# Zoccoli, Spighi, Rinaldi - Classical Electrodynamics

Pocket reference for 2st year course - BSc Physics, Unibo

2023

## 1 Elettrostatica nel vuoto

**Esperimento di Coulomb - bilancia di torsione** $|\vec{F}| = \frac{2c\theta}{L \sin\varphi}$ con $|\vec{m}| = c\theta$

**Legge di Coulomb**
$\vec{F}_e = k\frac{Q \cdot q}{R_{AB}^2}\hat{R}_{AB}$ in MKS: $\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q \cdot q}{R_{AB}^2}\hat{R}_{AB}$

**Principio di sovrapposizione (discreto)** $\vec{F}_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q_P \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{R_{iP}^2}\hat{R}_{iP}$

**Densità di carica**

Volumetrica $\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta\tau} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\tau}$

Superficiale $\sigma(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}$

Lineare $\lambda(\vec{r}) = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$

**Sovrapposizione in forma continua** $\vec{F}_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q_P \int_\tau \rho(\vec{r})\frac{\mathrm{d}\tau}{\Delta R^2}\hat{\Delta R}$ con $\vec{\Delta R} = \vec{r}_P - \vec{r}$

**Campo elettrostatico generato da una carica** $\vec{E}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\hat{R}$

**Sovrapposizione (discreto e continuo)** $\vec{E}_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$ — $\vec{E}_T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \rho(\vec{r})\frac{\mathrm{d}\tau}{\Delta R^2}\hat{\Delta R}$

**Momento di dipolo elettrico** $\vec{P} = qd\hat{k}$ (diretto verso la carica +)

**Campo di un dipolo lungo l'asse** $\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{P}}{r^3}$

**Energia potenziale di Coulomb** $U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r} + cost$

**Potenziale elettrostatico** $V(\vec{r}) \equiv \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} + cost$

**Sovrapposizione (distribuzione discreta e continua)** $V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{r_i}$ — $V(\vec{r}_P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho\,\mathrm{d}\tau}{\Delta r}$

**Legge di Gauss per il campo elettrico (I eq di Maxwell) in forma integrale** $\oiint_\Sigma \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

**Per distribuzioni continue** $$\oint\!\!\!\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_{V(\Sigma)} \rho \, \mathrm{d}\tau$$

**Applicazione** $\Sigma$ con campo di **modulo ($|\vec{E}|$) e orientazione relativa ($\theta$) costanti** $$|\vec{E}| = \frac{Q_T}{\cos\theta \varepsilon_0 \oint\!\!\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

**Legge di Gauss per $\vec{E}$ in forma differenziale** $$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

**Distribuzione lineare indefinita** ($\lambda$ costante) $$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{R} \hat{n}$$

**Distribuzione piana indefinita** ($\sigma$ costante) $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \hat{n}$$

**Discontinuità del campo attraverso superficie carica** $$\Delta\vec{E}_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{n} \quad — \quad \Delta\vec{E}_\tau = 0\hat{\tau}$$

**Proprietà dei conduttori immersi in campo elettrico esterno** (all'equilibrio)

1. Campo totale all'interno **nullo**; cariche disposte in modo da **schermare** campo esterno
2. In ogni punto interno la carica è **nulla**
3. Spostamento per schermare si risolve in riarrangiamento cariche **solo superficiali**
4. Immersione del conduttore nel campo ne altera le linee a seconda della propria geometria; sulla superficie il campo è normale e vale $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
5. La superficie del conduttore è equipotenziale, così come il suo interno
6. Il campo all'interno di una cavità nel conduttore è nullo e non vi sono cariche indotte sulla superficie di questa

Analoghe per conduttore carico

**Dispersione delle punte** $$Q_i \propto R_i \implies \sigma_i \propto \frac{1}{R_i}$$

**Capacità di un condensatore** $$C \equiv \frac{1}{\int_{L_i A}^{B} \frac{\mathrm{d}r_i}{\varepsilon_0 \mathrm{d}S_i}}$$

**Relazione tra carica e ddp** (proprietà fondamentale condensatori) $$Q = C\Delta V$$

**Campo in condensatore piano a facce parallele** $$|\vec{E}_{int}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad — \quad |\vec{E}_{est}| = 0 \text{ con } \sigma = \tfrac{Q}{S}$$

**Capacità cond. piano a facce p.** $$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

**Condensatori in parallelo** (stessa ddp) $$C_{eq}^{par} = \sum_i C_i$$

**Condensatori in serie** (facce di carica opposta a due collegate) $$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

**Energia elettrostatica sistema di cariche** $$U_T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N} U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i V_i^T \quad — \quad U_T = \frac{1}{2} \iiint_\tau \rho V_T \, \mathrm{d}\tau$$

**Energia immagazzinata nel condensatore** $$U_E = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

**Densità energetica nello spazio (vuoto)** $$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 |\vec{E}|^2$$

**Potenziale del dipolo** (origine a metà della distanza) $$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{\mathrm{P}} \cdot \hat{r}}{r^2}$$

**Campo del dipolo** $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{P}}{r^3}\big(\cos^2\theta - \frac{1}{3}, \cos\theta\sin\theta\big)$ con $\theta = \arccos\big(\frac{\vec{\mathrm{P}}\cdot\vec{r}}{\mathrm{P}r}\big)$

**Energia e momento dipolo in campo esterno** $U_{\mathrm{P}} = -\vec{\mathrm{P}}\cdot\vec{E}$ — $\vec{F}_T = \vec{0}$ — $\vec{m}_T = \vec{\mathrm{P}}\wedge\vec{E}$

**Primi termini sviluppo in multipolo** $V(P) = V_0 + V_{DIP} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{\mathrm{P}}\cdot\hat{R}}{R^2}$ con $\vec{\mathrm{P}} = Q(\vec{d}_+ - \vec{d}_-) = Q\vec{\delta}$

## 2 Elettrostatica nella materia

**Conduttore nel condensatore** $\Delta V_c = E(d - D_c)$

**Costante dielettrica relativa e assoluta del mezzo** $k \equiv \frac{\Delta V_0}{\Delta V_k} > 1$ $\varepsilon = k\varepsilon_0$

**Capacità del condensatore riempito di dielettrico** $C_k = kC_0 = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{k\varepsilon_0 S}{d}$

**Carica di polarizzazione superficiale** indotta $\sigma_{\mathbb{P}} = \sigma - \sigma_k$ $\sigma_{\mathbb{P}} = \big(\frac{k-1}{k}\big)\sigma$

**Vettore polarizzazione** $\vec{\mathbb{P}} = n\vec{\mathrm{P}} = nq\vec{\delta}$ $\sigma_{\mathbb{P}} = \vec{\mathbb{P}}\cdot\hat{n}$ $\mathbb{P} = \varepsilon_0(E_0 - E) = \varepsilon_0(k-1)\vec{E}$

**Suscettività** $\vec{\mathbb{P}} = \varepsilon_0(k-1)\vec{E} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$ generale (anche anisotropi) con tensore di suscettività $\chi_{ij}$

**Relazione con carica di polarizzazione** $\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\mathbb{P}} = -\rho_{\mathbb{P}}$

**Spostamento elettrico** definizione e relazioni $\vec{D} \equiv \varepsilon_0\vec{E} - \vec{\mathbb{P}}$ $\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_L \Leftrightarrow \oiint_{\Sigma}\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = Q_L$

**Ulteriori relazioni** per isotropi $\vec{\mathbb{P}} = \frac{k-1}{k}\vec{D}$ per omogenei $\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\mathbb{P}} = \frac{k-1}{k}\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{D}$

**Superficie tra dielettrici** $\Delta D_n = 0$ $\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{k_1}{k_2}$

**Energia del condensatore con dielettrico** $u_E^k = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$ generalmente anche per anisotropi $u_E = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$

## 3 Correnti e circuiti

**Corrente elettrica** $i \equiv \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$

**Densità di corrente** $\vec{j} \equiv ne\vec{v}_d$ $i = \iint_{\Sigma}\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \Phi_{\Sigma}(\vec{j})$

**Stima velocità di deriva** per sezione sferica $|\vec{v}_d| = \frac{i}{ne\pi R^2}$

**Equazione di continuità della carica** $i = \oiint_{\Sigma}\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q_{int}}{\mathrm{d}t}$

**Equazione di continuità della corrente elettrica** $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$

**Legge di Ohm** con $\sigma$ conduttività $\vec{j} = \frac{ne^2\tau_c}{m}\vec{E} = \sigma\vec{E}$ per semiconduttori $\vec{j} = ne^2\big(\frac{\tau_+}{m_+} + \frac{\tau_-}{m_-}\big)\vec{E}$

**Resistività** $\rho \equiv \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau_c}$ $\vec{E} = \rho\vec{j}$

**Potenza per unità di volume** $P_\tau = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma|\vec{E}|^2 = \rho|\vec{j}|^2$

**Resistenza elettrica e legge di Ohm per conduttori metallici** $R \equiv \frac{\rho l}{S}$ — $V = R \cdot i$

**Conduttanza** $G \equiv \frac{1}{R} = \frac{\sigma S}{l}$ — $i = G \cdot V$

**Agitazione termica** $\rho = \rho_{20}\big(1 + \alpha \Delta T\big)$

**Potenza dissipata** $P_{diss} = R \cdot i^2 = i \cdot V$

**Resistori (resistenze) in serie** stessa corrente $R_{eq} = \sum_i R_i \qquad P = \big(\sum_i R_i\big) i^2$

**Resistori in parallelo** stessa ddp ai capi $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \qquad \frac{1}{\sum_i 1/R_i}$

**Forza elettromotrice** $\varepsilon = \oint_\Gamma \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\gamma}$

**Generatore** con resistenza interna $\varepsilon = (R + r)i$

**Campo elettromotore** non conservativo $\oint_\Gamma \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\gamma} = \int_B^A \vec{E^*} \cdot \mathrm{d}\vec{\gamma} \qquad \varepsilon - r \cdot i = V_A - V_B$

**Legge di Ohm generalizzata** $V_A - V_B + \sum_k \varepsilon_k = i \cdot \sum_j R_j$

**I Legge di Kirchhoff - legge dei nodi** $\sum_A \pm i_j = \sum_{entranti} i_j - \sum_{uscenti} i_k = 0$

**II Legge di Kirchhoff - legge delle maglie** $\sum_k \varepsilon_k = \sum i_j R_j$

**RC Carica** $q(t) = \mathcal{E}C\big(1 - e^{-t/RC}\big) \qquad i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \qquad \Delta V_C = \mathcal{E}\big(1 - e^{-t/RC}\big) \qquad \Delta V_R = \mathcal{E} e^{-t/RC}$

**Frazione di carica** $t_f = RC \ln \frac{1}{1-f}$ con $0 \leq f < 1$

**Potenza e energia** per $t_f \to \infty$ $P_{gen} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-t/RC} \qquad P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-2t/RC}$ — $L_{gen} = \mathcal{E}^2 C \qquad L_{diss} = U_C = \frac{1}{2} L_{gen}$

# 4 Magnetostatica nel vuoto

**Legge di Gauss per $\vec{B}$ (II eq di Maxwell)** $\oiint_\Sigma \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

**II Legge di Laplace** $\mathrm{d}\vec{F} = i\, \mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{B}$

**Forza di Lorentz** $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

**Moto di ciclotrone** $R = \dfrac{mv}{qB}$ $\vec{\omega} = -\dfrac{q}{m}\vec{B}$ $p = 2\pi\dfrac{mv}{qB}\cos\theta$

**Effetto Hall** sezione $S$, spessore $h$ $B = nqS\dfrac{\Delta V_H}{ihB}$

**Spettrometro di massa** tipo 1) $R = \sqrt{\dfrac{2\Delta V}{B^2}(\dfrac{m}{q})}$ — tipo 2) $R = (\dfrac{m}{q})\dfrac{E}{B_0 \cdot B}$

**Spira in $\vec{B}$ esterno** uniforme $\sum \vec{F} = \vec{0}$ $\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S} \wedge \vec{B} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ $U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ $\mathcal{M} = -\dfrac{\mathrm{d}U_p}{\mathrm{d}\theta}$

in regime di piccole osc. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mB}}$

**I Legge di Laplace (L. di Biot-Savart)** $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi}\dfrac{\mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{R}}{R^3}$

**In condizioni stazionarie** $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi}\int\limits_{\text{filo}} \dfrac{\mathrm{d}\vec{l} \wedge \vec{R}}{R^3}$

**Singola carica in movimento** $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0 q}{4\pi}\dfrac{\vec{v} \wedge \vec{R}}{R^3}$

**Relazione tra campi** $\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\vec{v} \wedge \vec{E} = \dfrac{\vec{v}}{c^2} \wedge \vec{E}$

**Filo indefinito** $\vec{B}(r) = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{u_\varphi}$

**Esperienza di Ampère** per unità di lunghezza $\dfrac{\mathrm{d}F_i j}{\mathrm{d}l_j} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi D}$ $(i,j) = (1,2),(2,1)$

**Legge di Ampère** $\oint\limits_{\Gamma} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mu_0 \iint\limits_{\Sigma(\Gamma)} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0\vec{j}$

**Legge di Ampère-Maxwell (IV eq di Maxwell)** $\oint\limits_{\Gamma} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mu_0 \iint\limits_{\Sigma(\Gamma)} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\iint\limits_{\Sigma(\Gamma)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S})$

**Ampère-Maxwell in forma differenziale** $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

**Campo della spira** sull'asse $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{2}\dfrac{R_s^2}{(x^2 + R_s^2)^{3/2}}\hat{u_n}$ per $x \gg R$ $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\vec{m}}{x^3}$

fuori $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r^3}\left[3(\vec{m} \cdot \hat{u_r})\hat{u_r} - \vec{m}\right]$

**Solenoide rettilineo** $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 in}{2}\left[\cos\phi_1 + \cos\phi_2\right]\hat{u_n} = \dfrac{\mu_0 in}{2}\left[\dfrac{d+2x}{\sqrt{4R^2 + (d+2x)^2}} + \dfrac{d-2x}{\sqrt{4R^2 + (d-2x)^2}}\right]\hat{u_n}$

**Solenoide rettilineo ideale** $\vec{B}(r < R) = \mu_0 in\hat{u_n}$ $\vec{B}(r > R) = \vec{0}$

**Solenoide toroidale** $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 Ni}{2\pi R}\hat{u_\varphi}$

**Distribuzione piana di densità di corrente** $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2}\vec{J_l} \wedge \hat{u_n}$ **discontinuità** $\Delta\vec{B} = \mu_0\vec{J_l} \wedge \hat{u_n}$

**Condizioni al contorno (superfici)** $\Delta B_\perp = 0$ $\Delta B_\parallel = \mu_0 J_l$

## 5 Magnetismo nella materia

**Campo nel mezzo** $\vec{B} = k_m \vec{B_0}$ — nel solenoide ideale $B = \mu_0 k_m i n = \mu i n$

**Per circuito in mezzo omogeneo** $$\vec{B} = \frac{\mu i}{4\pi} \oint_\Gamma \frac{\mathrm{d}\vec{l} \wedge \hat{r}}{r^2}$$

**Suscettività e permeabilità relativa** $$\vec{B} - \vec{B_0} = \Delta\vec{B} = (k_m - 1)\vec{B_0} = \chi_m \vec{B_0} \longrightarrow \chi_m = \frac{\Delta B}{B_0}$$

**Legge di Curie** (non in regime ferromagnetico) $\chi_m = \mathcal{C}\frac{\rho}{T}$

**Momento magnetico orbitale** per elettrone $$\vec{m}_0 = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

**Precessione di Larmor** $$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m_e}\vec{B} \qquad \vec{m}_L = -\frac{e^2 r^2}{6m_e}\vec{B}$$

**Per atomi polielettronici** huhu parte da finire qui

**Magnetizzazione** $$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{m}}{\Delta\tau} = \langle\vec{m}\rangle \Delta n_\tau$$

**Densità lineare di magnetizzazione** $$\vec{J_{lm}} = \vec{M} \wedge \hat{u_n}$$

**Densità superficiale di corrente amperiana** $$\vec{J_M} = \vec{\nabla} \wedge \vec{M} \qquad \oint_\Gamma \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = i_M$$

**Campo $\vec{H}$** $$\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad \oint_\Gamma \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = i_c \qquad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J_c} \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

**Relazione caratteristica del mezzo magnetizzato** $$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

**Altre relazioni** valide con campi variabili solo per mezzi lineari $$\vec{B} = \mu_0 k_m \vec{H} = \mu\vec{H} \qquad \vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu}\vec{B}$$

**Superfici di contatto tra mezzi** $\Delta H_\parallel = 0$ **Legge di rifrazione** $\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{k_1}{k_2}$

**Ferromagnetici** permeabilità differenziale $\mu_d \equiv \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}H}$

## 6 Trasformazioni relativistiche

da fare

## 7 Induzione

**Coefficiente di mutua induzione** $$M_{12} \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{\Sigma(\Gamma_2)} [\oint_{\Gamma_1} \frac{\mathrm{d}\vec{l_1} \wedge \vec{R}}{R^3}] \cdot \mathrm{d}\vec{S_2}$$

**Legge di Faraday-Neumann (III eq di Maxwell)** $$\mathcal{E}_{ind} = \oint_\Gamma \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\Sigma(\vec{B})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big( \iint_{\Sigma(\Gamma)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\Big)$$

**Faraday-Neumann in forma differenziale** $$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

**Autoinduzione** $$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$$

**Induttanza del solenoide ideale** $$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 n N S$$

**RL in accensione** $$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\big(1 - e^{-Rt/L}\big) \qquad \mathcal{E}_{ind} = -\mathcal{E} e^{-Rt/L}$$

**Potenza ed energia** $$\mathrm{d}U_L = Li\,\mathrm{d}i \qquad U_L(t) = \frac{1}{2}Li(t)^2 \quad U(\infty) = \frac{1}{2}L\big(\frac{\mathcal{E}}{R}\big)^2$$

**Densità di energia magnetica** $$u_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

# 8 Teorema di Poynting e onde elettromagnetiche

**Teorema di Poynting** $$W = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \iiint_\tau \vec{j}\cdot\vec{E}\,\mathrm{d}\tau = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big[\iiint_\tau \big(\frac{1}{2\mu_0}B^2 + \frac{\varepsilon_0}{2}E^2\big)\,\mathrm{d}\tau\Big] - \oiint_{\Sigma(\tau)} \big(\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\wedge\vec{B}\big)\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

**Densità volumetrica di energia elettromagnetica** $$u = \frac{1}{2\mu_0}B^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

**Vettore di Poynting** $$\vec{S'} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\wedge\vec{B}$$

**Equazioni delle onde EM** $$\nabla^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla^2\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \qquad \Longrightarrow \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

# 9 Costanti e proprietà

## 9.1 Costanti

- Costante dielettrica del vuoto $\varepsilon_0$ ........ $8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$
- Carica dell'elettrone $e$ ........ $1.6021766208\times10^{-19}\,\mathrm{C}$
- Permeabilità magnetica del vuoto $\mu_o$ ........ $4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{TmA^{-1}}$