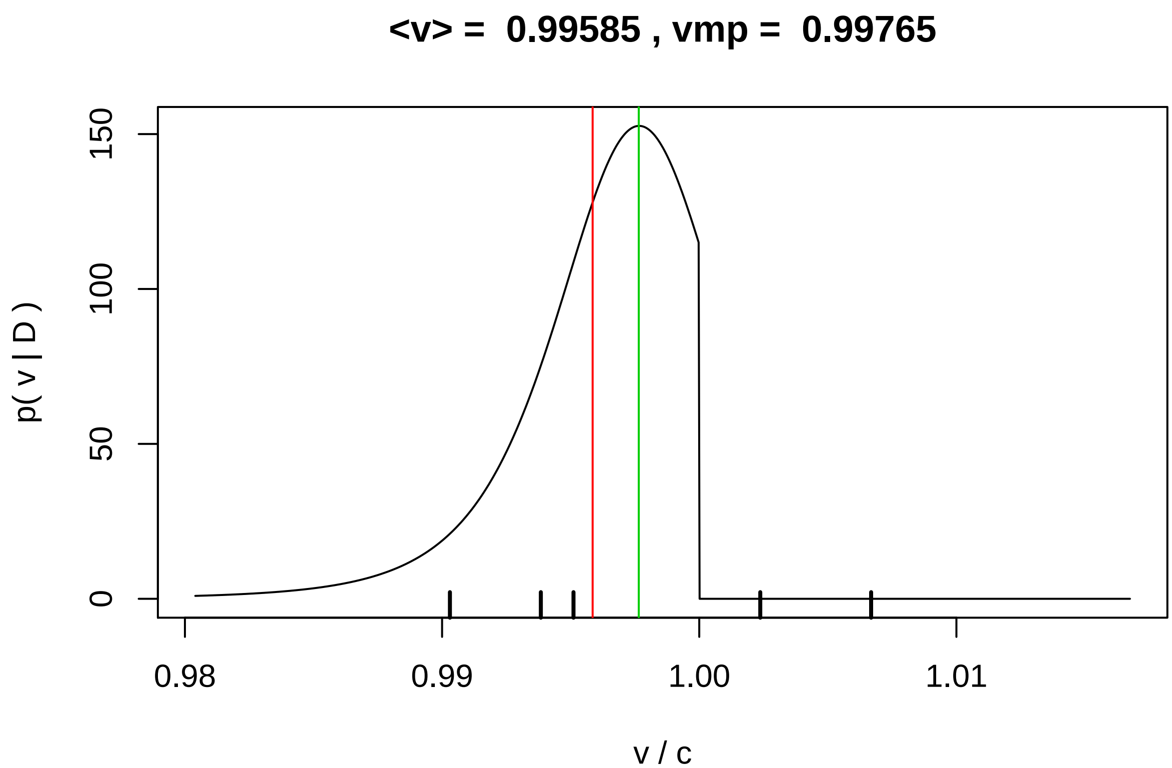
¿Cómo se maneja esta situación?

```
energia <- function( v ) {

  v[ v >= 1] <- 0

  1 / sqrt( 1 - v^2 )

}

velocidad <- function( E ) {

  E[ E < 1 ] <- 1

  sqrt( 1 - 1 / E^2 )

}

pV <- function( v, datos) {

  N <- length( datos )

  Dmedia <- mean( datos )

  varD <- var( datos )

  pv <- ( 1 + ( v - Dmedia )^2 / varD )^( - N / 2 )

  pv[ v >= 1 ] <- 0
```

```r
  return( pv )

}

dVdE <- function( x ) { 1 / ( x^6 - x^4 ) }

pE <- function( E, datos ) {

  v <- velocidad( E )

  pV( v, datos ) * dVdE( E )

}
```

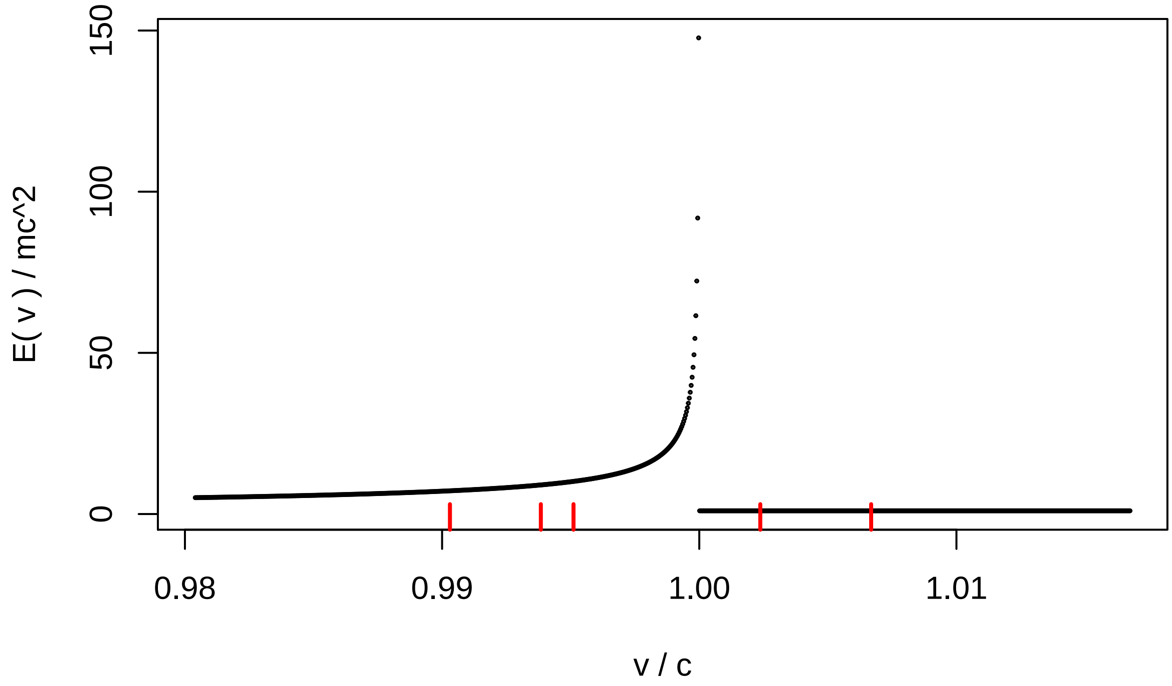
```r
library("latex2exp")

# Datos: velocidades de las partículas
Nd <- 5

mu <- .999

sigma <- .005

# datos inventados
datos = rnorm( Nd, mu, sigma )

#Rango de velocidades
vmin <- .99 * min( datos )

vmax <- 1.01 * max( datos )

nv <- 1000

dV <- ( vmax - vmin ) / ( nv - 1 )

v <- seq( vmin, vmax, len = nv )

# Función de distribución con normalización
fV <- pV( v, datos )

fV <- fV / sum( fV * dV )

# Velocidad media
vm <- sum( v * fV * dV )

# Velocidad más probable
vmp <- v[ which.max( fV ) ]

titulo <- paste( "<v> = ", round( vm, 5 ),

                 ", vmp = ", round( vmp, 5 )

                )
```

```r
plot( v, fV,

      type = "l",

      xlab = "v / c",

      #ylab = latex2exp( "$p( v | D )$" ),
      ylab = "p( v | D )",

      main = titulo

    )

rug( datos , ticksize = 0.05, lwd = 2, col = 1 )

abline( v = c( vm, vmp ), col = c( 2, 3 ) )
```




```r
plot( v, energia( v ),

      xlab = " v / c ",

      #ylab = latex2exp("$ E( v ) / mc^2 $"),
      ylab = "E( v ) / mc^2",

      cex = .2

    )
```

```r
rug( datos , ticksize = 0.05, lwd = 2, col = 2 )
```




```r
# Rango de energías
E1 <- energia( vmin )

E2 <- energia( vmax )

if ( E2 == 1 ) E2 <- 100

nE <- 10000

dE <- ( E2 - E1 ) / ( nE - 1 )

E <- seq( E1, E2, len = nE)

# Función de distribución
fE <- pE( E, datos )

fE <- fE / sum( fE * dE )

#Energía media
Em <- sum( E * fE * dE )

# Energía más probable
Emp <-  E[ which.max( fE ) ]

titulo2 <- paste( "<E> = ", round( Em, 3 ),

                 ", Emp = ", round( Emp, 3 )

                )
```

```r
plot( E, fE,

      type = "l",

      #xlab = latex2exp("$E / mc^2$"),
      xlab = "E / mc^2",

      #ylab = latex2exp("$p( E | D )$" ),
      ylab = "p( E | D )",

      main = titulo2

    )

abline( v = c( Em, Emp ), col = c( 2, 3 ) )
```

<E> = 9.181 , Emp = 7.867