

Ji-cuadrado

J. Abellán

20 de septiembre de 2016

La función de distribución χ^2

Si X es v.a. normal estándar, entonces $Y=X^2$ es v.a. ji-cuadrado con un grado de libertad, es decir, $Y \sim \chi_1^2$.

Lo comprobaremos mediante simulación: generamos números aleatorios gaussianos con *dnorm*, calculamos los cuadrados, ‘vemos’ el resultado *experimental* con el histograma y superponemos en *rojo* la curva teórica para comprobar el acuerdo con la teoría.

```
# números aleatorio a generar
N <- 10000

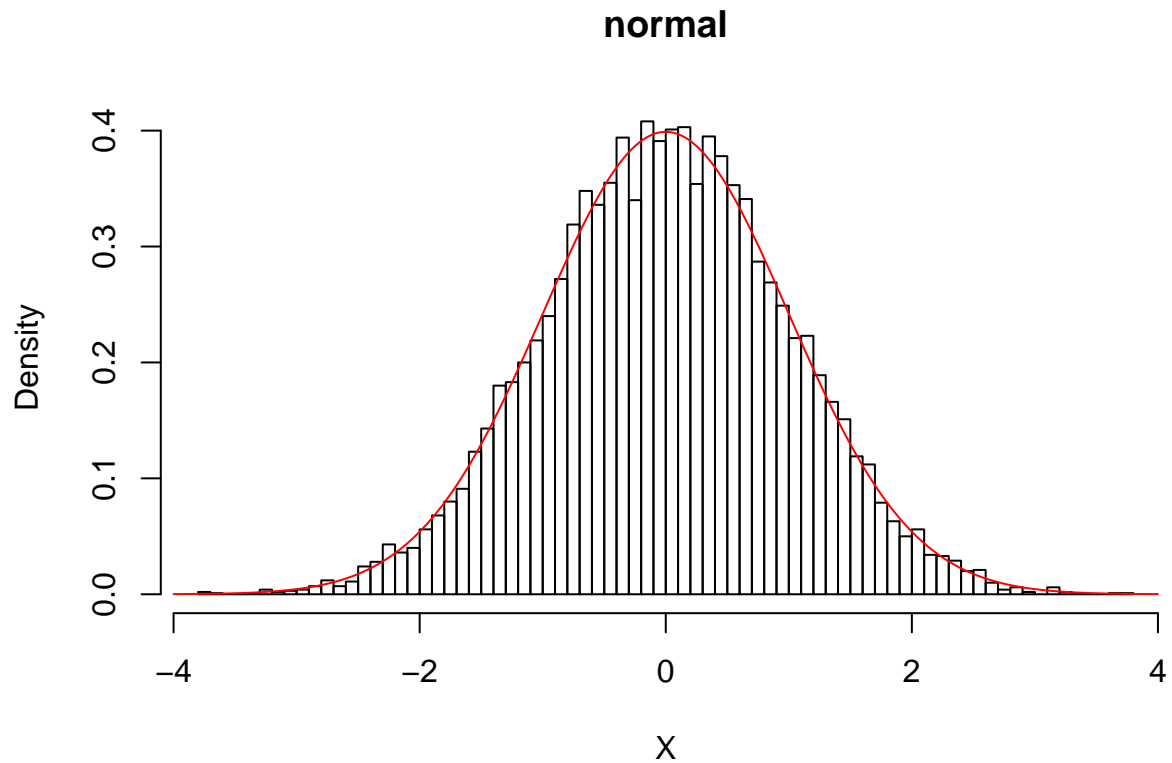
# normal estándar
X <- rnorm(N)

# valores de la variable X
x <- seq( - 4, 4, length.out = 1000 )

# Nueva función
Y <- X^2

# resultado del experimento
hist( X, 100, xlab = "X", probability = T, main = "normal" )

# la teoría
lines( x, dnorm( x ), col = 2 )
```



```
# histograma de la nueva variable
hist( Y, 100,

      xlim = c( 0, 4 ),

      xlab = "X²",

      probability=T,

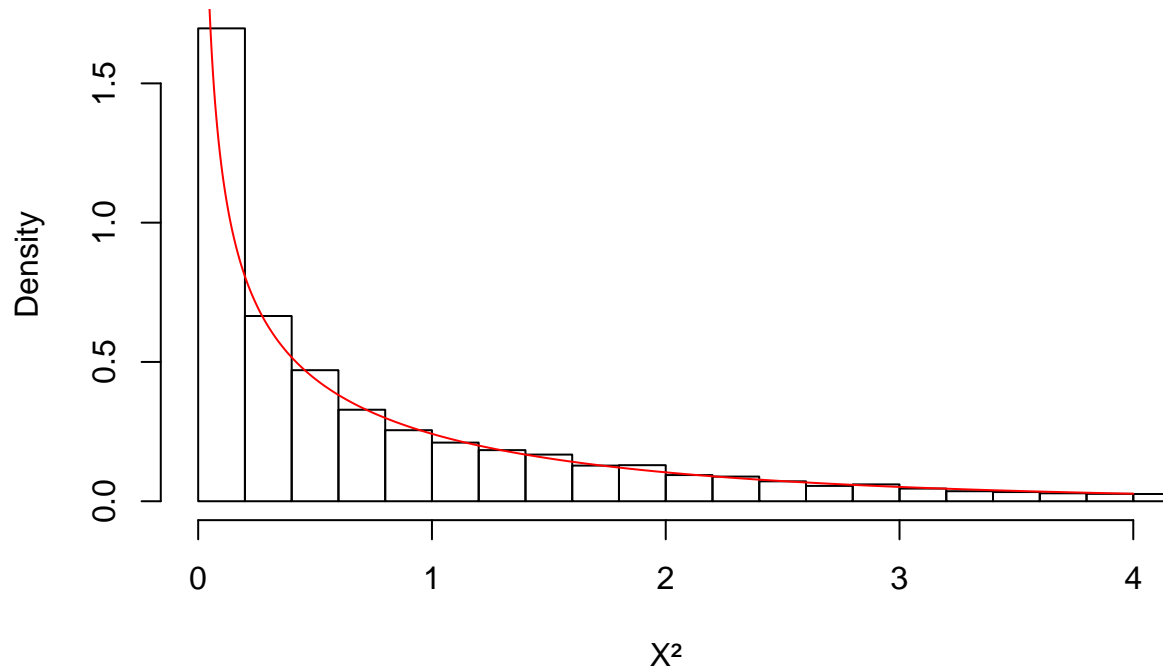
      main="X² es ji-cuadrado"

)

#La teoría
# valores de la nueva variable
y <- seq( 0, 4, length.out = 1000 )

lines( y, dchisq( y, 1 ), col = 2 )
```

χ^2 es ji-cuadrado



ocurre si sumamos $n=10$ variables aleatorias normales? Tendremos una variable aleatoria χ^2 pero con n grados de libertad:

```
N <- 10000

# número de variables normal estándar a sumar
n <- 10

X <- rep( 0, n )

for ( i in 1 : n ) {

  Xi <- rnorm( N )

  X <- X + Xi^2

}

# el resultado
hist( X, 100,

      probability = T,

      xlab = " $\chi^2$ ",

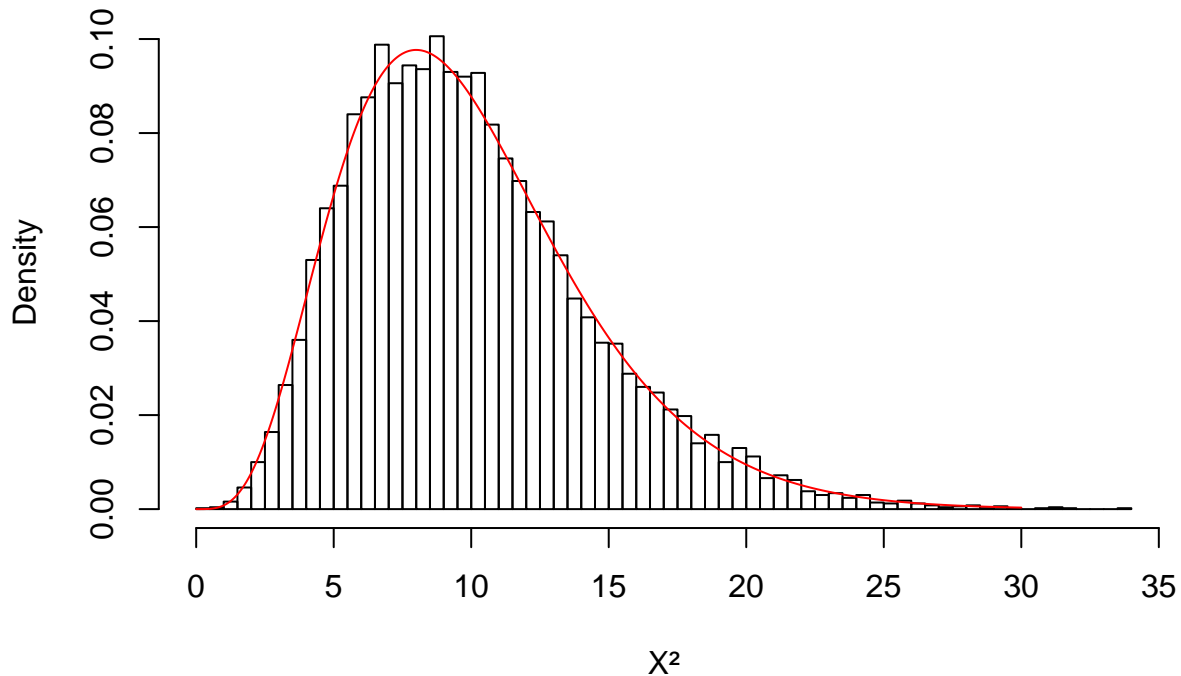
      main = " $\chi^2$  es ji-cuadrado"

    )

y <- seq( 0, 3 * n, length.out = 1000 )
```

```
# la teoría
lines( y, dchisq( y, n ), col = 2 )
```

χ^2 es ji-cuadrado



¡COMPROBADO!

¿Qué ocurre cuando el número de grados de libertad n tiende a infinito? Pues que la función de distribución tiende a una gaussiana de media n y varianza $2n$:

```
gdl <- 100      #grados de libertad

y <- seq( 0, 2 * gdl, length.out = 1000 )

plot( y, dchisq( y, gdl ),
      type = "l",
      main = "ji-2 tiende a la normal"
    )

lines( y, dnorm( y, gdl, sqrt( 2 * gdl ) ), col = 2 )
```

ji-2 tiende a la normal

