Tres parámetros

J. Abellán

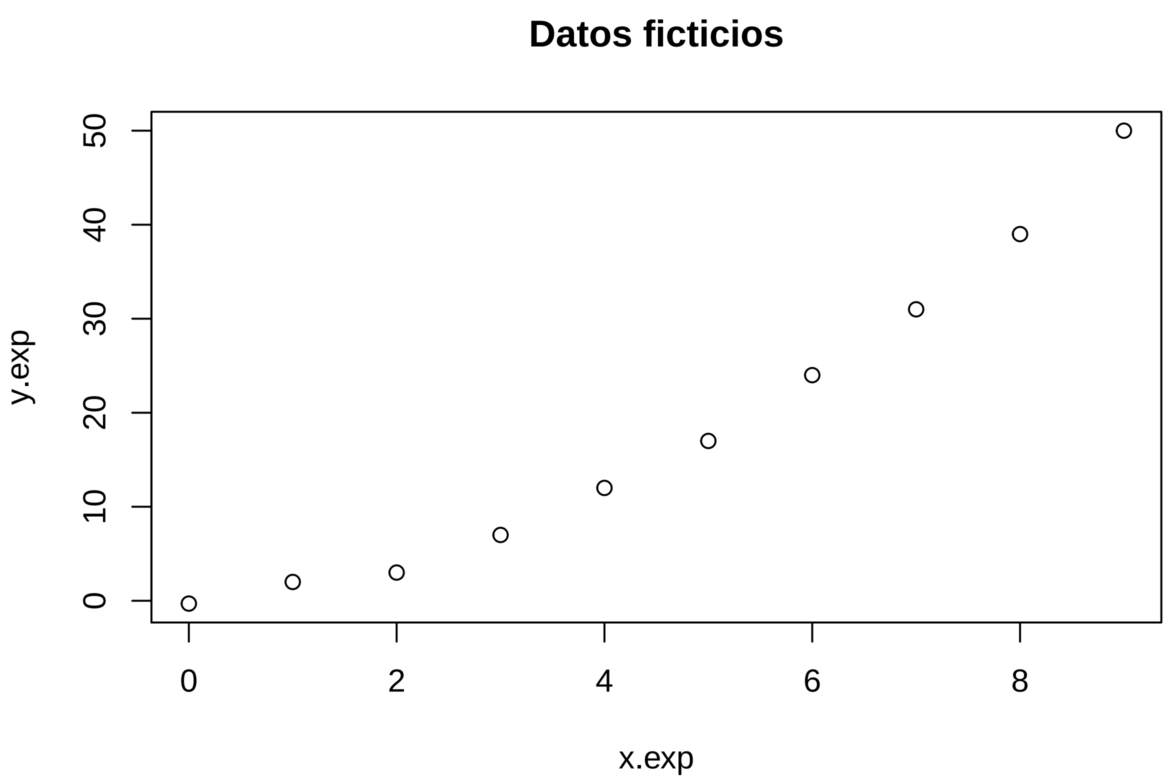
17 de marzo de 2017

Vamos a considerar el caso más sencillo, el lineal:

$$y = y(x) = a_0 + a_1\ x + a_2\ x^2$$

Los datos

```r
# título
titulo <- "Datos ficticios"

# los datos
x.exp <- c( 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 )

y.exp <- c( -0.3, 2, 3, 7, 12, 17, 24, 31, 39, 50 )

N <- length( x.exp )

# primer vistazo
plot( x.exp, y.exp, main = titulo )
```




```r
# ajuste con lm
aj <- lm( y.exp ~ I(x.exp) + I( x.exp^2 ) )
```

```r
summary( aj )
```

```
##
## Call:
## lm(formula = y.exp ~ I(x.exp) + I(x.exp^2))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.80303 -0.23409 -0.08152  0.42773  0.70545
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.04909    0.45566  -0.108   0.9172
## I(x.exp)     0.82394    0.23579   3.494   0.0101 *
## I(x.exp^2)   0.51970    0.02522  20.606 1.59e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.5795 on 7 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9991, Adjusted R-squared:  0.9989
## F-statistic:  3929 on 2 and 7 DF,  p-value: 2.103e-11
```

Función Q

La definición de la función Q es la de siempre:

$$Q = Q(a_0, a_1, a_2) \equiv \sum_i (y_i - y(x_i; a_0, a_1, a_2))^2$$

donde $x_i, y_i, i = 1, 2, \cdots, N$ son los datos obtenidos y a_0, a_1, a_2 los parámetros de la teoría a inferir de esos datos.

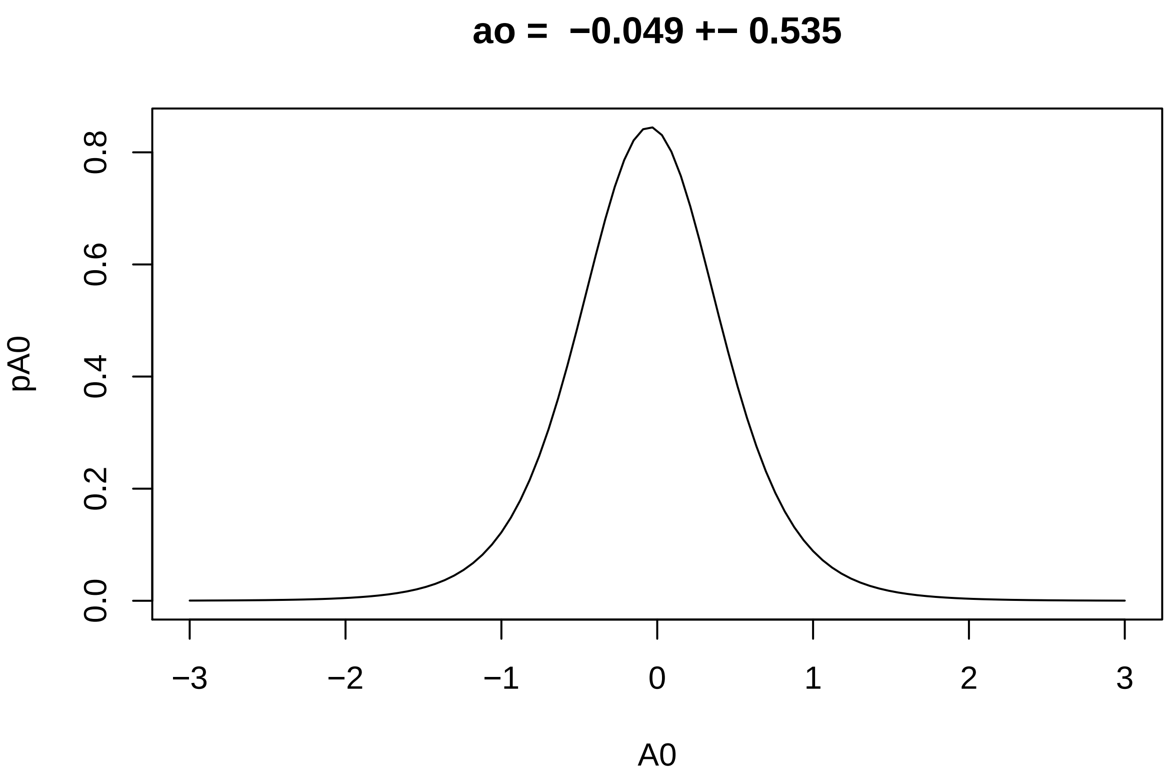
```r
# la teoría
mif <- function(x, a0, a1, a2){ a0 + a1 * x + a2 * x^2 }

# rango de los parámetros
na0 <- na1 <- na2 <- 100

a01 <- - 3 ; a02 <- 3
A0 <- seq( a01, a02, len = na0)

dA0 <- ( a02 - a01 ) / ( na0 - 1 )

a11 <- - 1 ; a12 <- 3
A1 <- seq( a11, a12, len = na1)

dA1 <- ( a12 - a11 ) / ( na1 - 1 )

a21 <- 0.3 ; a22 <- 0.7
A2 <- seq( a21, a22, len = na2)

dA2 <- ( a22 - a21 ) / ( na2 - 1 )
```

```r
# declaración del array Q
Q <- array( 0, dim = c( na0, na1, na2 ) )

# cálculo de Q
for ( i in seq_along( A0 ) ) {

  for (j in seq_along( A1 ) ) {

    for ( k in seq_along( A2 ) ) {

      yt <- mif( x.exp, A0[ i ], A1[ j ], A2[ k ] )

      Q[ i, j, k ] <- sum( ( y.exp - yt )^2 )

    }

  }

}

Qmin <- min( Q )

# teorema de Bayes

pA0A1A2 <- Q^( - N / 2 )

# marginalización

pA0 <- apply( pA0A1A2, 1, sum )

pA1 <- apply( pA0A1A2, 2, sum )

pA2 <- apply( pA0A1A2, 3, sum )


# normalización

pA0 <- pA0 / sum( pA0 * dA0 )

pA1 <- pA1 / sum( pA1 * dA1 )

pA2 <- pA2 / sum( pA2 * dA2 )

# Los estadísticos
# medias
A0m <- sum( A0 * pA0 * dA0 )

A1m <- sum( A1 * pA1 * dA1 )

A2m <- sum( A2 * pA2 * dA2 )

# varianza
vA0 <- sum( ( A0 - A0m )^2 * pA0 * dA0 )
```

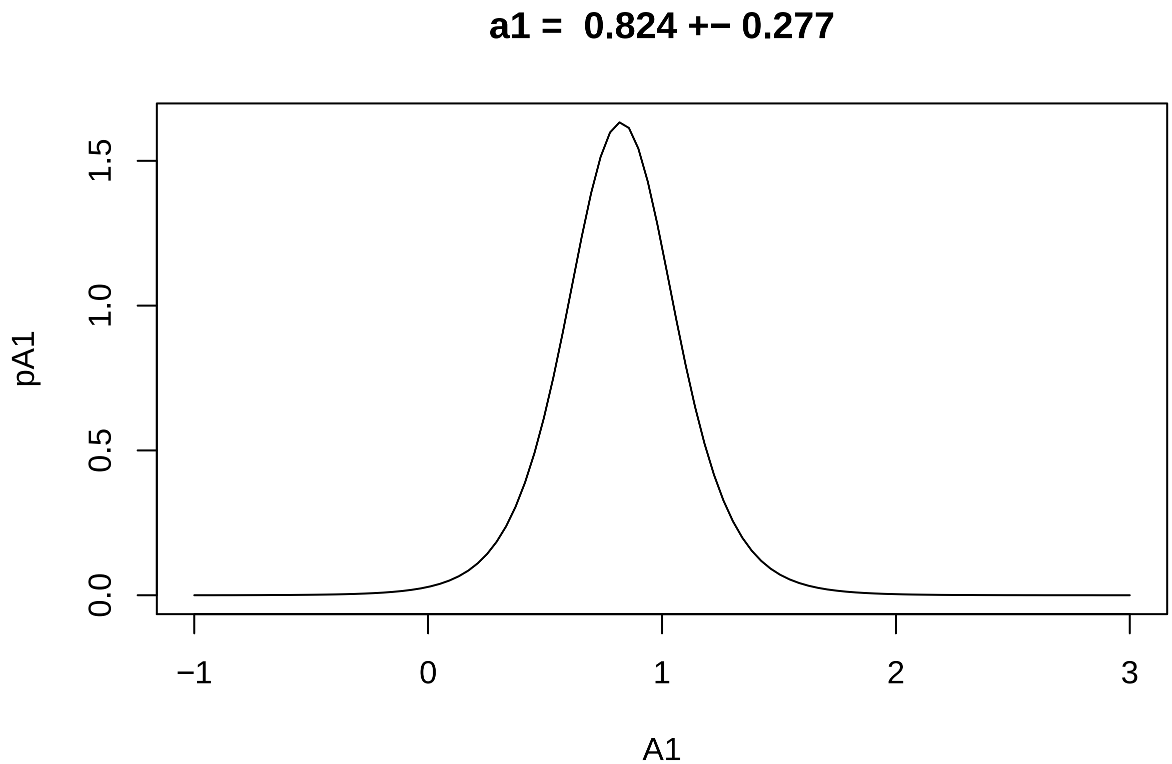
```r
vA1 <- sum( ( A1 - A1m )^2 * pA1 * dA1 )

vA2 <- sum( ( A2 - A2m )^2 * pA2 * dA2 )

# Incertidumbre, error o desviación estándar
eA0 <- sqrt( vA0 )

eA1 <- sqrt( vA1 )

eA2 <- sqrt( vA2 )
```

Dibujo de las funciones de distribución

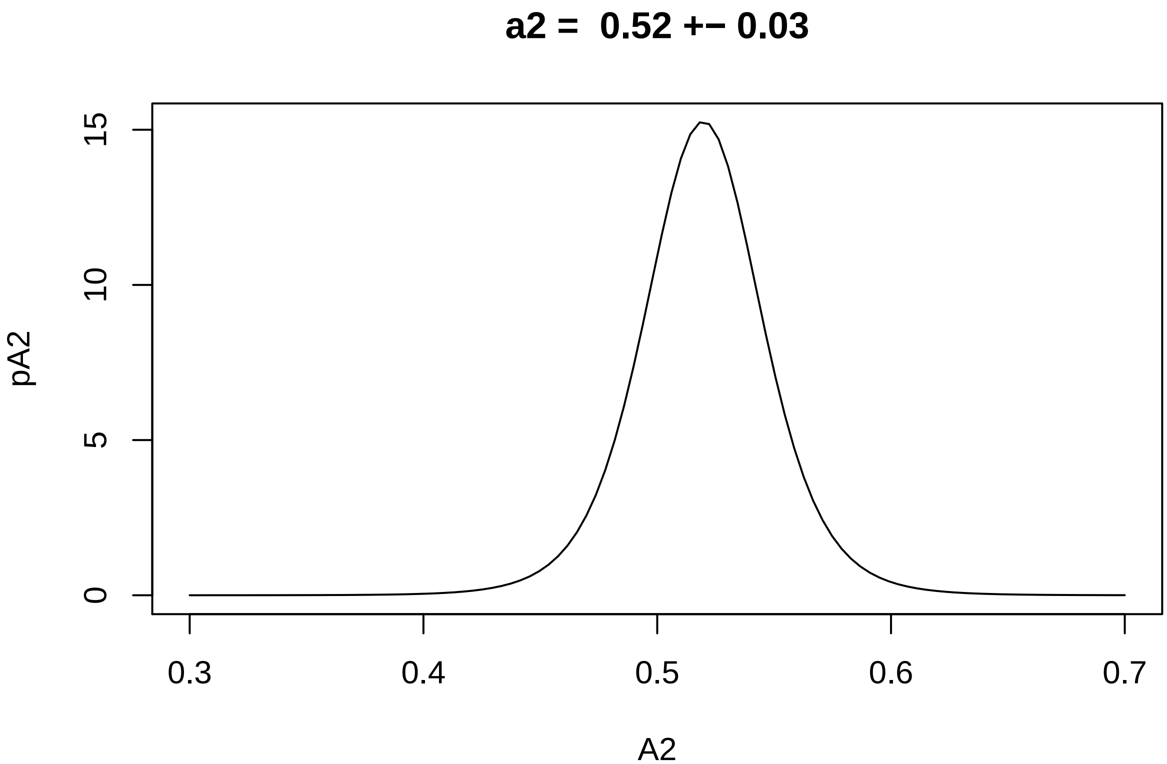
```r
# textos para las gráficas
texto_0 <- paste("ao = ", round( A0m, 3 ), "+-", round( eA0, 3 ) )

texto_1 <- paste("a1 = ", round( A1m, 3 ), "+-", round( eA1, 3 ) )

texto_2 <- paste("a2 = ", round( A2m, 3 ), "+-", round( eA2, 3 ) )

# dibujo
plot( A0, pA0,

      type = "l",

      main = texto_0

    )
```




```
plot( A1, pA1,

      type = "l",

      main = texto_1

    )
```



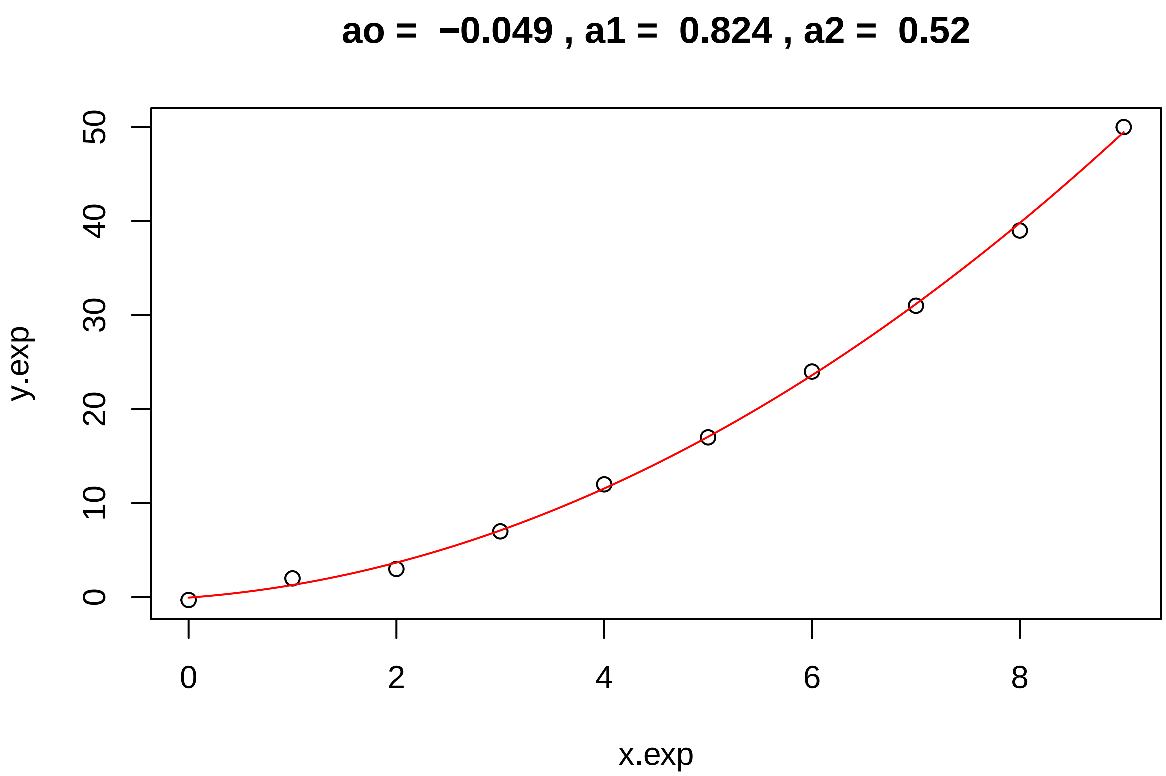

```
plot( A2, pA2,
      type = "l",
      main = texto_2
    )
```



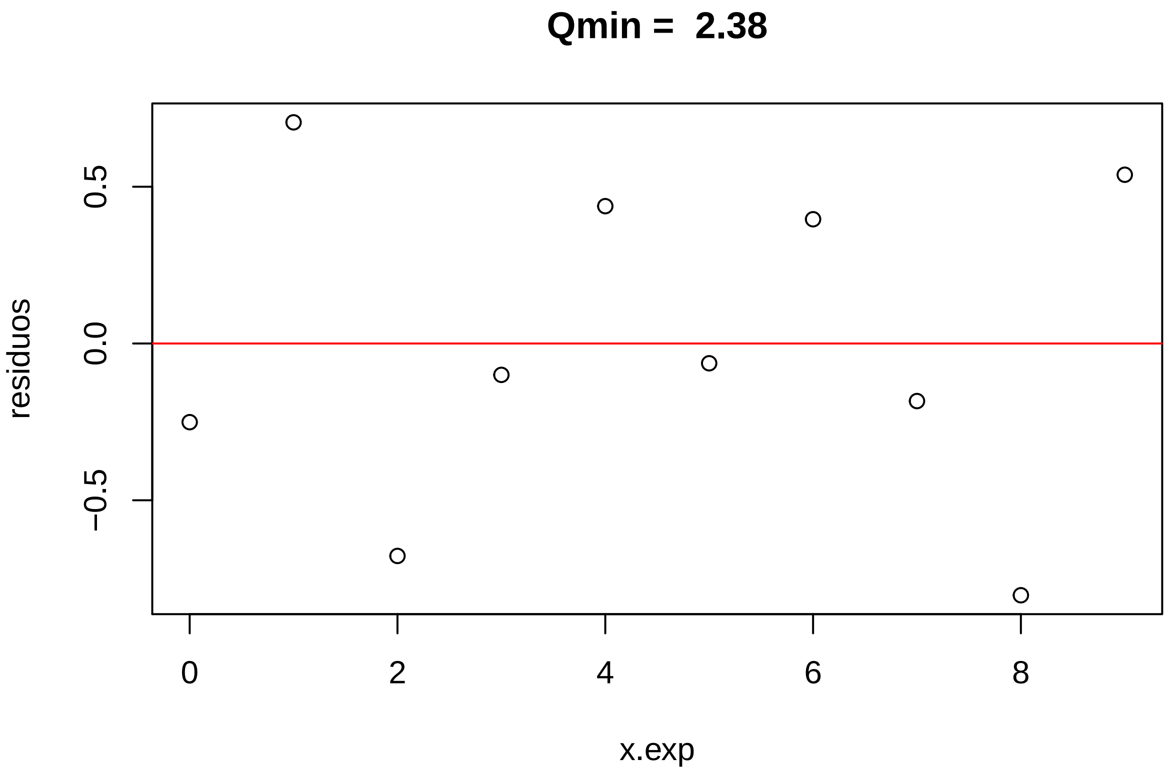
El ajuste

Superponemos a los datos el mejor ajuste

```
final <- paste( "ao = ", round( A0m, 3 ),

                ", a1 = ", round( A1m, 3 ),

                ", a2 = ", round( A2m, 3 )

              )

# los datos
plot( x.exp, y.exp, main = final )

# la teoría con los parámetros óptimos
n <- 100

x <- seq( min( x.exp ), max( x.exp ), len = n )

y.op <- mif( x, A0m, A1m, A2m )

lines( x, y.op, col = 2 )
```




```r
# los residuos
residuos <- y.exp - mif( x.exp, A0m, A1m, A2m )

plot( x.exp, residuos, main = paste( "Qmin = ", round( Qmin, 2 ) ) )

abline( h = 0, col = 2 )
```


Qmin = 2.38
residuos
0.5
0.0
−0.5
0
2
4
6
8
x.exp