Binomial 2 Poisson

J. Abellán

22/10/2017

Binomial → Poisson

Comprobación numérica de como la función de distribución *Binomial* de parámetros n, p

$$Binom(x|n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

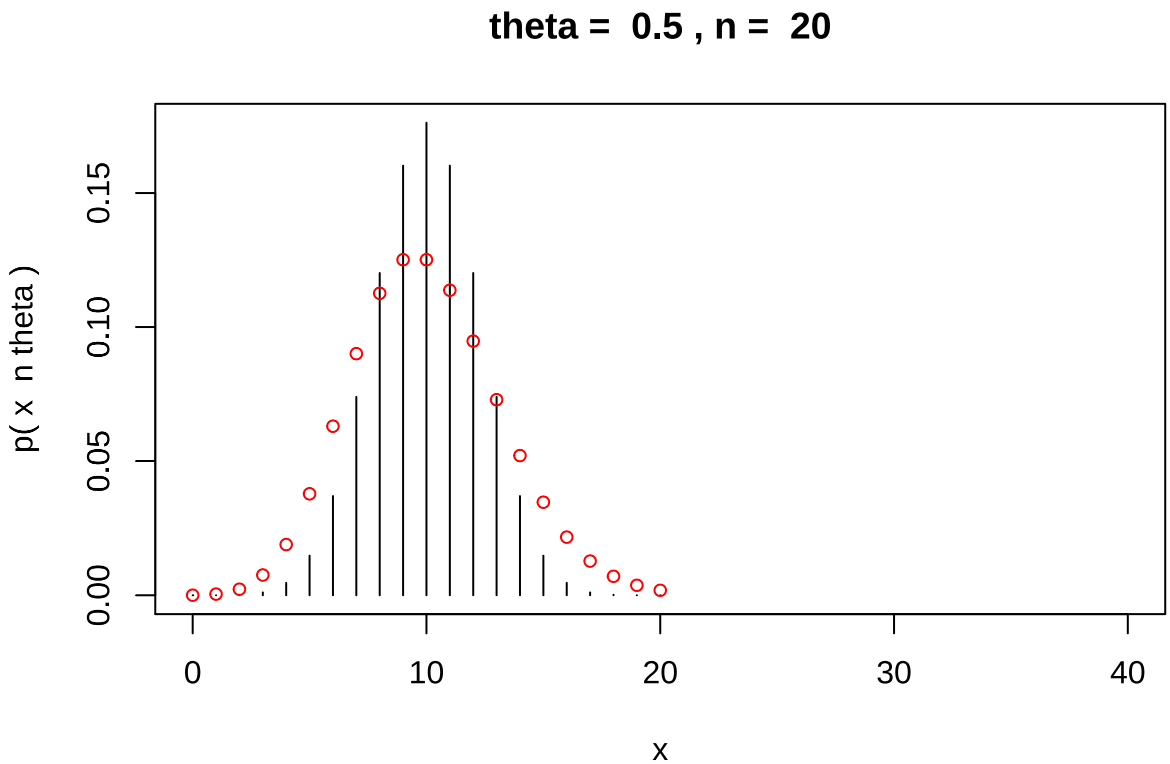
tiende a la de *Poisson* de parámetro $\lambda = np$

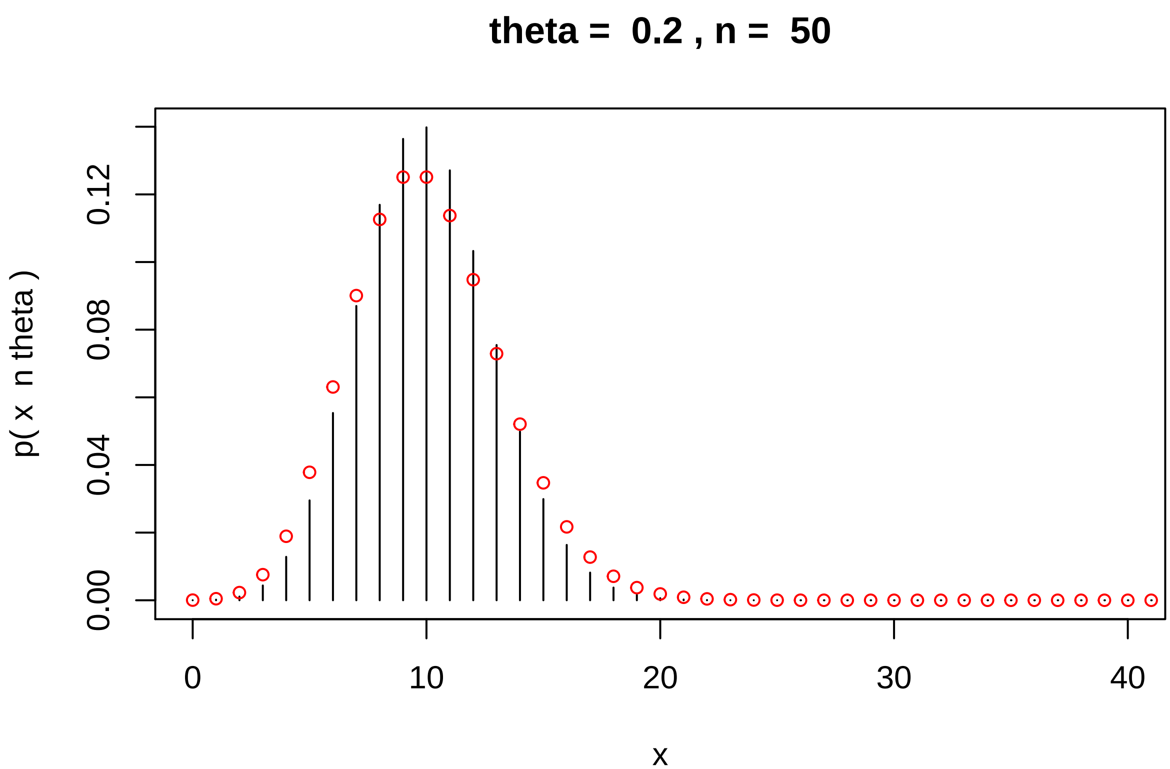
$$Poisson(x|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

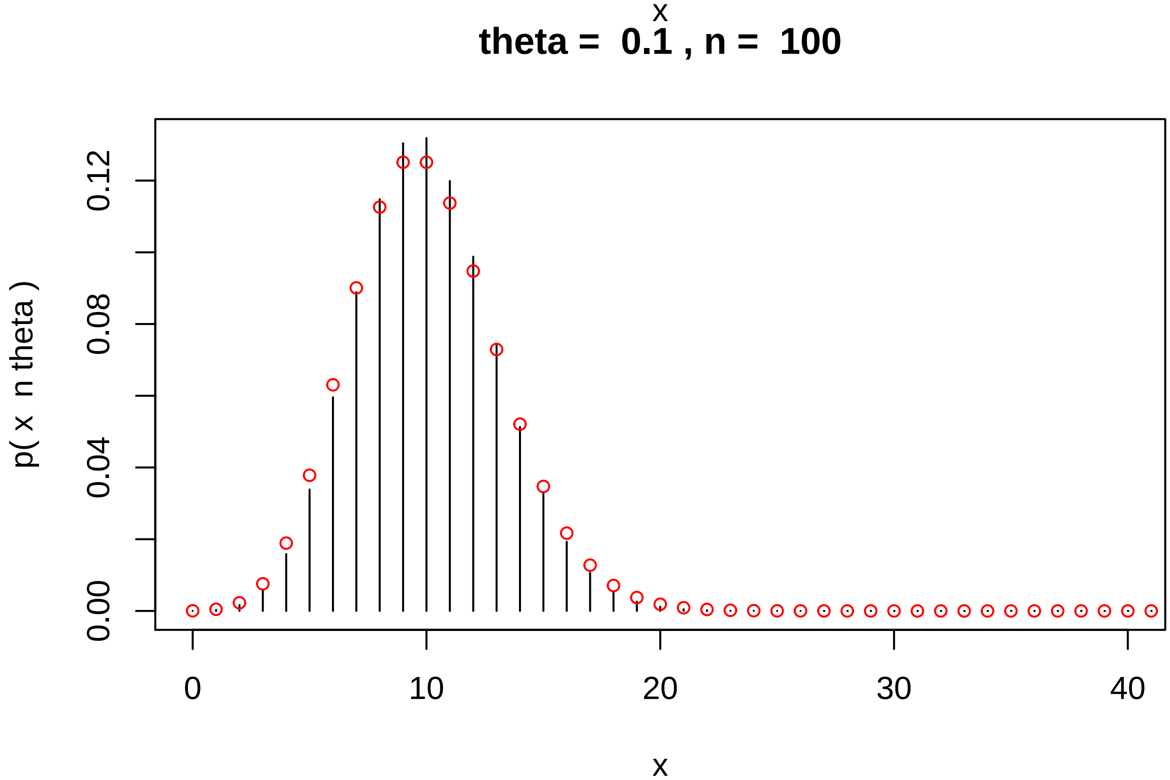
cuando $n \to \infty, p \to 0$ pero $np = \lambda = cte$

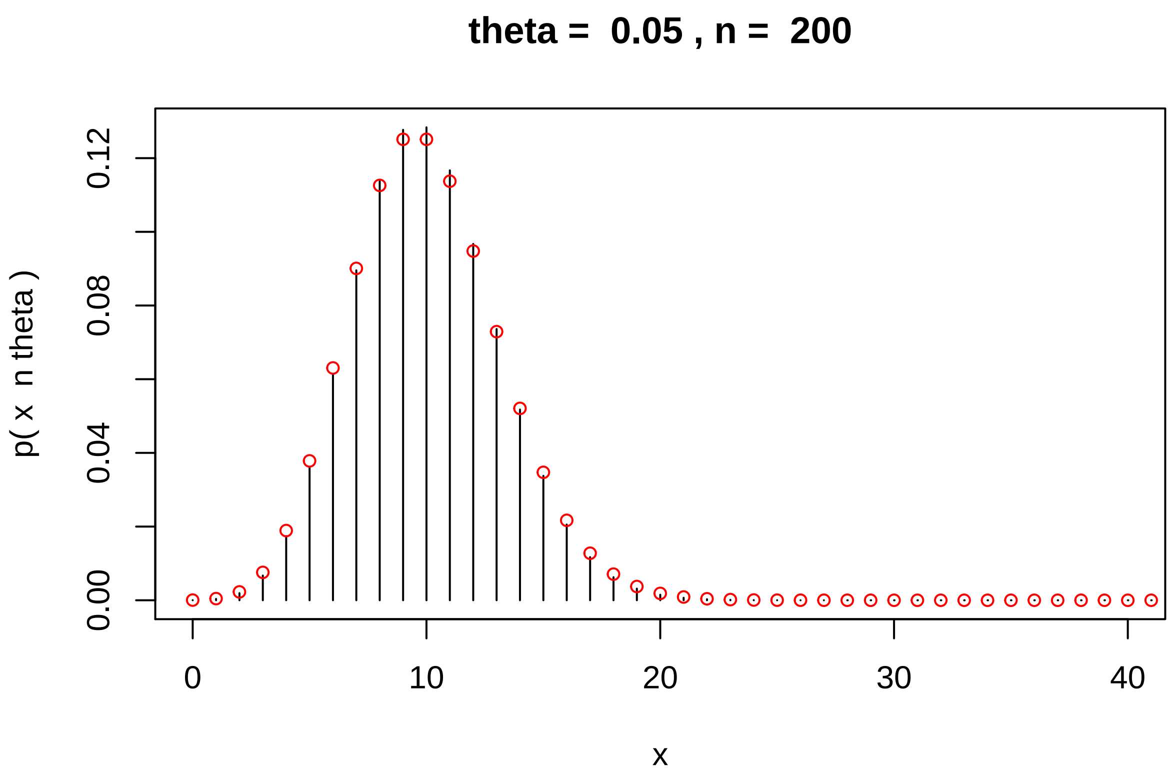
```r
#library("latex2exp", lib.loc="~/R/i686-pc-linux-gnu-library/3.2")

#Parámetro constante
cte <- 10

#Parámetro n
n <- c( 20, 50, 100, 200 )


#Probabilidad de éxito p
p <- cte / n

for (i in seq( along = n ) ) {

        #Valores que puede tomar la variable aleatoria discreta:
        x <- 0 : n[ i ]

        #La binomial de parámetros n y p
        pBinom <- dbinom( x, n[ i ], p[ i ] )

        #La poisson de parámetro cte
        pPois <- dpois( x, cte )

        #Dibujamos
        plot( x, pBinom,

          xlim = c( 0, 4 * cte ),

              type = "h",

              #ylab = latex2exp("$p(x | n \\theta)$"),
              ylab = "p( x \ n theta )",
```

```
        main = paste( "theta = ", round( p[ i ], 3 ), ", n = ", n[ i ] )

          )

      points( x, pPois, cex = .8, col = 2 )
      #lines(x,yn,col=3)

}
```




theta = 0.2 , n = 50
p(x n theta)
0.00
0.04
0.08
0.12
0
10
20
30
40
x


theta = 0.1 , n = 100
p(x n theta)
0.00
0.04
0.08
0.12
0
10
20
30
40
x



Se puede ver que en el límite, en efecto, la binomial se convierte en poisson y ésta en gaussiana

```
#Parámetro constante
cte <- 100

#Parámetro n
n <- 1000

#Probabilidad de éxito p
p <- cte / n

#Valores que puede tomar la variable aleatoria:
x <- 0 : n

#Variable continua para la gaussiana
# media
muX <- cte

# desviación estándar
sigmaX <- sqrt( cte )

# rango de valores posibles
x1 <- muX - 4 * sigmaX ; x2 <- muX + 4 * sigmaX

xc <- seq( x1, x2, len = 1000 )

#Dibujamos las tres
plot( xc, dnorm( xc, muX, sigmaX ),

      type = "l",
```

```
      xlab = "x",

      #ylab = latex2exp("$p(x | \\mu, \\sigma)$"),
      ylab = "p( x \ mu, sigma )",

      xlim = c( x1, x2 ),

      main = paste( "p = ", round( p, 3 ), ", n = ", n )

    )

points( x, dbinom( x, n, p ), cex = .6, col = 3 )

points( x, dpois( x, cte ), cex = .6, col = 2 )
```