El péndulo

J. Abellán

30 de noviembre de 2015

El péndulo simple con fricción y forzado externamente

La ecuación dinámica es bien conocida:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\;\gamma\;\frac{dx}{dt} +\;\omega_o^2\;x = f_0\sin(\omega t)$$

Que se puede poner como un sistema de ecuaciones diferenciales:

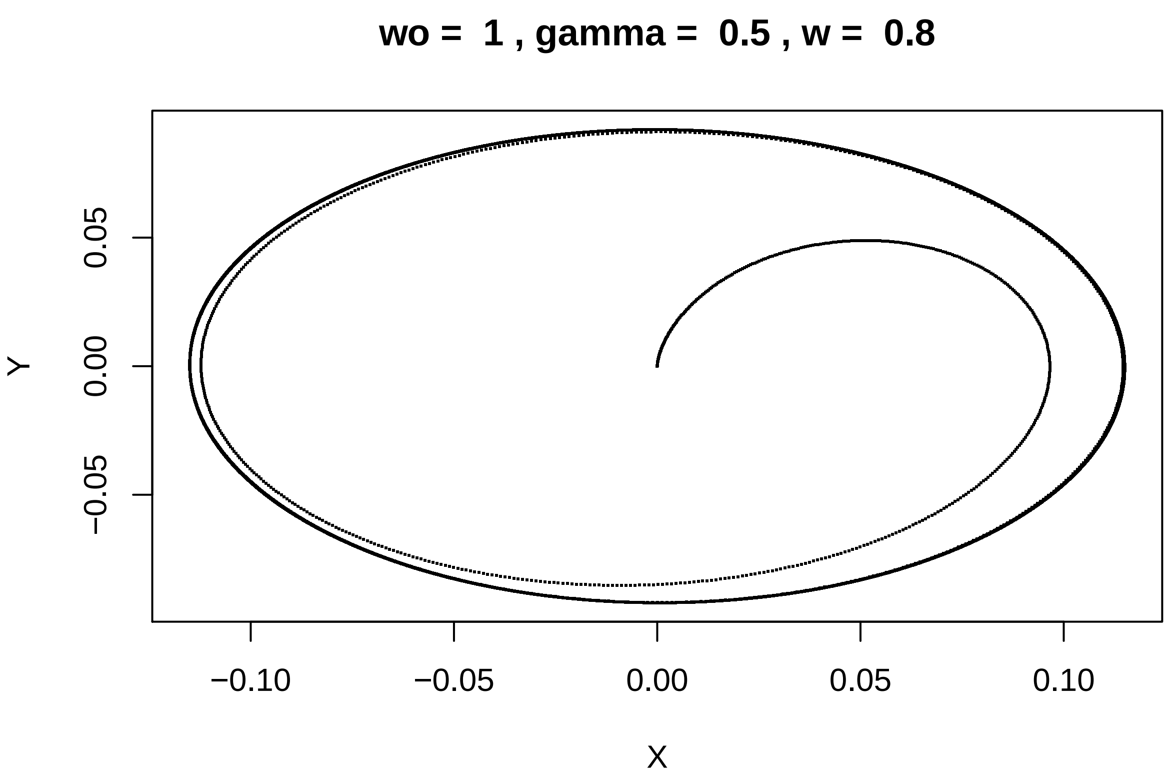
$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = -\;\omega_o^2\;x - 2\;\gamma\;y + f_0\sin(\omega t)$$

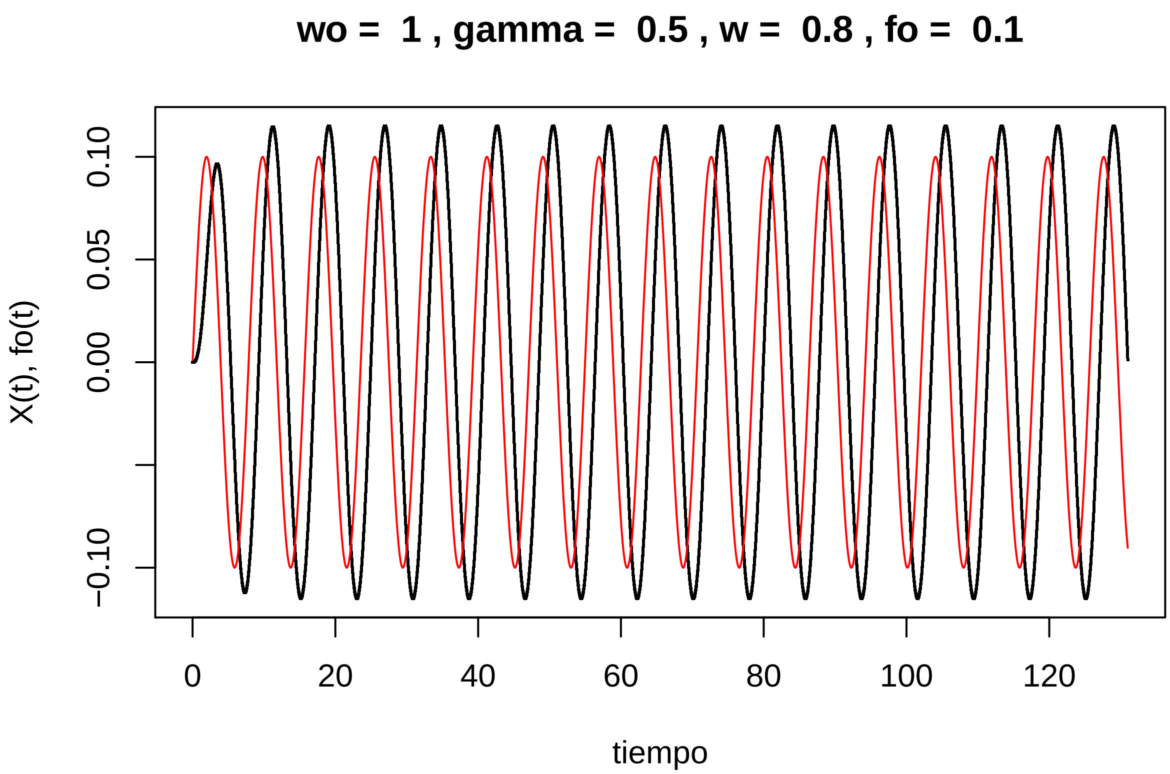
La solución numérica con el método de *Euler* es:

```
# Dinámica del péndulo
fx <- function( y ) y

# forzado
fy <- function( x, y, t ) - 2 * gamma * y - w0^2 * x + f0 * sin( w * t )

# Parámetros w0, gamma, wn
w0 <- 1

gamma <- 0.5

if ( gamma < w0 ) wn <- sqrt( w0^2 - gamma^2)

# frecuencia fuerza externa
w <- 0.8

# Amplitud fuerza externa
f0 <- 0.1

# Condiciones iniciales
xi <- 0
yi <- 0

# Tiempo de integración
dt <- .0131
n <- 10000
tiempo <- ( 1 : n ) * dt

X <- Y <- rep( 0, n )

# Empezamos el proceso de cálculo
x <- xi ; y <- yi
```

```r
for ( i in 1 : n ){

  # Método de Euler
  dX <- fx( y ) * dt

  dY <- fy( x, y, tiempo[ i ] ) * dt

  # nuevos valores
  x <- x + dX

  y <- y + dY

  # Guardamos en memoria posición y velocidad
  X[ i ] <- x

  Y[ i ] <- y

}

# Dibujo el resultado
plot( X, Y,

      pch = ".",

      main = paste("wo = ", w0,", gamma = ", gamma, ", w = ", w )

    )
```



```r
# Otras gráficas
plot( tiempo, X,

      ylab = "X(t), fo(t)",

      pch = ".",

      main = paste("wo = ", w0,", gamma = ", gamma, ", w = ", w, ", fo = ", f0 )

    )

# la velocidad
#points( tiempo, Y, cex = .2, col = 2 )

# la fuerza aplicada
lines( tiempo, f0*sin(w*tiempo), col = 2 )
```



¿Qué ocurre cuando la frecuencia de la fuerza externa se aproxima a la frecuencia propia del péndulo? ¿Qué ocurre con el *desfase* entre fuerza y posición en ese caso?