Курсовая работа по «Продвинутым алгоритмам»

Алексей Латышев, группа M4139

24 января 2018 г.

В рамках курсовой работы нужно было реализовать структуру данных «Dynamic connectivity online», которая хранит в себе граф и умеет обрабатывать следующие запросы:

- $link(u, v)$ — провести еще не проведенное ребро (u, v)
- $cut(u, v)$ — удалить проведенное ребро (u, v)
- $are\_connected(u, v)$ — проверить, лежат ли вершины u и v в одной компоненте связности

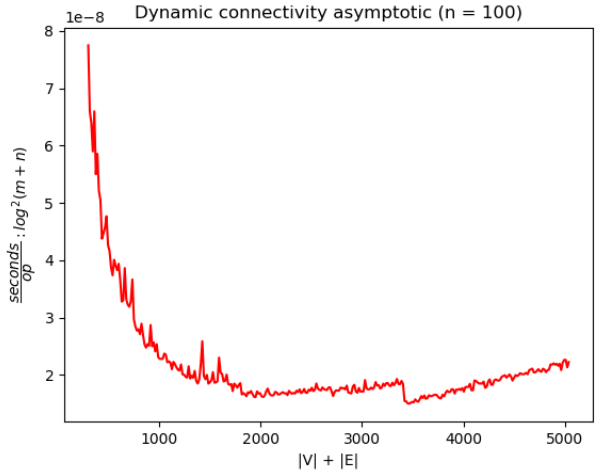
Для этого в качестве структуры с операциями $(merge, split, get\_id)$ на связных списках было реализовано декартово дерево.

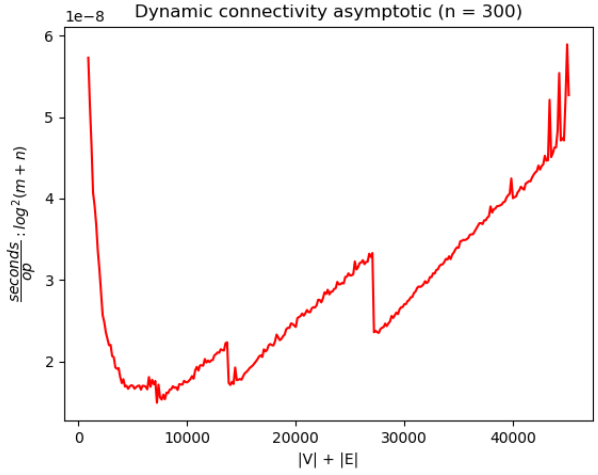
Затем с использованием этой структуры было реализовано дерево эйлерова обхода. Это структура данных, отвечающая на те же запросы, что и dynamic connectivity, однако требующая инварианта, что хранимый граф — лес.

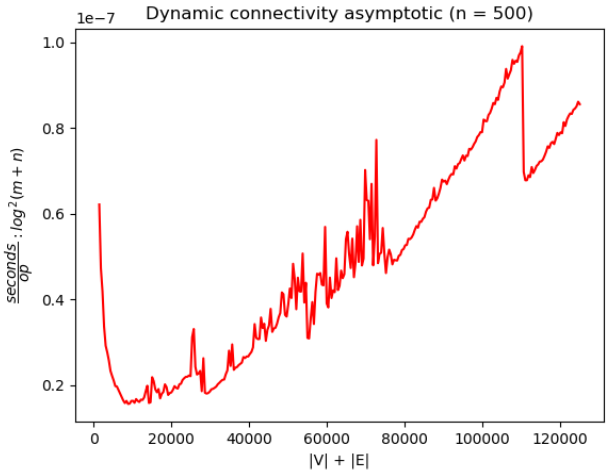
После этого была реализована требуемая структура данных. Код проекта можно найти на github. Весь код написан в единственном хедере в директории *include*. Тесты и попытки провести *benchmark* можно найти в директориях *tests* и *benchmarks* соответственно.

Результаты бенчмарка можно увидеть на графиках на следующей странице.

Эти графики показывают отношение среднего времени работы одной операции к предполагаемой асимптотике $O(log^2(|V| + |E|))$. В качестве исследуемого теста использовался сценарий, когда мы последовательно добавляем $|E|$ рандомных ребер, а потом всех их удаляем. В принципе, видно, что график почти константа. Скачок в начале объясняется тем, что когда ребер сравнимо с количеством вершин, то все запросы превращаются к запросам в дерево эйлерова обхода, в то время как при большем количестве ребер большинство запросов обрабатывается намного быстрее. А скачок при больших m происходит из-за рандомизированной оценки на время запросов к декартову дереву.


Dynamic connectivity asymptotic (n = 100)
1e−8
8
7
6
5
4
3
2
$\frac{seconds}{op} : log^2(m+n)$
1000
2000
3000
4000
5000
|V| + |E|


Dynamic connectivity asymptotic (n = 300)
1e−8
6
5
4
3
2
$\frac{seconds}{op} : log^2(m+n)$
0
10000
20000
30000
40000
|V| + |E|


Dynamic connectivity asymptotic (n = 500)
1e−7
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
$\frac{seconds}{op} : log^2(m+n)$
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
|V| + |E|