Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерных технологий

Лабораторная работа №3 по Вычислительной Математике

Выполнил: Богатов Александр Сергеевич

Группа: P3233

Вариант: метод прямоугольников

Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург

2022

Описание математического метода:

Метод прямоугольников - метод приближенного вычисления определенного интеграла. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a : b] или имеет только устранимые разрывы на данном отрезке, то мы можем разбить отрезок на равные части длины h и выбрать середины получившихся отрезков в качестве точки, в которой «прямоугольник» будет пересекать подынтегральную функцию. Так, мы можем вычислить приближенную площадь криволинейной трапеции, то есть определенный интеграл.

Вышеописанный метод – метод средних прямоугольников. Если брать за точку пересечения прямоугольника и подынтегральной функции правый или левый верхний угол прямоугольника – мы будем вычислять методом правых или левых прямоугольников соответственно.

После каждой итерации проверяем, что разность между прошлым и текущим найденным значением больше, чем заданная точность – тогда увеличиваем число разбиений в два раза и повторяем процесс. Иначе завершаем вычисление.

Абсолютная погрешность метода средних прямоугольников:

$r_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)\,dx - \int_{x_{i-1}}^{x_i} f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}\right)dx = f''(C_i)\frac{h^3}{24}$, где Ci – точка пересечения.

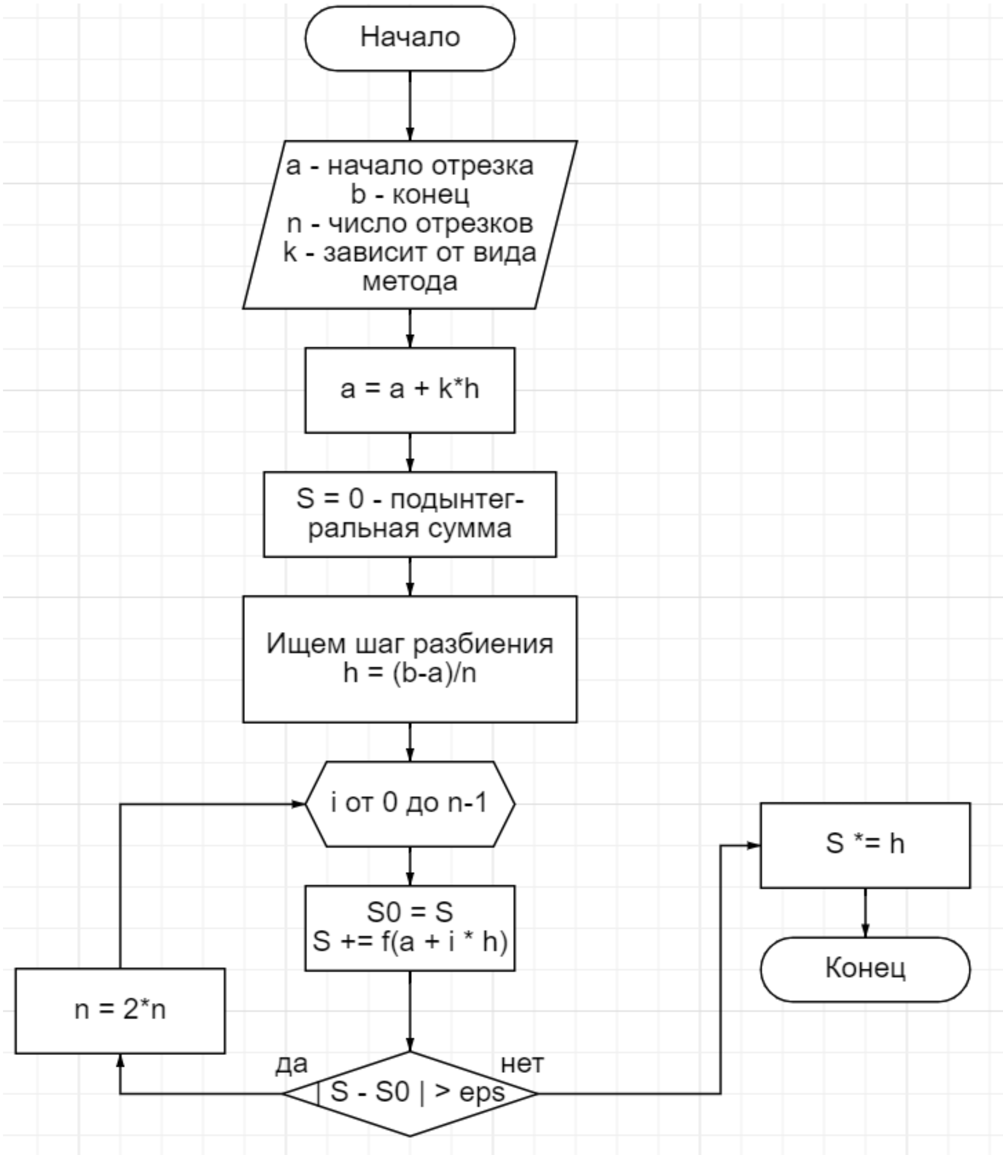
- ⇨ $|R| \le max\big(f''(x)\big)\frac{(b-a)^3}{24n^2}$

Для метода правых/левых прямоугольников:

$$|R| \le max\big(f'(x)\big)\frac{(b-a)^2}{2n}$$

Метод средних прямоугольников даст большую точность при одинаковом с другими видами метода объемом вычислений, так что он предпочтительнее к использованию.

Блок-схема математического метода:



Листинг программы:

```
public ArrayList<Solution> integrate(double a, double b, double e,
Function function) {
        Solution leftSolution = executeMethod(a, b, e, function, 0);
        Solution midSolution = executeMethod(a, b, e, function, 0.5);
        Solution rightSolution = executeMethod(a, b, e, function, 1);
        leftSolution.setMethod("left");
        rightSolution.setMethod("right");
        midSolution.setMethod("middle");
        ArrayList<Solution> solutions = new ArrayList<>();
        solutions.add(leftSolution);
        solutions.add(midSolution);
        solutions.add(rightSolution);
        return solutions;
    }

    private double rectangleMethod(double a, double b, int n, double
e, Function function, double k) {
        double h = (b - a) / n;
```

```
        double s = 0;
        a = a + k * h;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            double val = function.valueAtX(a + i * h);
            if (Double.isNaN(val)) {
                val = (function.valueAtX(a + i * h - e) +
function.valueAtX(a + i * h + e))*0.5;
            }
            s += val;
        }
        s = h * s;
        return s;
    }

    private Solution executeMethod(double a, double b, double e,
Function function, double k) {
        int n = 1;
        int iter = 1;
        double s1, s2;
        s2 = rectangleMethod(a, b, n, e, function, k);
        Solution solution = new Solution();
        do {
            s1 = s2;
            n *= 2;
            s2 = rectangleMethod(a, b, n, e, function, k);
            if (Double.isNaN(s2) || Double.isInfinite(s2)) {
                solution.setIsSolved("Error!");
                break;
            }
            iter++;
        } while (Math.abs(s1 - s2) > e && iter < MAX_ITER);
        if (iter >= MAX_ITER)
            solution.setIsSolved("Error!");
        solution.setAnswer(s2);
        solution.setParts(n);
        solution.setE(Math.abs(s1 - s2));
        return solution;
    }
```

Примеры работы программы:

```
Hello! Please choose the integrated function among these templates:
sin(x) / x
1/x
x^2*sin(x)/10
2
Enter a
1
Enter b
9
Enter accuracy
0,0001
Solution found by left rectangles method is: 2.1972788320348875
Number of parts is: 65536
Error is: 5.4257151501868606E-5
Solution found by middle rectangles method is: 2.1972145308314133
Number of parts is: 512
Error is: 3.013430315679244E-5
Solution found by right rectangles method is: 2.1971703250904424
Number of parts is: 65536
Error is: 5.424979294232912E-5

Process finished with exit code 0
```

```
Hello! Please choose the integrated function among these templates:
sin(x) / x
1/x
x^2*sin(x)/10
2
Enter a
-1
Enter b
1
Enter accuracy
0,0000001
Solution not found, the left rectangles method is inapplicable
Solution found by middle rectangles method is: 1.1102230246251565E-16
Number of parts is: 4
Error is: 1.1102230246251565E-16
Solution not found, the right rectangles method is inapplicable
\
Process finished with exit code 0
```

```
Hello! Please choose the integrated function among these templates:
sin(x) / x
1/x
x^2*sin(x)/10
1
Enter a
-1
Enter b
1
Enter accuracy
0,0001
Solution found by left rectangles method is: 1.8921538860940845
Number of parts is: 128
Error is: 3.6764220632035105E-5
Solution found by middle rectangles method is: 1.892190650314716
Number of parts is: 64
Error is: 7.353366758477975E-5
Solution found by right rectangles method is: 1.8921538860940845
Number of parts is: 128
Error is: 3.676422063181306E-5

Process finished with exit code 0
```

Вывод:

При выполнении данной лабораторной были рассмотрены методы приближенного вычисления определенных интегралов, основывающиеся на разбиении отрезка интегрирования на части, в которых функция заменяется определенным многочленом. Основной рассмотренный метод – метод прямоугольников – не дает лучших результатов по точности, более точный результат дает метод Симпсона за счет использования многочлена второй степени – парабола в общем случае будет больше совпадать с графиком подынтегральной функции. Погрешность метода трапеций в 2 раза превосходит погрешность метода средних прямоугольников. Метод средних прямоугольников дает ответ точнее, чем методы правых и левых прямоугольников,