

# Prontuario algoritmico per la prova di esercizi - Analisi II

Alberto Zaghini

2023

## 1 Esercizio derivata direzionale

Sono dati  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , un insieme  $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : g(x, y, z) = 0\}$ , un punto  $P \equiv (x_P, y_P, z_P) \in \Gamma$  ed una condizione sul versore normale  $\hat{\nu}$  in  $P$ .

1. Si calcola  $\nabla g = \left( \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial z} \right)$
2. Si verifica che  $\Gamma$  è una varietà regolare, ovvero che  $\nabla g(x, y, z) \neq \mathbf{0}$  t.c.  $\nabla g(x, y, z) = \mathbf{0}$
3. Si calcola il versore normale normalizzando il gradiente e imponendo la condizione data:  $\hat{\nu} = \pm \frac{\nabla g(P)}{\|\nabla g(P)\|}$
4. Si calcola il gradiente di  $f$  in  $P$ :  $\nabla f(P) = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)(P)$
5. Si calcola la derivata direzionale rispetto a  $\hat{\nu}$  secondo  $\frac{\partial f}{\partial \hat{\nu}} = \langle \nabla f(P), \hat{\nu} \rangle$

## 2 Esercizio punti critici

## 3 Esercizio estremanti vincolati

## 4 Esercizio volume: teoremi di riduzione

## 5 Esercizio flusso

### 5.1 Calcolo diretto

### 5.2 Teorema di Stokes

## 6 Esercizio divergenza

### 6.1 Calcolo diretto

### 6.2 Teorema della Divergenza