

# Binomial negativa

*J. Abellán*

*7/11/2019*

## Binomial negativa

¿Cuántas veces  $x$  debo lanzar una moneda para obtener  $k$  éxitos (caras) si la probabilidad de éxito es  $\theta$ ?

La respuesta teórica es la binomial negativa de parámetro  $\theta$ :

$$P(x | k, \theta) = \binom{x-1}{k-1} \theta^{k-1} (1-\theta)^{x-k} \theta$$

donde  $x = k, k+1, \dots$

Lo comprobaremos mediante simulación.

```
#Suponemos una moneda no trucada, es decir, probabilidad de éxito = 0.5
theta <- 0.4

#Número de veces que repito el experimento para hacer una buena estadística
N <- 10000

#Número de éxitos deseados = k
k <- 20

#Vector X donde almacenaré el número de lanzamientos necesarios
X <- rep( 0, N )

for ( i in 1:N ) {

  #contador número de caras
  nc <- 0

  #Contador número de tiradas
  nt <- 0

  #Mientras no consigo las caras deseadas, sigo tirando la moneda
  while( nc < k ) { nt <- nt + 1; if ( runif( 1 ) < theta ) nc <- nc + 1 }

  #Almaceno el número de lanzamientos necesarios
  X[ i ] <- nt

}

#Superpongo el resultado "experimental"
#cajas=seq(k-.5,4*k+.5,1)
#hX=hist(X,cajas,probability=T,main="Binomial negativa")

plot( table( X ) / N,
```

```

xlab = "x",

ylab = "p( X = x)",

main = paste( "Binomial negativa: theta = ", theta, ", k = ", k )

)

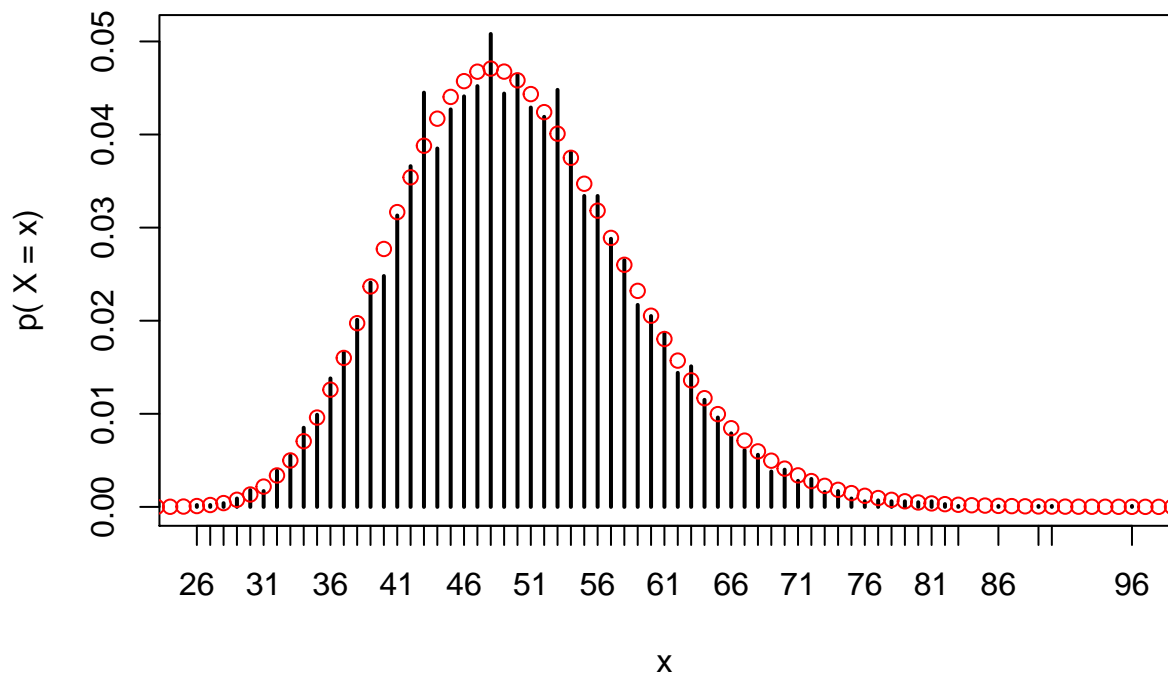
#y la curva teórica
#Valores posibles de la variable aleatoria
#x = k, k+1,...
x <- k:( 5 * k )

fX <- dbinom( k - 1, x - 1, theta ) * theta

points( x, fX, col = 2 )

```

**Binomial negativa: theta = 0.4 , k = 20**



## Caso $k = 1$

Es decir ¿cuántos lanzamientos se requieren para obtener un éxito?

Respuesta: la distribución geométrica

$$g(x | \theta) = (1 - \theta)^{x-1} \theta$$

```

# moneda: cara y cruz
urna <- c( 1, 0 )

```

```

# probabilidad de cara
theta <- 0.1

# número promedio de lanzamientos
xmp <- 1 / theta

# número de lanzamientos muy grande
N <- 1000000

S <- sample( urna, N, replace = TRUE, prob = c( theta, 1 - theta ) )

# número de experimentos = número de unos
n <- sum( S )

# cuándo ocurrió cara? distancia entre esos instantes
X <- diff( which( S == 1 ) )

plot( table( X ) / sum( S ),
      xlab = "x = número de lanzamientos",
      ylab = "fX( x ) ",
      xlim = c( 0, 5 * xmp ),
      main = paste( "Geométrica: 1 / theta = ", xmp )
    )

# comprobación de la teoría
x <- 0:( 5 * xmp )

fX <- ( 1 - theta )^( x - 1 ) * theta

points( x, fX, col = 2, cex = 0.6 )

```

### Geométrica: 1 / theta = 10

