

**Университет ИТМО**

**Факультет программной инженерии и компьютерных технологий**

**Лабораторная работа №1 по Вычислительной Математике**

**Выполнил: Богатов Александр Сергеевич**

**Группа: Р3233**

**Вариант: Метод Гаусса с выбором главного элемента**

**Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна**

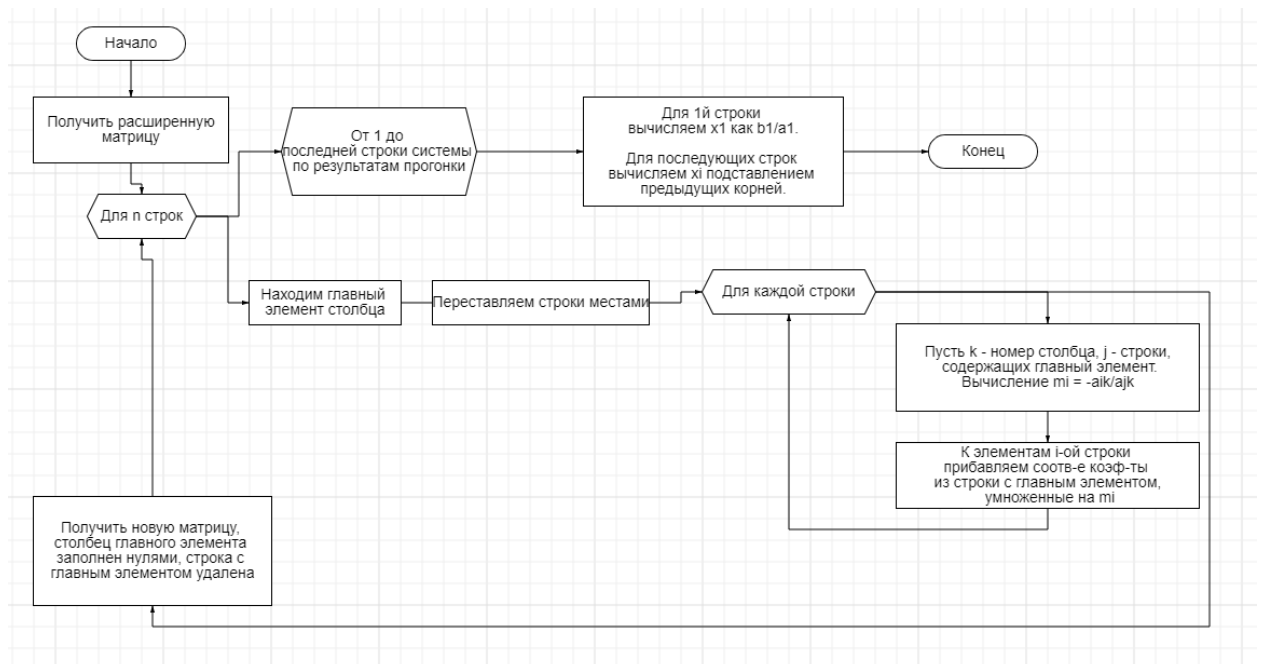
**Санкт-Петербург**

**2022**

### Описание математического метода:

Как и в обычном методе Гаусса, решение начинается с составления расширенной матрицы и сводится к получению треугольной матрицы. Сначала ищем в первом столбце главный (максимальный) элемент и переставляем первую строку и строку с главным элементом местами. Далее для каждой строки вычисляем множитель  $m_i = -\frac{a_{ik}}{a_{jk}}$ , к элементам  $i$ -ой строки прибавляем главную строку, умноженную на соответствующий множитель, в результате чего главная строка обращается в 0, элементы столбца с главным элементом – тоже. Повторяя процесс для всех строк, получим треугольную матрицу. Далее идет обратный ход:  $n$ -ая переменная системы будет известна из последнего уравнения, ее подставляем в уравнение выше и получаем  $n-1$ -ю переменную и так далее.

### Блок-схема математического метода:



### Ссылка на листинг программы:

<https://github.com/albogatov/comp-math-lab1>

### Примеры работы программы:

```
1) Randomly generated matrix size: 2
Initial matrix of the system is:
  9,754    0,596    50,111
 15,368    4,314     1,506
Determinant of the matrix is: -32.9123603391246
Elements of the triangular matrix are:
 15,368    4,314     1,506
  0,000   -2,142    49,155
x1 is 6,541
Difference for equation №1 is: 0.0
x2 is -22,953
Difference for equation №2 is: 0.0
System solved in: 17500ns
```

2)

```
Randomly generated matrix size: 9
Initial matrix of the system is:
11,857  52,808  0,518  21,997  23,123  17,424  7,687  2,206  19,267  9,607
 1,430   8,801  18,408  29,889  12,549  5,064  82,137  13,292  1,085  1,888
 5,495  18,300  38,335  29,250  5,387  3,005  36,471  76,466  47,452  1,539
22,298  38,145  5,766  32,099  32,518  57,328  56,533  3,506  20,000  37,153
47,391  15,467  0,765  25,248  50,785  62,231  40,578  38,903  0,536  25,508
 6,775  29,788  21,459  17,651  36,750  20,380  32,638  8,528  63,450  16,277
 0,000   6,205  5,142  11,112  7,387  5,014  62,476  27,966  5,459  25,516
47,617  15,846  63,525  10,929  26,225  14,600  62,560  10,721  22,362  0,433
 3,697   2,166  51,256  59,381  30,875  0,087  11,083  1,902  0,041  38,270
Determinant of the matrix is: 5.31388349493669E14
Elements of the triangular matrix are:
47,617  15,846  63,525  10,929  26,225  14,600  62,560  10,721  22,362  0,433
 0,000  48,862 -15,300  19,275  16,592  13,788  -7,891  -0,464  13,699  9,499
 0,000  0,000 -62,553  14,491  24,787  47,785 -21,734  28,230 -21,635  25,136
 0,000  0,000  0,000  68,962  46,993  34,302  -9,820  22,116 -18,081  56,786
-0,000 -0,000  0,000  0,000  25,119  21,580  22,312  13,518  47,921  10,994
-0,000 -0,000  0,000  0,000 -0,000  28,332  42,159  -9,387  16,052  17,349
-0,000 -0,000  0,000 -0,000  0,000  0,000  75,230  15,990  4,889 -18,718
-0,000 -0,000  0,000 -0,000  0,000  0,000  0,000  91,608  42,996 -16,897
 0,000  0,000  0,000  0,000 -0,000  0,000  0,000  0,000 -10,795  33,873
```

```
x1 is -6,398
Difference for equation №1 is: 0.0
x2 is 2,011
Difference for equation №2 is: 0.0
x3 is 4,164
Difference for equation №3 is: 7.105427357601002E-15
x4 is -4,266
Difference for equation №4 is: 3.552713678800501E-15
x5 is 3,186
Difference for equation №5 is: 7.105427357601002E-15
x6 is 3,291
Difference for equation №6 is: 0.0
x7 is -0,319
Difference for equation №7 is: 0.0
x8 is 1,288
Difference for equation №8 is: 7.105427357601002E-15
x9 is -3,138
Difference for equation №9 is: 2.1316282072803006E-14
System solved in: 31400ns
```

```
Initial matrix of the system is:
 3,000  2,000 -5,000 -1,000
 2,000 -1,000  3,000 13,000
 1,000  2,000 -1,000  9,000
Determinant of the matrix is: -30.0
Elements of the triangular matrix are:
 3,000  2,000 -5,000 -1,000
 0,000 -2,333  6,333 13,667
 0,000 -0,000  4,286 17,143
x1 is 3,000
Difference for equation №1 is: 0.0
x2 is 5,000
Difference for equation №2 is: 0.0
x3 is 4,000
Difference for equation №3 is: 0.0
System solved in: 14200ns
```

3)

## Вывод:

Написанная программа успешно решает системы уравнений, решаемые методом Гаусса с выбором главного элемента. Оценить зависимость времени работы программы от введенных данных не получилось, в среднем на решение любой системы уходит от 25 до 80 тысяч

наносекунд, однако одна и та же система может быть решена программой как за 17 тысяч, так и за 310 тысяч наносекунд. В системах с большим числом нецелых коэффициентов невязки зачастую равны нулю или не превышают  $10^{-13}$ . Метод Гаусса с выбором главного элемента обеспечивает более точное понимание алгоритмической сложности (т. к. она не зависит от скорости итерации, как в итерационных методах), однако более требователен по памяти. Также, ошибка данного метода меньше, чем у обычного метода Гаусса (т. к. в процессе происходит деление на главные (максимальные) элементы), но больше, чем у итерационных методов: погрешность обусловлена проблемами с работой с числами с плавающей точкой. Также, вычисления идут последовательно, и ошибка накапливается с каждым шагом. Метод применим к большему множеству матриц, чем итерационный, т. к. нет требований к системе, помимо неравенства нулю определителя матрицы коэффициентов.