Sistemas de Propulsión

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones

Universidad Rey Juan Carlos

Análisis termodinámico del ciclo de operación

Jorge Saavedra

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones

Universidad Rey Juan Carlos

Contenidos

1. Proceso de diseño
2. Ciclo Joule y ciclo de detonación
3. Ciclo Joule ideal
4. Ciclo Joule real
5. Ciclo de detonación ideal
6. Ciclo de detonación real
7. Mejoras al ciclo Joule o al ciclo de detonación

Contenidos

Es fundamental conocer pronto la apariencia y peso que tendrá el motor (fabricación, seguridad, mantenimiento).

Evaluaciones exactas son imposibles, pero es necesario disponer de un conjunto de tendencias que si lo sean

Basándose en la tecnología actual se deberán establecer el ciclo termodinámico, características de los componentes, etc

Un motor competitivo requiere elevada eficiencia, gran empuje y bajo consumo.

Todas estas magnitudes están ligadas al *análisis del ciclo*

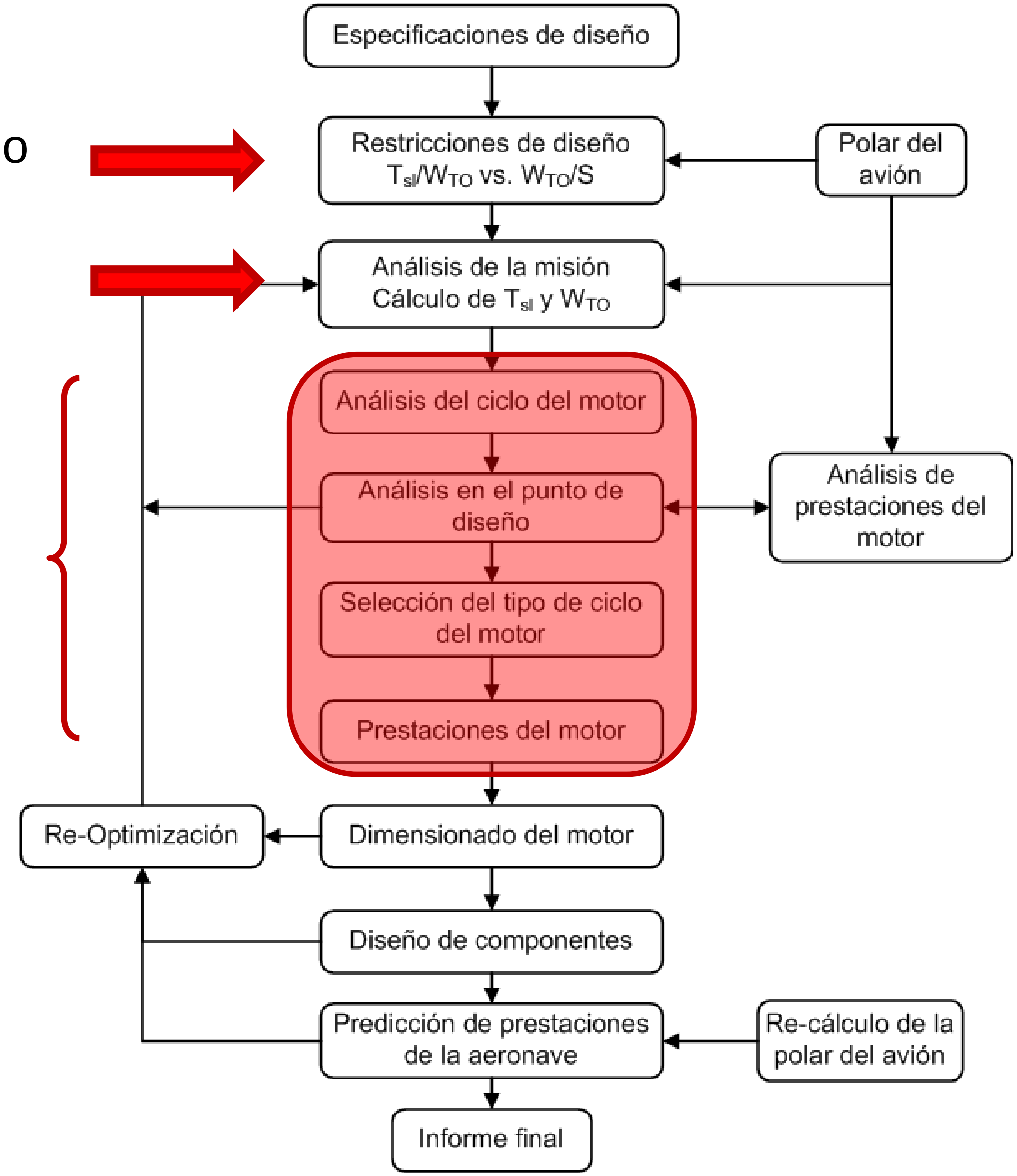
El objetivo del análisis del ciclo es obtener una primera estimación de los parámetros de prestaciones del motor, tales como el empuje, o el consumo específico, a partir de consideraciones relacionadas con:

Limitaciones de diseño (ej. temperatura máxima permitida en la turbina)
Condiciones de vuelo (pamb, Tamb, Mach, misión, restricciones)
Elecciones de diseño (relación de compresión(π_c), BPR, T_4, V_9)

Restricciones del diseño

Análisis de la misión

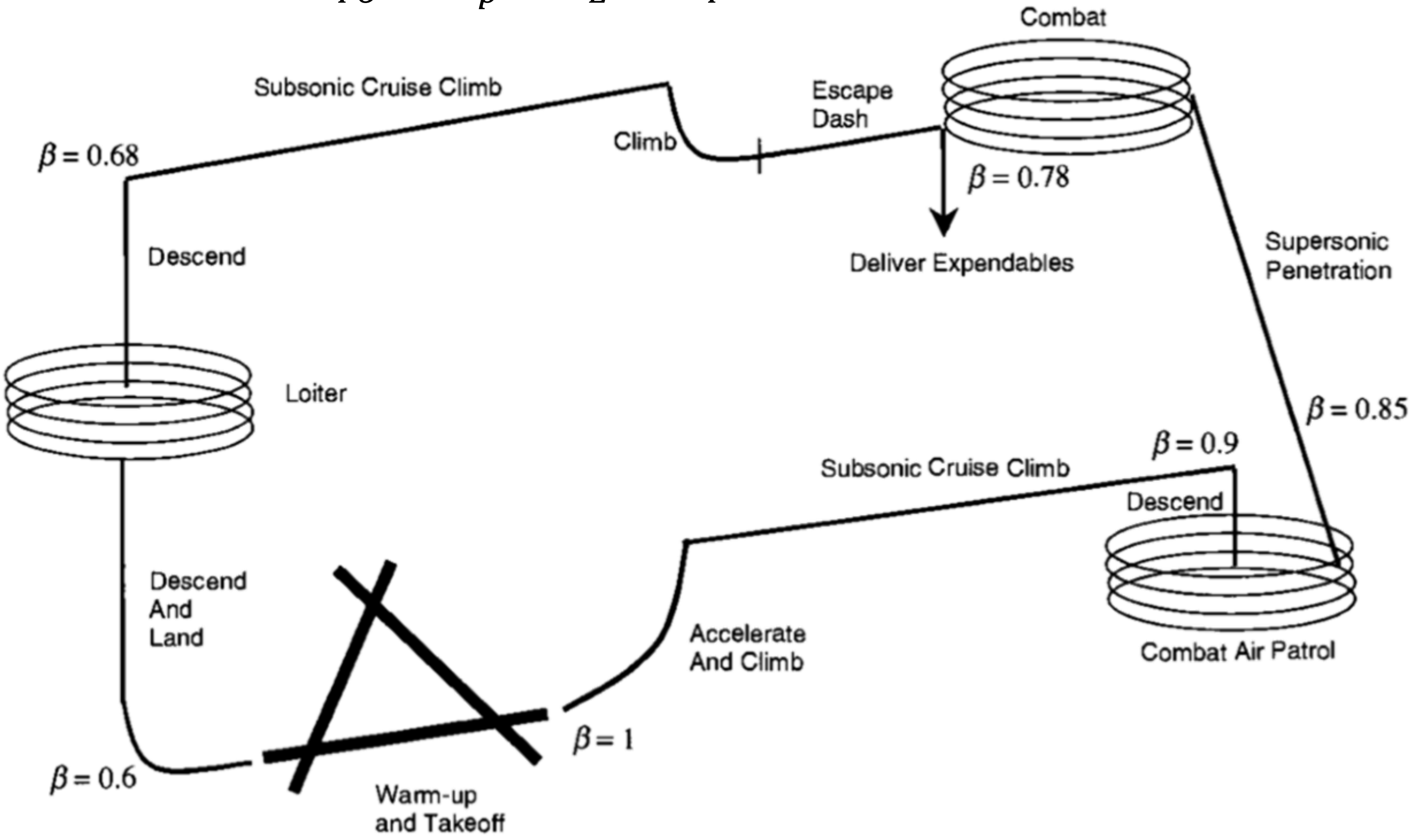
Análisis del ciclo
Punto de diseño
Elección del ciclo
Prestaciones del motor



Tipo de misión, caza

Estimación del peso bruto durante el despegue $W_{TO} \rightarrow T_{SL}, S$

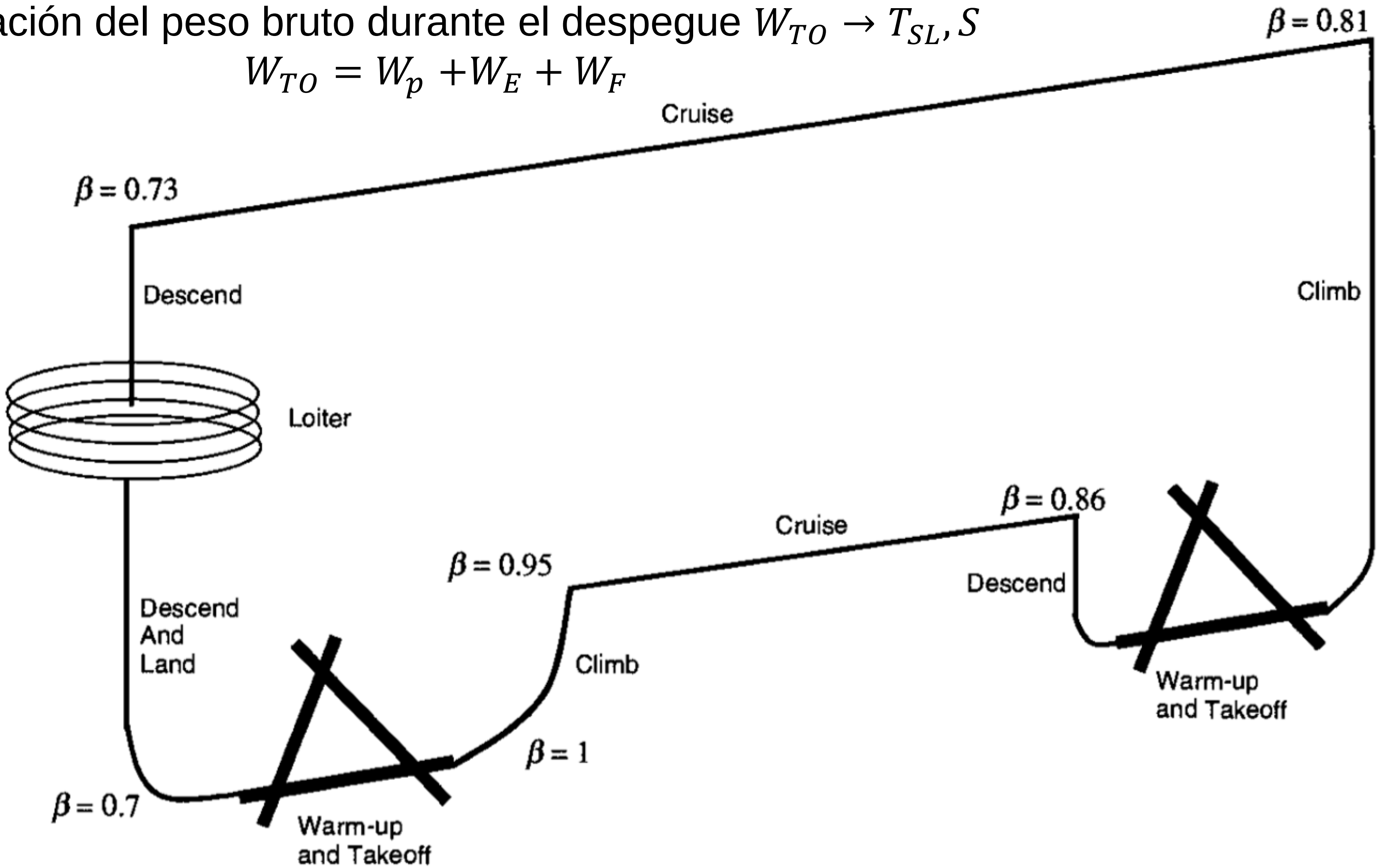
$$W_{TO} = W_p + W_E + W_F$$



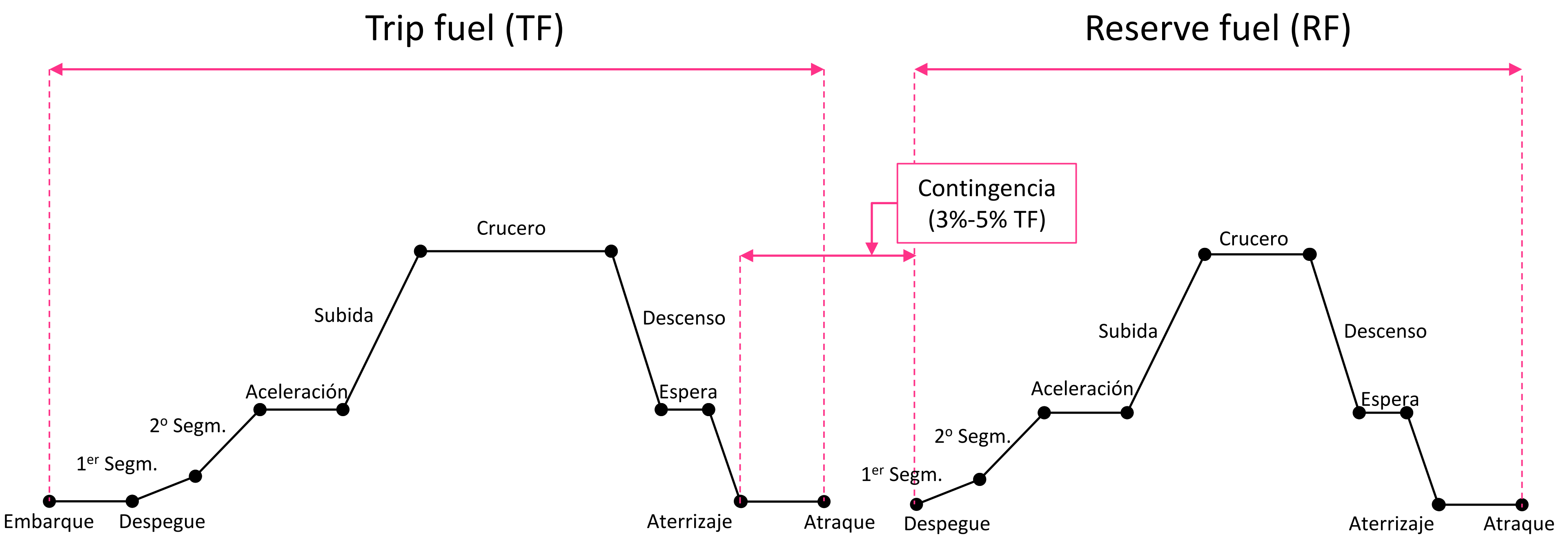
Tipo de misión, avión comercial

Estimación del peso bruto durante el despegue $W_{TO} \rightarrow T_{SL}, S$

$$W_{TO} = W_p + W_E + W_F$$



Tipo de misión, avión comercial



Análisis de restricciones

Valor mínimo de Empuje/Peso en función de carga alar (W_{TO}/S)

Distancia recorrida en despegue

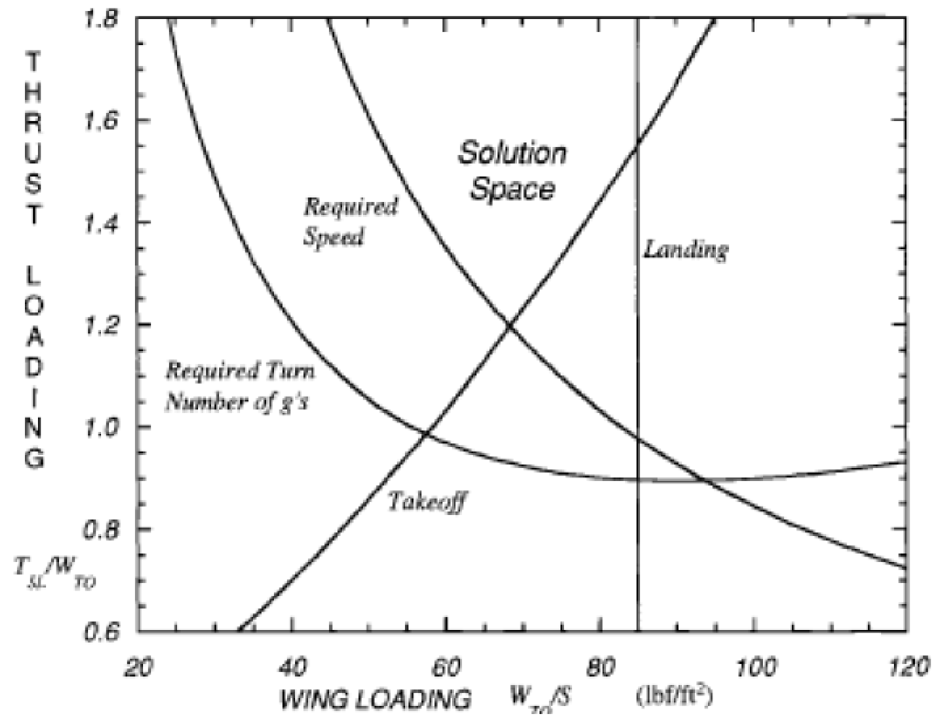
Techo operativo

Velocidad máxima

Maniobrabilidad

Consumo especifico TSFC

Aterrizaje (Reversa), VSTOL



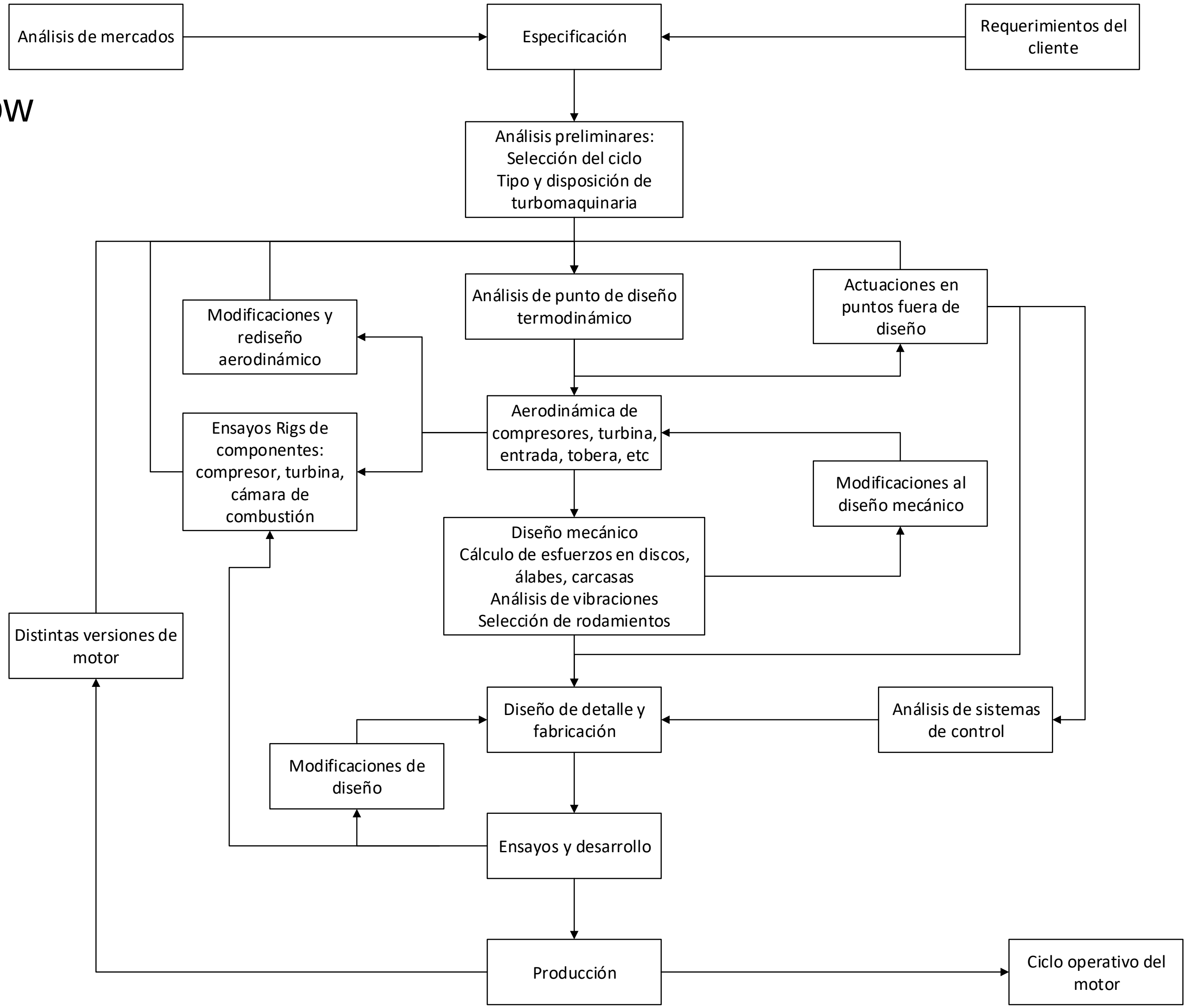
El análisis de restricciones/requisitos determina la tipología de motorización necesaria

Universidad Rey Juan Carlos

Carencia de criterio único para afrontar el diseño del motor

Experiencia know-how
Previos diseños
Diseños evolutivos

Proceso **ITERATIVO**



Pasos principales

Especificación de la misión

Definición de: rango, techo operativo, velocidad máxima, potencia máxima requerida para el despegue (MTOW)

Análisis preliminar del ciclo

Definición del tipo de moto-propulsor

Definición de la variante del sistema propulsivo

Análisis punto de diseño

Definición específica de componentes

Establecer los componentes del sistema propulsivo

Actuaciones fuera de punto de diseño

Diseño aerodinámico

Admisión de aire, compresor, turbina, tobera

Diseño aerotermodinámico

Cámara de combustión, refrigeración, intercambiadores de calor

Diseño estructural

Caja de cambios, diseño estructural de componentes aerodinámicos

Diseño de detalle y fabricación (planos y procesos de producción)

Reciclar o evolucionar diseños previos

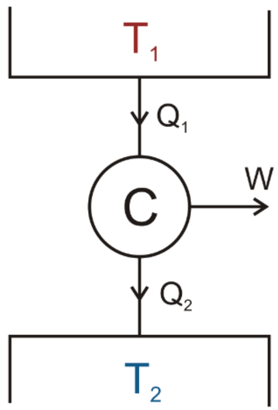
Ensayo y desarrollo (aseveración y mejoras)

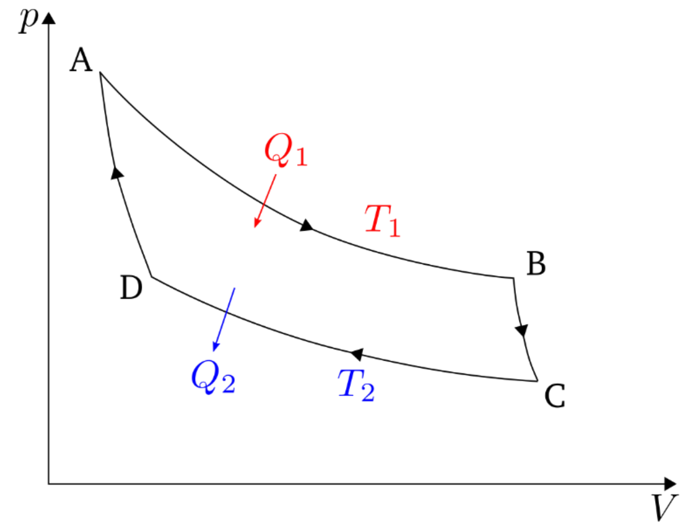
Ensayo y desarrollo (Producción)

Contenidos

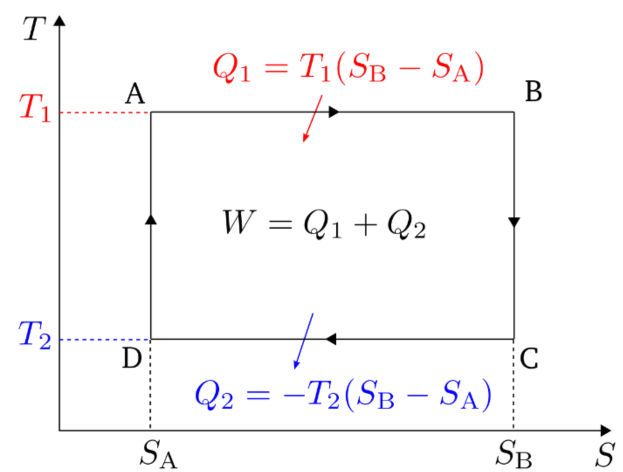
Ciclo de Carnot

A-B Expansión isoterma
B-C Expansión adiabática
C-D Compresión isoterma
D-A Compresión adiabática





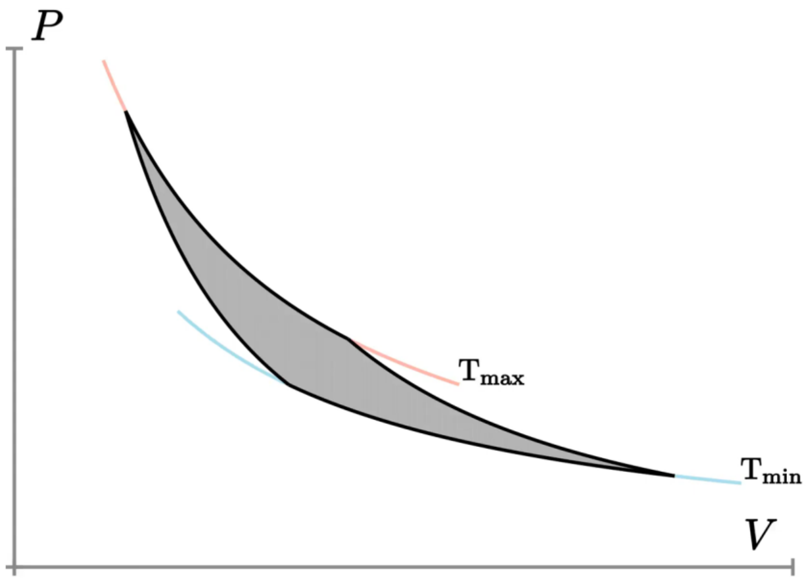
$$W = \int \delta Q = \int_1^2 T_1 dS + \int_3^4 T_2 dS = (T_1 - T_2)(S_B - S_A)$$



El ciclo de Carnot establece el mayor rendimiento alcanzable por una máquina térmica trabajando entre dos condiciones térmicas

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

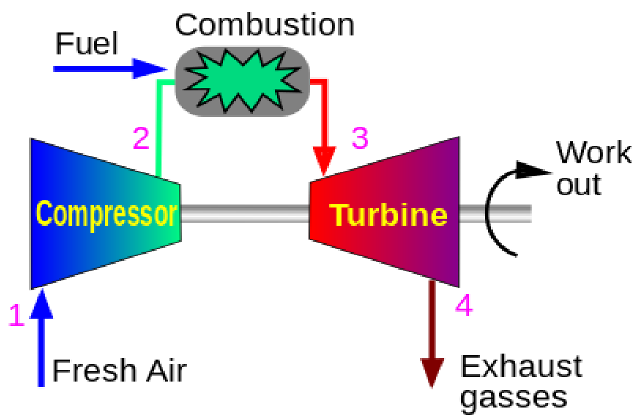
Ciclo de Carnot

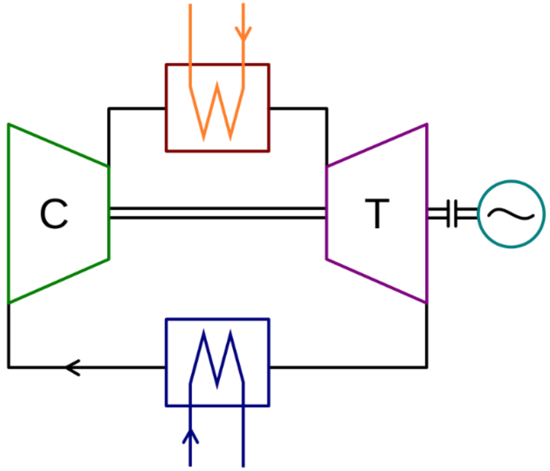


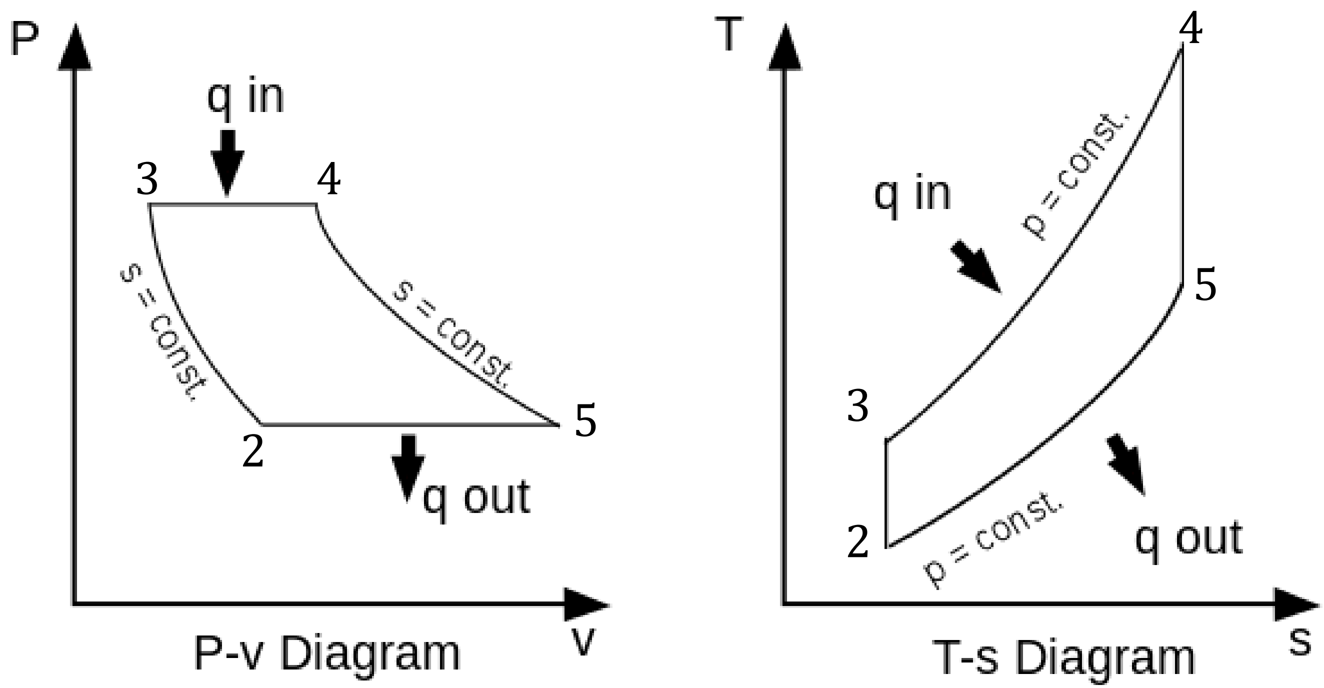
El ciclo de Carnot establece el mayor rendimiento alcanzable por una máquina térmica trabajando entre dos condiciones térmicas

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Ciclo Joule // Ciclo Brayton

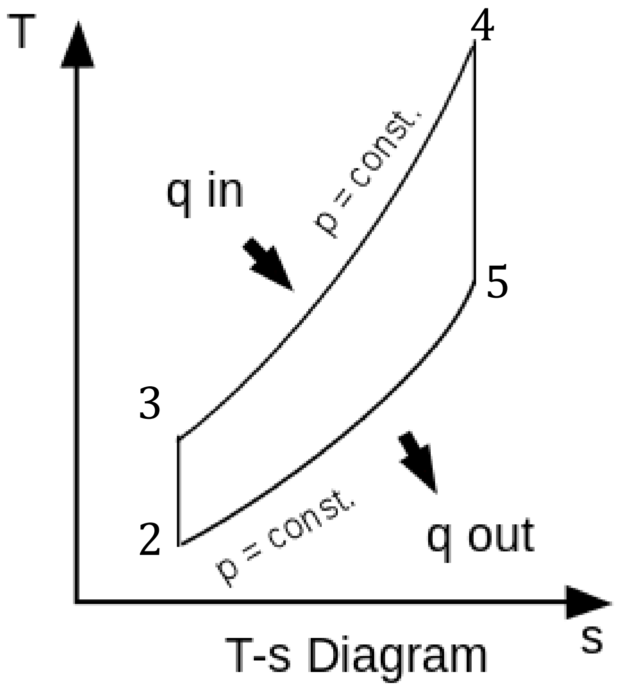






$$h = c_p T$$
$$\Delta h_{12} < \Delta h_{34}$$

Ciclo Joule // Ciclo Brayton



2-3

$$p_3 = \pi_{23} p_2$$

$$s_3 = s_2 \ \Rightarrow$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

3-4

$$p_4 = p_3$$

$$h_4 = h_3 + \eta_q f L \Rightarrow$$

$$T_4 = T_3 + \eta_q f L / C_p$$

$$(f = \dot{m}_f / \dot{m}_a)$$

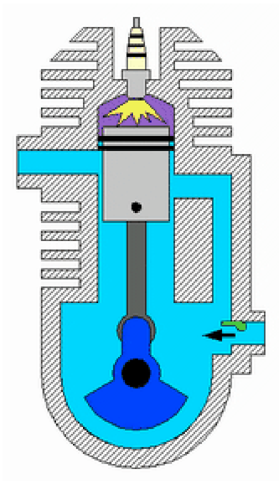
4-5

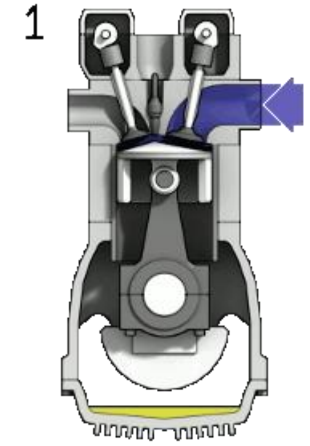
$$p_5 = p_2$$

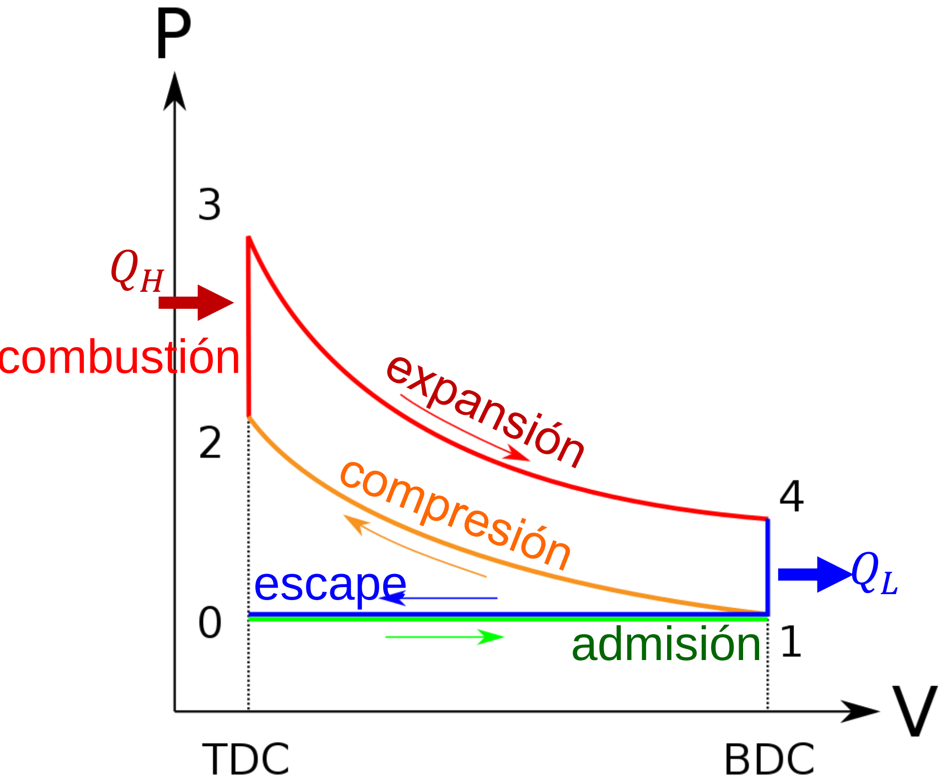
$$s_5 = s_4 \ \Rightarrow$$

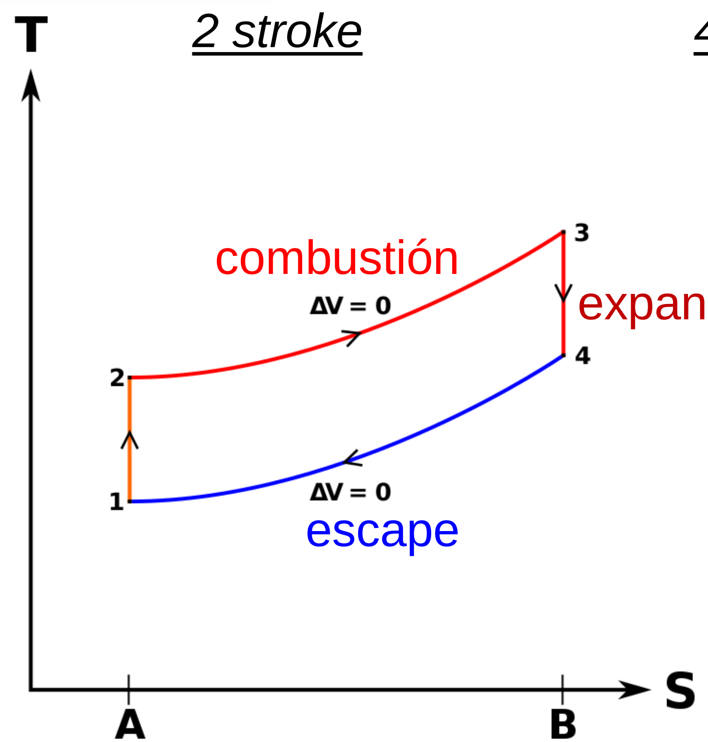
$$\frac{T_5}{T_4} = 1/\pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Ciclo de detonación // Ciclo Otto









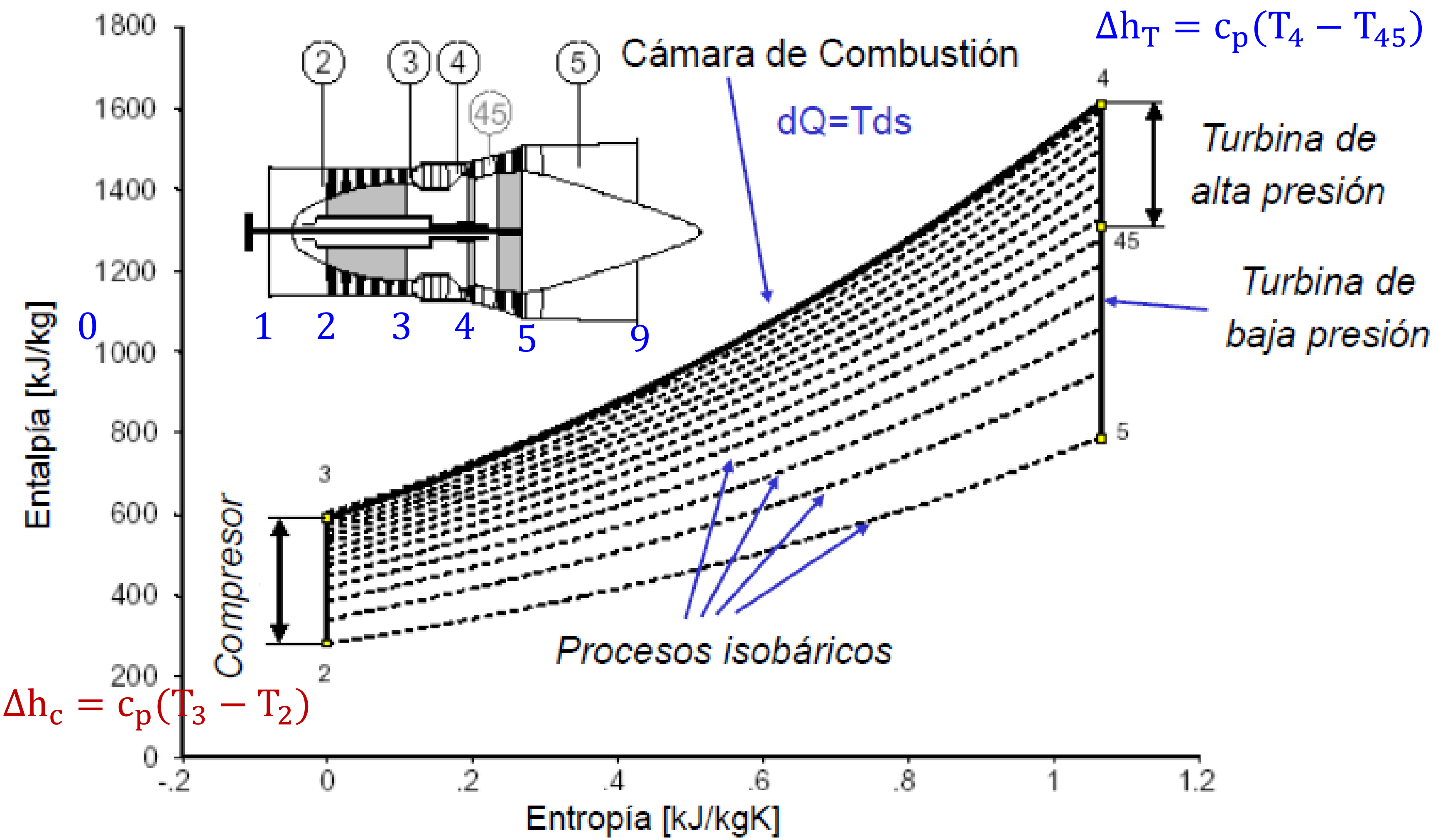
2 stroke

4 stroke

Contenidos

Universidad Rey Juan Carlos

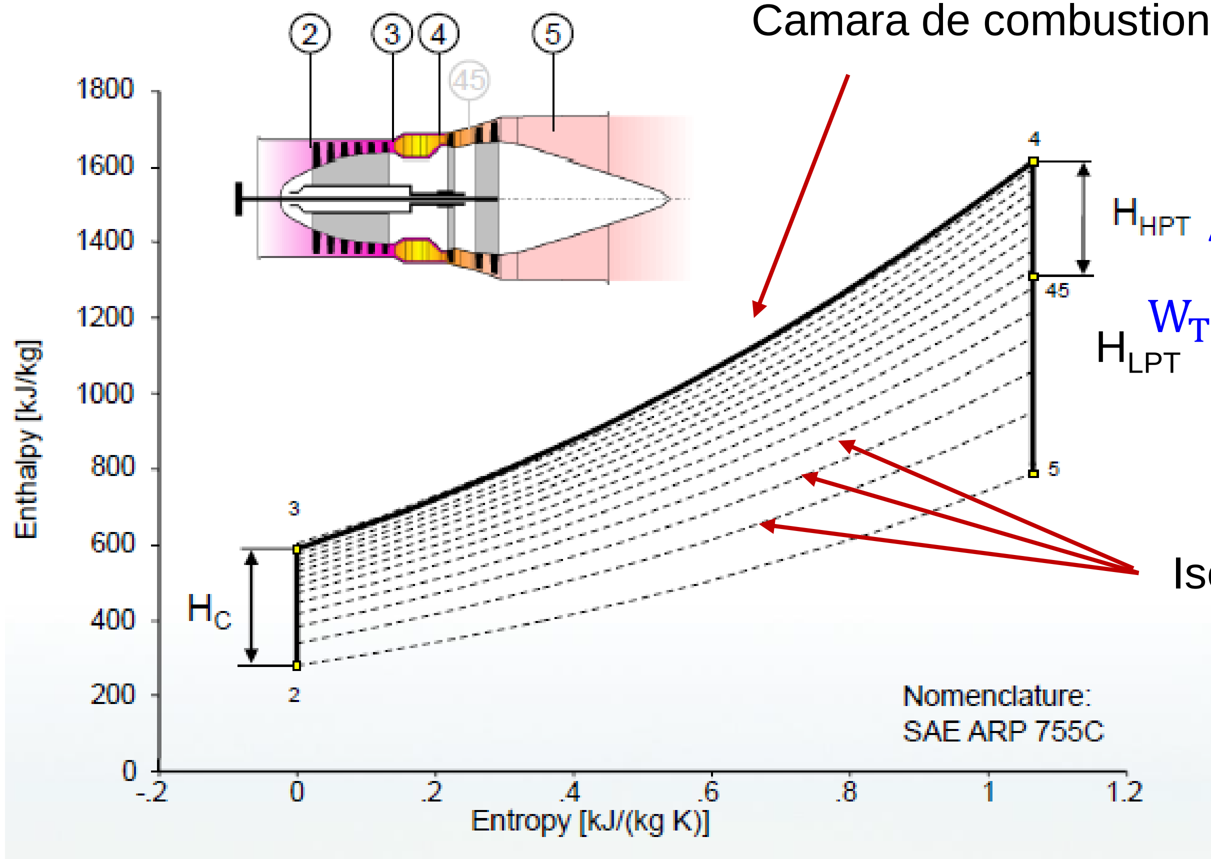
Ciclo termodinámico de un turboshaft



Ciclo termodinámico de un turboshaft

T_0

Camara de combustion, dQ = TdS



H_{HPT}

H_{LPT}

$$\Delta T_T = T_4 - T_{45}$$

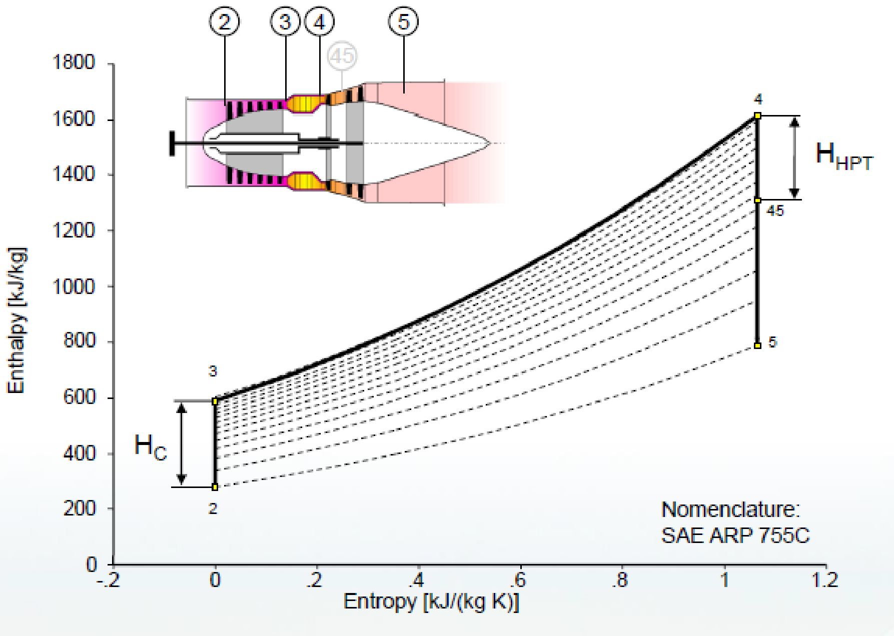
$$\Delta h_T = c_p(T_4 - T_{45})$$

$$W_T = m_{af} * c_p(T_4 - T_{45}$$

$$W_T = m_{af} * \Delta h_T$$

Isobaras

Hipótesis para el calculo del ciclo ideal



- Gas perfecto
- Compresión isentrópica
- Expansión isentrópica
- No hay refrigeración ni perdidas de transmisión
- Propiedades del fluido constante
- Gasto masico constante
- El proceso de adición de calor es instantáneo e ideal
- Tobera adaptada
- Operación estacionaria

Hipótesis para el calculo del ciclo ideal

1. El fluido de trabajo es un gas perfecto.

2. La compresión en el compresor es isentrópica.

3. La expansión en la turbina es isentrópica.

4. No se consideran pérdidas por refrigeración, pérdidas de presión o fenómenos de fricción.

5. No hay cambios en las propiedades físicas o químicas en el fluido de trabajo.

6. No hay diferencia en el flujo másico a lo largo del ciclo.

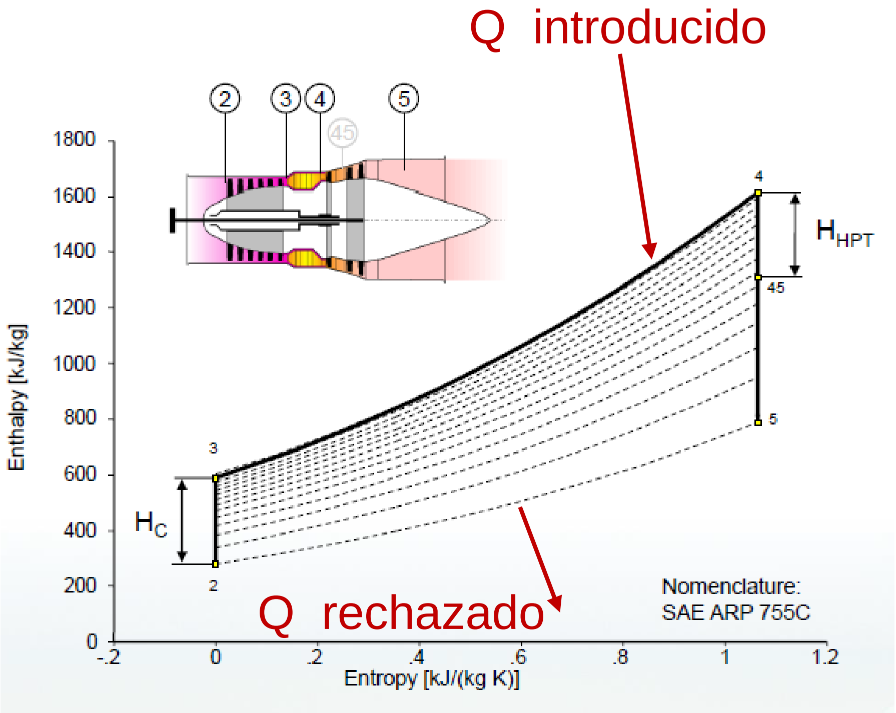
7. El calor añadido al fluido de trabajo es transferido a él de manera instantánea y completa.

8. La expansión en la tobera es completa.

9. Flujo estacionario y cero-dimensional

Hipótesis para el calculo del ciclo ideal

La divergencia de las isobaras permite la extracción de más trabajo que el empleado en la compresión



$$\Delta h_T = c_p(T_4 - T_5)$$

$$\Delta h_c = c_p(T_3 - T_2)$$

Universidad Rey Juan Carlos

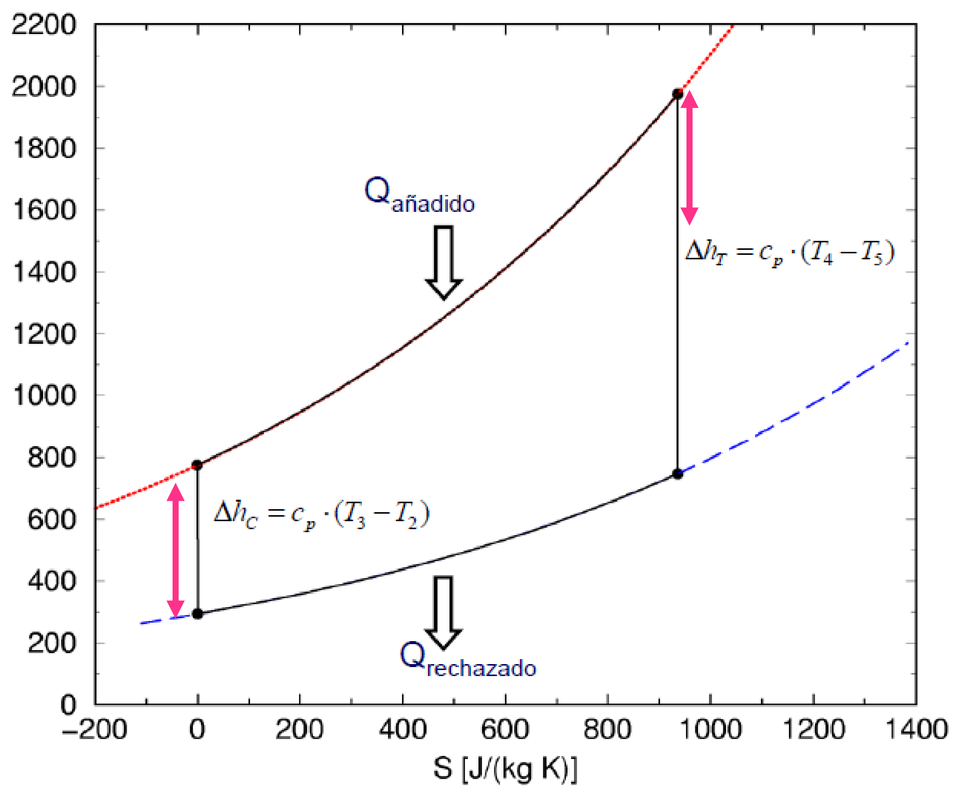
$$\Delta h_T = c_p(T_4 - T_{45}) = \Delta h_c = c_p(T_3 - T_2)$$
$$(T_4 - T_{45}) = (T_3 - T_2)$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{added} - Q_{rejected}}{Q_{added}}$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{excess}}{Q_{added}} = \frac{\Delta h_t - \Delta h_c}{Q_{added}}$$

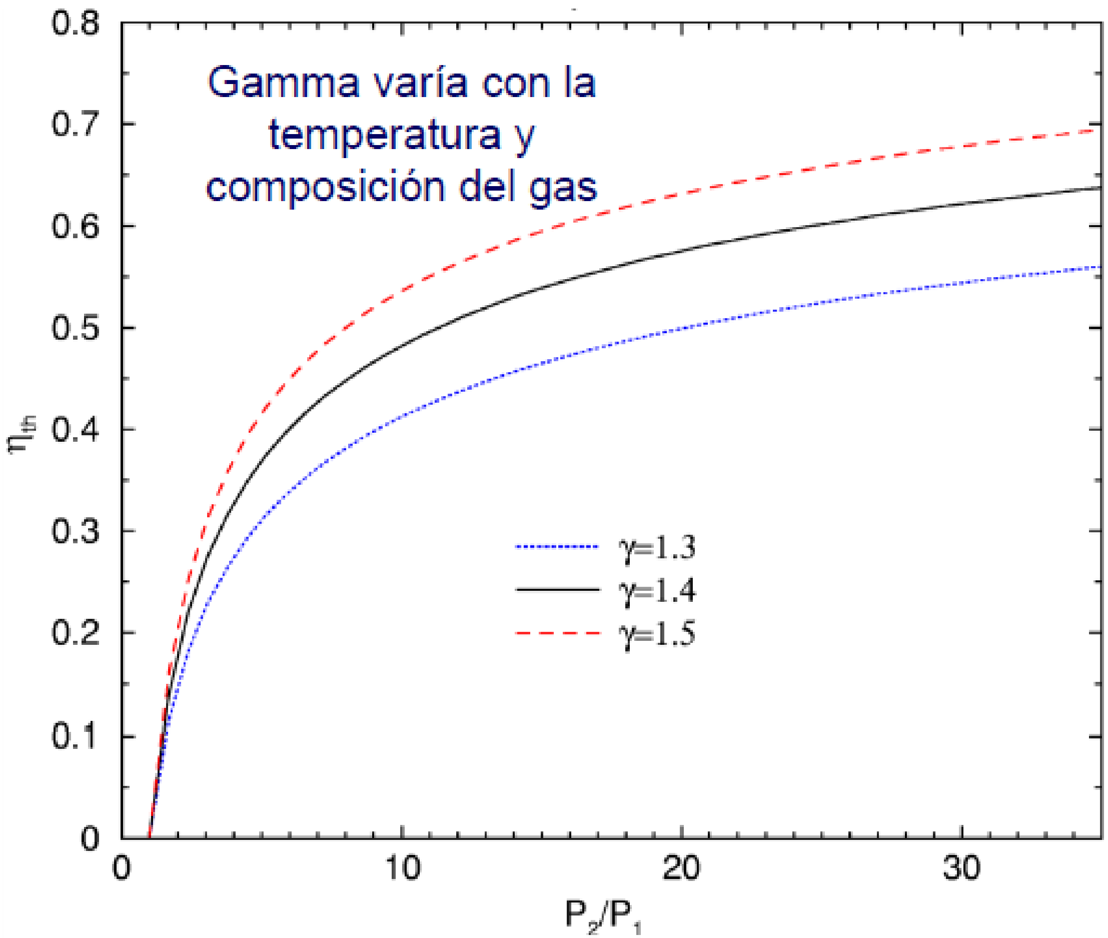
Definición valida para un motor turbina de gas del que se obtiene energía mecánica en el eje

En el estudio de la propulsión a chorro se adapta esta definición a la evaluación de la tasa de energía cinética aprovechable en la tobera



$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{1}{(\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$



La **eficacia térmica** es **función** exclusiva de la **relación de compresión** para una relación de calores específicos constante

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

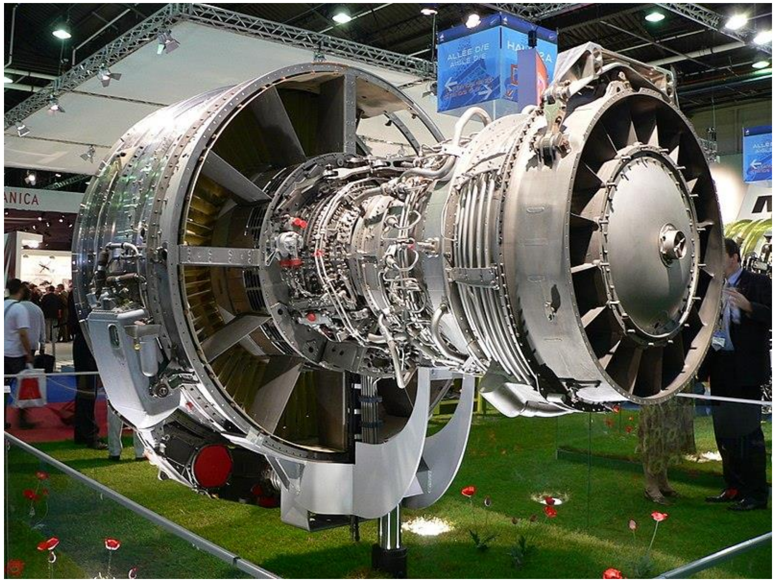
$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{1}{(\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

La eficacia térmica es función exclusiva de la relación de compresión para una relación de calores específicos constante

Motores turboprop π_c: 6~11

Motores turbojet π_c: 6~30

CFM 56 π_c: 25~37

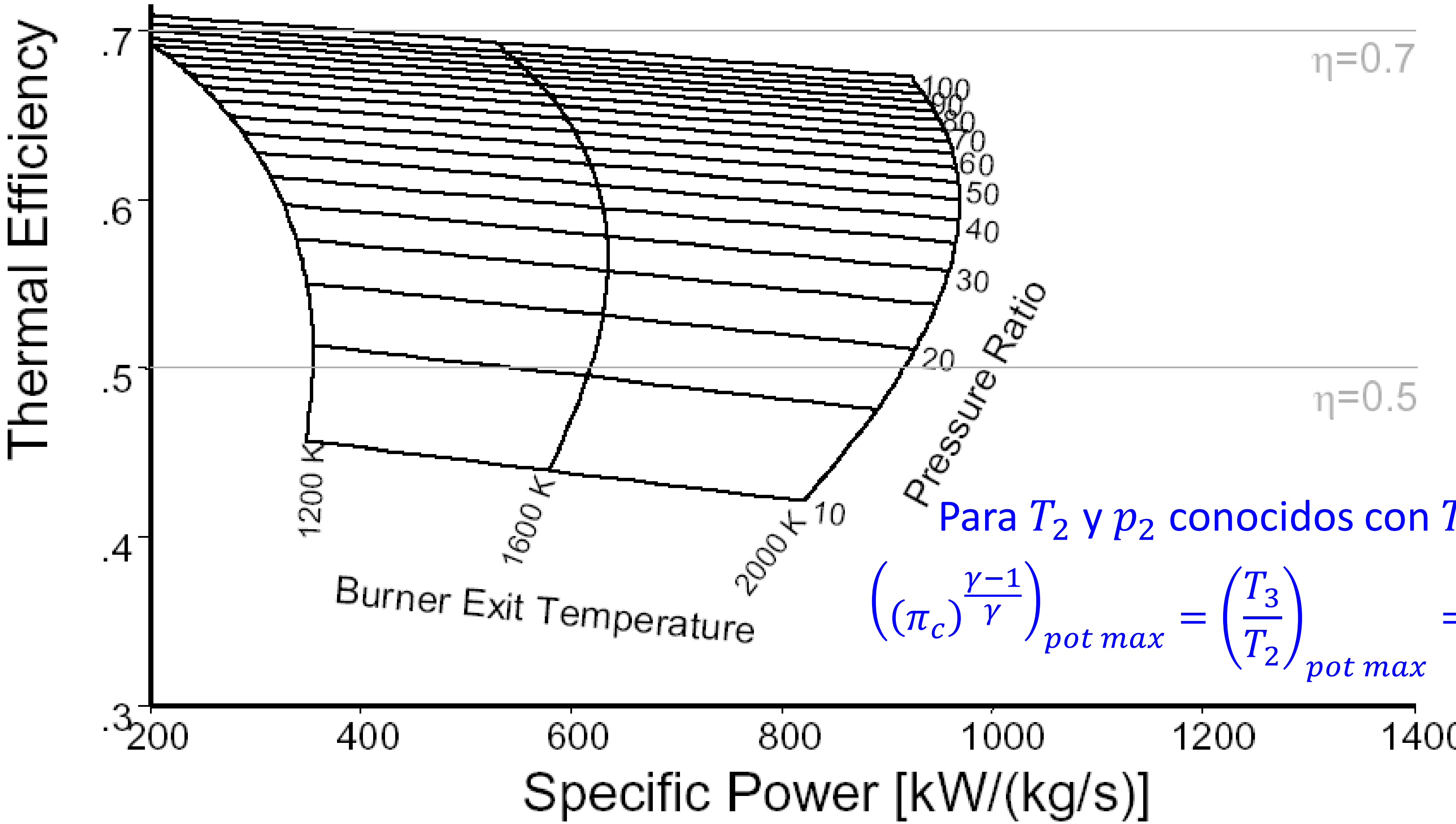


GE 90 π_c: 35~40

$$\boxed{\eta_{th} = 1 - \frac{1}{(\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

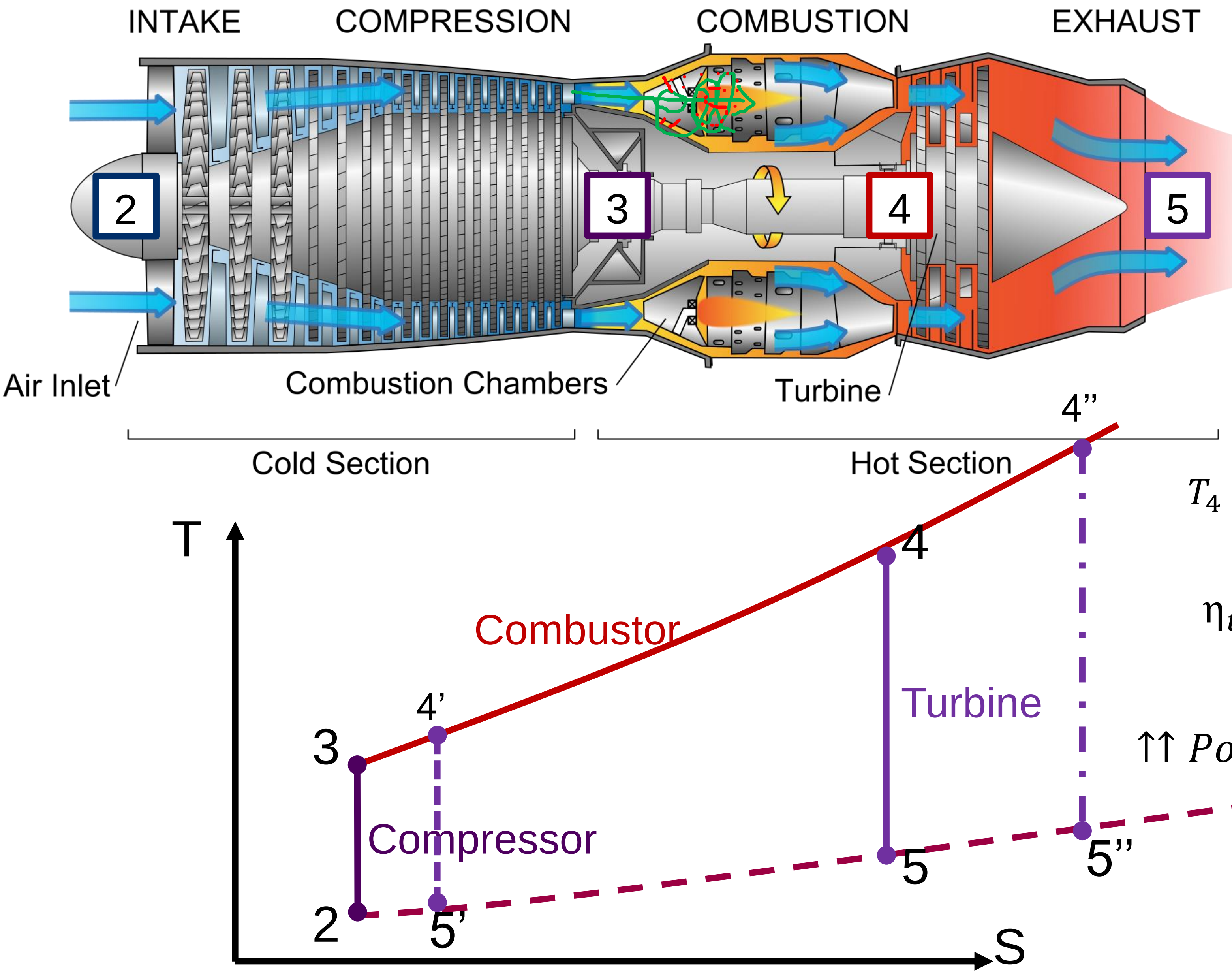
$\uparrow T_4 \rightarrow \downarrow \gamma \rightarrow \downarrow \eta$

$\uparrow T_4 \rightarrow \uparrow Specific\ power$



Para T_2 y p_2 conocidos con T_4 fija

$$\left((\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)_{pot\ max} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)_{pot\ max} = \sqrt{\frac{T_4}{T_2}}$$



$$T_4 = f(T_3, \eta_c, m_f)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_2}{T_3}$$

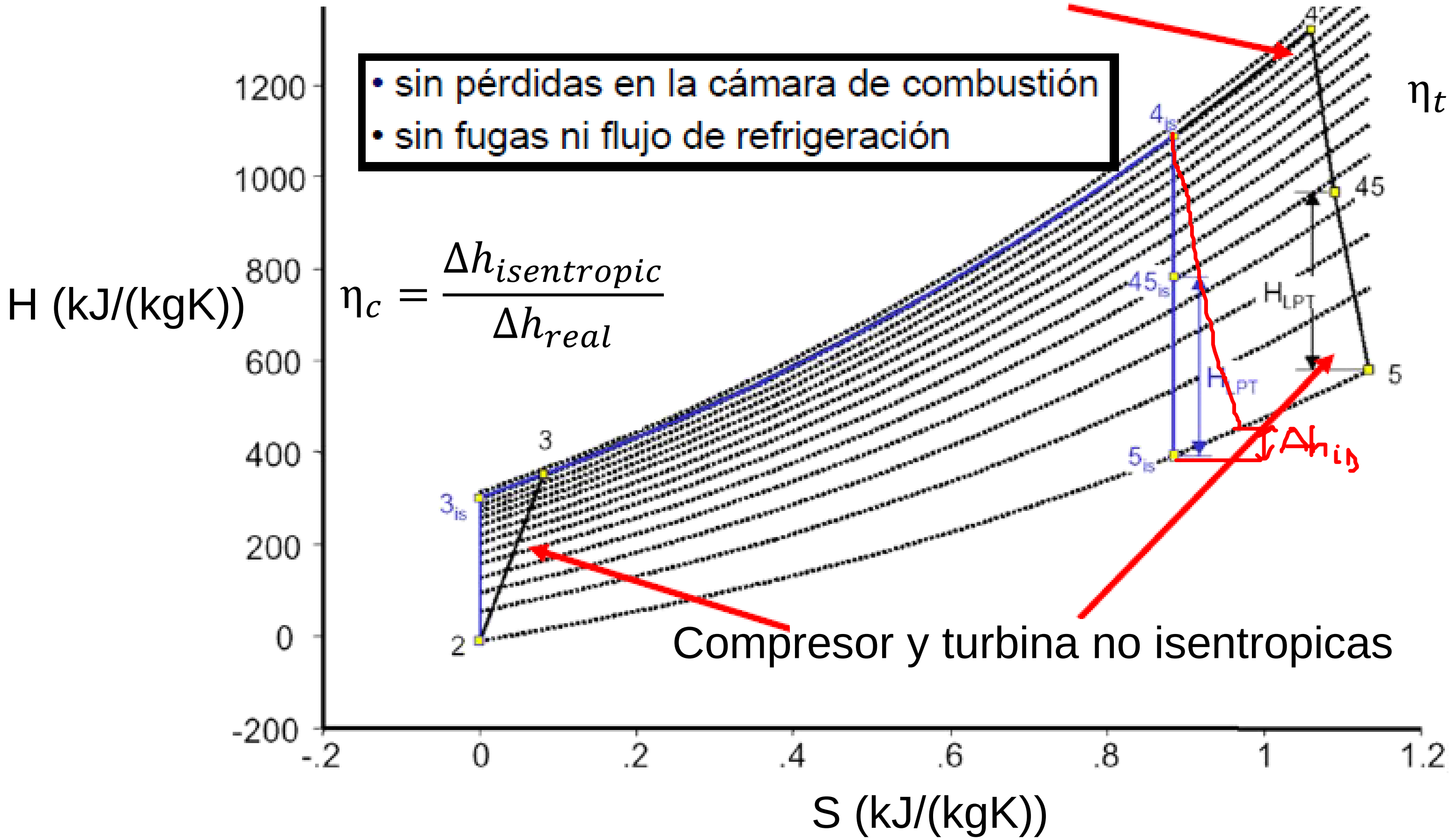
$$\uparrow\uparrow Power \propto \sqrt{\frac{T_4}{T_2}} \uparrow\uparrow$$

Contenidos

1. Diseño preliminar
2. Ciclo Joule y ciclo de detonación
3. Ciclo Joule ideal
4. Ciclo Joule real
5. Ciclo de detonación ideal
6. Ciclo de detonación real
7. Mejoras al ciclo Joule o al ciclo de detonación

Ciclo Joule casi-real

T_4 aumentada para generar el mismo trabajo que el caso ideal



$$\eta_c = \frac{\Delta h_{isentropic}}{\Delta h_{real}}$$

$$\eta_t = \frac{\Delta h_{real}}{\Delta h_{isentropic}}$$

Compresor y turbina no isentropicas

31

Ciclo Joule casi-real

$$\eta_{th} = \frac{\eta_T \frac{T_4}{T_2}\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - \frac{1}{\eta_c}\left(\left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{\left(\frac{T_4}{T_2} - 1\right) - \frac{1}{\eta_c}\left(\left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}$$

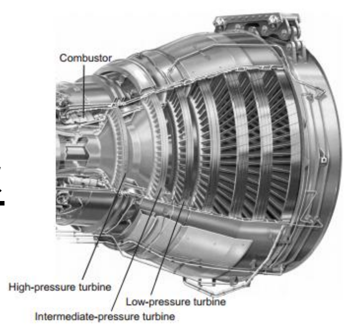
Compresor

$$\eta_c = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h_{real}}$$

$$\eta_c = \frac{T_{3,is} - T_2}{T_3 - T_2}$$

$$\eta_{th} = \frac{\Delta h_t - \Delta h_c}{\mathrm{Q_{add}}} = \frac{\Delta h_t - \Delta h_c}{\Delta h_{camara\ combustion}}$$

Turbina



$$\eta_c = \frac{\Delta h_{real}}{\Delta h_{is}}$$

$$\eta_c = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5,is}}$$

Relación de compresión
Eficiencias del compresor y turbina
Relación de temperaturas

T_4 temperatura a la entrada de la turbina (TIT) → limitada por la temperatura de fusión por los materiales y la capacidad de refrigeración del motor

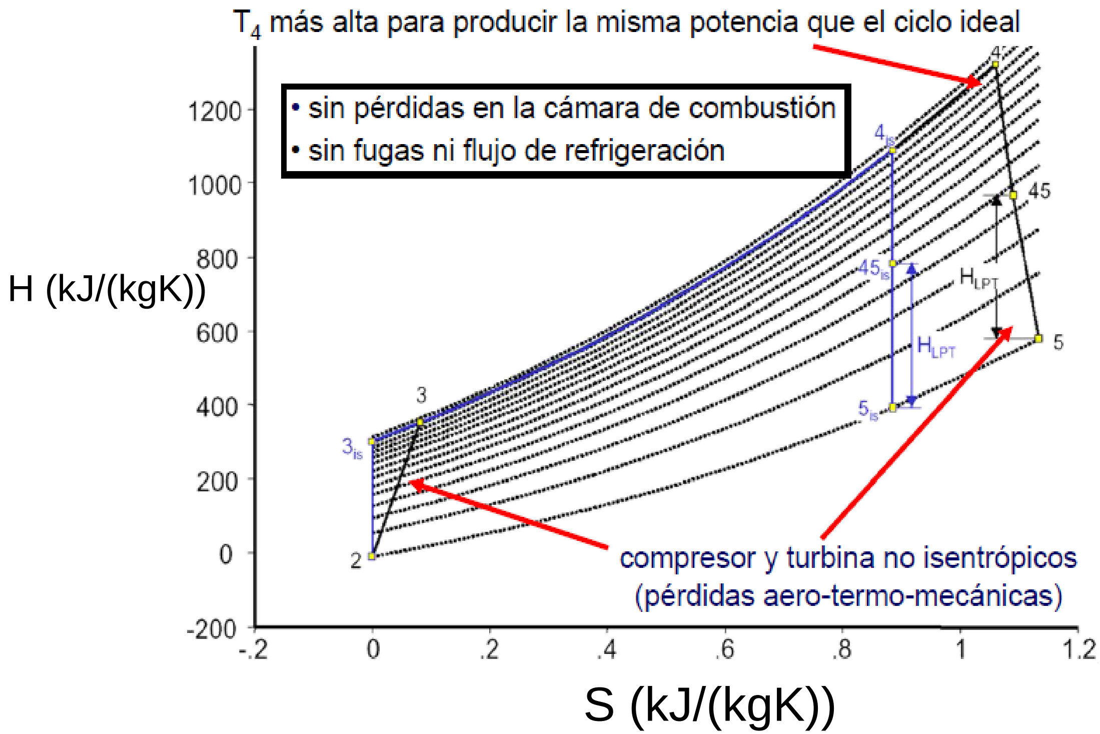
Ciclo Joule casi-real, pérdidas en compresión y turbina

Compresor

$$\eta_c = \frac{\Delta h_{isentropic}}{\Delta h_{real}} = \frac{T_{3s} - T_2}{T_3 - T_2}$$

Turbina

$$\eta_c = \frac{\Delta h_{real}}{\Delta h_{isentropic}} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5s}}$$



Ciclo Joule casi-real, pérdidas en el difusor y cámara de combustión

Perdidas en el difusor

$$P_2 = P_0\left(1+\frac{\eta_{dif}(\gamma-1)}{2}M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}}$$

Refrigeracion, sangrado en el compresor

$W_1 \neq W_3$

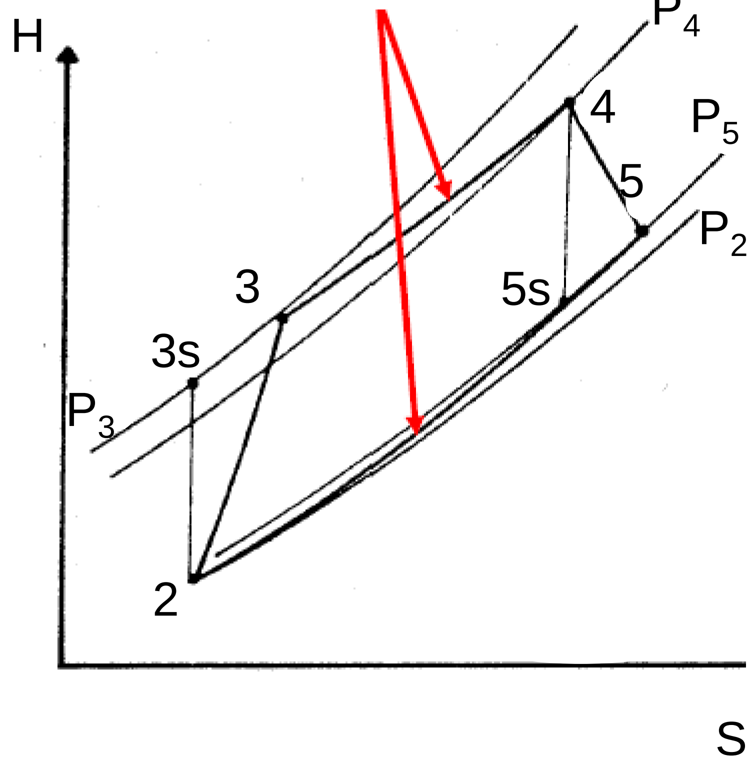
Perdida de presion en la camara de combustion

$P_4 < P_3$

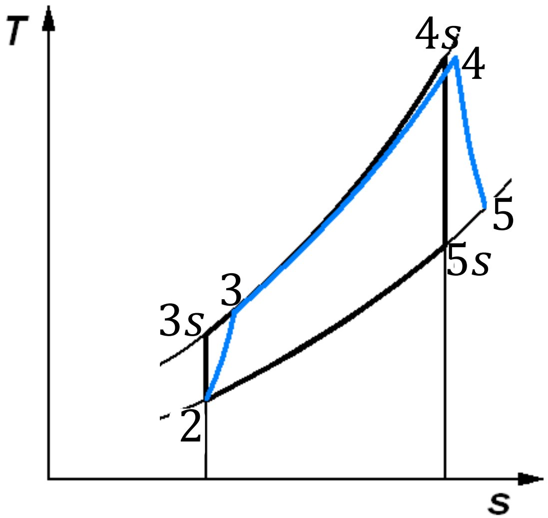
Expansion incompleta

$P_5 > P_2$

Perdidas en la camara de combustion
Expansion incompleta



Ciclo Joule casi-real



2-3'

$$p_3 = \pi_{23} p_2$$

$$s_3 = s_2 \Rightarrow \frac{T_{3s}}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_c = \frac{\Delta W_{is}}{\Delta W_{real}} = \frac{h_{3s} - h_2}{h_3 - h_2} = \frac{1 - \pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{T_3}{T_2}\right)}$$

3'-4'

$$p_3 = p_4$$

$$h_4 = h_3 + \eta_q f L$$

$$T_4 = T_3 + \frac{\eta_q f L}{C_p}$$

$$W_c = \dot{m}_a\,(h_3 - h_2) = W_t = (1+f)\dot{m}_a(h_4 - h_{5t})$$

3'-4'

$$p_5 = p_2$$

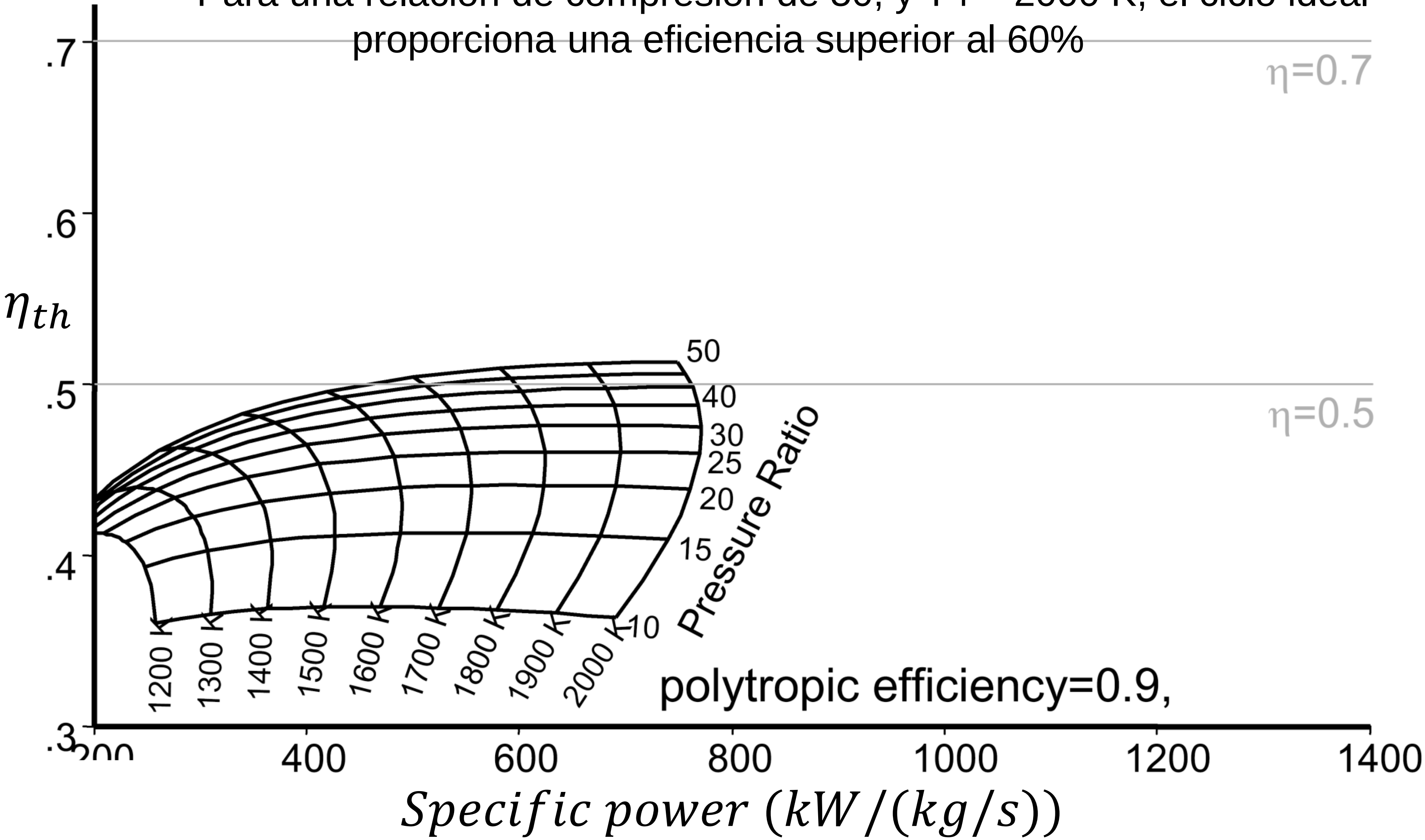
$$s_5 = s_4 \Rightarrow \frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{p_5}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1/\pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_{34} = \frac{\Delta W_{real}}{\Delta W_{is}} = \frac{h_5 - h_4}{h_{5s} - h_4} = \frac{1 - \left(\frac{T_{5t}}{T_{4t}}\right)}{1 - \pi_{23}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

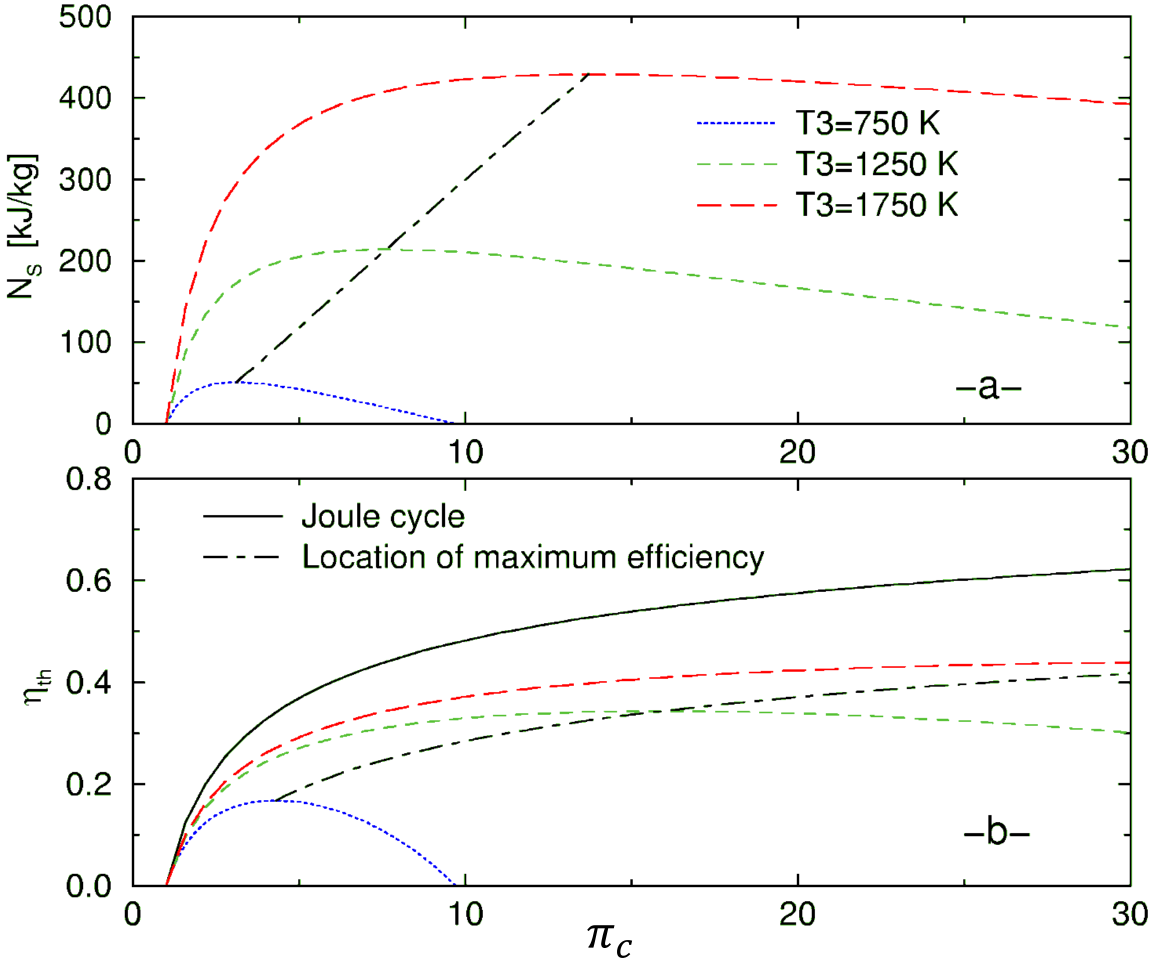
Ciclo Joule casi-real

T4 más alta para producir la misma potencia. Por lo tanto la eficiencia es inferior comparada con el ciclo ideal

Para una relación de compresión de 50, y T4 = 2000 K, el ciclo ideal proporciona una eficiencia superior al 60%



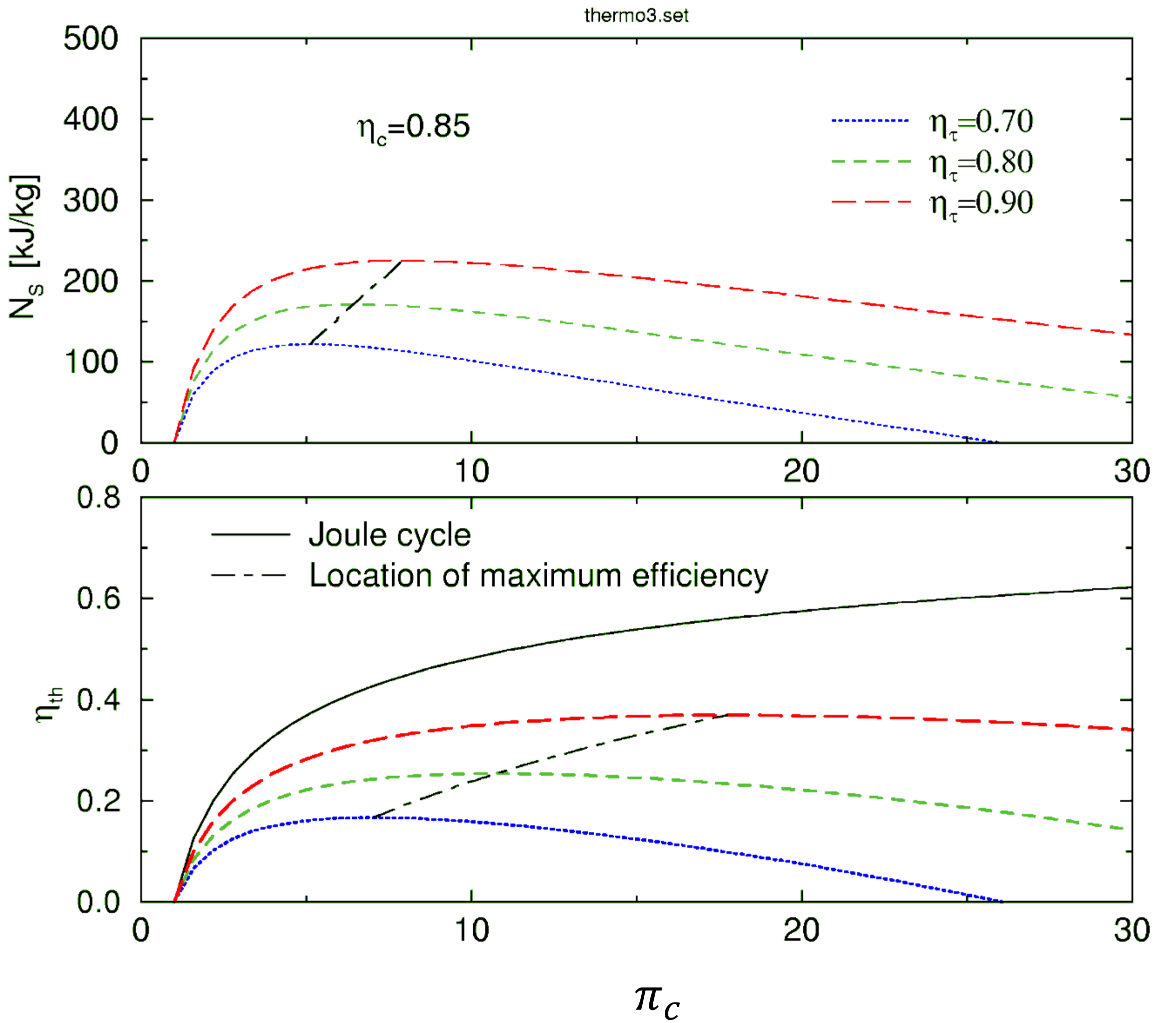
Ciclo Joule casi-real



$$\eta_c = 0.85$$
$$\eta_T = 0.88$$
$$c_p = 1003 \frac{J}{kgK}$$
$$\gamma = 1.4$$

La máxima potencia especifica ocurre a una relación de compresión mas baja que la necesaria para la máxima eficiencia

Ciclo Joule casi-real



Efecto de la eficiencia de la turbina sobre

potencia especifica

eficiencia térmica

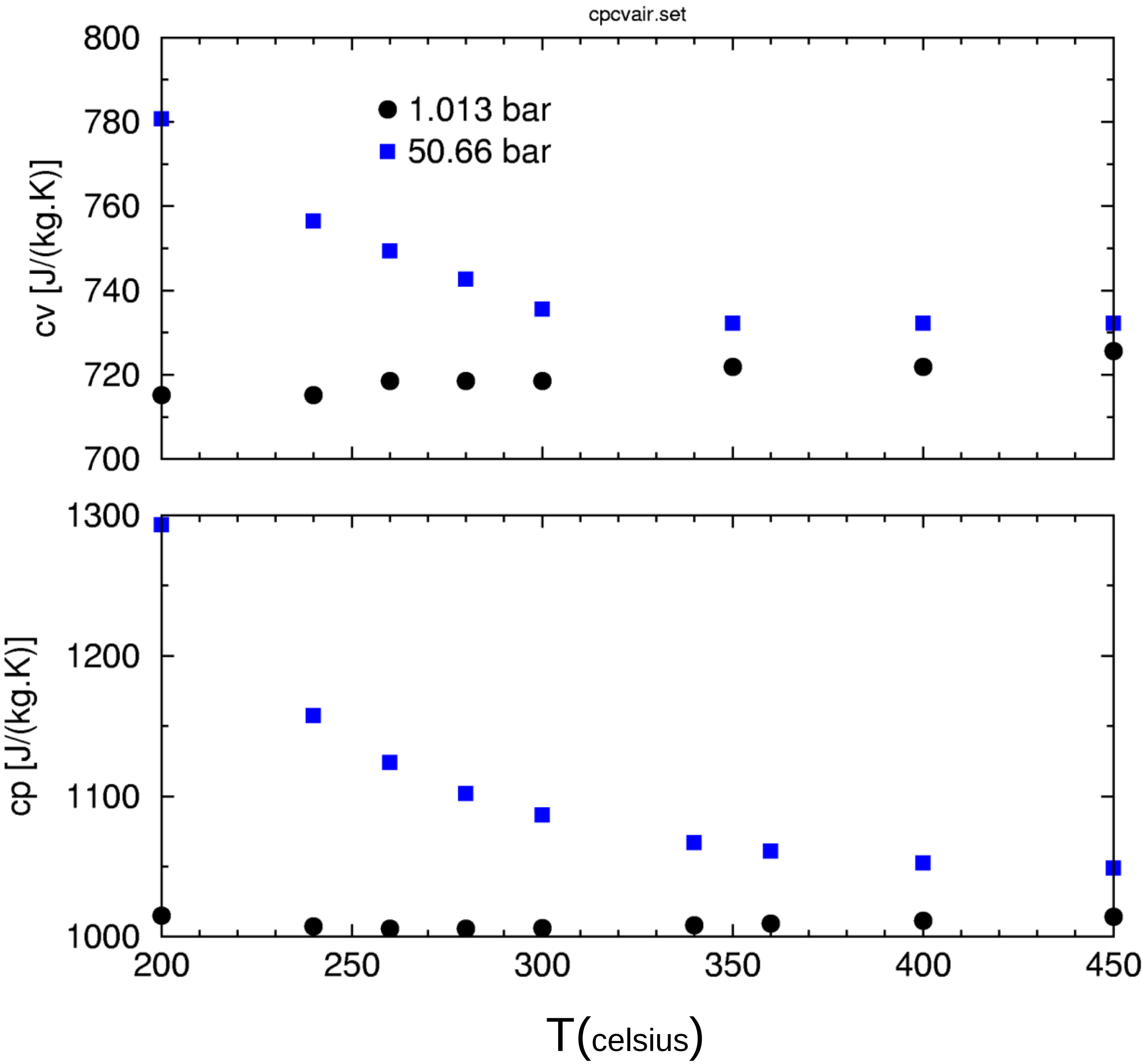
$$\eta_c = 0.85$$

$$c_p = 1003 \frac{J}{kgK}$$

$$\gamma = 1.4$$

$$T_4 = 1250K$$

Ciclo Joule casi-real

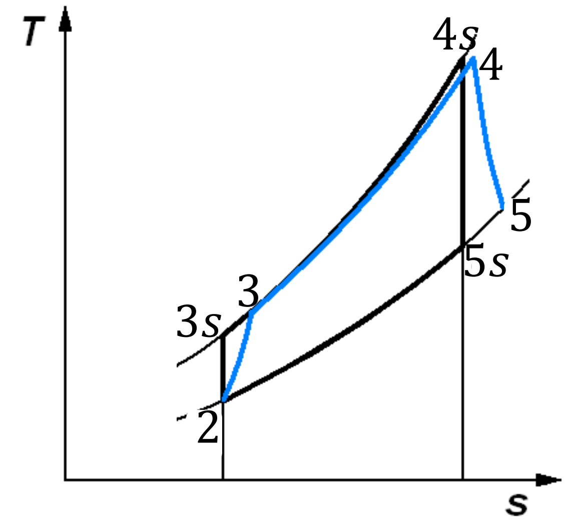


Efecto de la temperatura y presión en el c_p y c_v del aire

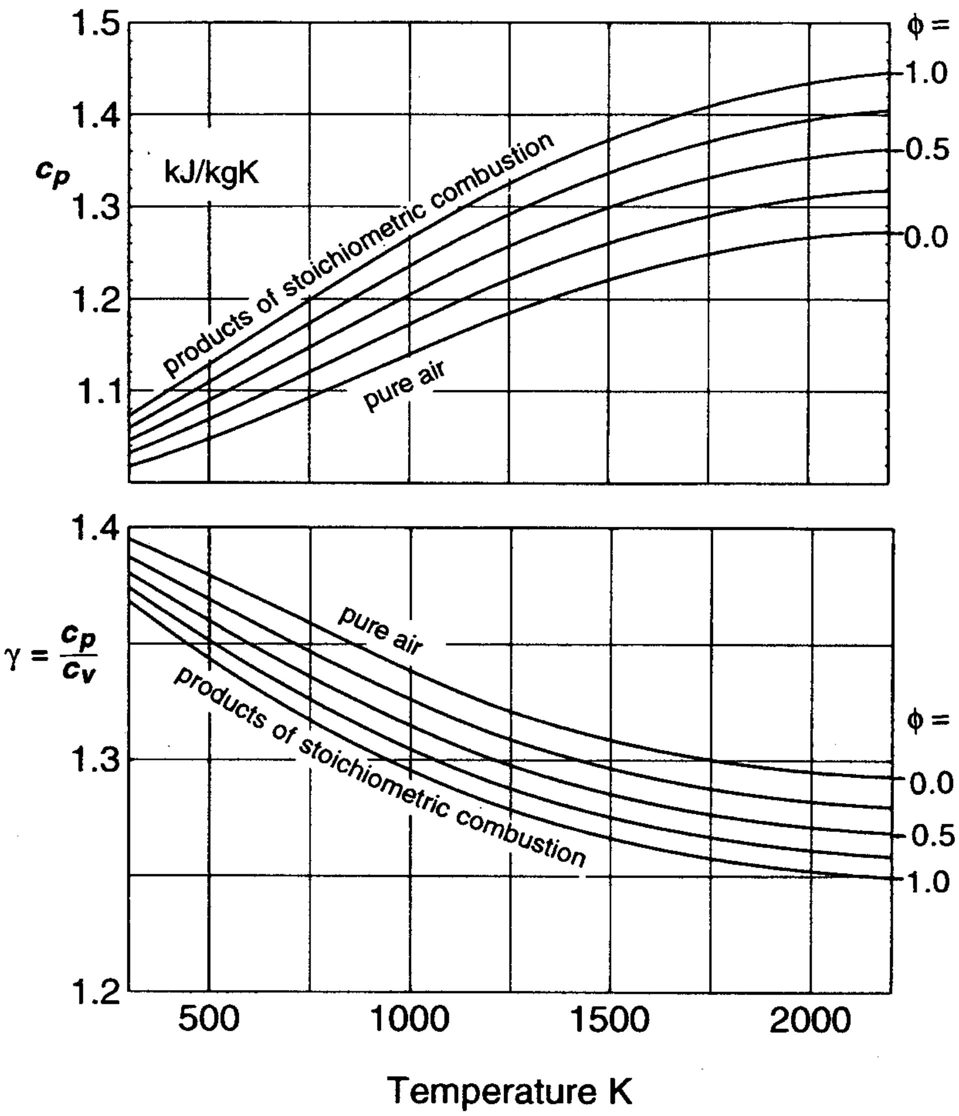
$$\Delta h_t = c_{p,t}(T_4 - T_5)$$

$$\Delta h_c = c_{p,c}(T_3 - T_2)$$

Si $c_{p,c} < c_{p,t} \rightarrow Mejoramos\ extraccion\ de\ potencia$



Ciclo Joule casi-real



Efecto de la composición (dosado) y la temperatura en el c_p y γ de los productos dela combustión

Dosado absoluto

$$f = \frac{m_f}{m_a}$$

Dosado estequiomentrico

$$f_e = \left(\frac{m_f}{m_a}\right)_{est}$$

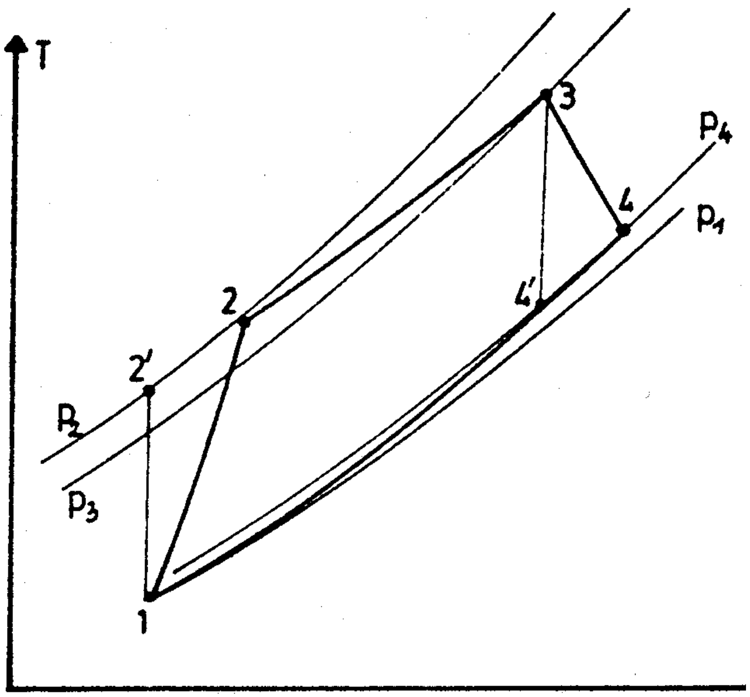
Dosado relativo

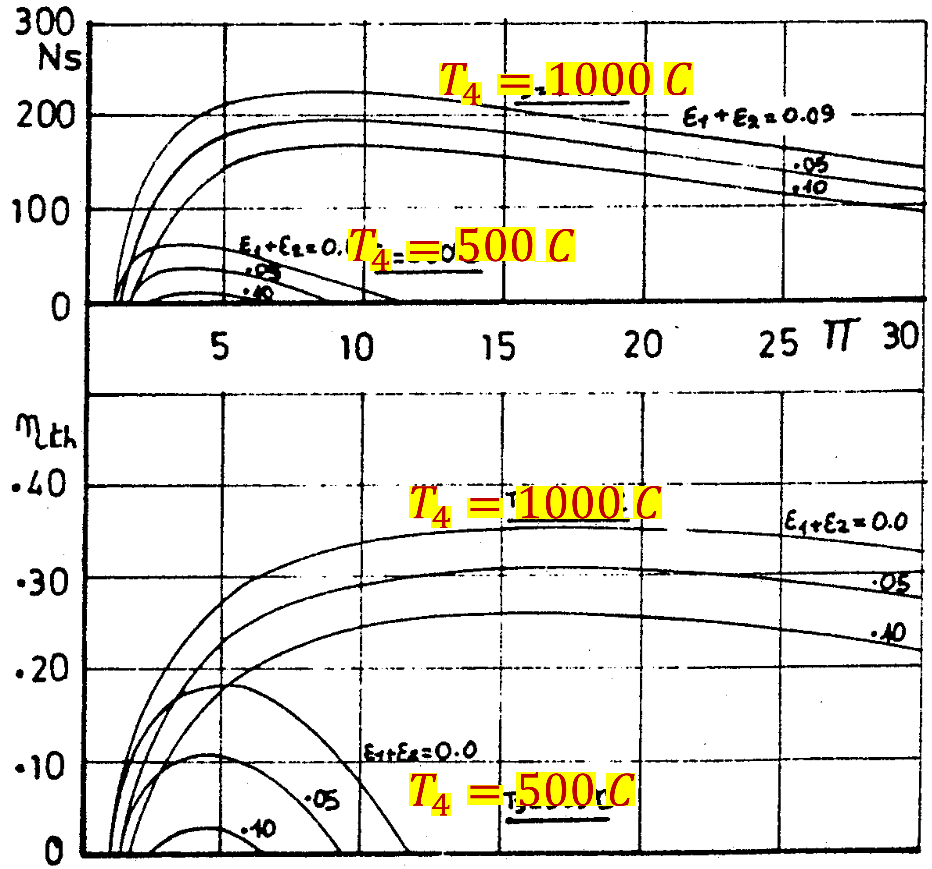
$$\Phi = f_r = \frac{f}{f_e}$$

Ciclo Joule real

Necesidad de contar con perdidas de presión en los diferentes elementos y las debidas a la refrigeración

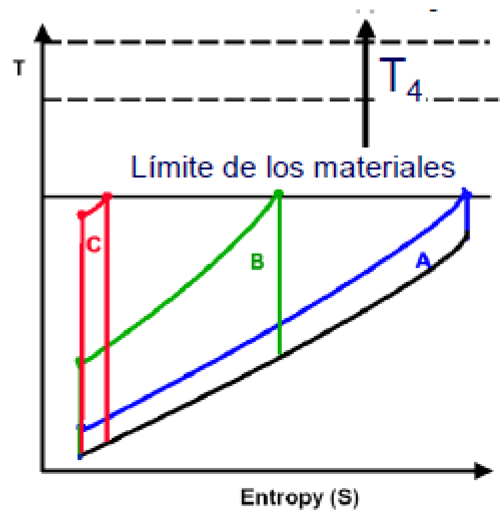
Perdidas de presión en la cámara de combustión y expansión incompleta





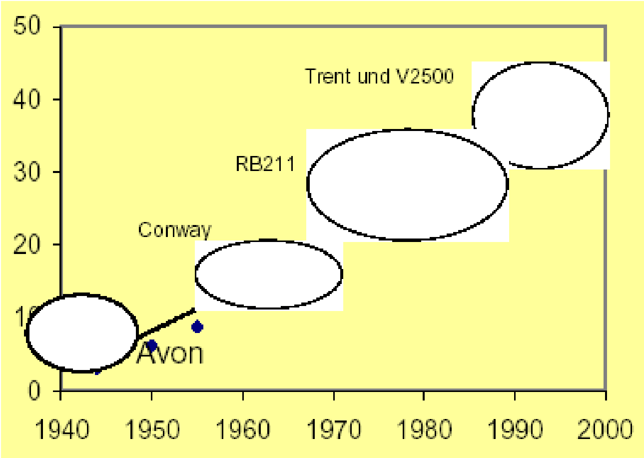
Ciclo Joule real

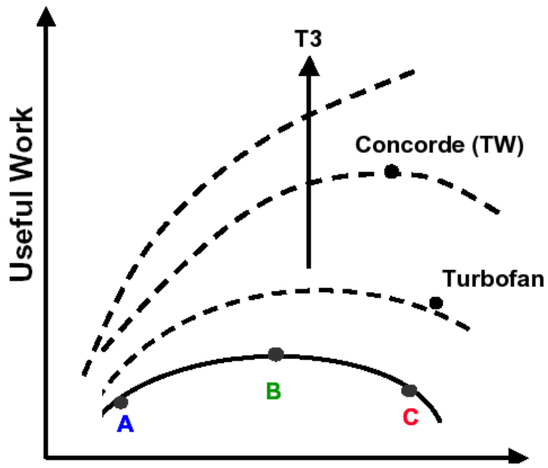
Límites del trabajo útil: relación de compresión, temperatura



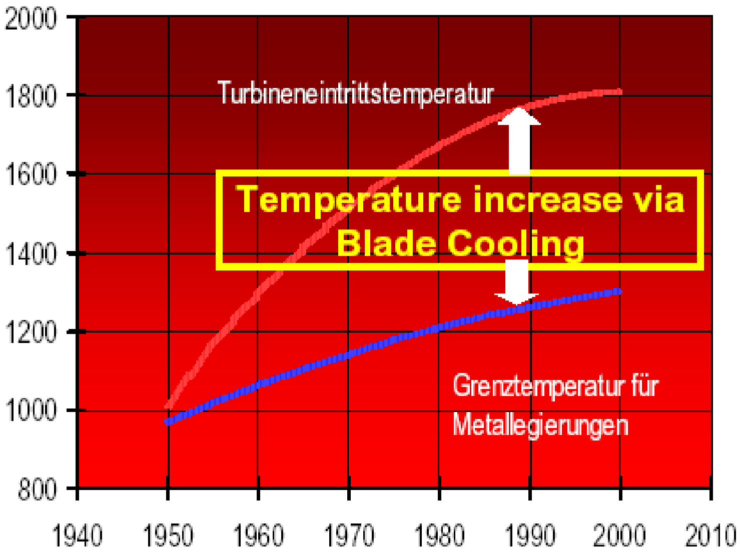
Temperatura limitada por los materiales y la refrigeración

π_c

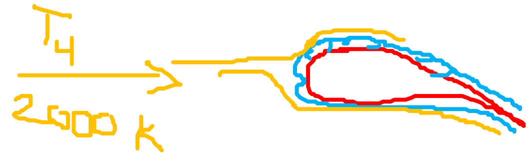




T_4

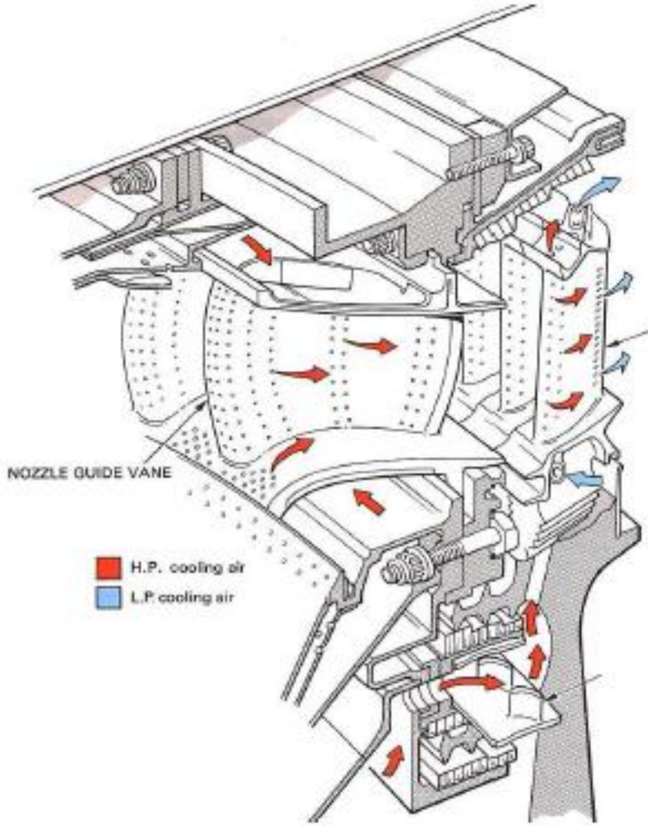


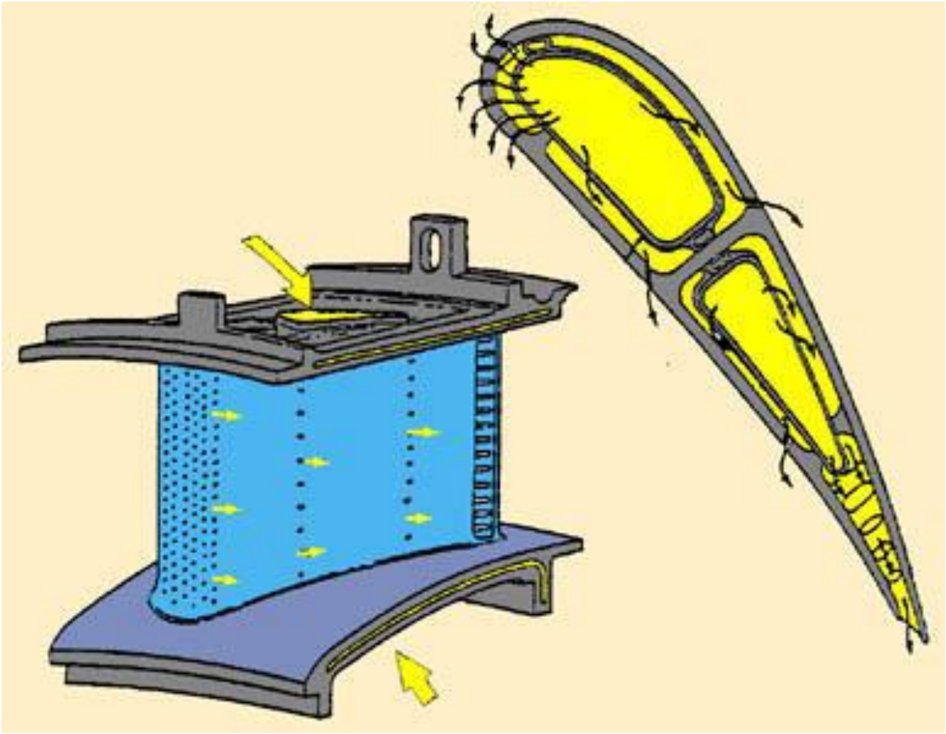
Ciclo Joule real



Límites del trabajo útil: relación de compresión, temperatura

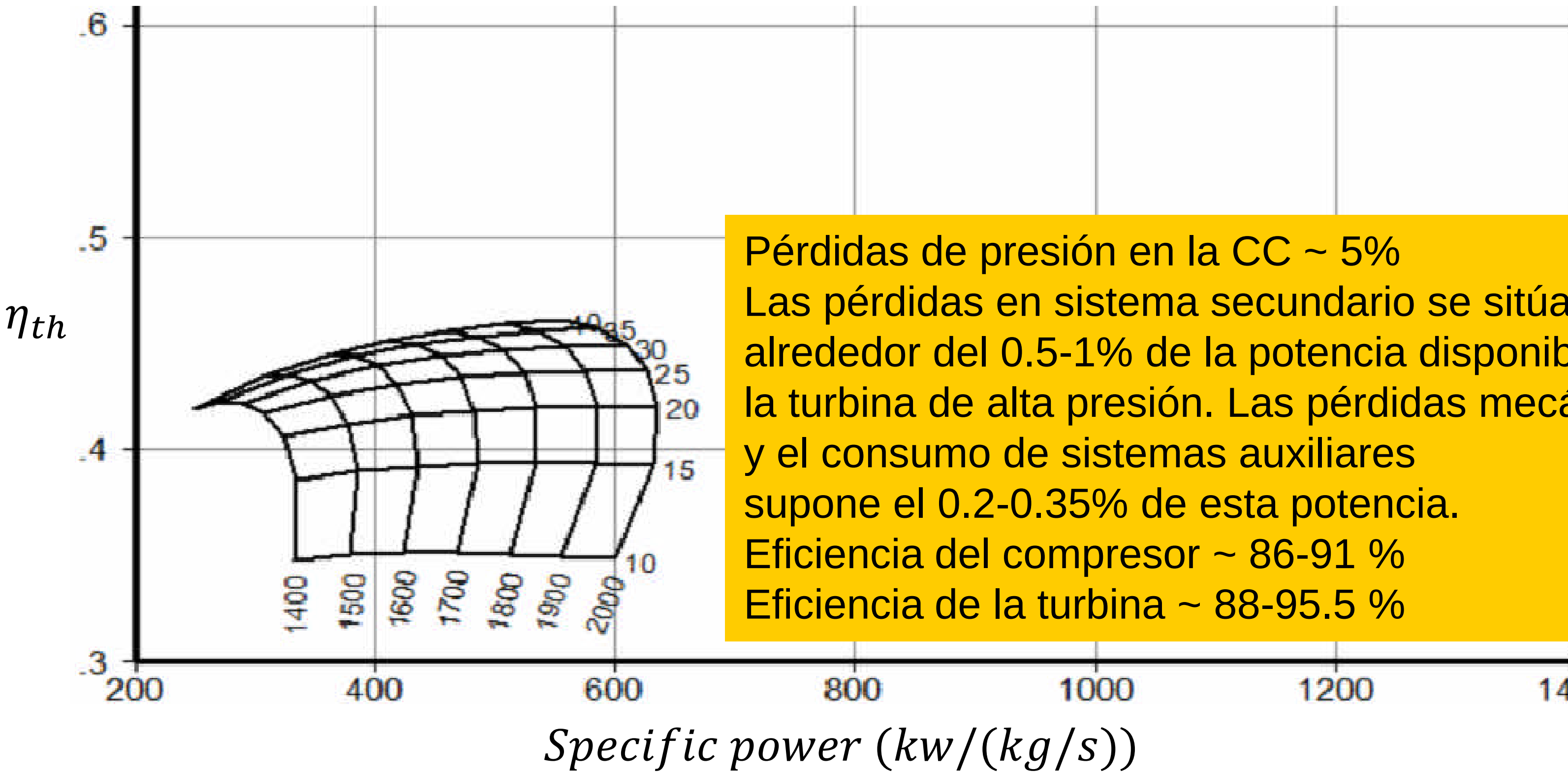
La refrigeración posibilita el aumento de la temperatura de entrada a la turbina. En la turbina de alta presión se puede utilizar como refrigerante hasta el 20% del flujo másico que entra al núcleo del motor.





Ciclo Joule real

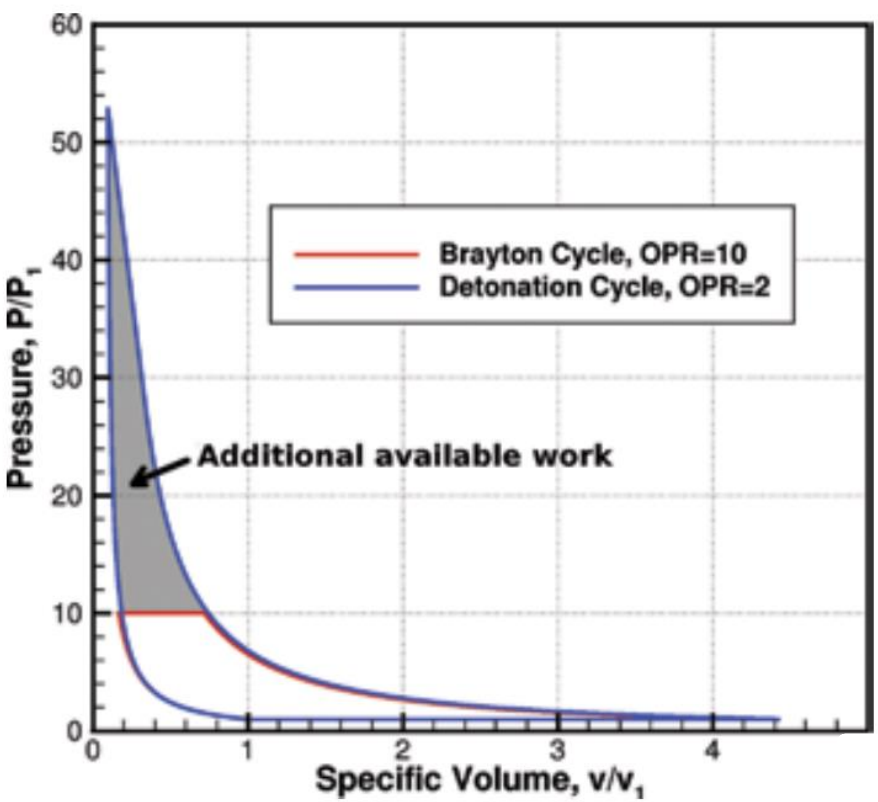
El rendimiento y potencia específica del ciclo real es muy inferior al que se obtiene al realizar un cálculo considerando que es casi-real (sin pérdidas de refrigeración, en el sistema secundario, en la cámara de combustión, etc.)

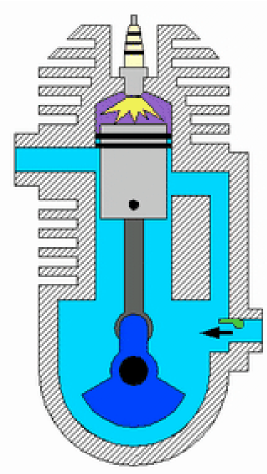


Pérdidas de presión en la CC ~ 5%
Las pérdidas en sistema secundario se sitúan alrededor del 0.5-1% de la potencia disponible en la turbina de alta presión. Las pérdidas mecánicas y el consumo de sistemas auxiliares supone el 0.2-0.35% de esta potencia.
Eficiencia del compresor ~ 86-91 %
Eficiencia de la turbina ~ 88-95.5 %

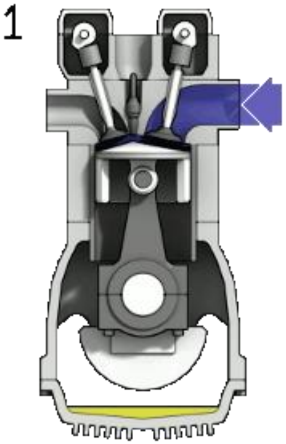
Contenidos

Ciclo de detonación // Ciclo Otto

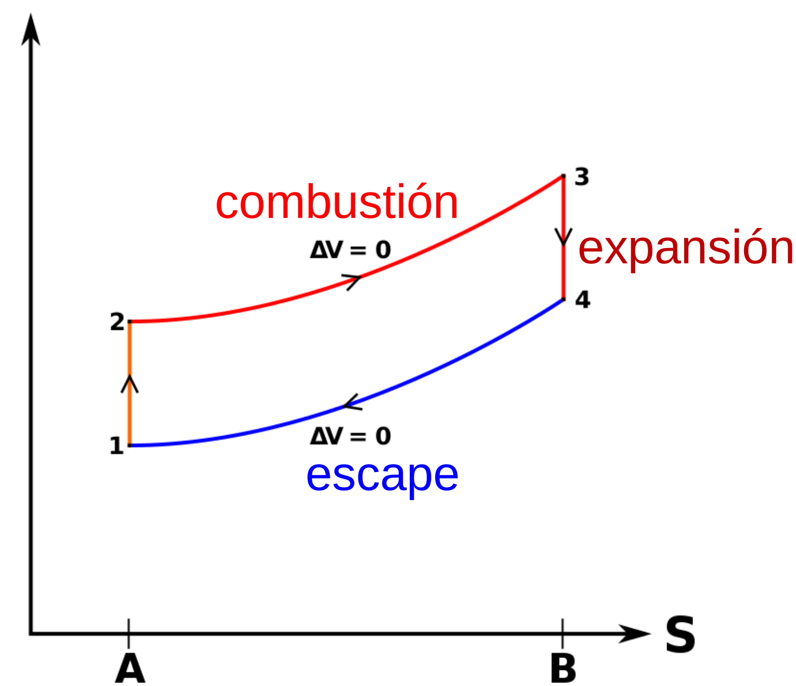


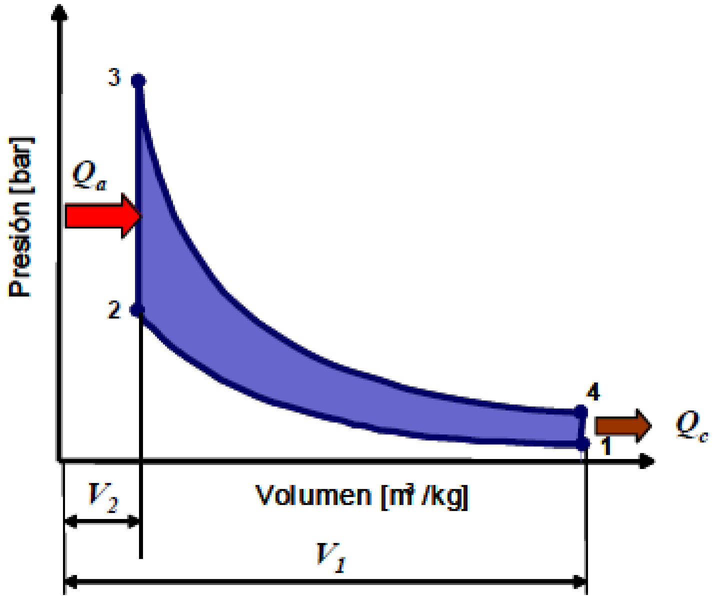


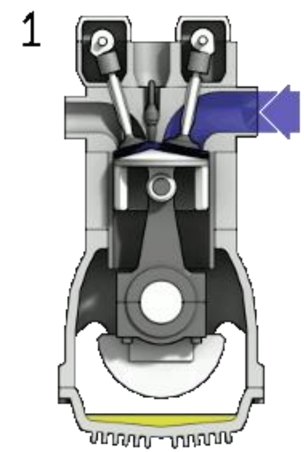
2 stroke

1


4 stroke

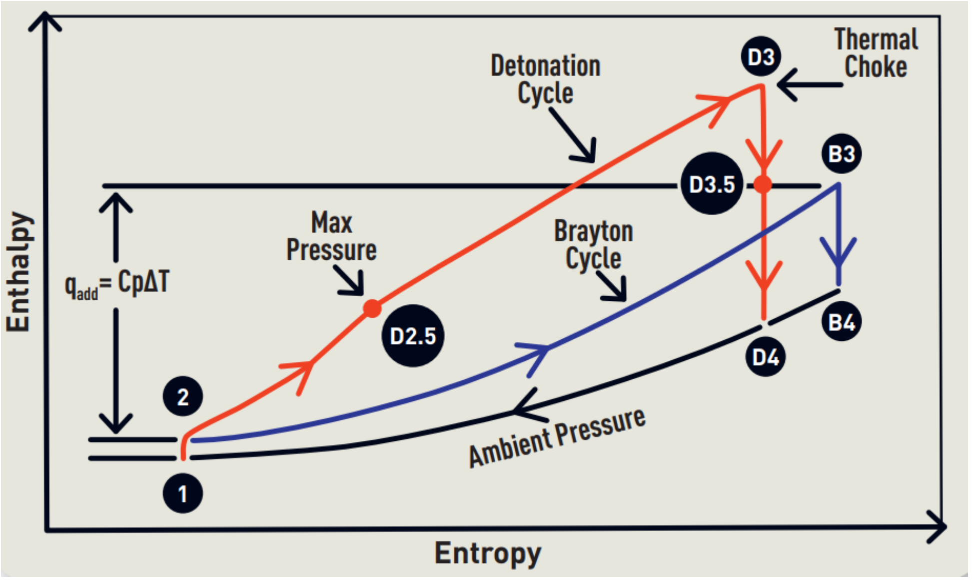




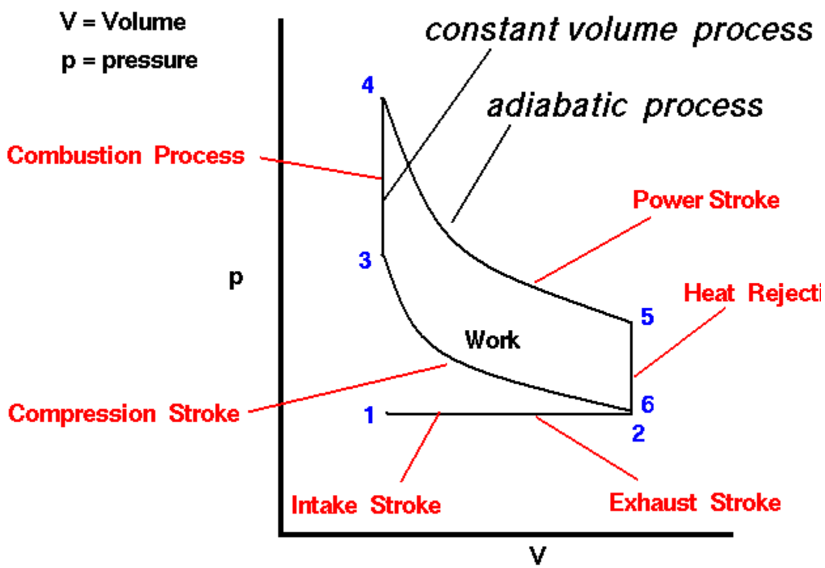


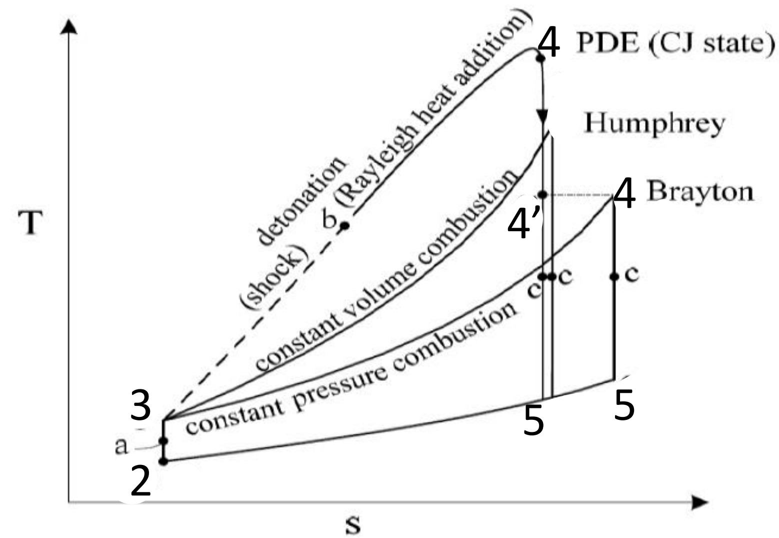
4 stroke

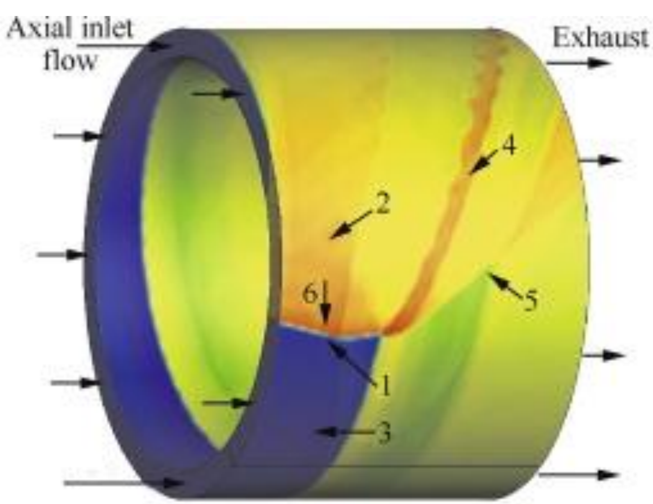
$$Asumiendo\ gas\ perfecto\ \eta = \frac{W}{Q_a} = 1 - \frac{1}{\pi_c^{\gamma-1}}$$



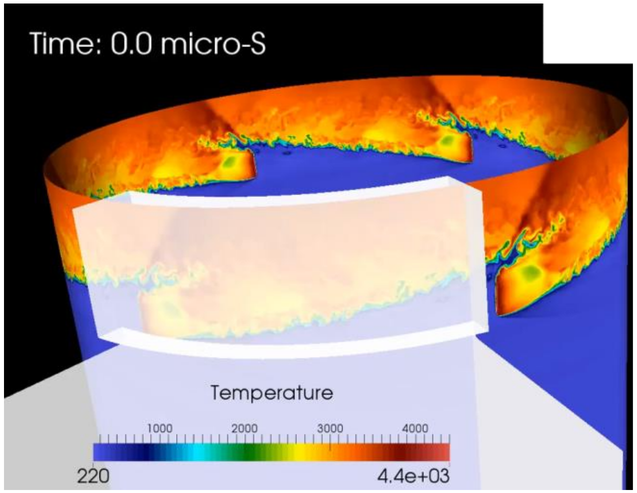
3. Ciclo Detonación ideal







1—Detonation wave 2—Burnt products 3—Freshpremixed gas
4—Contact surface 5—Oblique shock wave
6—Detonation wave propagation direction

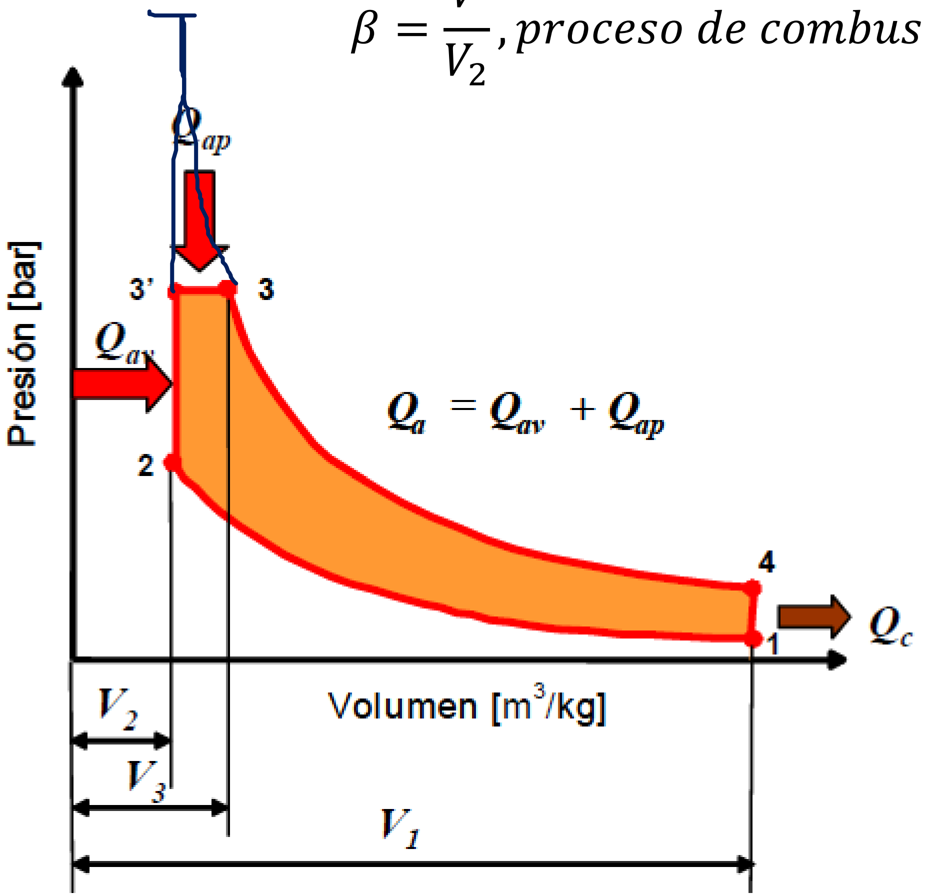


Contenidos

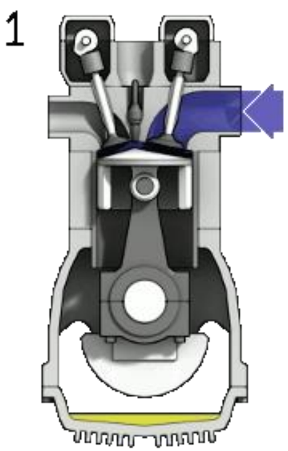
Ciclo de detonación con presión máxima limitada

$$\alpha = \frac{p_3}{p_2}, proceso\ de\ combustión\ a\ \boldsymbol{volumen\ constante}$$

$$\beta = \frac{V}{V_2}, proceso\ de\ combustión\ a\ \boldsymbol{presión\ constante}$$

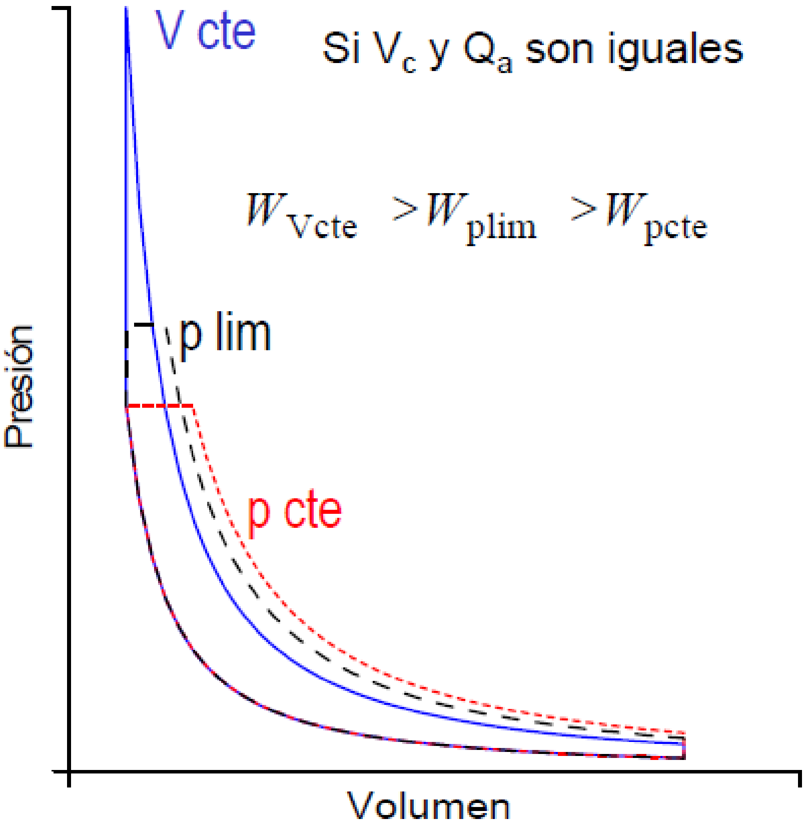


$$\eta = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\alpha\beta^{\gamma} - 1}{\alpha - 1 + \gamma\alpha(\beta - 1)}$$

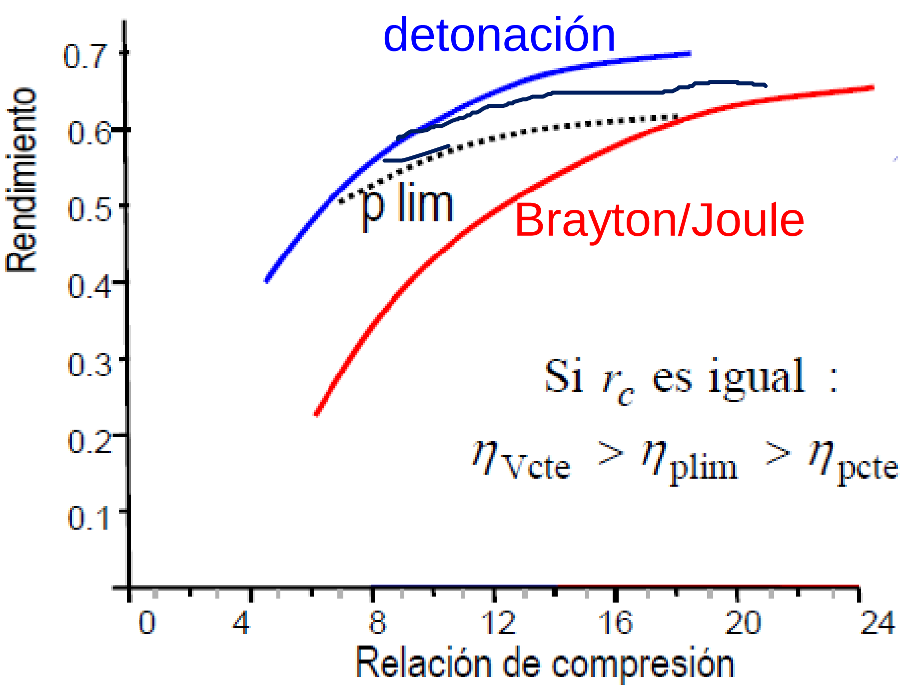


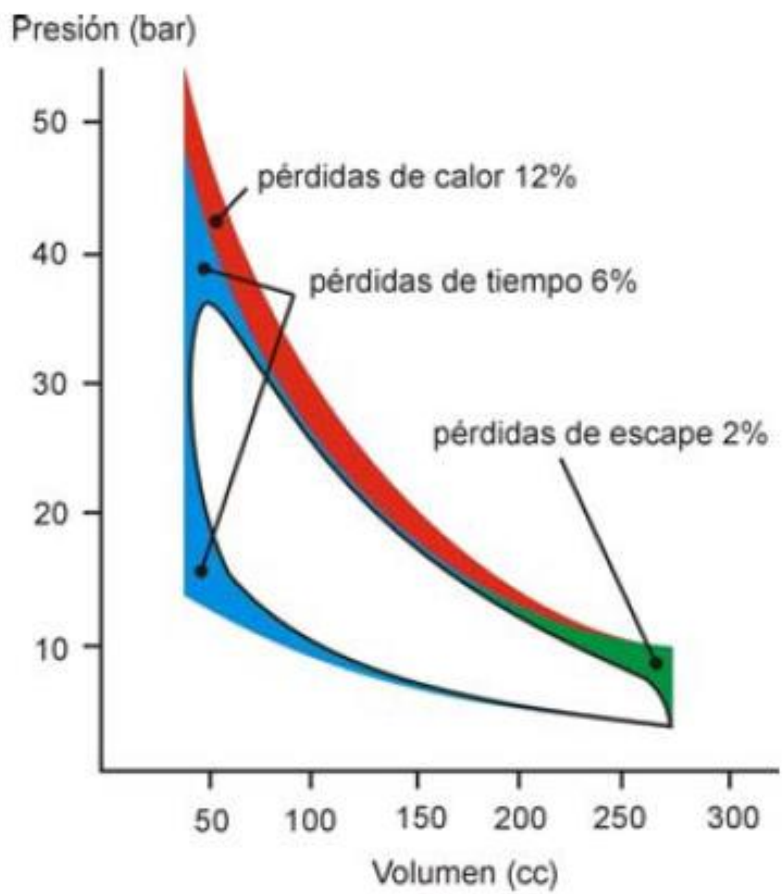
Ciclo de detonación con presión máxima limitada

TRABAJO



RENDIMIENTO

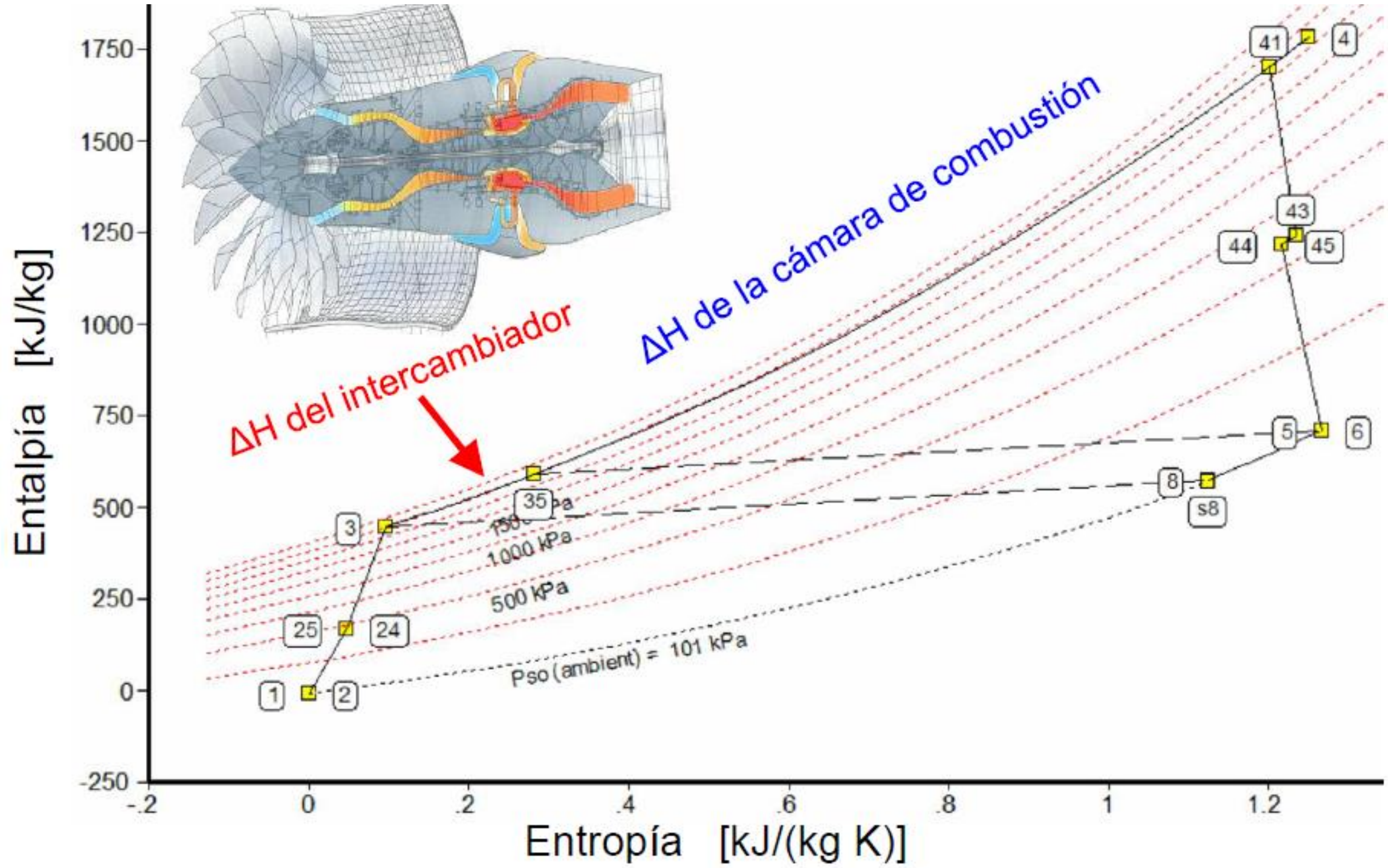




- Perdidas de escape
- Perdidas de calor
- Combustión incompleta
- Perdidas de tiempo
- Mezcla incompleta
- Expulsión de gases antes realizar expansión completa
- Pérdidas por fricción
- Pérdidas por ondas de choque

Contenidos

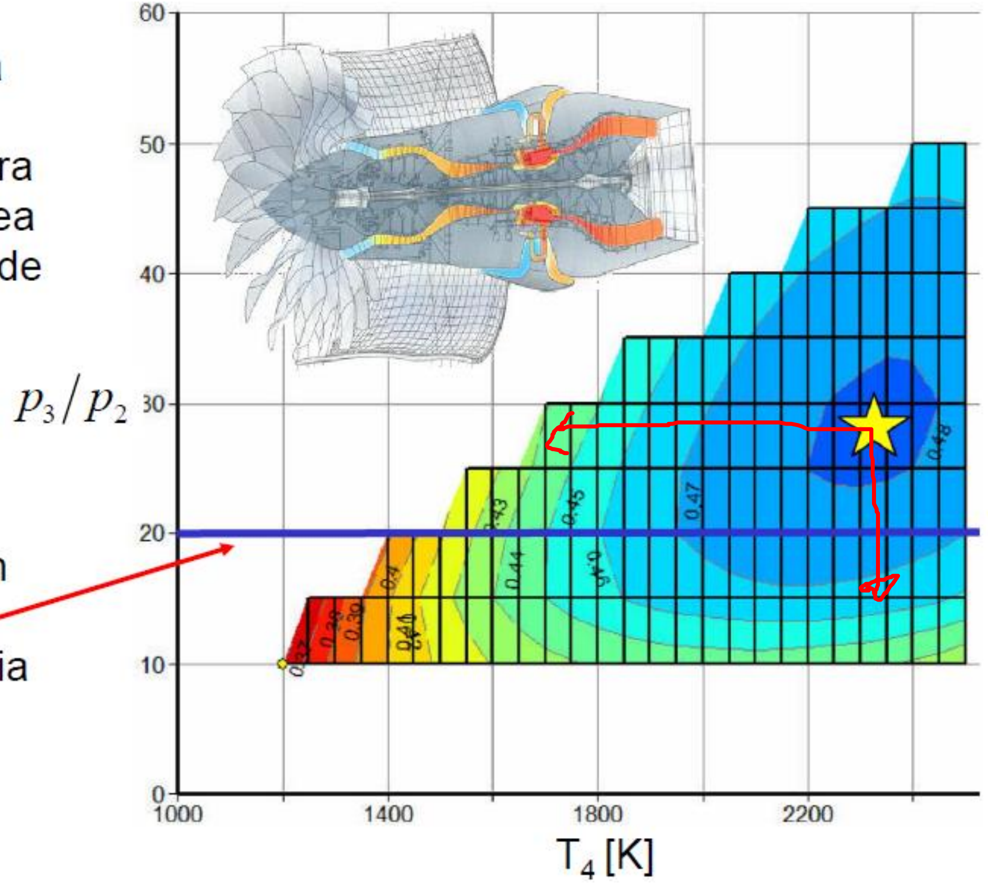
Recuperar calor de los gases de escape (**Regeneración**)



Recuperar calor de los gases de escape (**Regeneración**)

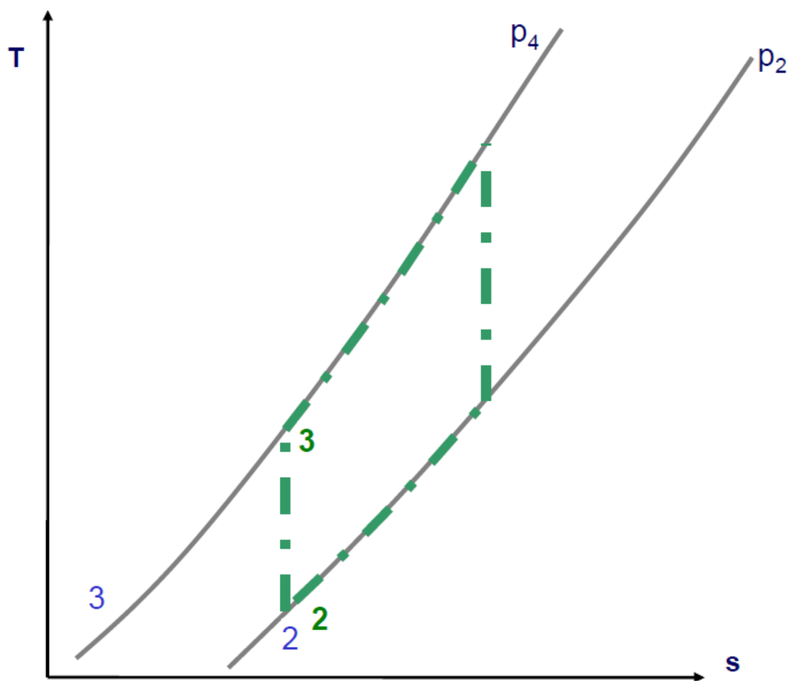
La regeneración mejora la eficiencia del ciclo Joule. requiere que la temperatura de los gases de escape sea superior a la temperatura de salida del compresor

La relación de compresión óptima es igual a 20. Aporta la máxima eficiencia a la menor temperatura.



Aproximación al **ciclo Ericsson**

Aumentar el trabajo útil proporcionado por el ciclo Joule manteniendo la misma relación de compresión y las misas temperaturas de admisión y entrada a la turbina



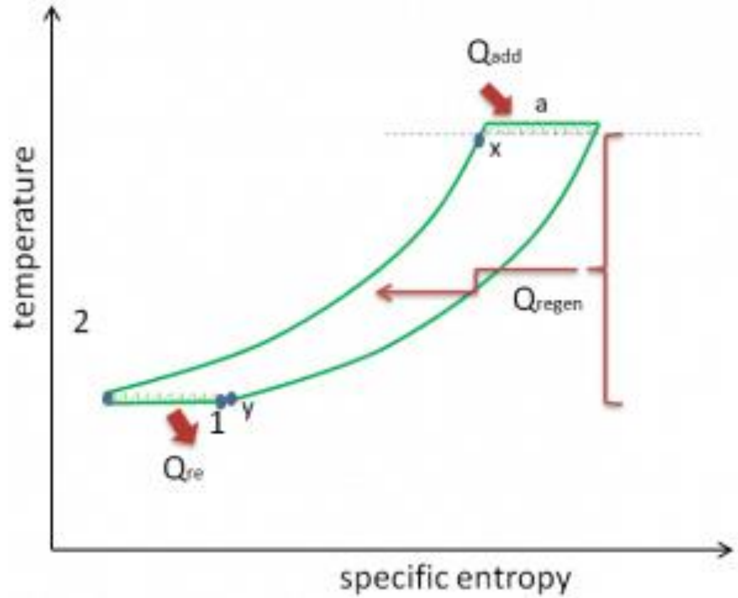
Ciclo Ericsson

Proceso 1 -> 2: Compresión isotérmica. Compresión está interenfriada. El aire comprimido fluye hacia un tanque de almacenamiento a presión constante. En el ciclo ideal, no hay transferencia de calor a través de las paredes del tanque.

Proceso 2 -> 3: Adición de calor isobárico. Desde el tanque, el aire comprimido fluye a través del regenerador y recoge calor a una presión constante alta en el camino hacia el cilindro de potencia calentado.

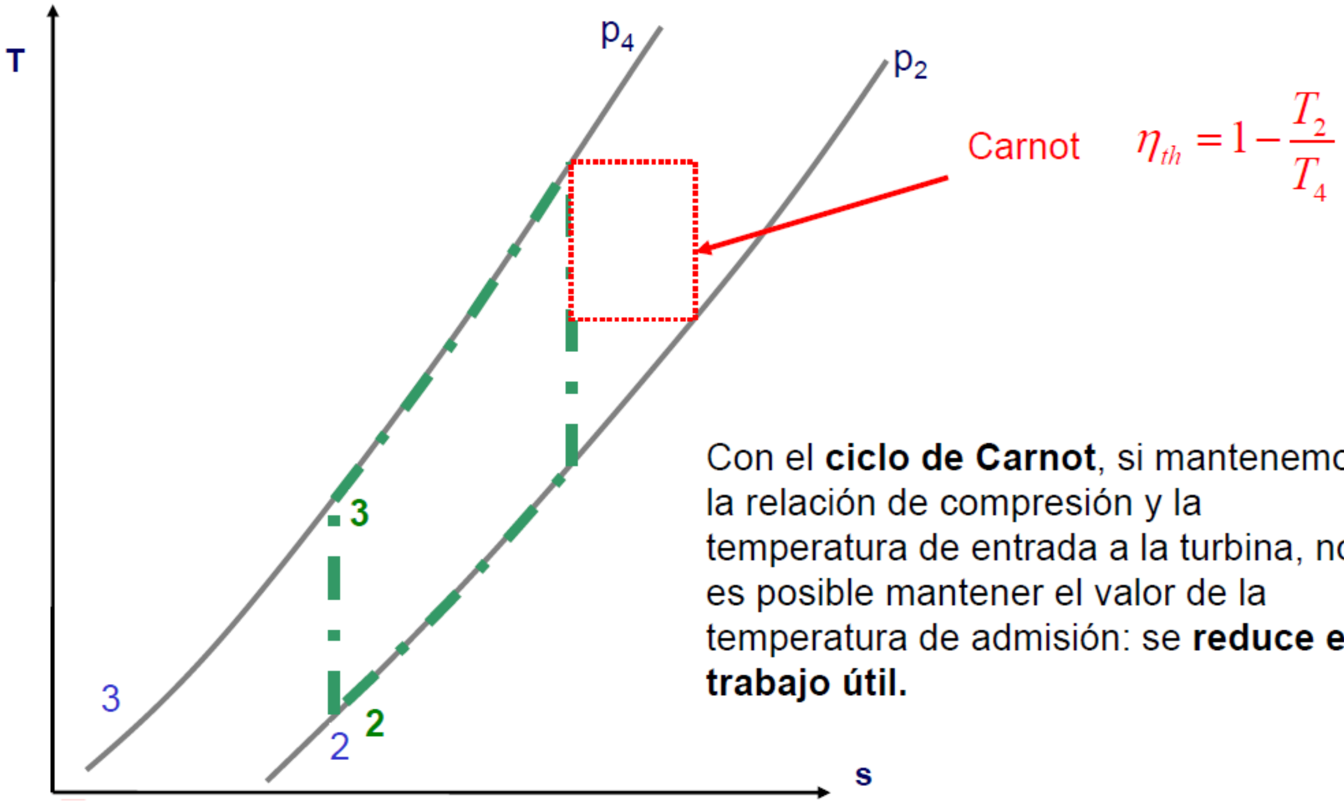
Proceso 3 -> 4: Expansión isotérmica. El espacio de expansión del cilindro de potencia se calienta externamente y el gas experimenta una expansión isotérmica.

Proceso 4 -> 1: Eliminación de calor isobárico. Antes de que el aire se libere como escape, vuelve a pasar a través del regenerador, enfriando así el gas a una presión constante baja y calentando el regenerador para el siguiente ciclo.



Recuperar calor de los gases de escape (**Regeneración**)

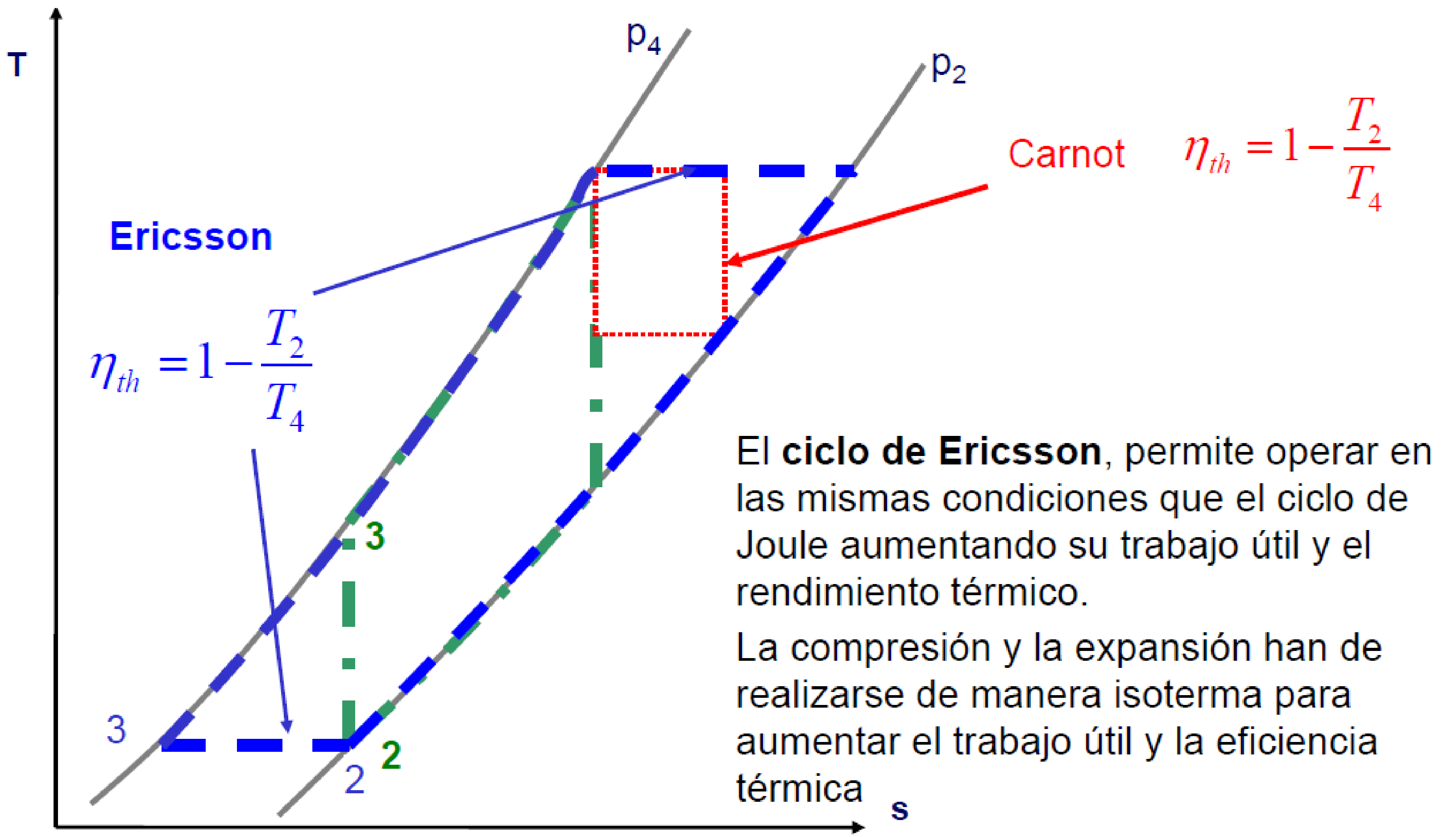
Aumento del trabajo útil aproximándose al ciclo Ericsson



Con el **ciclo de Carnot**, si mantenemos la relación de compresión y la temperatura de entrada a la turbina, no es posible mantener el valor de la temperatura de admisión: se **reduce el trabajo útil.**

Recuperar calor de los gases de escape (**Regeneración**)

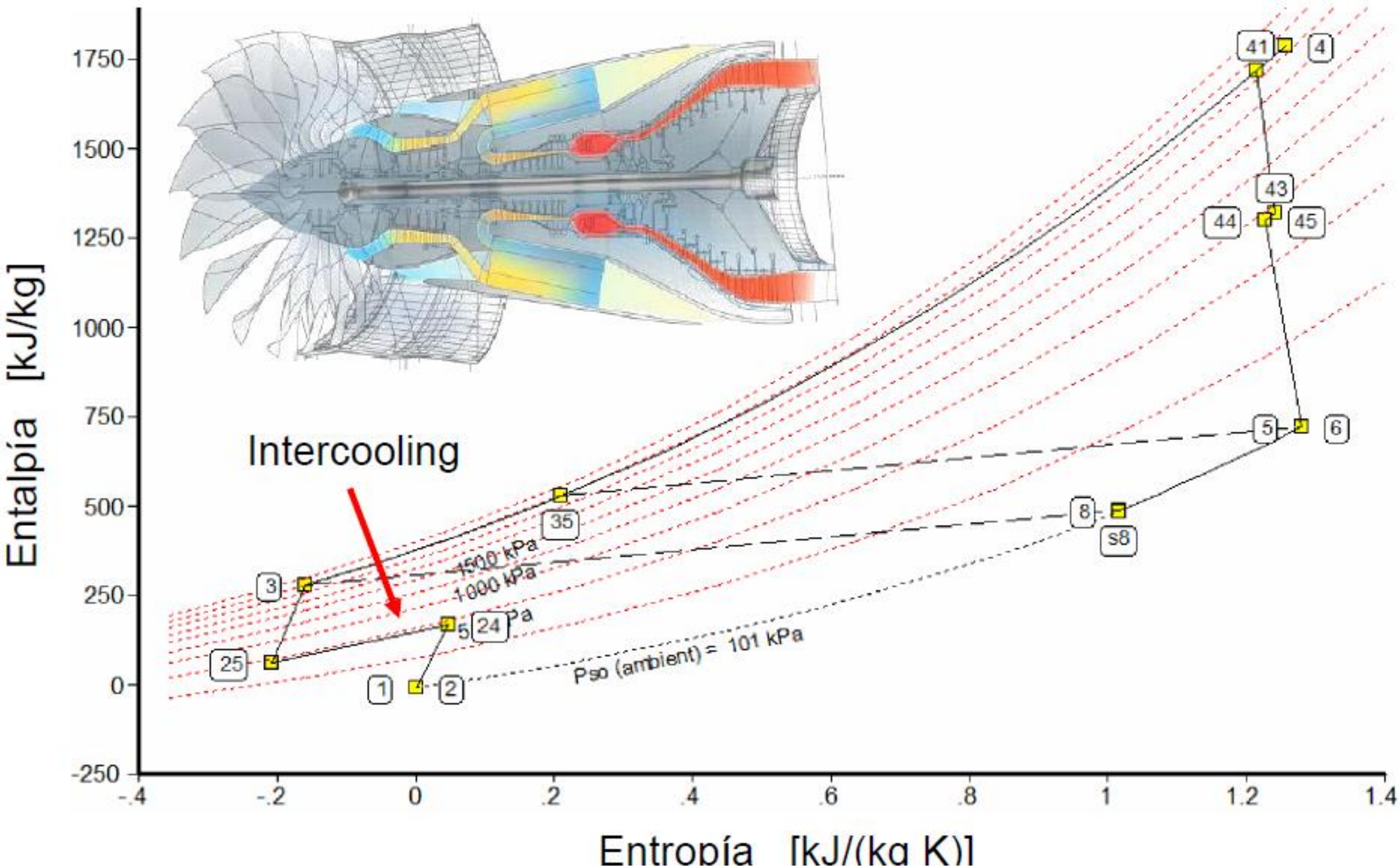
Aumento del trabajo útil aproximándose al ciclo Ericsson



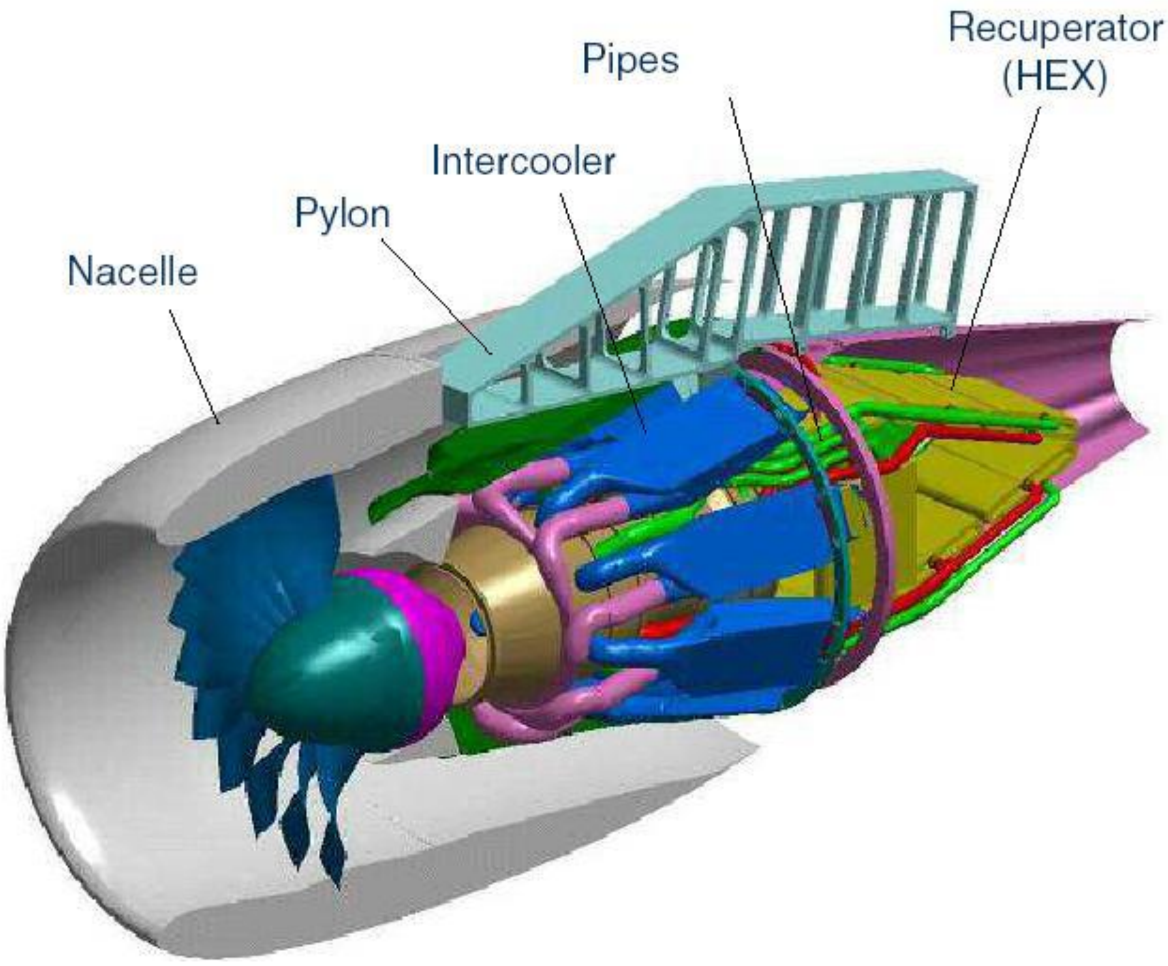
El **ciclo de Ericsson**, permite operar en las mismas condiciones que el ciclo de Joule aumentando su trabajo útil y el rendimiento térmico.

La compresión y la expansión han de realizarse de manera isoterma para aumentar el trabajo útil y la eficiencia térmica

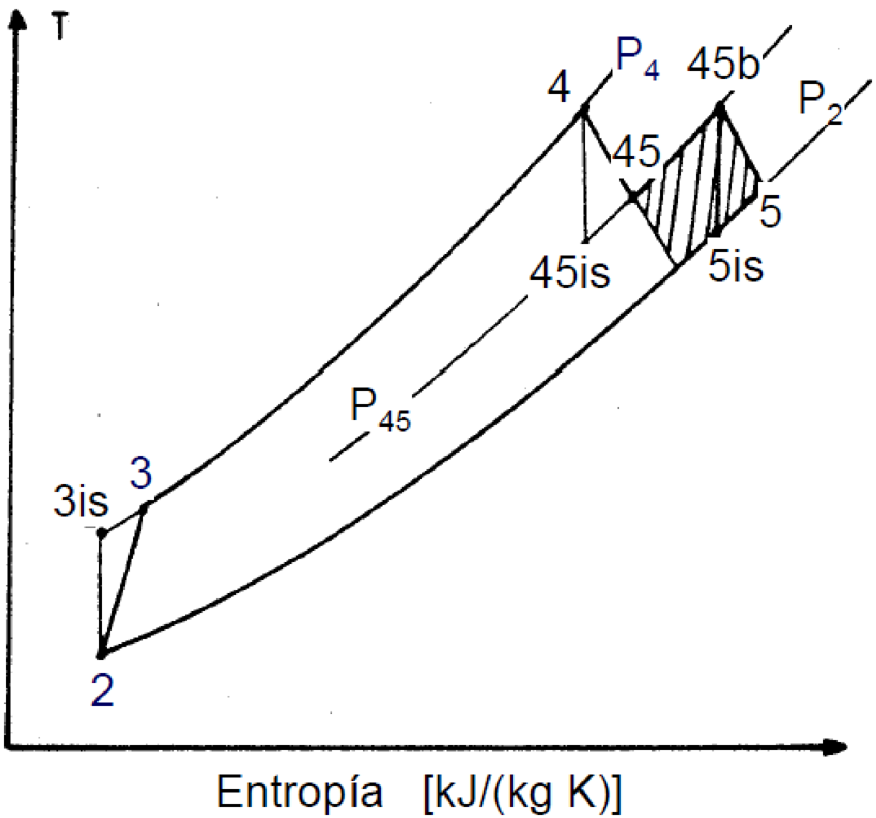
Intercooling, aproximación al ciclo Ericsson



Recuperar calor de los gases de escape (**Regeneración**)



Recalentamiento, aproximación al ciclo Ericsson

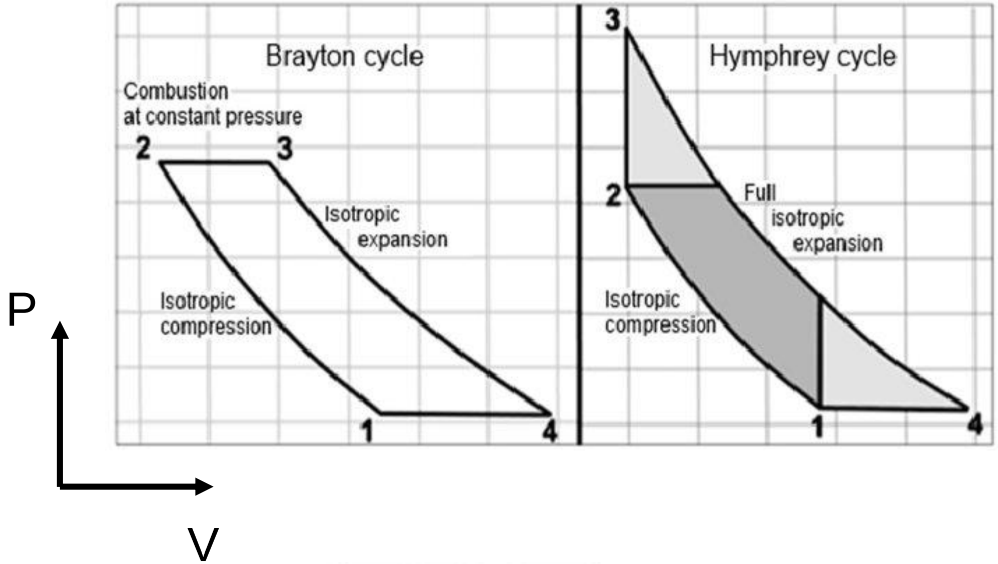


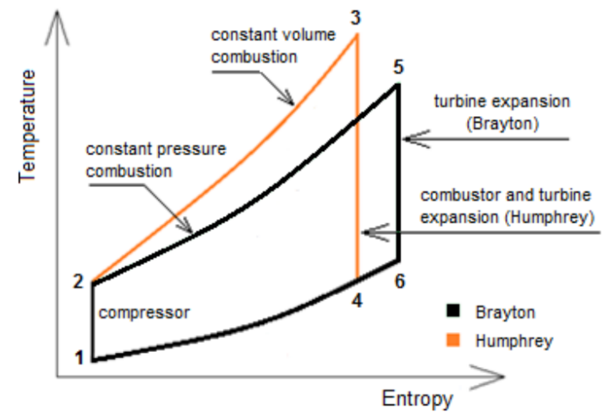
Aumenta más el trabajo especifico que el empleo del intercooling, debido a la divergencia de las isobaras.
Se realiza entre etapas de expansión en la turbina, por lo que no puede superarse la temperatura límite de los materiales

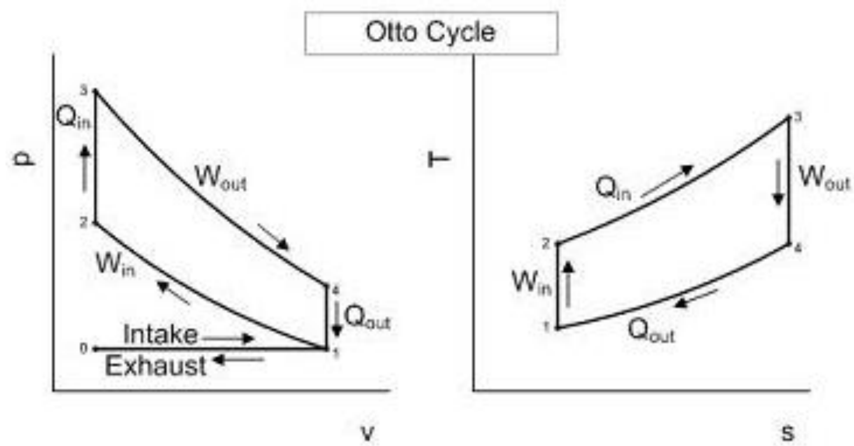
Motores Aero-derivados para la producción de energía eléctrica están basados en ciclos compuestos.
Utilizan regeneración, intercooling y recalentamiento.

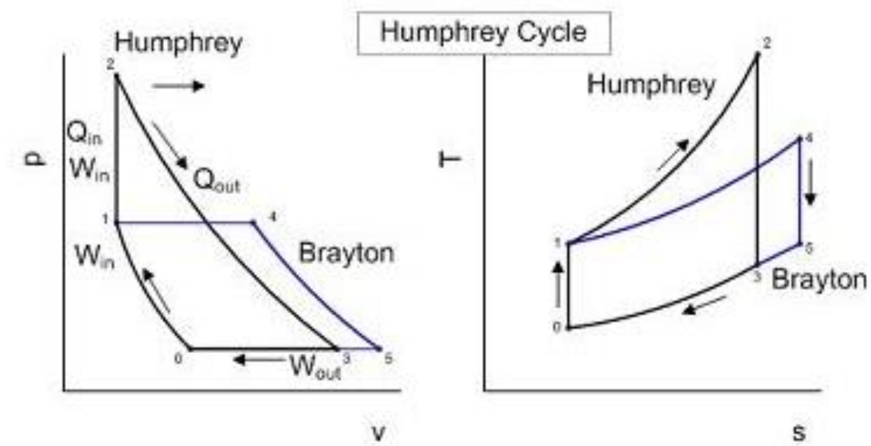
Humphrey cycle

Combinación del ciclo de detonación y el ciclo Brayton



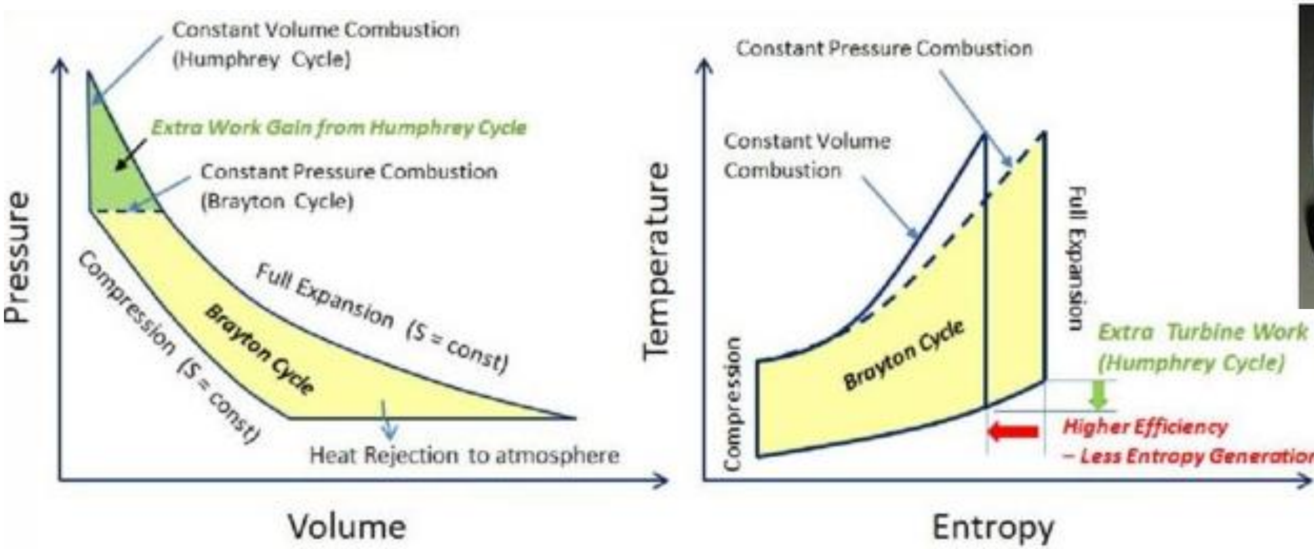


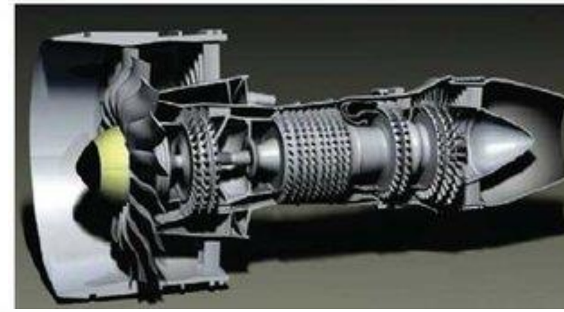


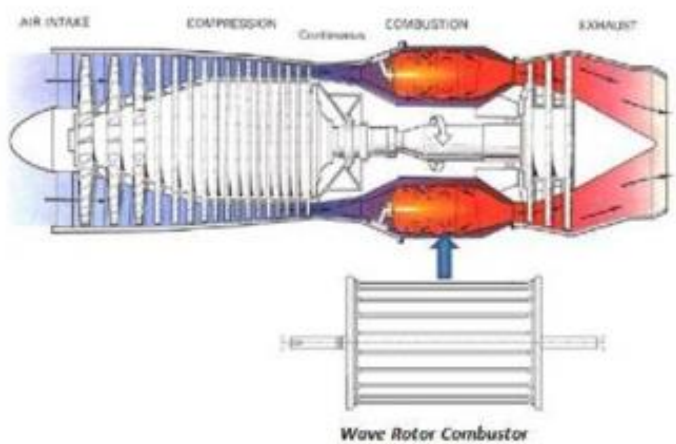


Humphrey cycle

Combinación del ciclo de detonación y el ciclo Brayton

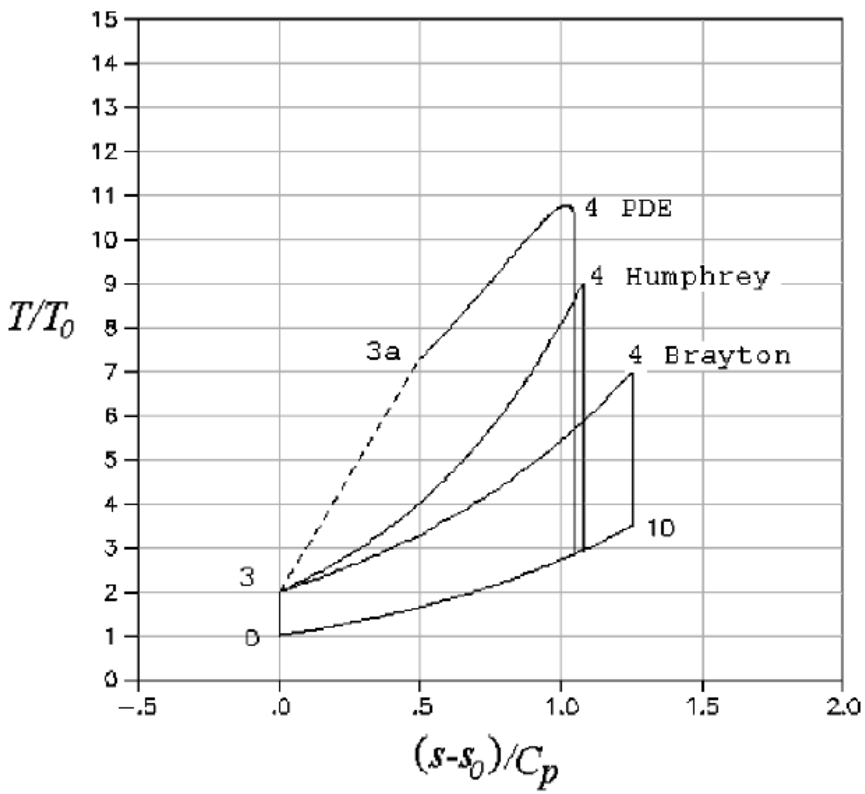


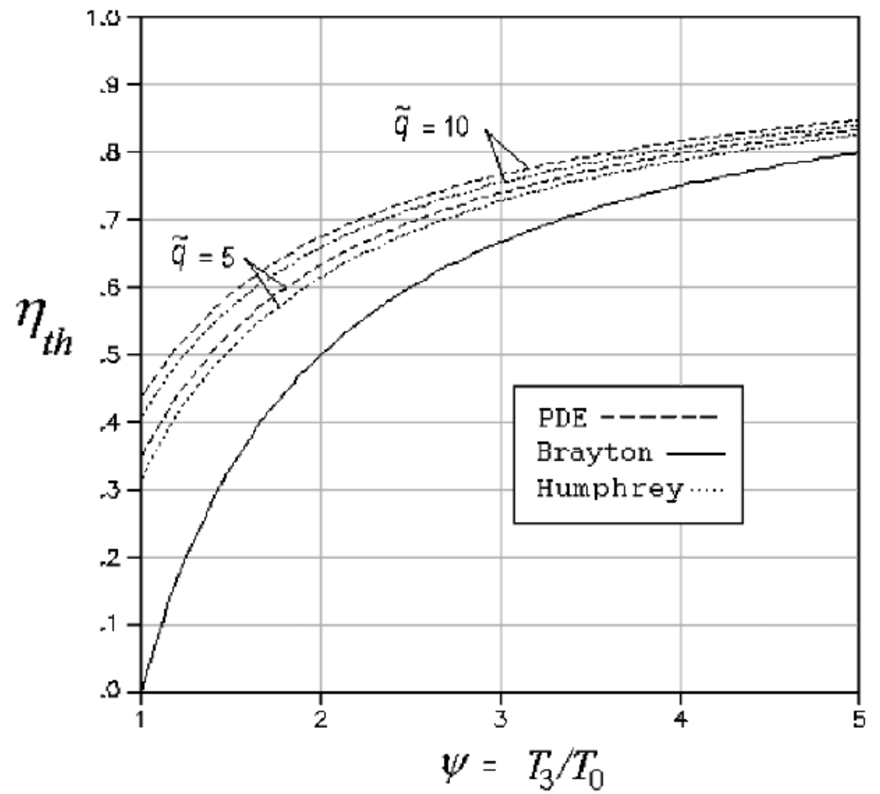




Humphrey cycle

Combinación del ciclo de detonación y el ciclo Brayton





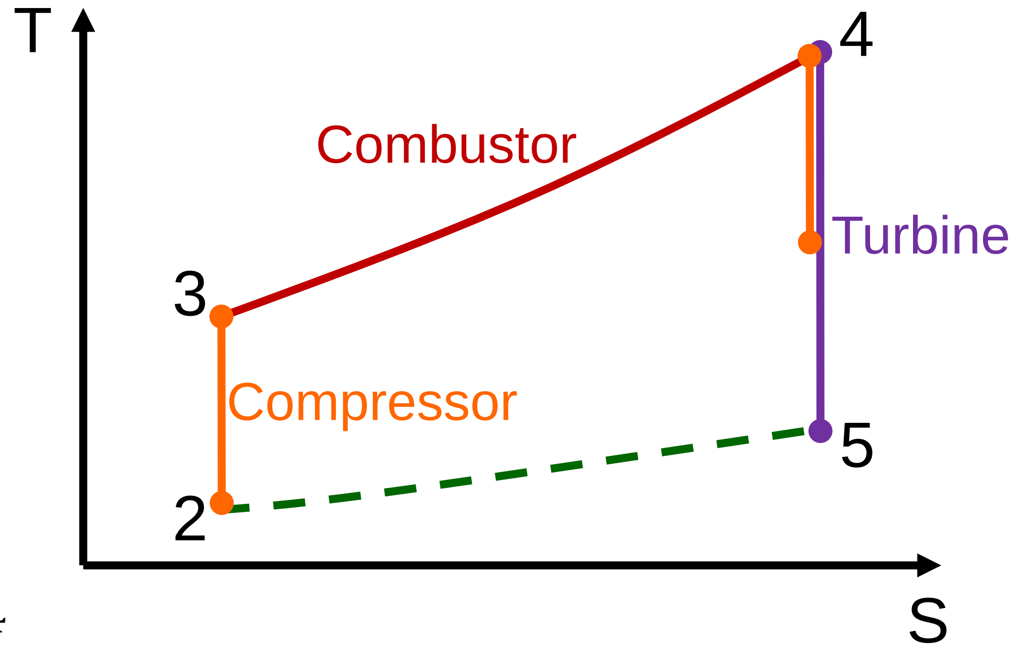
Contenidos

1. Diseño preliminar
2. Ciclo Joule y ciclo de detonación
3. Ciclo Joule ideal
4. Ciclo Joule real
5. Ciclo de detonación ideal
6. Ciclo de detonación real
7. Mejoras al ciclo Joule o al ciclo de detonación

- “Elements of propulsion gas turbine and rockets turbine propulsion” Jack D. Mattingly, Tema 2, 5, 7
- "Gas turbine theory". Cohen, Rogers & Saravanamuttoo. Prentice Hall. Tema 1, 2, 3
- “Aircraft Propulsion”, Saeed Farokhi, Wiley, Tema 4

IDEAL

$$W_u = 1\ MW, \eta_C = 82\%, \eta_T = 90\%$$
$$\pi_c = 20, \dot{m}_a = 2\ kg/s,$$
$$Expansión\ completa\ en\ turbina$$
$$P_0 = P_2$$
$$P_2 = P_5$$
$$P_0 = 1\ bar = 101325\ Pa$$
$$T_0 = 298\ K$$
$$c_p = 1004.5 J/kgK$$
$$c_{p_c} = 1004.5 J/kgK, c_{p_h} = 1400.5\ J/kgK$$



$$P_3 = \pi_c P_2 = 20\ bar \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_p - R} = 1.4$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 701.4\ K$$

$$\Delta h_c = c_p(T_3 - T_2) = 4.05 \frac{x10^5 J}{kgK} * K = 4.05 \frac{x10^5 J}{kg} = 4.05x10^5 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_u = \frac{W_u}{\dot{m}_a} = \frac{1000000}{2} = 5x10^5 \frac{m^2}{s^2} \qquad \Delta h_t = \Delta h_c + \Delta h_u = 9.05\ x10^5 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5) \qquad T_5 = T_4 \left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_4 \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad T_4 = \frac{T_5}{\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

IDEAL

$$T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 701.4\ K$$

$$\Delta h_c = c_p(T_3 - T_2) = 4.05\frac{x10^5 J}{kgK} * K = 4.05\frac{x10^5 J}{kg} = 4.05x10^5\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_u = \frac{W_u}{\dot{m}_a} = \frac{1000000}{2} = 5x10^5\frac{m^2}{s^2} \qquad \Delta h_t = \Delta h_c + \Delta h_u = 9.05\ x10^5\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5) \qquad T_5 = T_4\left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad T_4 = \frac{T_5}{\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

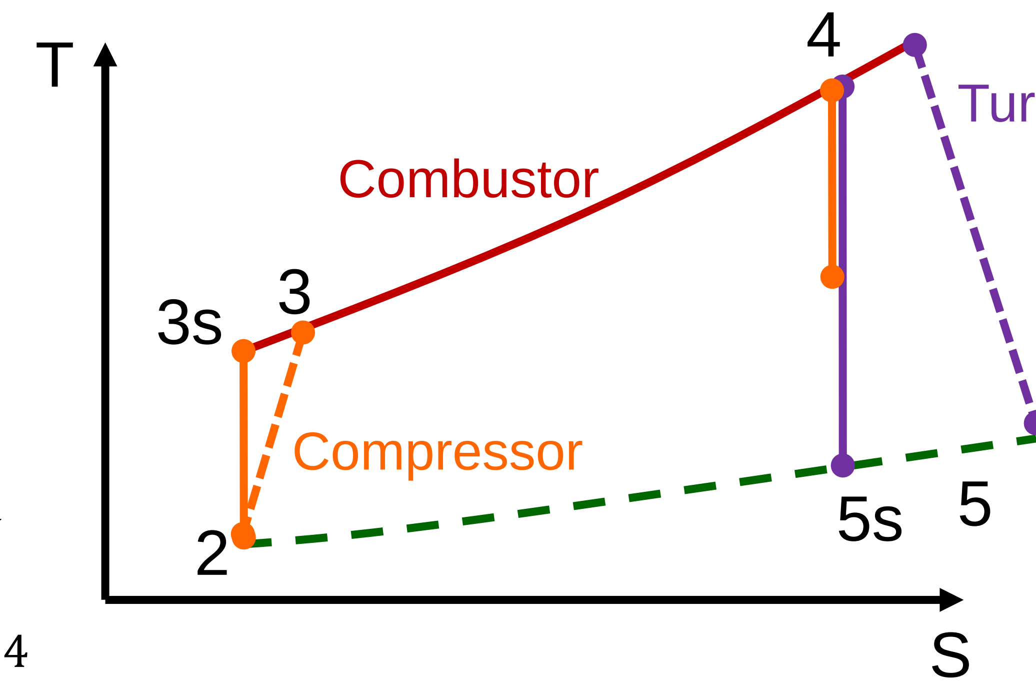
$$9.05\ x10^5 = c_p\left(T_4 - T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

$$T_4 = \frac{9.05x10^5}{c_p\left(1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} = 1566\ K$$

$$T_5 = 1566\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1566\left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{0.4}{1.4}} = 665\ K$$

REAL

$$W_u = 1\,MW, \eta_C = 82\%, \eta_T = 90\%$$
$$\pi_c = 20, \dot{m}_a = 2\,kg/s,$$
$$Expansión\ completa\ en\ turbina$$
$$P_0 = P_2$$
$$P_2 = P_5$$
$$P_0 = 1\,bar = 101325\,Pa$$
$$T_0 = 298\,K$$
$$c_p = 1004.5 J/kgK$$
$$c_{p_c} = 1004.5 J/kgK, c_{p_h} = 1400.5\,J/kgK$$



$$P_3 = \pi_c P_2 = 20\,bar \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_p - R} = 1.4$$

$$T_{3s} = T_2\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 701.4\,K \quad \eta_C = \frac{T_{3s}-T_2}{T_3-T_2} \qquad T_3 = T_2 + \frac{(T_{3s}-T_2)}{\eta_C} = 298 + \frac{403}{0.82} = 789.9K$$

$$\Delta h_c = c_p(T_3 - T_2) = 1004.5 * (798.9 - 298) = 4.94x10^5\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_u = \frac{W_u}{\dot{m}_a} = \frac{1000000}{2} = 5x10^5\,\frac{m^2}{s^2} \qquad \Delta h_t = \Delta h_c + \Delta h_u = 9.94\,x10^5\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5) \qquad T_5 = T_4\left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \; T_4 = \frac{T_5}{\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

REAL

$$P_3 = \pi_c P_2 = 20\ bar \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_p - R} = 1.4$$

$$T_{3s} = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 701.4\ K \quad \eta_C = \frac{T_{3s}-T_2}{T_3-T_2} \qquad T_3 = T_2 + \frac{(T_{3s}-T_2)}{\eta_C} = 298 + \frac{403}{0.82} = 789.9K$$

$$\Delta h_c = c_p(T_3 - T_2) = 1004.5 * (798.9 - 298) = 5x10^5\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_u = \frac{W_u}{\dot{m}_a} = \frac{1000000}{2} = 5x10^5\,\frac{m^2}{s^2} \qquad \Delta h_t = \Delta h_c + \Delta h_u = 9.94\ x10^5\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5) \qquad T_{5s} = T_4\left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_t = \frac{T_4-T_5}{T_4-T_{5s}}\ ; T_5 = T_4 - \eta_t(T_4 - T_{5s}) = T_4 - \eta_t\left(T_4 - T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) = T_4\left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right)$$

$$\Delta h_t = c_p\left(T_4 - T_4\left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right)\right) = c_pT_4\left(1 - \left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right)\right)$$

$$T_4 = \frac{\Delta h_t}{c_p\left(1-\left(1-\eta_t\left[1-\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right)\right)} = \frac{9.94x10^5}{1004.5\left(1-\left(1-0.9\left[1-\left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}\right]\right)\right)} = 1912\ K$$

V1 -> $\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5)\ ; T_5 = T_4 - \frac{\Delta h_t}{c_p} = 922\ K$

V2 -> $T_{5s} = T_4\left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 812\ K\ ; T_5 = T_4 - \eta_t(T_4 - T_{5s}) = 922K$

REAL-Cp variable

$$P_3 = \pi_c P_2 = 20\ bar \qquad \gamma_c = \frac{c_{p_c}}{c_{p_c} - R} = 1.4 \qquad \gamma_h = \frac{c_{p_h}}{c_{p_h} - R} = 1.26$$

$$T_{3s} = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma_C - 1}{\gamma_C}} = 701.4\ K\ \eta_C = \frac{T_{3s} - T_2}{T_3 - T_2} \qquad T_3 = T_2 + \frac{(T_{3s} - T_2)}{\eta_C} = 298 + \frac{403}{0.82} = 789.9K$$

$$\Delta h_c = c_{p_c}(T_3 - T_2) = 1004.5 * (798.9 - 298) = 5x10^5\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_u = \frac{W_u}{\dot{m}_a} = \frac{1000000}{2} = 5x10^5\ \frac{m^2}{s^2} \qquad \Delta h_t = \Delta h_c + \Delta h_u = 9.94\ x10^5\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Delta h_t = c_{ph}(T_4 - T_5) \qquad T_{5s} = T_4 \left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}} = T_4 \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}}$$

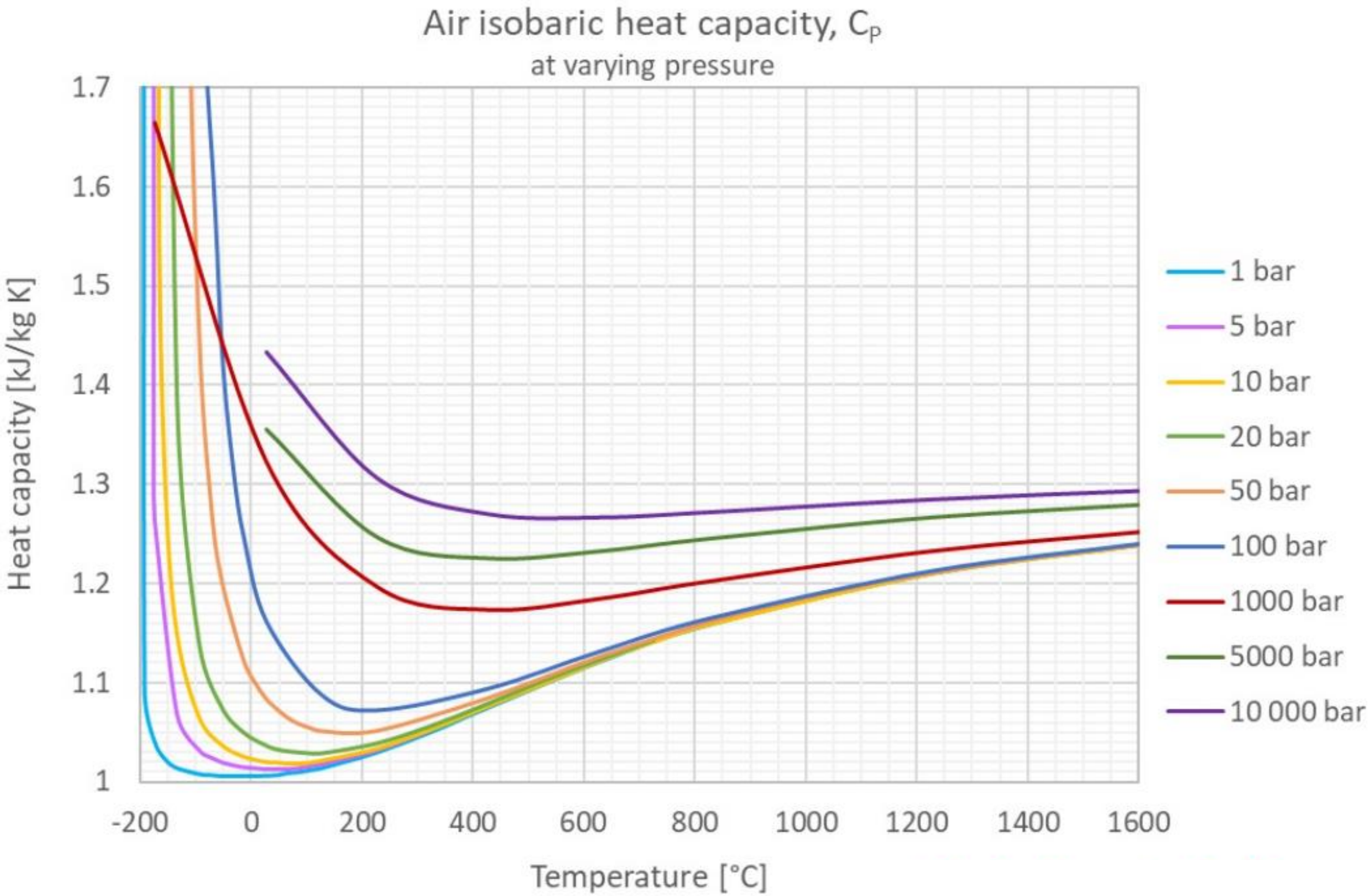
$$\eta_t = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5s}}\ ; T_5 = T_4 - \eta_t(T_4 - T_{5s}) = T_4 - \eta_t\left(T_4 - T_4\left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}}\right) = T_4\left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}}\right]\right)$$

$$\Delta h_t = c_{ph}\left(T_4 - T_4\left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}}\right]\right)\right) = c_{ph}T_4\left(1 - \left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]\right)\right)$$

$$T_4 = \frac{\Delta h_t}{c_{ph}\left(1 - \left(1 - \eta_t\left[1 - \left(\frac{1}{\pi_c}\right)^{\frac{\gamma_h - 1}{\gamma_h}}\right]\right)\right)} = \frac{9.94x10^5}{1400.5\left(1 - \left(1 - 0.9\left[1 - \left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{0.26}{1.26}}\right]\right)\right)} = 1720\ K$$

V1 -> $\Delta h_t = c_p(T_4 - T_5)\ ; T_5 = T_4 - \frac{\Delta h_t}{c_p} = 1009\ K$

V2 -> $T_{5s} = T_4 \left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 930\ K\ ; T_5 = T_4 - \eta_t(T_4 - T_{5s}) = 1009K$


Air isobaric heat capacity, C_P
at varying pressure
Heat capacity [kJ/kg K]
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1
-200
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Temperature [°C]
1 bar
5 bar
10 bar
20 bar
50 bar
100 bar
1000 bar
5000 bar
10 000 bar