Herschel

J. Abellán

30/10/2015

Herschel

A mediados del siglo XIX, el astrónomo **Herschel** midió las coordenadas X (ascensión recta) e Y (declinación) de muchas estrellas.

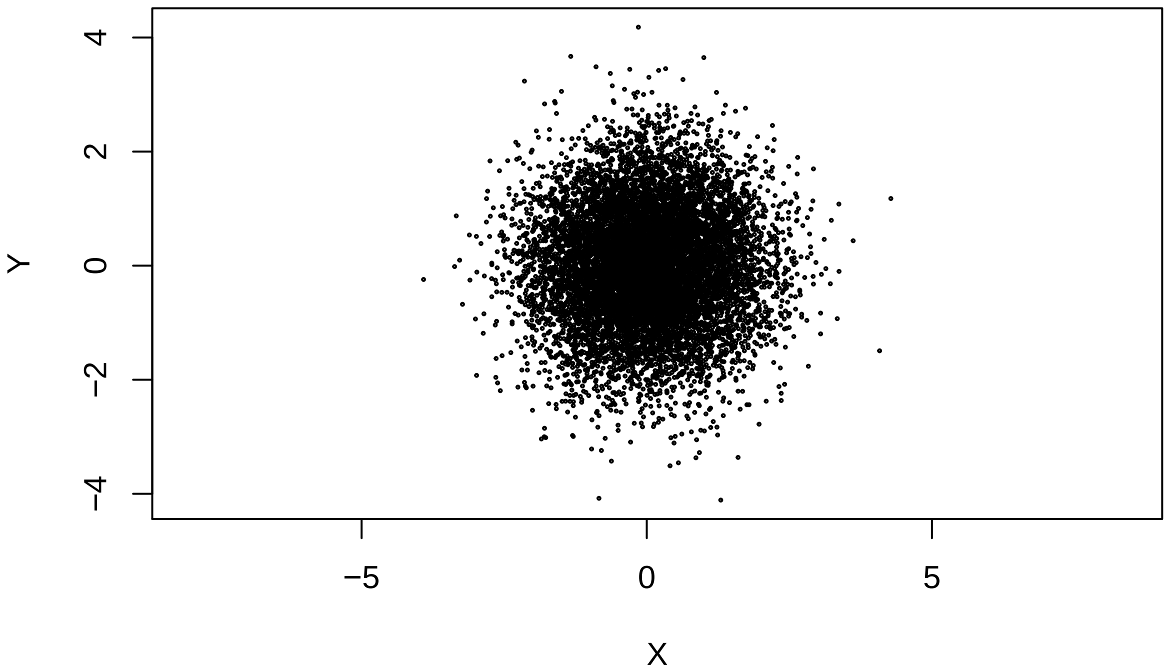
Obtuvo que los errores seguían una distribución *gaussiana* y demostró, a partir de dos sencillas hipótesis, que así tenía que ser.

Este problema es enteramente análogo a disparar sobre una diana.

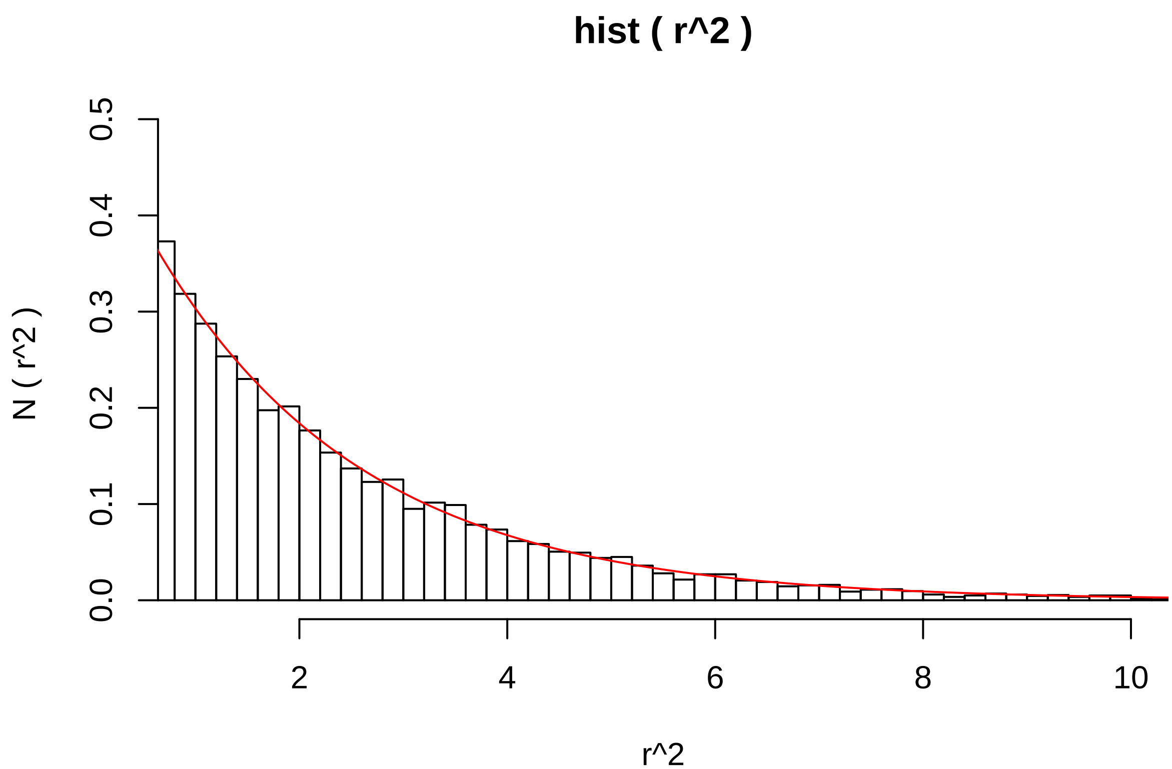
Supondremos que X e Y, las distancias de los impactos al centro de la diana, son variables aleatorias normal estándar y nos preguntamos cómo serán las funciones de distribución de las variables $R2 \equiv R^2 = X^2 + Y^2$ y $R = \sqrt{R2}$

Comenzamos la simulación:

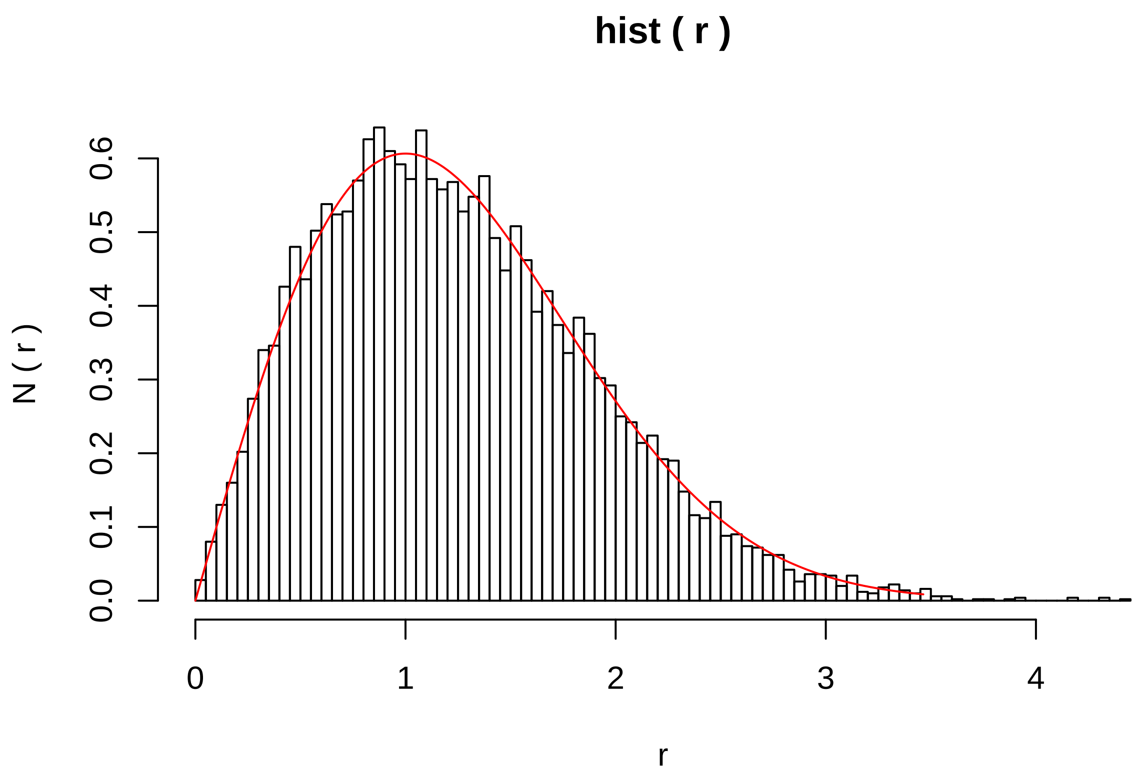
```r
library("latex2exp")

#Simulamos los impactos o medidas X,Y
N <- 10000

X <- rnorm( N )

Y <- rnorm( N )

plot( X, Y,

      cex = 0.2,

      asp = 1

    )
```




```r
#Cambio de variables
R2 <- X^2 + Y^2

R <- sqrt( R2 )

#Dibujamos los histogramas
hist( R2,

      breaks = 100,

      xlab = "r^2",

      ylab = "N ( r^2 )",

      xlim = c( 1, 10 ),

      probability = TRUE,

      main = "hist ( r^2 )" )

#Curva teórica
r2 <- seq( 0, 12, len = 1000 )

#fR2 <- exp( - r2 / 2 ) / 2
# ji cuadrado con 2 grados de libertad
fR2 <- dchisq( r2, 2 )

lines( r2, fR2, col = 2 )
```




```r
#y la variable R
hist( R,

      breaks = 100,

      xlab = "r",

      ylab = "N ( r )",

      probability = TRUE,

      main = "hist ( r )" )

# Nueva variable r
r <- sqrt( r2 )

# Derivada de la antigua variable respecto de la nueva
dR2dR <- 2 * r

# teorema
fR <- fR2 * dR2dR

lines( r, fR, col = 2 )
```

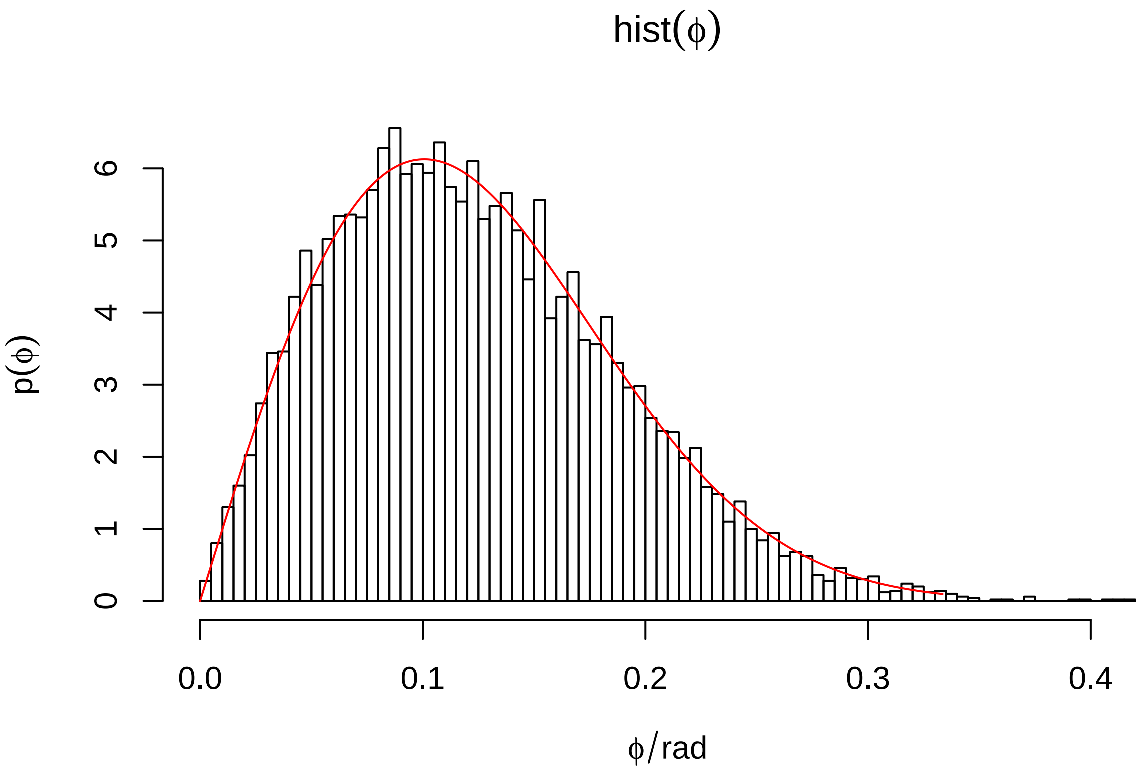


¿Qué podemos decir del ángulo de disparo ϕ (respecto de la perpendicular a la diana) si lanzamos los dardos desde una distancia L? Recuerde que

$$\tan(\phi) = \frac{r}{L}$$

```
# distancia a la diana
L <- 10

# ángulo linea de tiro-perpendicular a la diana
FI <- atan2( R, L )

#xlab=latex2exp("$\\alpha$"),
hist( FI,

      breaks = 100,

      xlab = expression( phi / rad ),

      ylab = expression( p ( phi ) ),

      probability = TRUE,

      main = expression( hist ( phi ) ) )

# Rango de fi
fi <- atan2( r, L )

# Derivada antigua variable respecto de la nueva
dRdFI <-  L / cos( fi )^2
```

```r
# teorema
fFI <- fR * dRdFI

lines( fi, fFI, col = 2 )
```



Como puede verse, el acuerdo entre *experimento* numérico y la teoría es total.