

Sistemas de Propulsión

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones



Motor Turbojet

Jorge Saavedra

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones



Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



Actuaciones de un aerorreactor es el **comportamiento del motor dentro de su envuelta de vuelo** y bajo toda **condición de operación** que permitan sus **controles**.

El **cálculo de las actuaciones** de aerorreactores es el conocimiento de las características de los mismos como función de las condiciones de vuelo (**altitud, velocidad de vuelo**) y de su **mecanismo de regulación**.

Tradicionalmente el estudio de las actuaciones de un aerorreactor incluye

- Punto de diseño (Design)
- Fuera del punto de diseño (Off-Design)
- Transitorios

Los estudios de actuaciones juegan un papel central en casi todos los tramos del **ciclo de vida de un motor**.

El estudio de actuaciones puede ser aplicado a un gran número de propósitos contribuyendo a **reducir los tiempos de desarrollo del motor**.

El estudio de actuaciones es necesario para:

- **Diseño del motor:** Predecir el comportamiento del motor en todos los segmentos de vuelo que definan la misión para asegurar que se cumplen los requerimientos asignados a la aeronave
- **Diseño de los componentes:** Establecer los escenarios de diseño de los diferentes elementos del motor, determinando las situaciones más exigentes y las especificaciones de diseño básicas que permitan el posterior diseño en detalle.
- **Leyes de control:** Anticipar/establecer las leyes de control del motor que permitan su operación eficiente y segura.
- **Ensayos:** Diseño, planificación e interpretación de ensayos
- **Instalación:** Cálculo de las actuaciones del sistema avión-motor y suministro del programa de simulación de motor al operador

1. Actuación y operación del motor turbojet

Las prestaciones del motor turbojet en vuelo dependen de un gran número de variables, tales como:

- Velocidad de vuelo
- Rendimiento de los componentes (η_d , η_c , η_t , η_n)
- Eficiencia de la combustión
- Relación de compresión
- Relación de temperaturas del ciclo

En este tema estudiaremos las prestaciones del motor turbojet en el punto de diseño cuando el empuje es idéntico a la resistencia

1. Actuación y operación del motor turbojet

Repaso de los parámetros de rendimiento

Rendimiento motor/térmico

$$\eta_{th} = \frac{V_0(E_\pi + E_\sigma) + \frac{1}{2}\dot{m}_\pi(1+f)(V_9 - V_0)^2 + \frac{1}{2}\dot{m}_\sigma(V_{19} - V_0)^2}{\dot{m}_f L}$$

Rendimiento propulsivo

$$\eta_p = \frac{V_0(E_\pi + E_\sigma)}{V_0(E_\pi + E_\sigma) + \frac{1}{2}\dot{m}_\pi(1+f)(V_9 - V_0)^2 + \frac{1}{2}\dot{m}_\sigma(V_{19} - V_0)^2}$$

Rendimiento motopropulsivo/global

$$\eta_o = \frac{\text{Potencia a la aeronave}}{\text{Potencia suministrada por el combustible}} = \frac{EV_0}{\dot{m}_f L}$$

Prestaciones del motor turbojet en diseño

Estudio del efecto de cada uno de los siguientes parámetros sobre las prestaciones en el punto de diseño del motor turbojet

- a) Relación de presiones del compresor
- b) Relación de temperaturas del ciclo y relación de compresión
- c) Velocidad de vuelo
- d) Temperatura de entrada a la turbina
- e) Flujo másico
- f) Eficiencias de compresor y turbina
- g) Efecto de la relación de compresión sobre el peso del motor

1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

a) Relación de presiones del compresor ($V_0 = \text{cte}$)

$$\alpha = T_{4t}/T_0$$

$$(\eta_o, \lambda) = f(\pi_c)$$

$$\lambda = \frac{\text{Empuje}}{\text{Gasto Masico} \times c_0} = \frac{E}{m_a V_0}$$

Para un ciclo dado

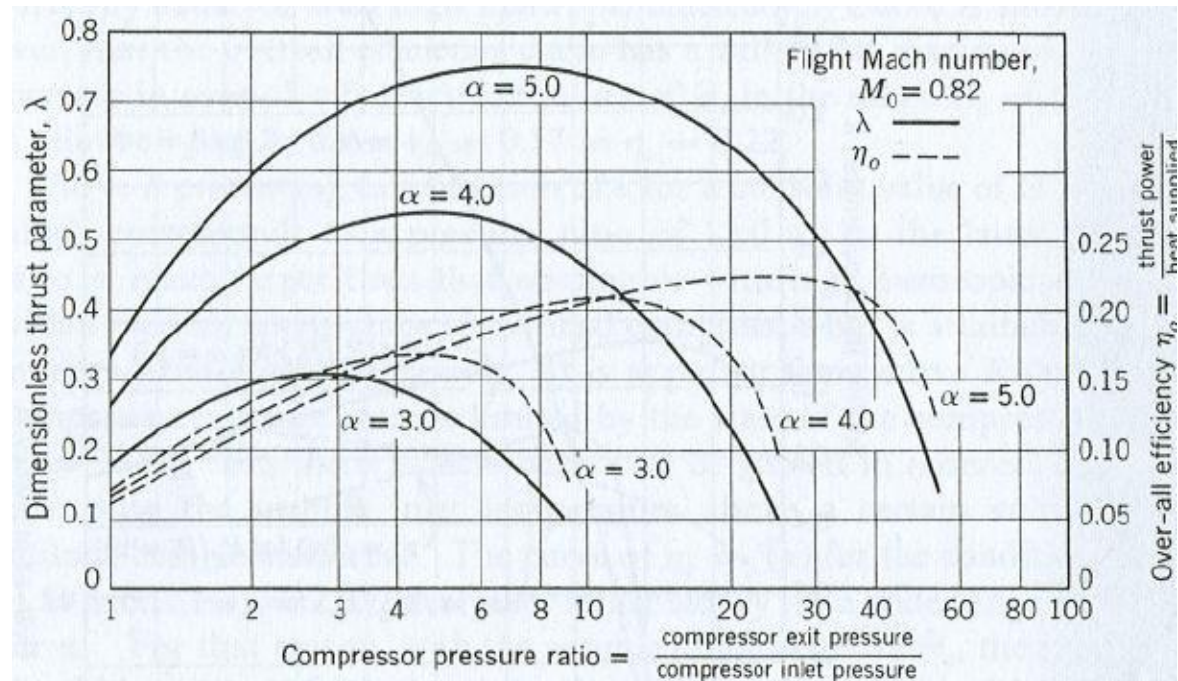
$$\eta_d = 0.85; \eta_c = 0.83; \eta_t = 0.83;$$

$$\eta_B = 0.96; \eta_B = 0.96; \eta_m = 0.96;$$

$$M_0 = 0.82$$

$$m_a \gg m_f \rightarrow m_f \sim 0$$

Sin pérdidas de presión



$$\alpha = T_{04}/T_0$$

$$\eta_o \max, \lambda \max$$

ocurren para valores de relación de presión (π_c) diferentes, siendo más alto para $\eta_o \max$

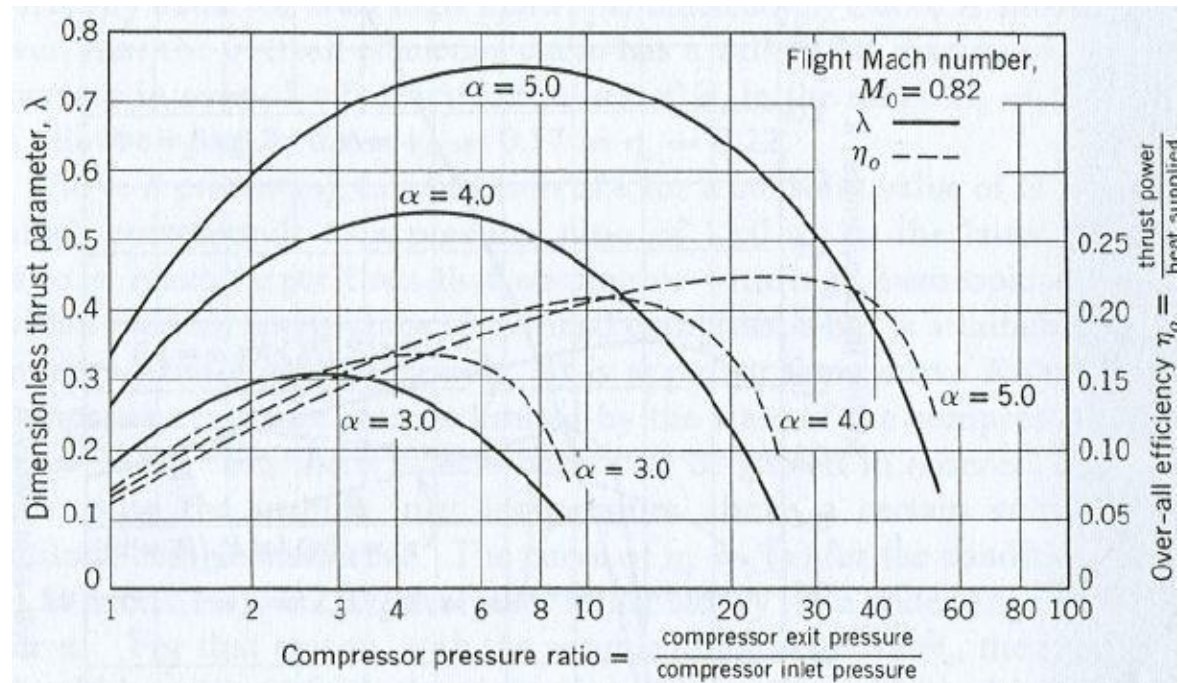
Prestaciones del motor turbojet en diseño

a) Relación de presiones del compresor ($V_0 = cte$)

$$(\eta_o, \lambda) = f(\pi_c)$$

La relación de temperaturas $\alpha = T_{04}/T_0$ influye sobre las relaciones de compresión para las que se obtienen $\eta_o \max, \lambda_{\max}$

$\alpha \uparrow \rightarrow \pi_{c, \text{optimos}} \uparrow$

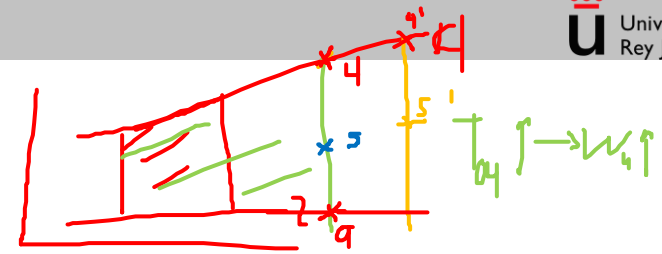


Además, para π_c superiores a λ_{\max} el consumo específico continua disminuyendo sin afectar tanto al empuje no dimensional

Por tanto en muchas ocasiones se selecciona una relación de compresión mas alta para reducir el consumo aunque el empuje específico no sea optimo

1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño



b) Efecto de la relación de temperaturas del ciclo y de la relación de compresión

($V_0 = \text{cte}$)

(η_o, λ) = $f(\alpha, \pi_c)$

Para un ciclo dado

$\eta_d = 0.91; \eta_c = 0.85; \eta_t = 0.96;$

$\gamma = 1.4 \quad z = 30000 \text{ pies};$

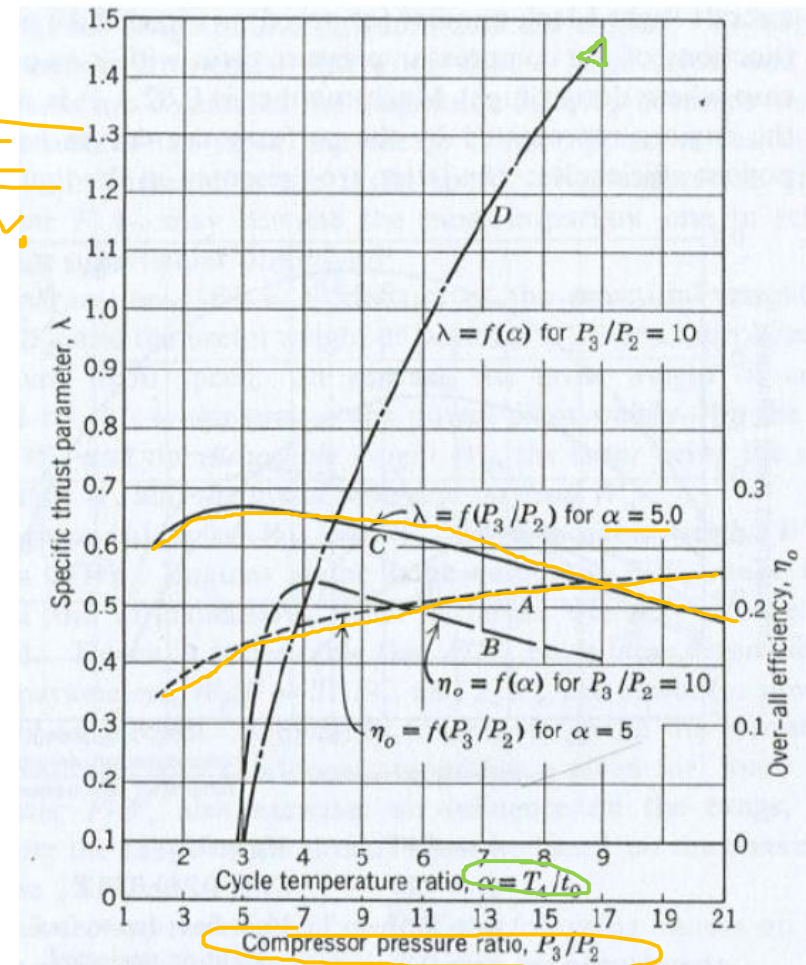
$\eta_m = 0.93; M_0 = 0.82$

$m_a \gg m_f \rightarrow m_f \sim 0$

La relación de compresión provee η_o creciente para $\alpha = \text{cte}$ en el rango estudiado. Si aumentara π_c se alcanzaría un máximo. Sin embargo, si existe un η_o máximo muy claro si para una $\pi_c = \text{cte}$ variamos α . Esto se explica porque η_p disminuye

Sobre λ es claro que es α (curva D) el parámetro más importante

$\frac{F}{\dot{m}_0 V_0}$

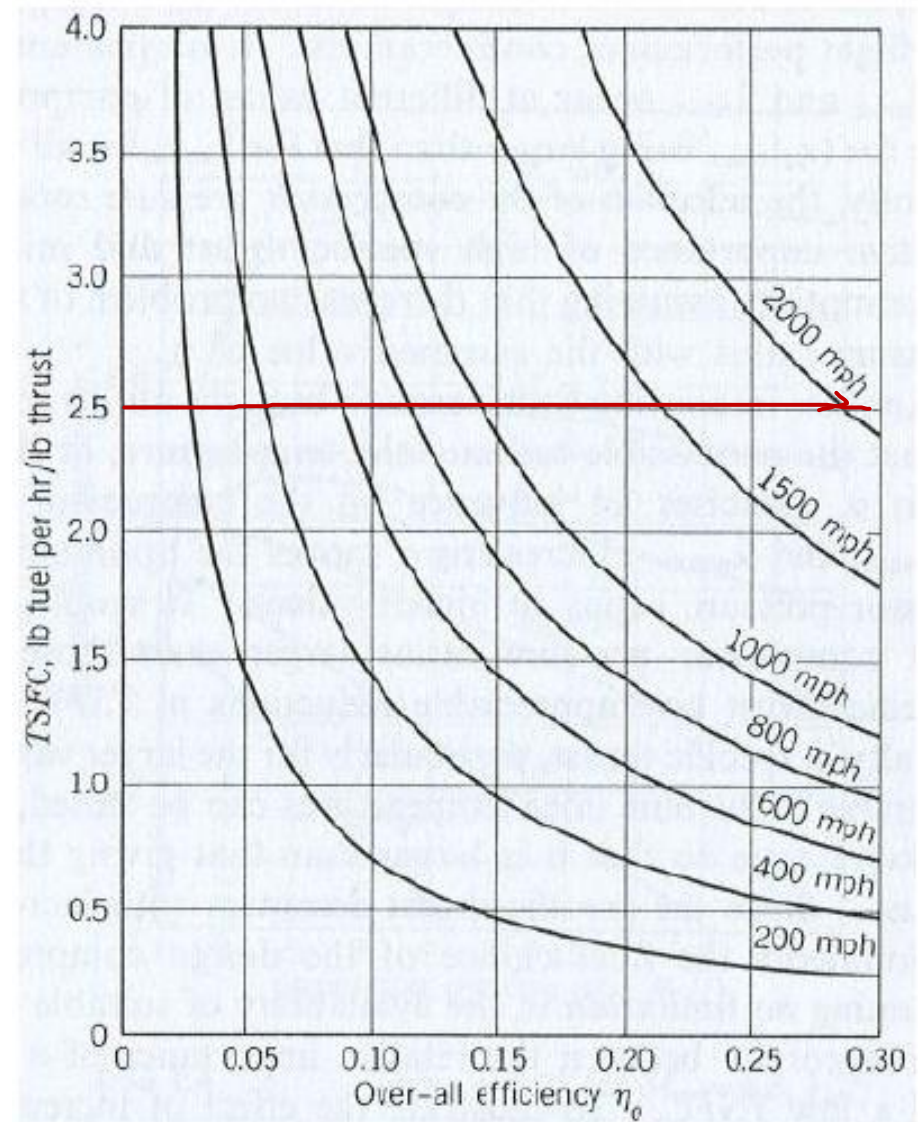


Prestaciones del motor turbojet en diseño

c) Efecto de la velocidad de vuelo

$$TSFC = SFC = \frac{\dot{m}_f}{E} = \frac{V_0}{\eta_0 L}$$

$$\eta_0 = \frac{EV_0}{\dot{m}_f L} = \frac{1}{TSFC} V_0 / L$$



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

c) Efecto de la velocidad de vuelo

$$(\lambda) = f(\pi_c, M_0)$$

Para un ciclo dado

$$\eta_c = 0.85; \eta_t = 0.90; \gamma = 1.4$$

$$\eta_m = 0.93; \alpha = 5.0$$

$$\eta_d = 0.91 \quad M_0 \in (0.8 - 1.2)$$

$$\eta_d = 0.90 \quad M_0 \in (1.2 - 1.6)$$

$$\eta_d = 0.89 \quad M_0 \in (1.6 - 2.0)$$

$$\eta_d = 0.88 \quad M_0 \in (2.0 - 2.4)$$

$$\lambda = 10.5$$

$$\pi_d = 1$$

$$\pi_c = 11$$

$$M_0 = 2 \quad \lambda = 0.5$$

$$\pi_c = 11$$

$$\pi_d > 2$$

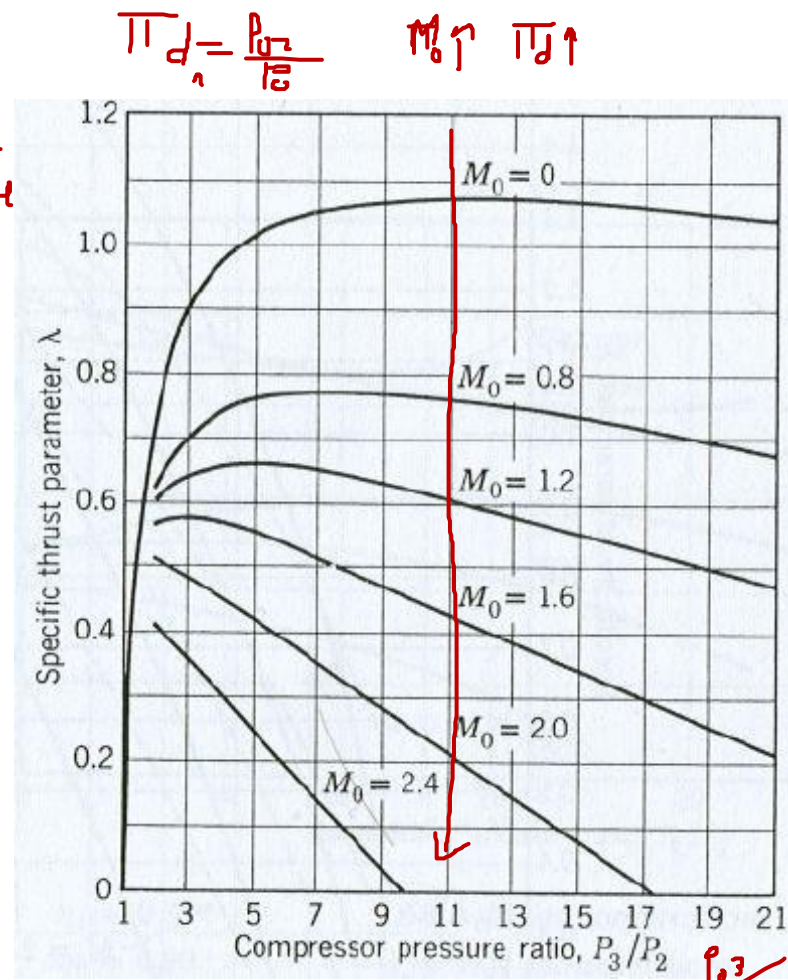
Los valores máximos de λ disminuyen con M_0 .

$$\pi_T = \pi_c \pi_d$$

$$\pi_T = 11 \times 1 = 11$$

$$\pi_T = 11 \times 2 = 22$$

A medida que M_0 se incrementa, la relación de temperaturas en el difusor también lo hace y con ella T_{3t} . Por lo que, a $\alpha = \text{cte}$, el trabajo aportado por el ciclo disminuye, pero también se inyecta menos combustible



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

c) Efecto de la velocidad de vuelo

$$(\lambda) = f(\pi_c, M_0, \alpha)$$

Para un ciclo dado

$$\eta_c = 0.85; \eta_t = 0.90; \gamma = 1.4$$

$$\eta_m = 0.93;$$

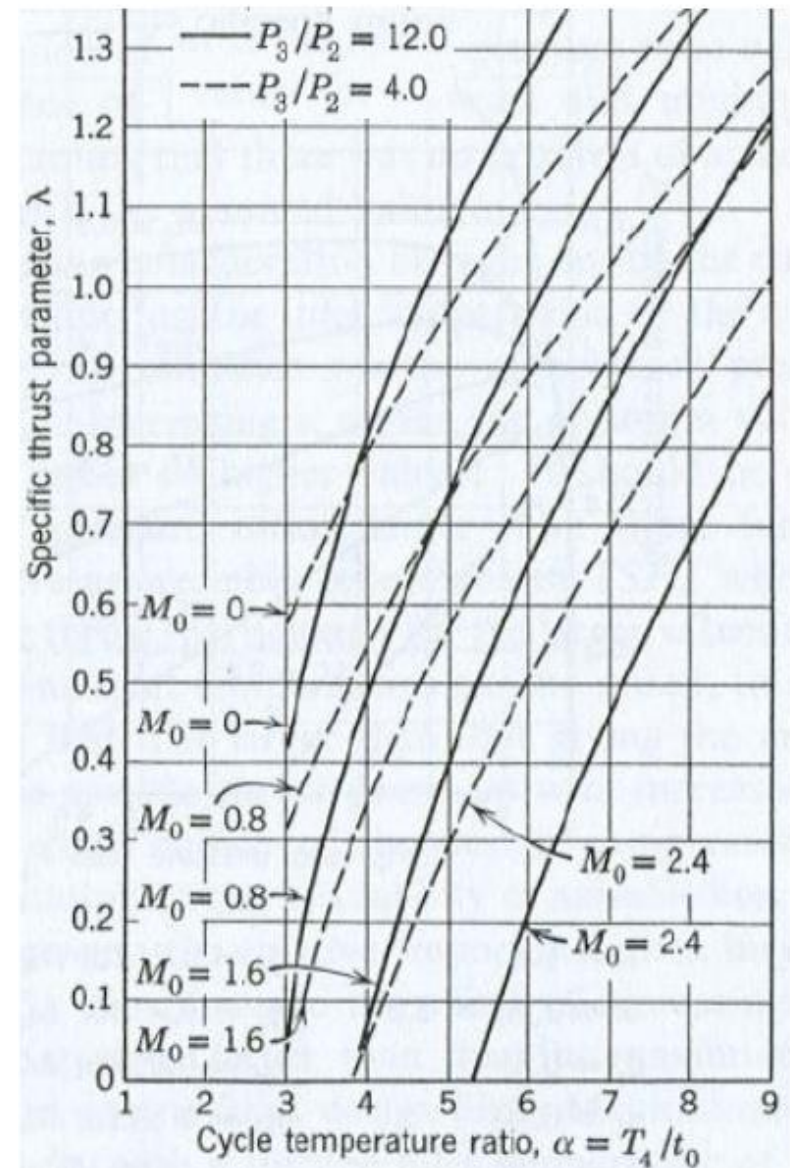
$$\eta_d = 0.91 M_0 \in (0 - 0.8)$$

$$\eta_d = 0.90 M_0 \in (0.8 - 1.6)$$

$$\eta_d = 0.88 M_0 \in (1.6 - 2.4)$$

De nuevo, λ disminuye para aumentos de M_0 para α y π_c constantes

Independientemente del valor de M_0 , el aumento de α supone obtener mayor λ .

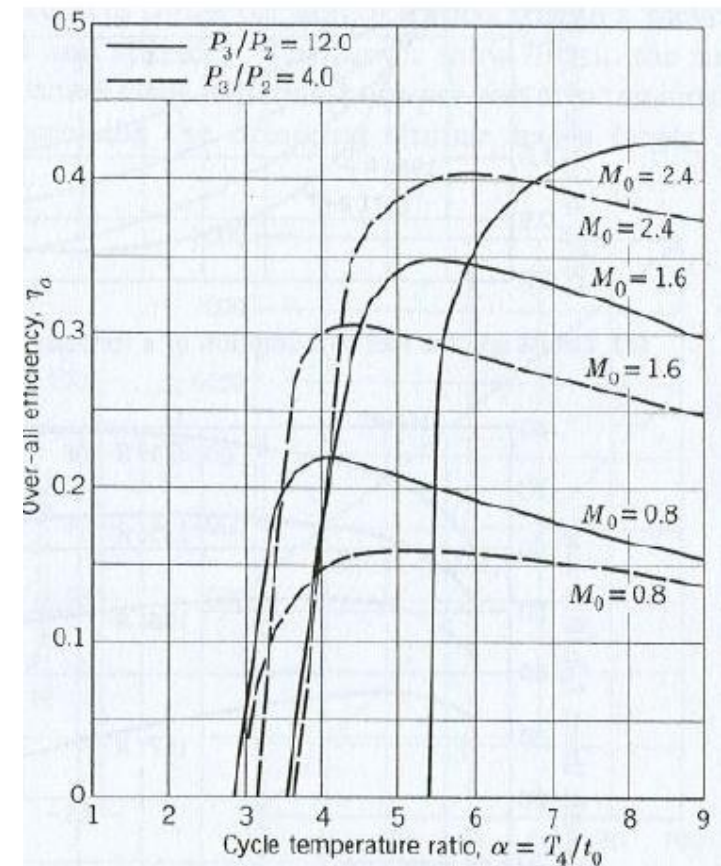
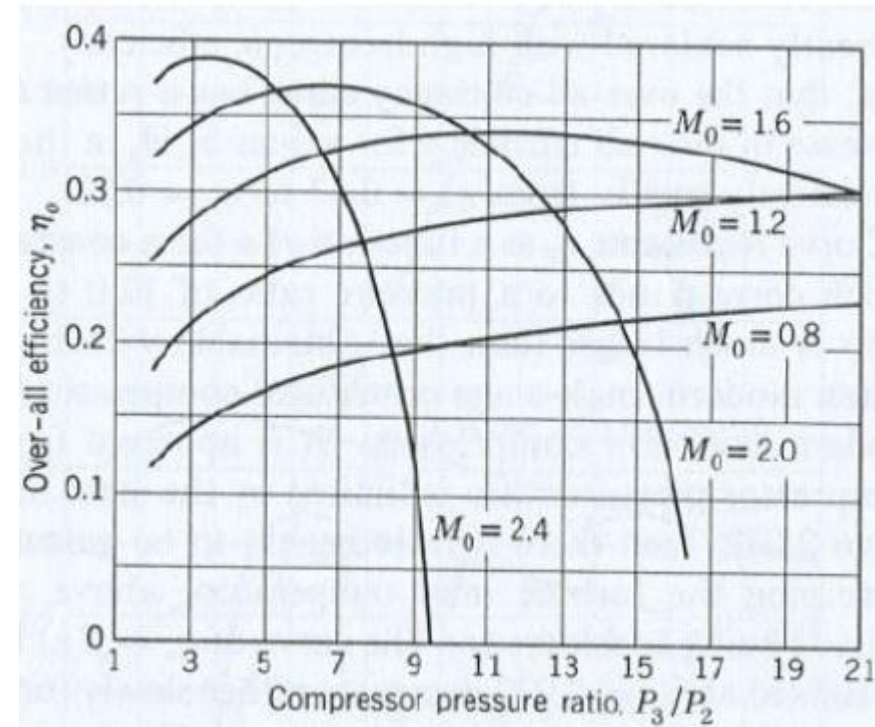


Prestaciones del motor turbojet en diseño

c) Efecto de la velocidad de vuelo

$$(\eta_o)=f(M_0, \pi_c)$$

$$(\eta_o)=f(M_0, \pi_c, \alpha)$$



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

$$\text{Empuje Específico} = \frac{E}{\dot{m}_a}$$

c) Efecto de la velocidad de vuelo
& d) Temperatura de entrada a la turbina

$$(TSFC, I_a) = f(T_4, \pi_c)$$

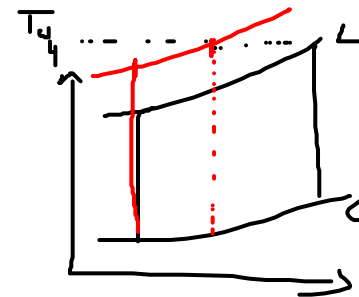
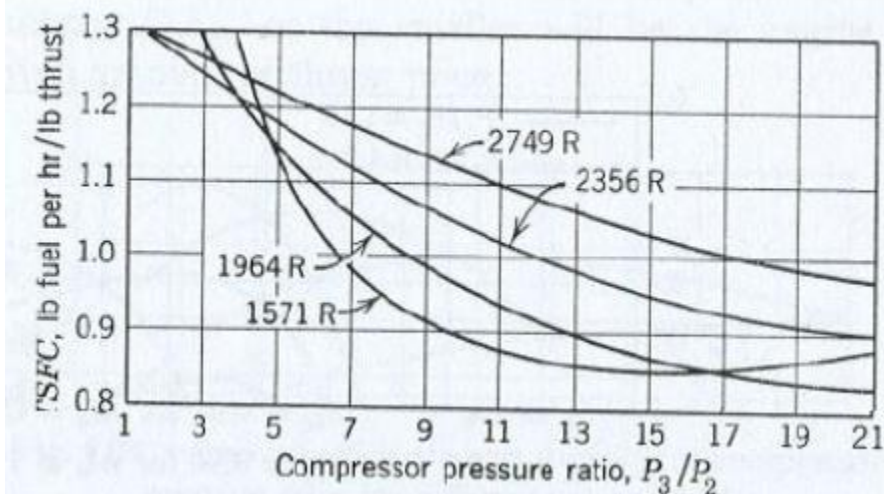
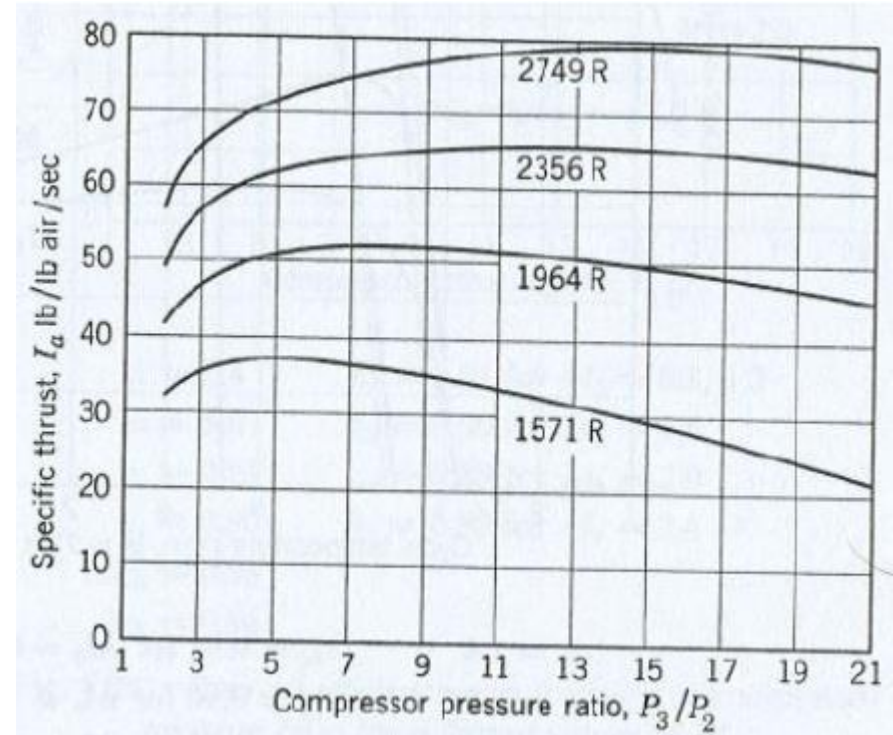
Para un ciclo dado

$$\eta_c = 0.85; \eta_t = 0.90; \gamma = 1.4$$

$$\eta_m = 0.83; \eta_d = 0.91$$

$$\eta_B = 0.95; T_4 = 2000 \text{ R}$$

$$z = 40000 \text{ pies}$$



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

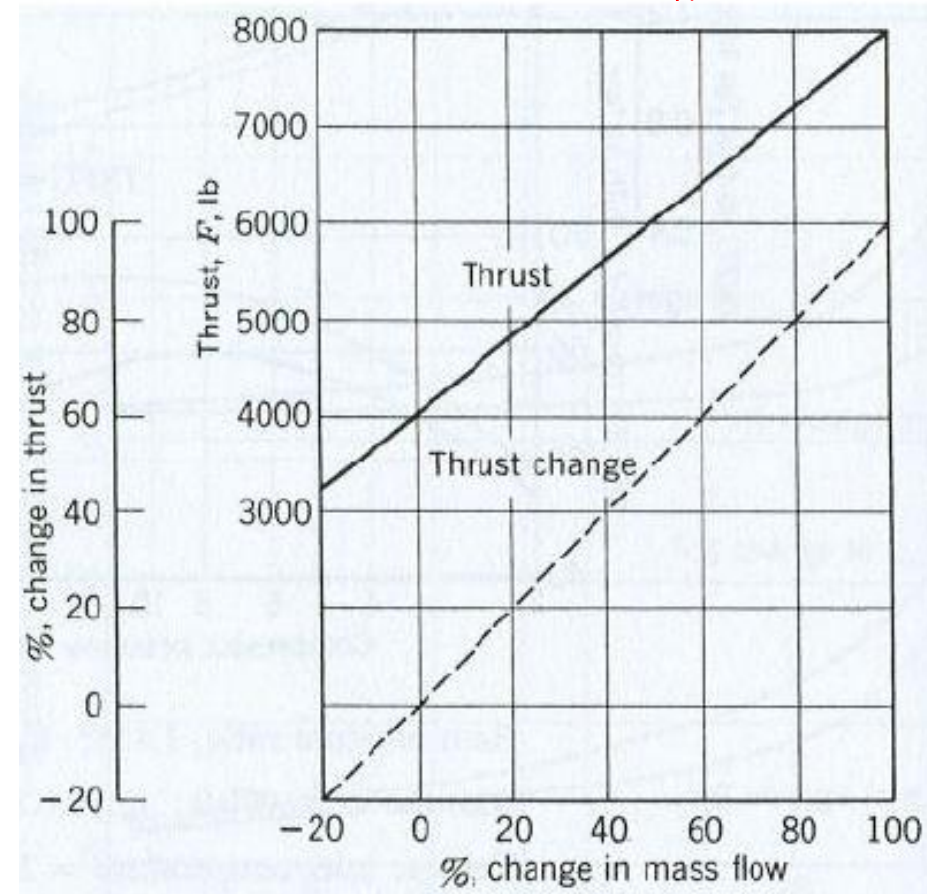
e) Efecto del flujo másico

$$E = f(m_a)$$

$$E = ((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0) + A_9(P_9 - P_0)$$

$$m_a(v_9 - v_0)$$

Como se refleja en la ecuación del empuje, este aumenta proporcionalmente con el gasto masico para un ciclo con el resto de parámetros constante



Prestaciones del motor turbojet en diseño

e) Efecto del flujo másico

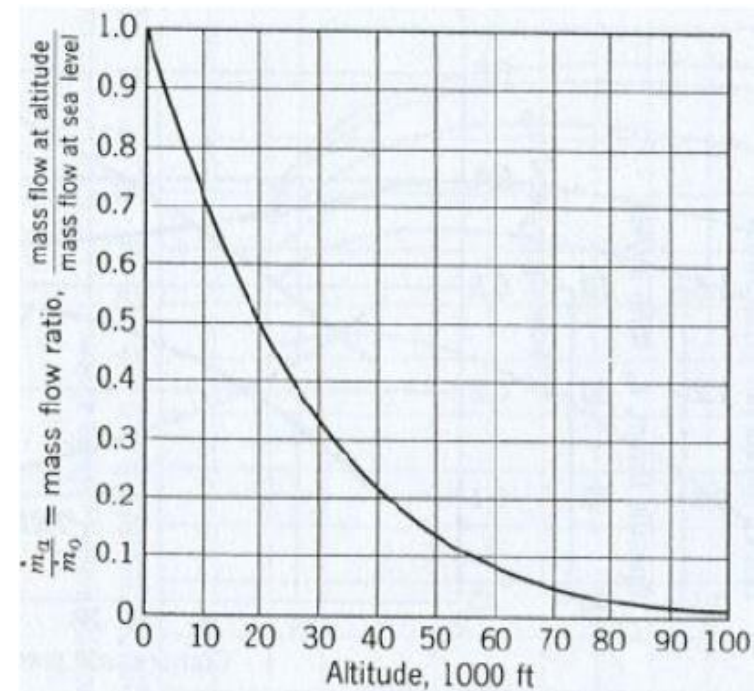
Aproximación de la influencia de la altitud sobre el flujo másico, suponiendo

Asumiendo que la geometría del motor se adapta para que el flujo másico esté determinado el cambio de altitud de vuelo, se tiene

Tobera de geometría variable

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_{sl}} = \frac{A\rho_0 M_0 \sqrt{\gamma R T_0}}{A\rho_{sl} M_0 \sqrt{\gamma R T_{sl}}} = \frac{\rho_0 \sqrt{T_0}}{\rho_{sl} \sqrt{T_{sl}}}$$

\dot{m}_{sl} = Gasto a nivel del mar



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

f) Efecto de las eficiencias de compresor y turbina

Comparación entre compresión y expansión ideales frente a la existencia de pérdidas ($\eta_s < 1$).

Para un ciclo dado

Ram pressure ratio, $\pi_d = \frac{P_{02}}{P_0} = 1.436$,

$V_0 = 500$ mph

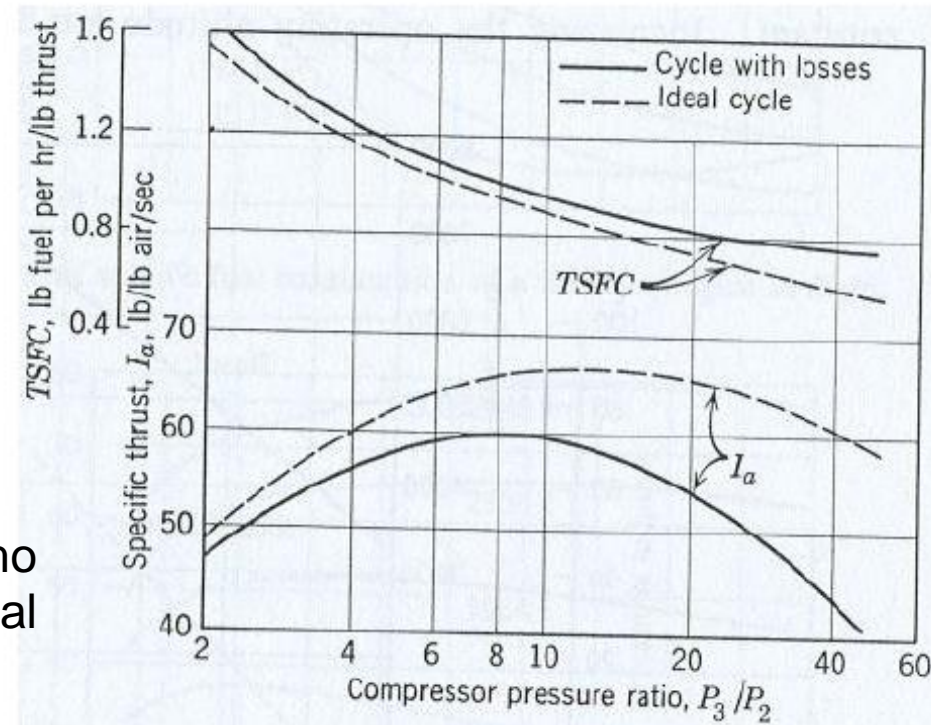
$\eta_c = 0.85$; $\eta_t = 0.90$; $\gamma_{comp} = 1.4$

$\gamma_{exp} = 1.34$; $\eta_m = 0.83$; $\eta_d = 0.91$

$\eta_B = 0.95$;

$z = 30000$ pies

- En ambos casos se observa un máximo para I_{sp} , aunque en el caso del ciclo real se obtiene a menor π_c .
- En el caso del TSFC se observa que se obtiene un consumo mayor en el caso real.



1. Actuación y operación del motor turbojet

Prestaciones del motor turbojet en diseño

$$TSFC = \frac{f}{\frac{E}{\eta_p}}$$

f) Efecto de las eficiencias de compresor y turbina

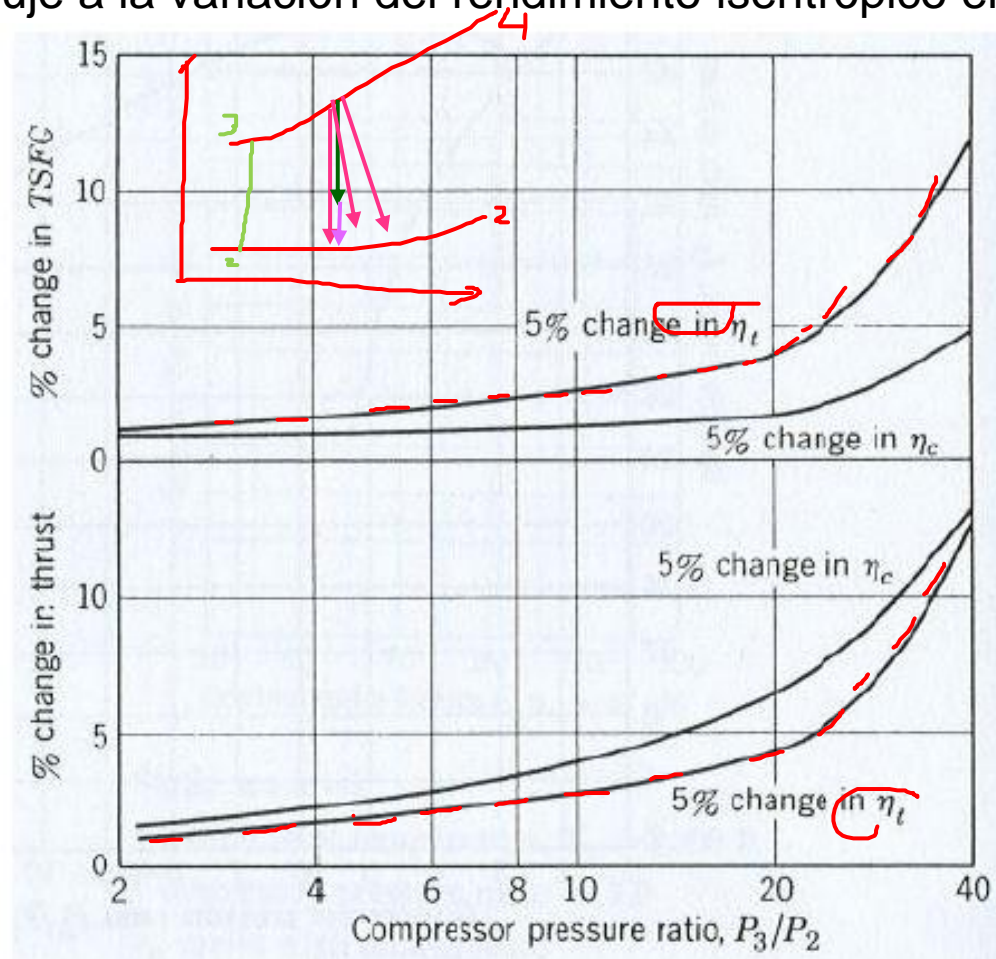
Sensibilidad del TSFC y del empuje a la variación del rendimiento isentrópico en compresor y turbina.

$$\eta_c = 0.85 - 0.9;$$

$$\eta_t = 0.90 - 0.95;$$

Conclusiones:

- A grandes π_c un aumento del 5% en el rendimiento de la turbina o del compresor, lleva aparejado un gran cambio en empuje y consumo específico.
- Como se ve, el TSFC es más sensible al rendimiento de la turbina.

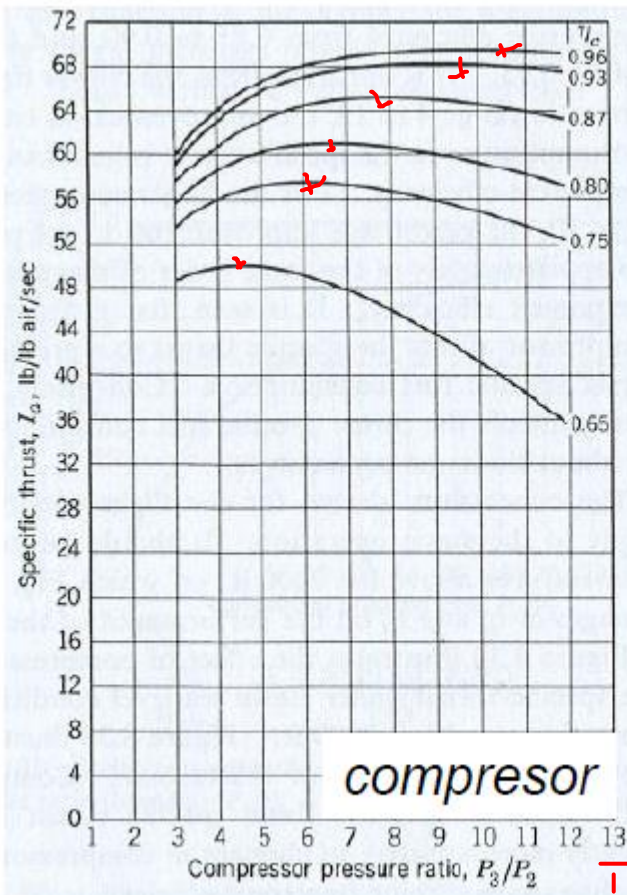


1. Actuación y operación del motor turbojet

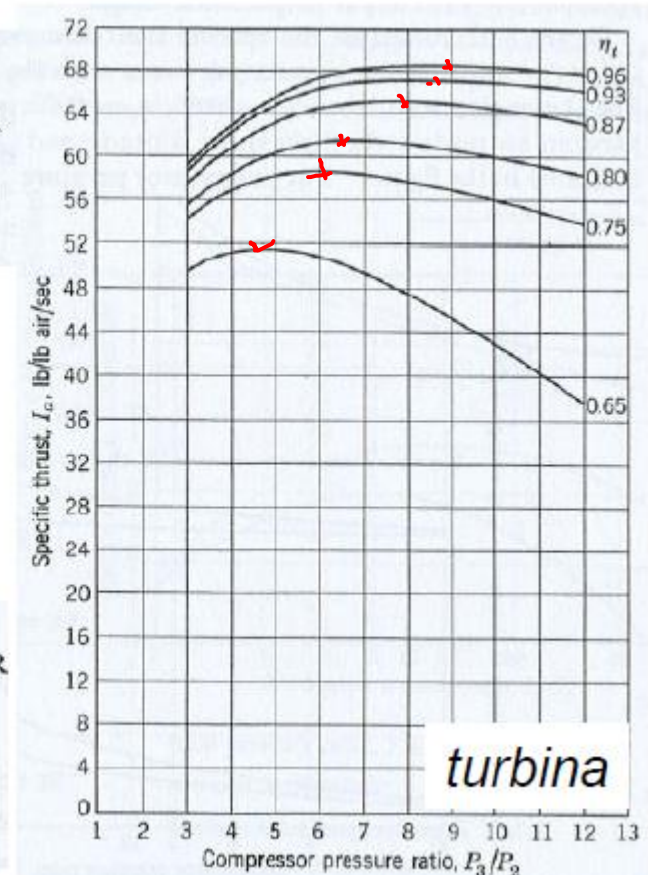
Prestaciones del motor turbojet en diseño

f) Efecto de las eficiencias de compresor y turbina

Sensibilidad a la variación del rendimiento isentrópico



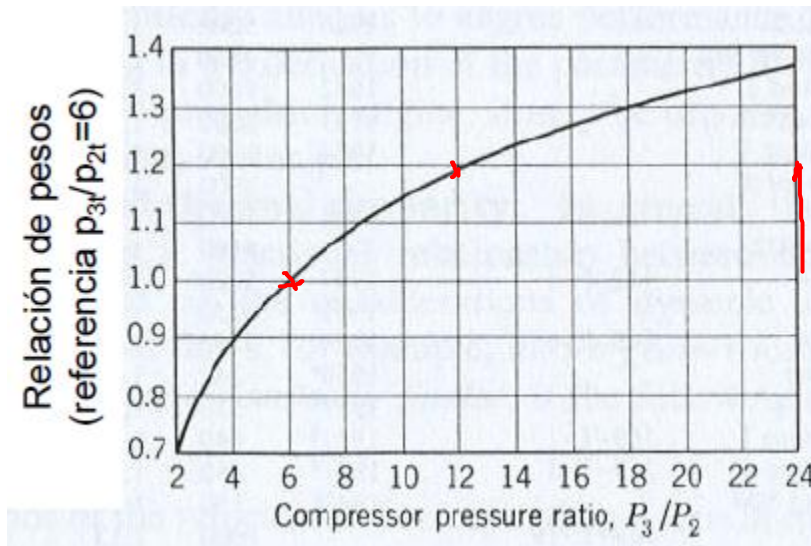
$$\pi_c \eta_c = 1$$



Prestaciones del motor turbojet en diseño

f) Efecto de las eficiencias de compresor y turbina

Es posible correlacionar el peso de un motor turbojet con la relación de compresión en el punto de diseño.



$$\pi_c' = 2\pi_c \Rightarrow W' > 1.2W$$

$$\frac{E}{W}$$

$$\pi_c \uparrow E_{t_{p_{3-4}}} \uparrow$$

La elección de la relación de compresión de un motor deberá tener en cuenta no solo el compromiso entre empuje y TSFC obtenido, sino también la variación en peso que supone para el motor la elección de una u otra relación de compresión, ya que se estará afectando al peso útil disponible en el avión.

Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



Sistemas incrementadores de empuje

Desde el desarrollo inicial del turbojet ha existido un interés considerable en el desarrollo de sistemas que permitan incrementar el empuje en las fases de despegue, ascenso y velocidad máxima durante un corto período de tiempo

$$E = \left((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0 \right) + A_9(P_9 - P_0)$$

Los métodos de incremento de empuje no pueden basarse en el rediseño del motor para dotar del empuje necesario en una situación puntual, pues este tipo de soluciones supondría un mayor coste, más área frontal, mayor consumo y mayor peso, para la mayoría de condiciones de vuelo, que supondría carga parcial

Las posibles técnicas de aumento de empuje se basan en:

- Incrementar la velocidad de salida aumentando la temperatura a la entrada de la tobera: post-combustión
- Incrementar el gasto másico: Inyección de agua
- Motores auxiliares

Sistemas incrementadores de empuje

$$m_a(v_9 - v_0)$$

$$\frac{E}{W}$$

Inyección de agua

$$E = ((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0) + A_9(P_9 - P_0)$$

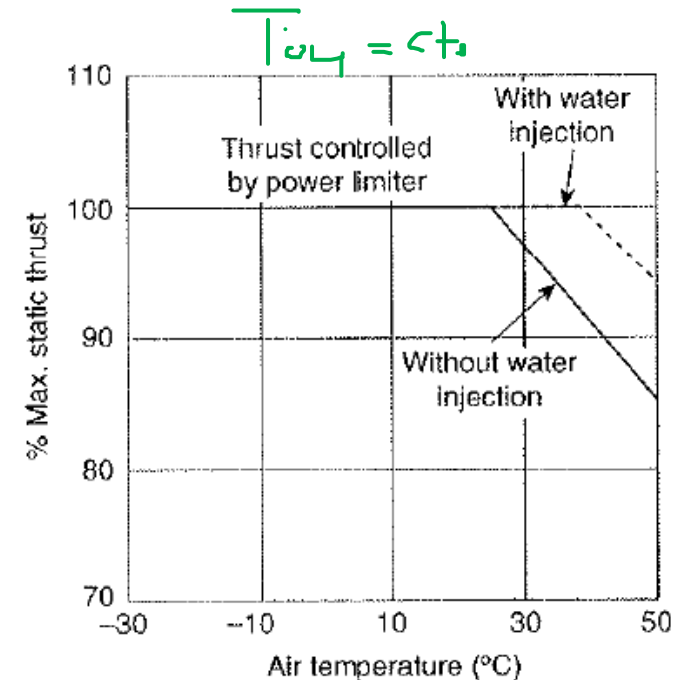
$$m_a + m_f + m_w$$

Se basa en el aumento de la densidad del flujo, ya que la presencia de agua disminuye la temperatura del flujo másico

Utilizada especialmente durante despegue, se hace necesaria en motores que no poseen la posibilidad de post-combustión

Permite aumentar el empuje del motor alrededor del 10%-30% mediante la inyección de agua o mezclas agua+metanol a la entrada del compresor o bien a la entrada de la cámara de combustión (en este caso siempre H₂O+metanol).

La inyección de metanol supone combustible adicional en la cámara de combustión



Sistemas incrementadores de empuje

Inyección de agua

$$E = \left((\mathbf{m}_a + m_f)v_9 - \mathbf{m}_a v_0 \right) + A_9(P_9 - P_0)$$

El agua inyectada debe ser desmineralizada para evitar dañar los álabes.

La inyección a la entrada del compresor da lugar al enfriamiento del aire debido al efecto de la vaporización. Ello incrementa la densidad del aire y permite aumentar el flujo másico de aire trasegado

La inyección en la cámara de combustión permite una mejor distribución del flujo inyectado. Para mantener T_{4t} , se hace necesario aumentar el combustible inyectado. Además se aumenta el flujo másico en la turbina respecto del compresor

$$\mathbf{m}_a c_{pf}(T_{3t} - T_{2t}) = \left((m_a + m_f + m_{H_2O})c_{pc} \right) (T_{4t} - T_{5t})$$

En consecuencia la caída de presión y temperatura en la turbina es menor, por lo que es posible la obtención de mayor empuje

Supone el aumento del peso, del coste y del mantenimiento

Sin embargo, se ha revisado la técnica con el fin de contribuir a la disminución de las emisiones contaminantes ($\downarrow 50\%$ NO_x en take-off)

Sistemas incrementadores de empuje

Inyección de agua

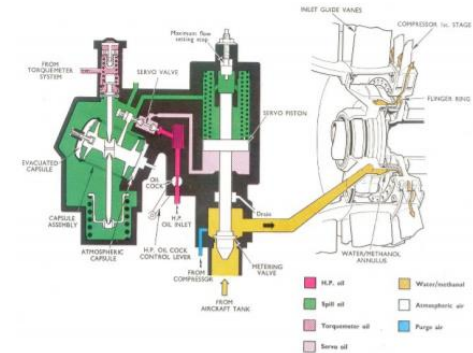
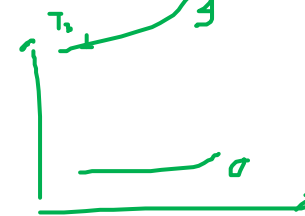
$$E = \left((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0 \right) + A_9(P_9 - P_0)$$

Características

- Se aumenta la densidad del flujo.
- Se puede inyectar a la entrada del compresor o de la cámara de combustión.
- Se inyecta agua o mezcla agua+metanol (en la cámara siempre con metanol).
- Aumentos de 15% – 30% del Empuje.
- Aumento de peso, coste y mantenimiento.
- Se plantea para reducir en despegue las emisiones de NO_x .

Inyección a la entrada del compresor

- Se vaporiza y enfría el flujo de aire
- Aumentan densidad del aire y gasto másico



Sistema de inyección de agua a la entrada del compresor

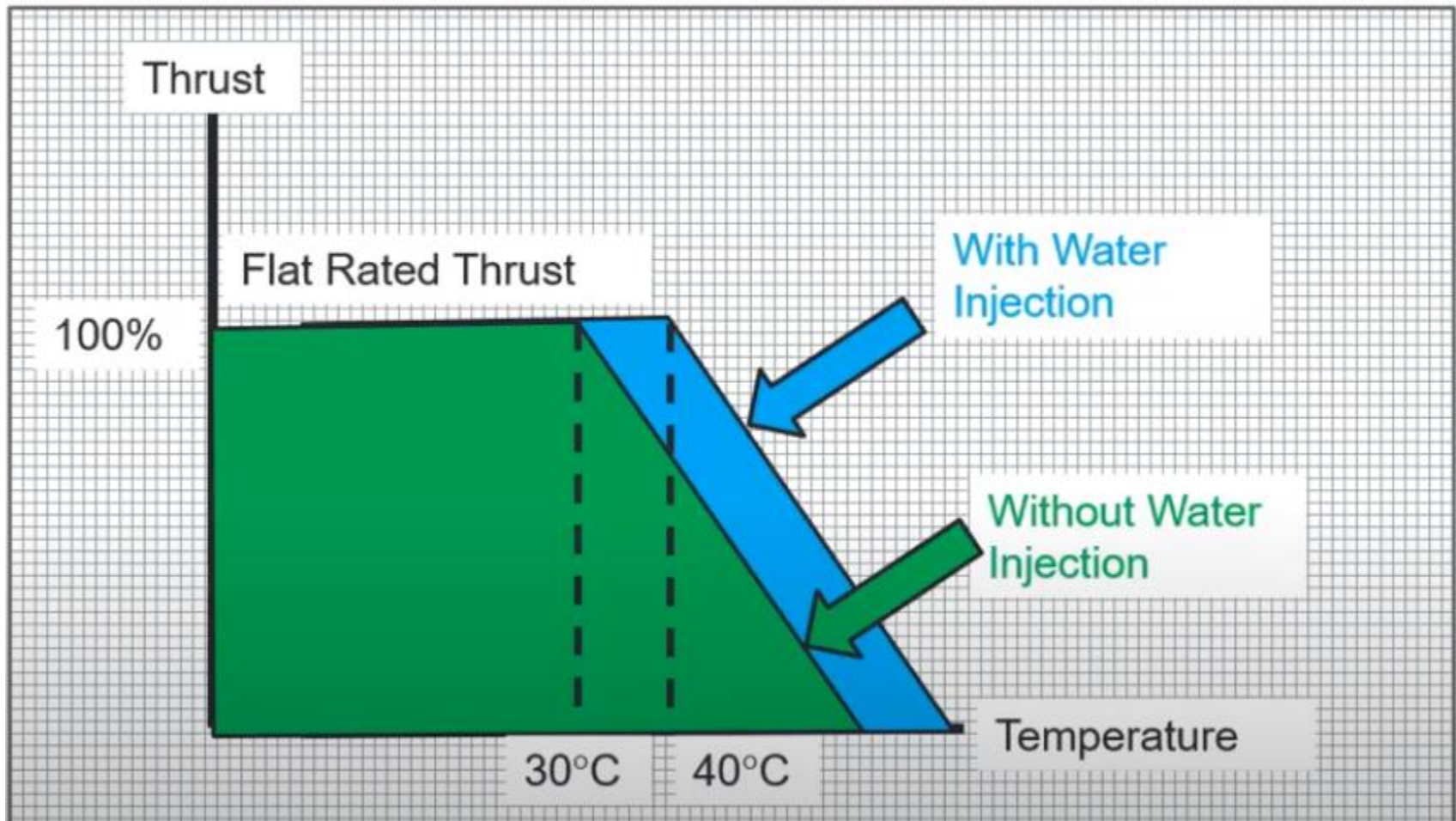
Inyección a la entrada de la cámara de combustión

- El CH_4 sirve como combustible, aunque hay que aumentar \dot{m}_f para mantener T_{4t} .
- Aumenta uniformidad y disminuyen pérdidas de presión

Sistemas incrementadores de empuje

Inyección de agua

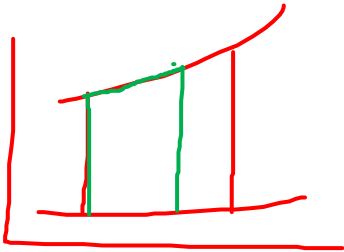
$$E = \left((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0 \right) + A_9(P_9 - P_0)$$



Sistemas incrementadores de empuje

Inyección de agua

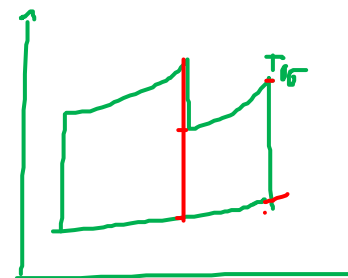
$$E = \left((m_a + m_f)v_9 - m_a v_0 \right) + A_9(P_9 - P_0)$$



Sistemas incrementadores de empuje

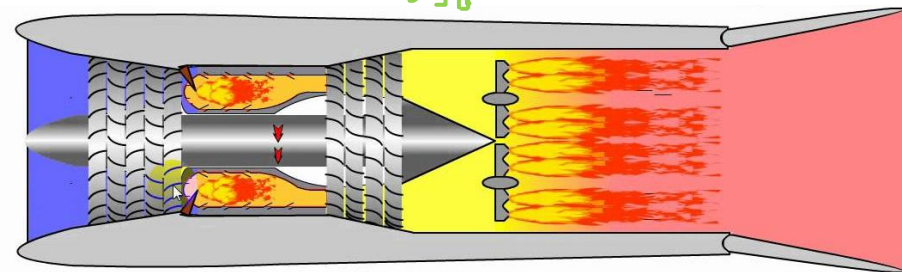
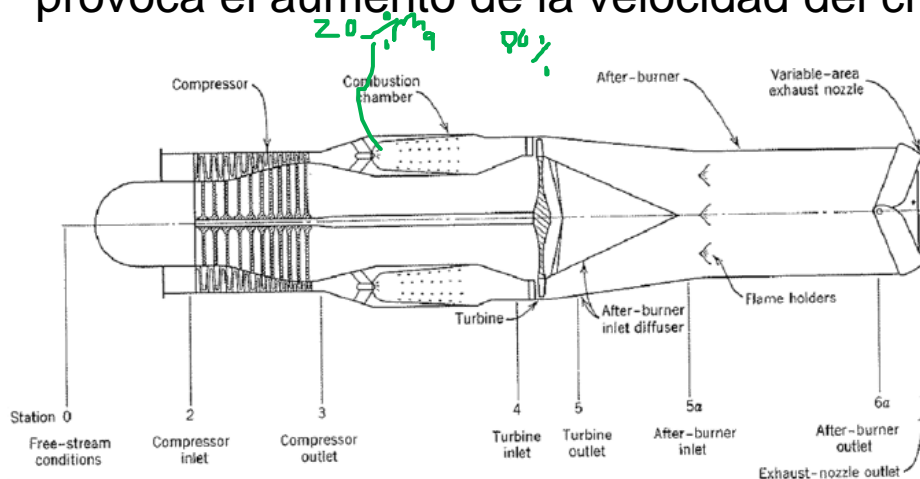
Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) v_9 - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$



Es la técnica más adecuada para periodos de operación cortos

El carburante es quemado en una segunda cámara de combustión, utilizando el oxígeno no quemado → el aumento de temperatura a la entrada de la tobera provoca el aumento de la velocidad del chorro.



Handwritten notes:

- $T_9 \rightarrow V_9 \uparrow$
- $V_9 \sim P_9 \uparrow, T_9 \uparrow$
- $T_{0,9a} \Delta A_{9a} \sim b_b$

Los inyectores son montados de forma que la llama esté concentrada alrededor del eje del chorro (alrededor de 1800°C)

Aumenta el consumo específico y la combustión no es muy eficiente

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a \mathbf{v}_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Características

- Se vuelven a quemar los gases de escape aumentando velocidad del chorro.
- Inyectores montados alrededor del eje del chorro.
- Aumenta consumo específico.
- Combustión poco eficiente.
- La temperatura de combustión es superior en la cámara de combustión ya que no tiene el límite de la turbina ($\sim 2000K$). Pero limitada por el bloqueo térmico: flujo sónico a la salida de la cámara del postcombustor (ver figura)
- Al aumentar la velocidad de salida, disminuye el rendimiento propulsivo

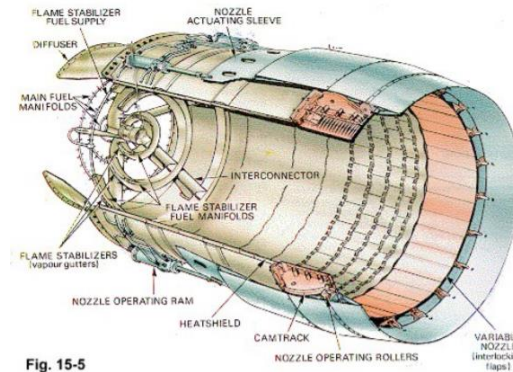


Fig. 15-5

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

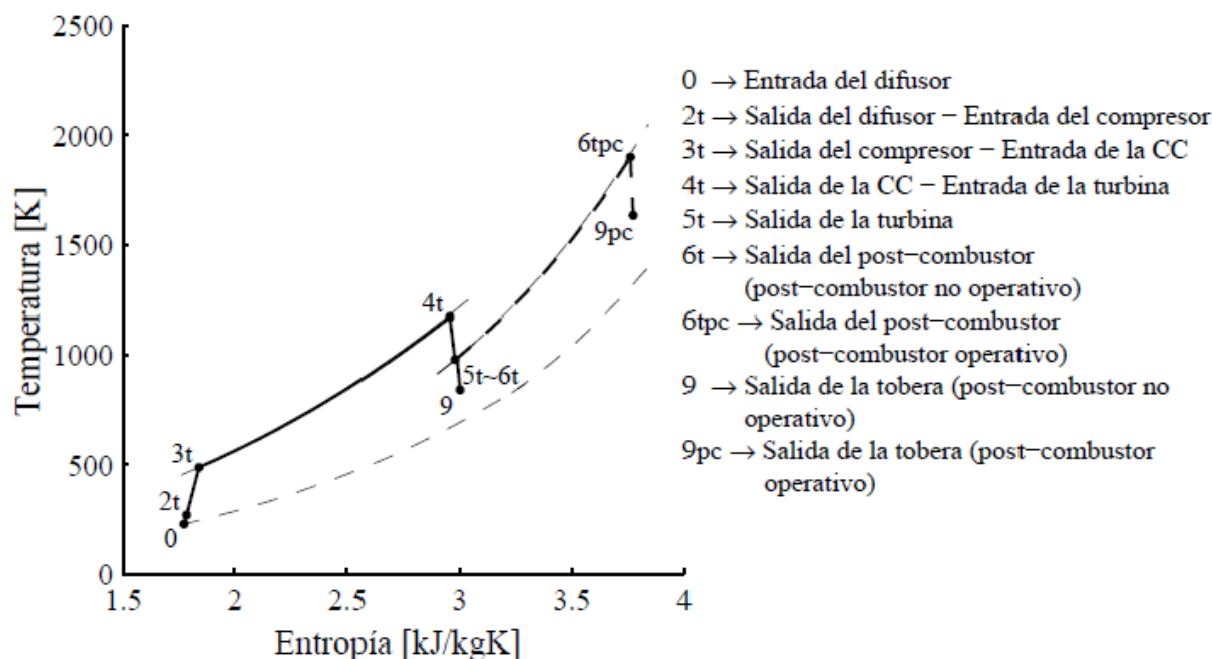
Características



Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión
$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a \mathbf{v}_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Análisis de los ciclos sin y con post-combustión



El post-combustor introduce dos procesos

- Pérdida de presión adiabática entre 5t y 6t
- Aumento de temperatura $T_{6t} > T_{5t}$

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Análisis de los ciclos sin y con post-combustión

Sin post-combustión	{	$\frac{E}{\dot{m}_a} = (1 + f) V_9 - V_0 + (p_9 - p_0) \frac{A_9}{\dot{m}_a}$
		$V_9 = \sqrt{2 c_{p_n} (T_{6t} - T_9)} = \sqrt{2 c_{p_n} T_{6t} \eta_n \left(1 - \left(\frac{p_9}{p_{6t}} \right)^{\frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n}} \right)}$
Con post-combustión	{	$\frac{E_{pc}}{\dot{m}_a} = (1 + f + f_{pc}) V_{9_{pc}} - V_0 + (p_{9_{pc}} - p_0) \frac{A_{9_{pc}}}{\dot{m}_a}$
		$V_{9_{pc}} = \sqrt{2 c_{p_{n_{pc}}} (T_{6t_{pc}} - T_{9_{pc}})} = \sqrt{2 c_{p_{n_{pc}}} T_{6t_{pc}} \eta_{n_{pc}} \left(1 - \left(\frac{p_{9_{pc}}}{p_{6t_{pc}}} \right)^{\frac{\gamma_{n_{pc}} - 1}{\gamma_{n_{pc}}}} \right)}$

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a \mathbf{v}_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Análisis de los ciclos sin y con post-combustión

Dividiendo ambos empujes específicos y considerando que la tobera no está bloqueada y que:

$$p_9 = p_{9_{pc}}$$

$$\gamma_n = \gamma_{n_{pc}}$$

$$p_{6t} = p_{6t_{pc}}$$

$$1 + f + f_{pc} \approx 1 + f \approx 1$$

Se obtiene que la relación de velocidades del chorro coincide con la raíz cuadrada de la relación de temperaturas de parada a la entrada de la tobera

$$\frac{V_{9_{pc}}}{V_9} = \sqrt{\frac{T_{6t_{pc}}}{T_{6t}}}$$

y finalmente que:

$$\frac{E_{pc}}{E} = \frac{\sqrt{\frac{T_{6t_{pc}}}{T_{6t}}} - \frac{V_0}{V_9}}{1 - \frac{V_0}{V_9}}$$

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión
$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v_9} - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Empuje en condiciones de post-combustión

$$\frac{E_{pc}}{E} = \frac{\sqrt{\frac{T_{6tpc}}{T_{6t}} - \frac{V_0}{V_9}}}{1 - \frac{V_0}{V_9}} \quad \text{Condiciones estáticas} \quad \frac{E_{pc}}{E} = \sqrt{\frac{T_{6tpc}}{T_{6t}}} = \frac{V_{9pc}}{V_9}$$

Para cualquier valor de T_{6tpc}/T_{6t} cualquier incremento de V_0/V_9 conduce al incremento de E_{pc}/E

Para cualquier valor de V_0/V_9 , el incremento de T_{6tpc}/T_{6t} conduce al incremento de la relación de empujes

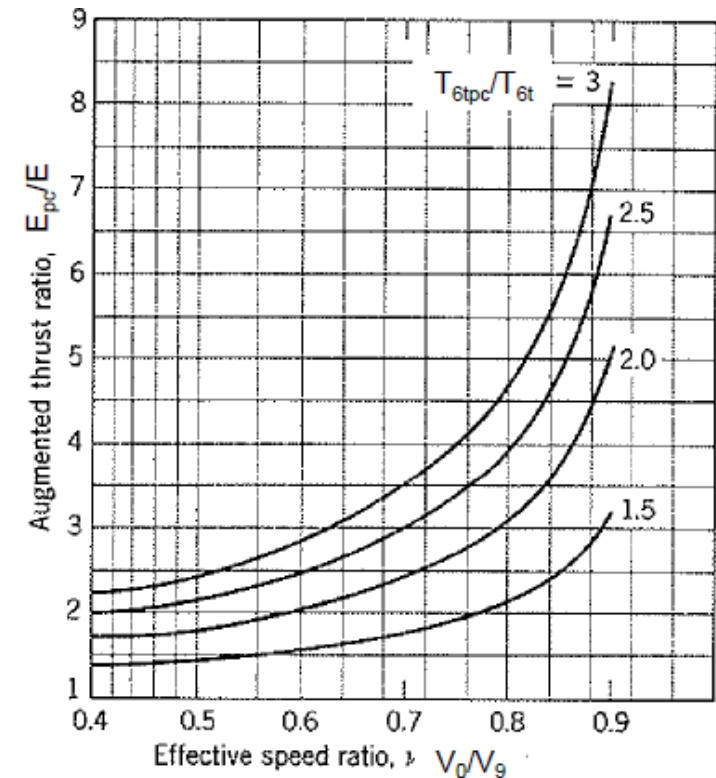
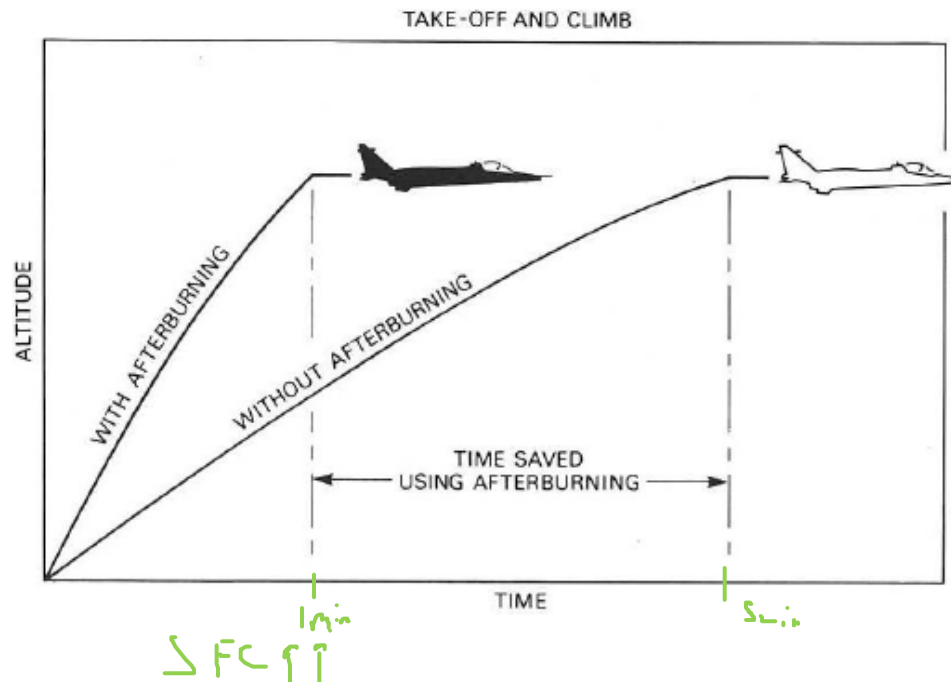
Un motor con post-combustión opera con velocidad de chorro mayores con respecto a operación normal

A medida que V_{9pc} aumenta, la eficiencia propulsiva disminuye
$$\eta_p \approx \frac{2V_0}{V_0 + V_{9pc}}$$

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión
$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v_9} - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Relación de empujes con y sin post-combustión en función de la relación de temperaturas y de la velocidad efectiva de salida del chorro.



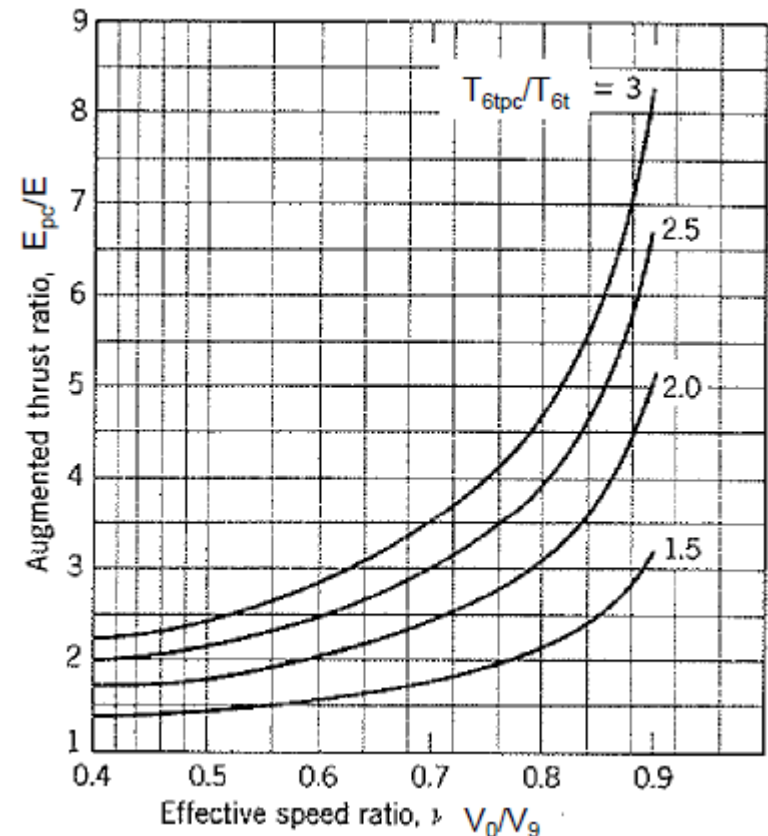
Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión $E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v_9} - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$

La post-combustión incrementa el consumo específico, pero este incremento es tanto menos importante como mayor sea el Mach de vuelo.

$$\frac{C_{e_{pc}}}{C_e} = \frac{\dot{m}_{f_{pc}}}{E_{pc}} \frac{E}{\dot{m}_f} = \frac{\dot{m}_f + \Delta \dot{m}_{f_{pc}}}{E + |\Delta E_{pc}|} \frac{E}{\dot{m}_f}$$

$$\frac{C_{e_{pc}}}{C_e} = \frac{1 + \frac{\Delta \dot{m}_{f_{pc}}}{\dot{m}_f}}{1 + \frac{\Delta E_{pc}}{E}}$$

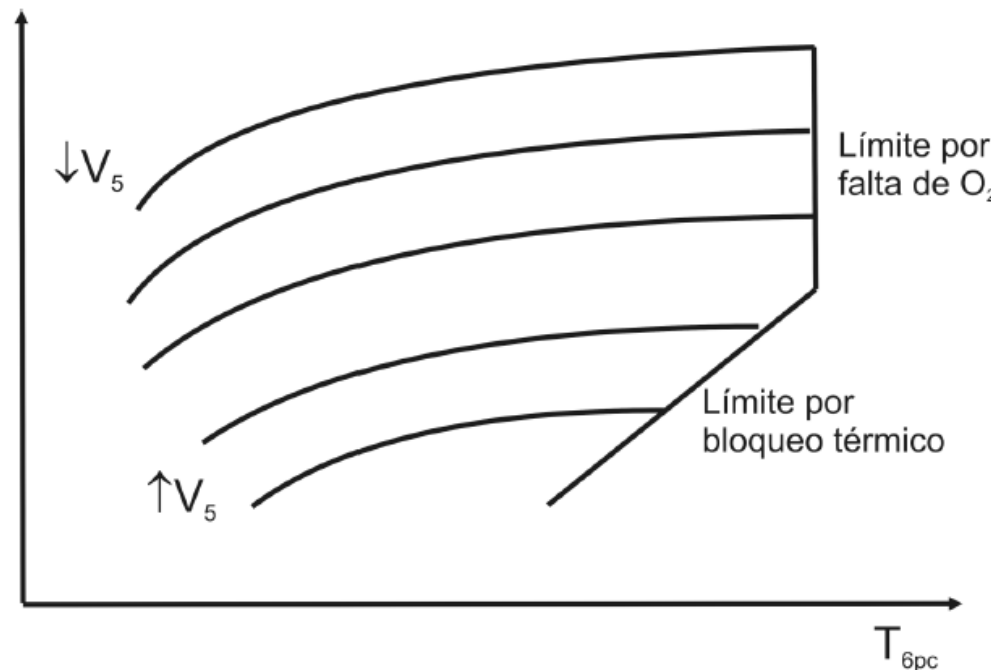


Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión
$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a \mathbf{v}_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Efecto del bloqueo térmico

Para unas condiciones de entrada al post-combustor conocidas, la temperatura máxima que se puede alcanzar coincide con flujo sónico a la salida de la cámara de post-combustión



$$M_q = \sqrt{\gamma R T_q}$$

$\rho_1 = 1$

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión
$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v_9} - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$

Turbojet Engine with Afterburner

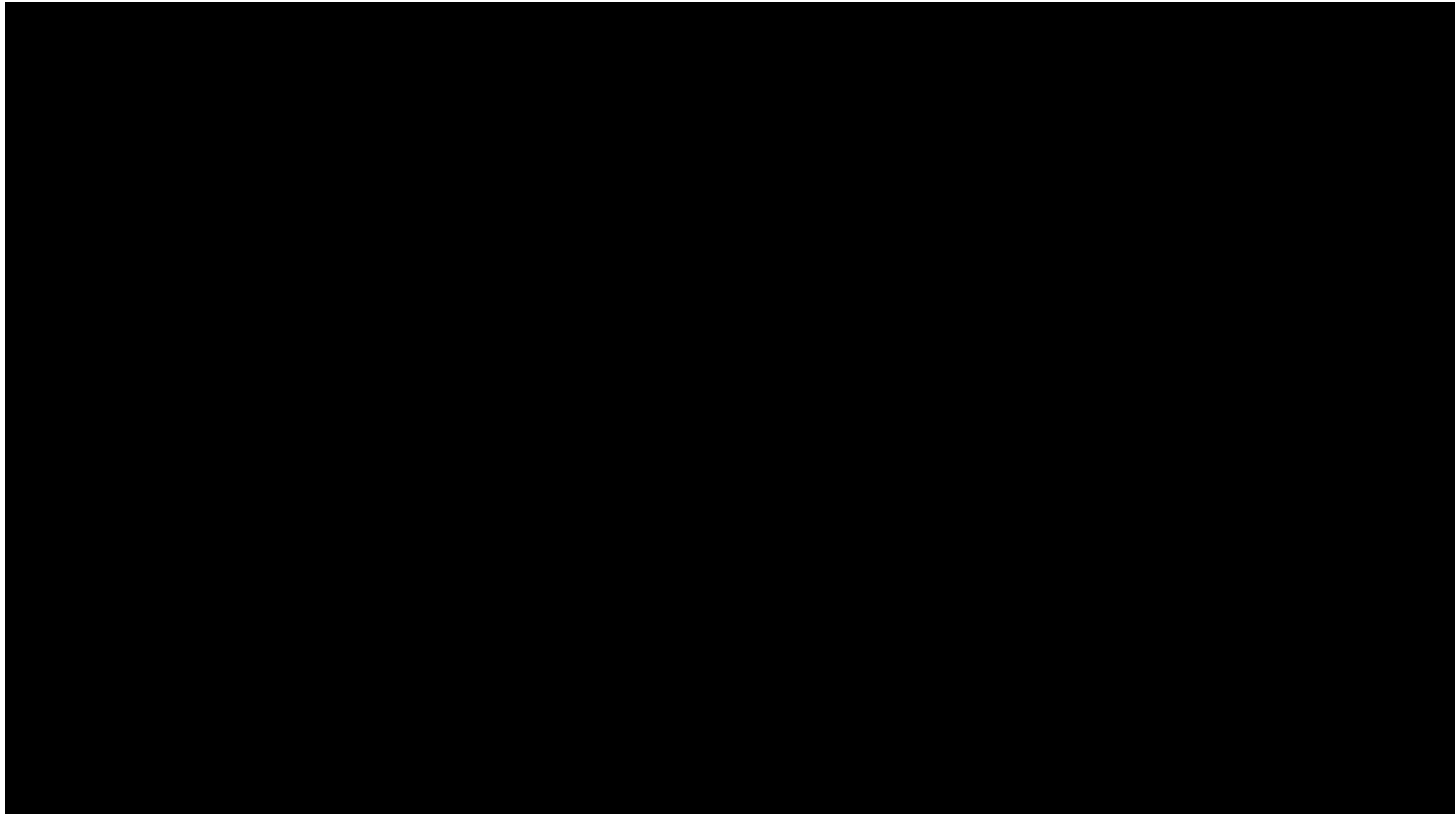
by

www.mekanizmalar.com

Sistemas incrementadores de empuje

Post-combustión

$$E = \left((m_a + m_f) \mathbf{v}_9 - m_a v_0 \right) + A_9 (P_9 - P_0)$$



Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. **Análisis termodinámico del difusor**
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



3. Análisis termodinámico del difusor

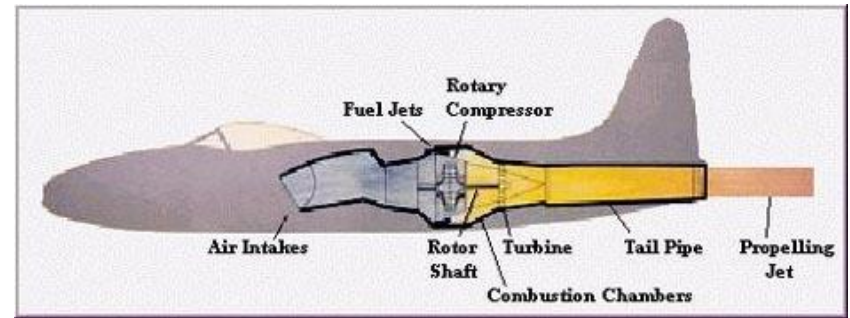
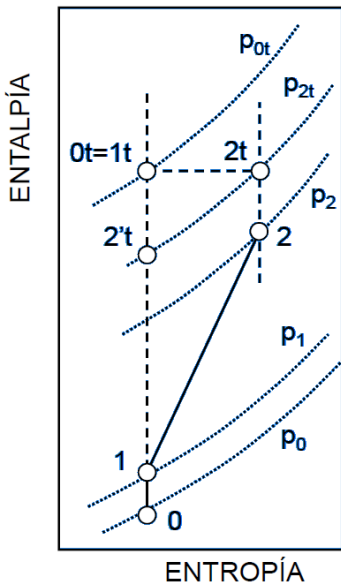
La eficiencia isentrópica del difusor se define como:

$$\eta_d = \frac{h_{02s} - h_0}{h_{02} - h_0} = \frac{T_{02s} - T_0}{T_{02} - T_0} = \frac{T_{02s}/T_0 - 1}{T_{02}/T_0 - 1}$$

Como **el proceso de compresión en el difusor es adiabático**, se cumple que $T_{2t}=T_{0t}$, por lo que se obtiene que:

$$\frac{T_{02}}{T_0} = \frac{T_{00}}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2$$

$$\eta_d = \frac{(P_{02s}/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} = \frac{(P_{02}/P_0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2}$$



3. Análisis termodinámico del difusor

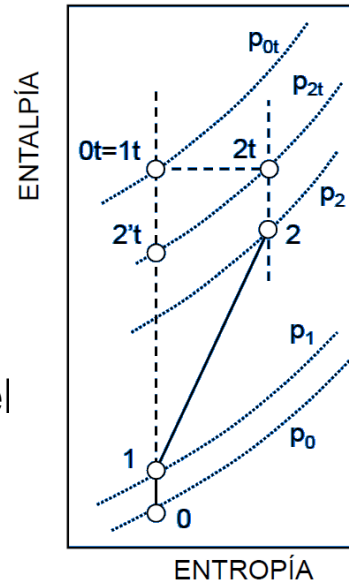
Por otro lado, se define la relación de recuperación de presiones de parada, como

$$\pi_d = \frac{p_{02}}{p_{00}}$$

$$\pi_{0-02} = \frac{p_{02}}{p_0}, \text{ Si } M_0 > 0 \rightarrow \frac{p_{02}}{p_0} > 1, \text{ Si } M_0 = 0, \frac{p_{02}}{p_0} \leq 1$$

$$\text{Con } \frac{p_{02}}{p_0} = \frac{p_{02}}{p_{00}} \frac{p_{00}}{p_0} = \pi_d \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Por lo tanto, el rendimiento isentrópico del difusor, en función de la rel presiones de parada



$$\eta_d = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right) (\pi_d)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2}$$

$$\pi_d = \left[\frac{1 + \eta_d \left(\frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$



Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



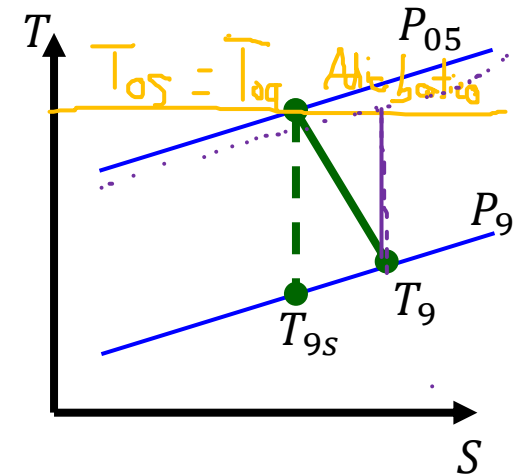
La eficiencia isentrópica de la tobera se define como

$$\eta_n = \frac{h_{05} - h_9}{h_{05} - h_{9s}} = \frac{T_{05} - T_9}{T_{05} - T_{9s}} = \frac{1 - T_9/T_{05}}{1 - T_{9s}/T_{05}}$$

Handwritten notes: $1/\gamma$ and $\Delta h \propto V_q - V_s$

Como el proceso de expansión en la tobera es adiabático, se cumple que $T_{09} = T_{05}$, por lo que se obtiene que

$$\eta_n = \frac{1 - T_9/T_{05}}{1 - T_{9s}/T_{05}} = \frac{1 - (P_9/P_{09})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - (P_9/P_{05})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$



Con un poco de algebra

$$\frac{P_9}{P_{09}} = \left(1 - \eta_n \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Re-escribiendo $\frac{P_{05}}{P_{09}} = \frac{P_9}{P_{09}} \frac{P_{05}}{P_9}$, entonces se obtiene que la relación de presiones de parada en la tobera viene dada por la expresión

π_n

$$\frac{1}{\pi_n} : \frac{P_{05}}{P_{09}} = \frac{P_{05}}{P_9} \left(1 - \eta_n \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

4. Análisis termodinámico de la tobera

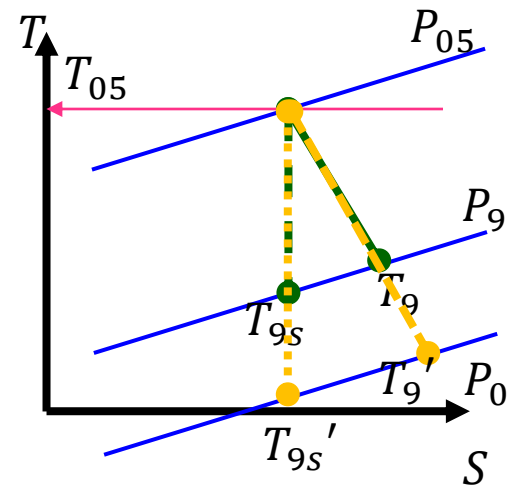
La velocidad de escape se evalúa a partir de la expresión $h_{05} - h_9 = \frac{v_9^2}{2}$

$$\eta_n(h_{05} - h_{9s}) = h_{05} - h_9$$

$$v_9 = \sqrt{2\eta_n(h_{05} - h_{9s})} = \sqrt{2c_p\eta_n(T_{05} - T_{9s})}$$

$$v_9 = \sqrt{\frac{2\gamma R}{\gamma - 1} \eta_n T_{05} \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}$$

$$v_{9'} = \sqrt{\frac{2\gamma R}{\gamma - 1} \eta_n T_{05} \left(1 - \left(\frac{P_0}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}$$



El número de Mach a la salida de la tobera será

$$M_9 = \frac{v_9}{\sqrt{\gamma R T_9}}$$

Operando sobre la definición de V_9 y teniendo en cuenta que:

$$\frac{T_{09}}{T_9} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 = \frac{T_{05}}{T_9}$$

El objetivo es obtener una expresión para M_9 . Partimos de la definición de V_9

$$v_9^2 = \frac{2\gamma R}{\gamma - 1} \eta_n T_{05} \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Con un poco de algebra

$$\frac{v_9^2}{\gamma R T_9} = M_9^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \eta_n T_{05}/T_9 \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

$$M_9^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \eta_n \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_9^2 \right) \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

$$M_9^2 = \frac{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\eta_n \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right)}{1 - \eta_n \left(1 - \left(\frac{P_9}{P_{05}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}$$

4. Análisis termodinámico de la tobera

5 Turb. w_g 6-7 Pstl. R_{ag}

Para obtener la relación de áreas entre la garganta de la tobera (8) y la sección de salida (9) se aplicará la ecuación de continuidad

$$m_8 = m_9$$

Para ello conviene expresar el flujo másico en función de la presión y temperatura de parada, de la relación de calores específicos y del número de Mach.

Corr 8 ~ 9 $M_8 \leq 1$ 8 = 9

C-D 8 = 9

$$M_1 = \frac{v_1}{\sqrt{\gamma R T}}$$

$$\dot{m}_9 = \rho_9 A_9 V_9 = \frac{p_9}{R T_9} A_9 M_9 \sqrt{\gamma R T_9} = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_9 \frac{p_9}{\sqrt{T_9}} M_9 = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_9 \frac{p_{9t}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \frac{\sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2}}{\sqrt{T_{9t}}} M_9$$

$$\dot{m}_9 = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_9 \frac{p_{9t}}{\sqrt{T_{9t}}} M_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \rightarrow \frac{\dot{m}_9 \sqrt{T_{9t}}}{p_{9t}} = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_9 M_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2\right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

4. Análisis termodinámico de la tobera

Aplicando que $m_8 = m_9$

$$\sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_9 \frac{p_{9t}}{\sqrt{T_{9t}}} M_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = \sqrt{\frac{\gamma}{R}} A_8 \frac{p_{8t}}{\sqrt{T_{8t}}} M_8 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_8^2 \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

$$A_9 \frac{p_{9t}}{\sqrt{T_{9t}}} M_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = A_8 \frac{p_{8t}}{\sqrt{T_{8t}}} M_8 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_8^2 \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

En condiciones críticas, en la garganta $M_8=1$, y como $T_{8t}=T_{9t}$, la relación de áreas dependerá del Mach a la salida de la tobera.

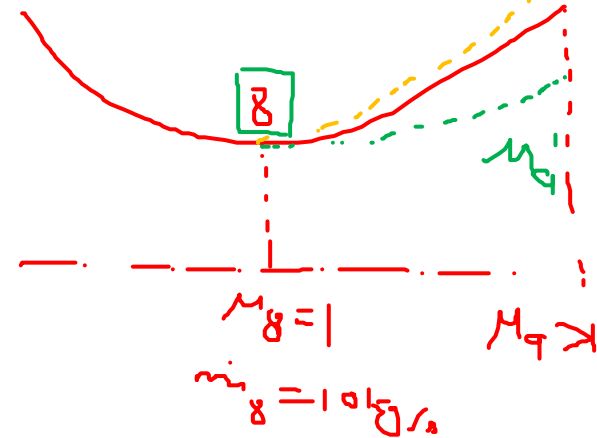
$$A_9 p_{9t} M_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = A_8 p_{8t} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \rightarrow \boxed{\frac{A_9}{A_8} = \frac{p_{8t}}{p_{9t}} \frac{1}{M_9} \left(\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right) \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

En el caso isentrópico $p_{08} = p_{09}$

$$\frac{A_9}{A_8} = \frac{1}{M_9} \left(\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right) \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$M_q'' > M_q > M_q'$$

$$M_q \rightarrow V_q \rightarrow E$$



Si $T_9 \uparrow \rightarrow V_9 \uparrow \rightarrow M_9 \uparrow \rightarrow$ Para mantener tobera adaptada, geometría variable



$$\frac{A_9}{A_8} = \frac{1}{M_9} \left(\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2 \right) \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$\Sigma_{\text{sub-exp}} \rightarrow A_9 \uparrow M_9 \uparrow$

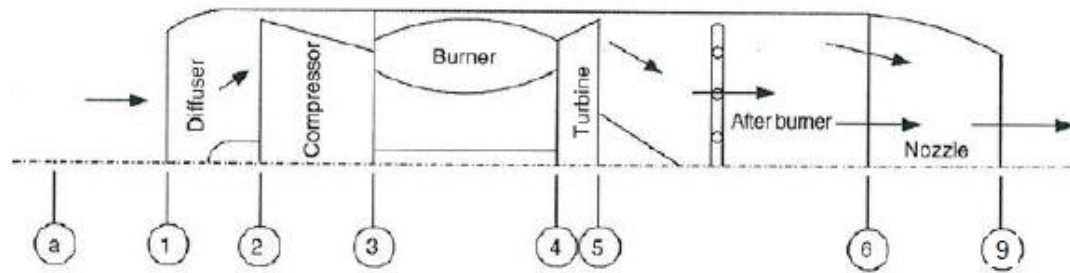
Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo ideal



$$\gamma_c \cong 1.44$$

$$\gamma_e \cong 1.33$$

a(0)-1: ambiente

1-2: difusión del flujo a la entrada

2-3: compresión

3-4: combustión

4-5: expansión en la turbina

5-6: post-combustión, si la hay

6-9: expansión en la tobera

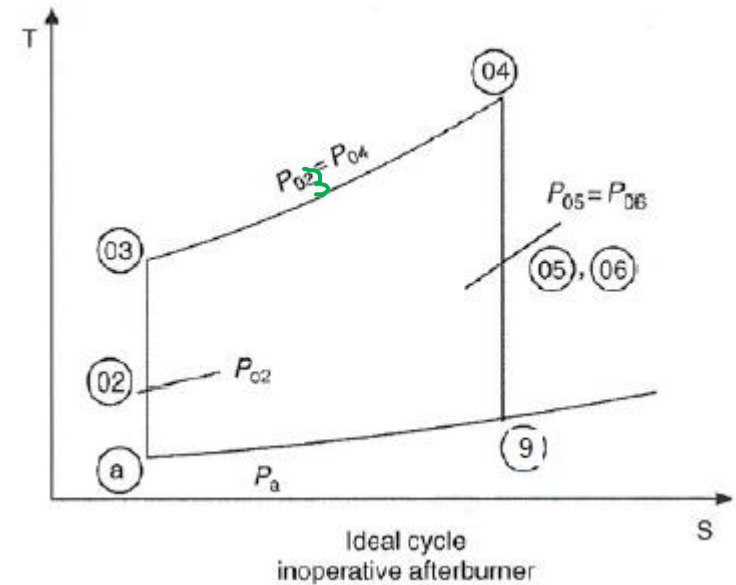
$$p_0 = p_{01}$$

$$\Delta s = 0$$

$$p_{03} = p_{04}$$

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta s = 0$$



Ciclo ideal

Admision/Difusor (0, 02)

$$P_{02} = P_{01} = P_{00} = P_0 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}}$$

$$T_{02} = T_0 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_0^2 \right)$$

Compresor (02, 03)

Para una relación de compresión dada

$$P_{03} = P_{02} \pi_c$$

$$T_{03} = T_{02} (\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo ideal

Camara de combustión (03, 04)

Caso ideal, sin pérdidas de presión

$$P_{03} = P_{04}$$

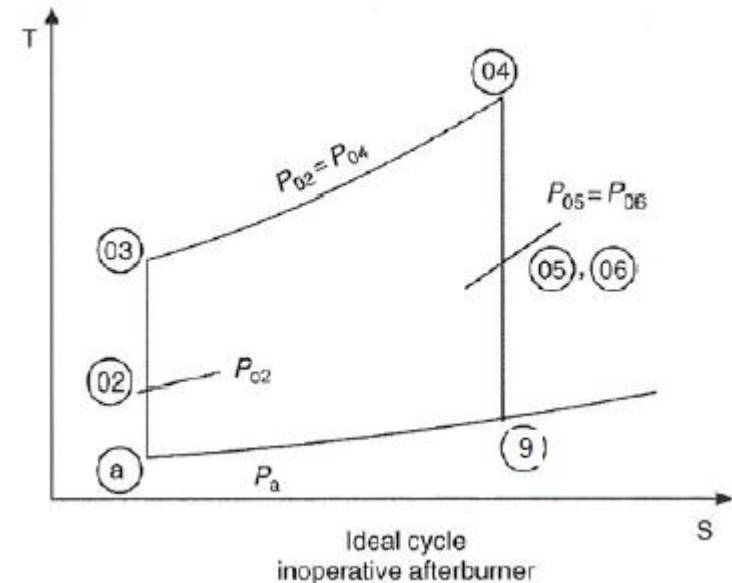
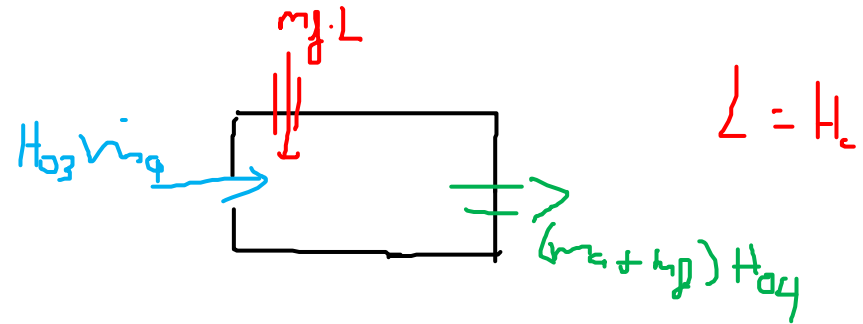
La temperatura de entrada a la turbina es un valor conocido (T_{4t}). Con él es posible determinar la masa de combustible inyectada:

$$m_{fuel}L + m_{air}c_pT_{03} = (m_{aire} + m_{fuel})c_pT_{04}$$

El **dosado**, o relación de combustible es

$$f_{cc} = \frac{m_{fuel}}{m_{aire}} = \frac{c_pT_{04} - c_pT_{03}}{L - c_pT_{04}}$$

$$\frac{(m_{fuel}L + m_{air}c_pT_{03})}{(m_{aire} + m_{fuel})c_p} = T_{04}$$



Ciclo ideal

Turbina (04, 05)

Relación de trabajo entre turbina y compresor

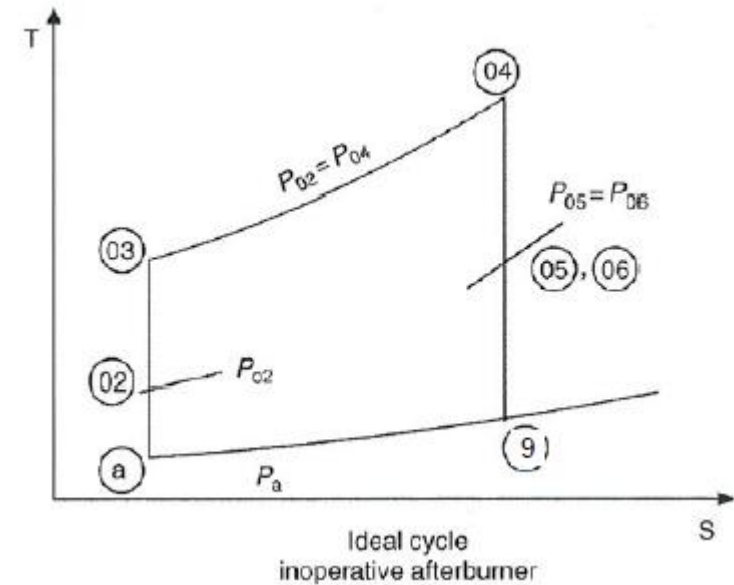
$$\dot{W}_c = \dot{W}_t; \quad \Delta h_c = \eta_m \Delta h_t$$

donde η_m es el rendimiento mecánico del eje

$$T_{05} = T_{04} - \frac{c_p(T_{03} - T_{02})}{\eta_m(1 + f_{cc})c_p}$$

$$P_{05} = P_{04} \left(\frac{T_{05}}{T_{04}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\Delta h_{aux} + \Delta h_c = \eta_m \Delta h_t$$



5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo ideal

Tobera (05, 9)

En primer lugar, se ha de verificar si la tobera se encuentra bloqueada o no. La presión crítica viene dada por la expresión:

$$\frac{p_{05}}{p_{cr}} = \left(1 + \frac{\gamma_e - 1}{2} M_{cr}^2\right)^{\frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}} = \left(\frac{\gamma_e + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}}$$

$$M_{cr} = 1$$



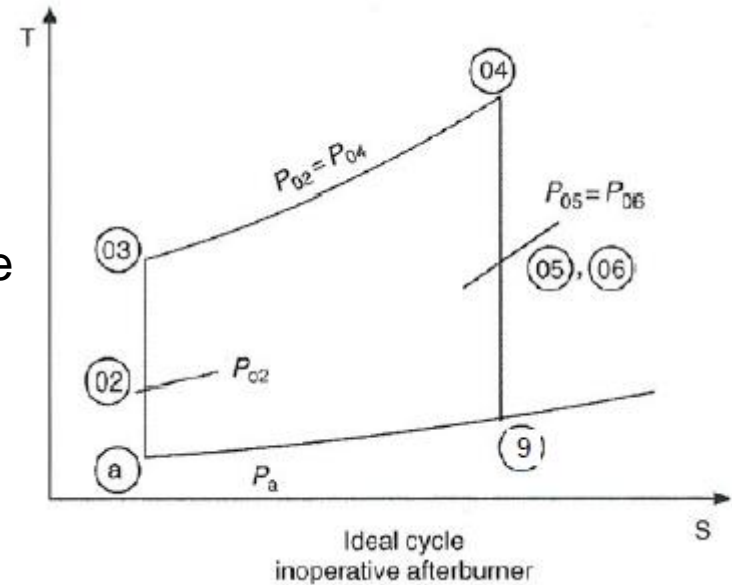
Si $p_{cr} \geq p_0$ **Bloqueada**

$$p_9 = p_{cr}$$

$$T_{05} = T_{cr} \left(1 + \frac{\gamma_e - 1}{2} M_{cr}^2\right), M_{cr} = 1, T_{cr} = T_9$$

$$\frac{T_{05}}{T_9} = \frac{\gamma_e + 1}{2}$$

$$V_9 = \sqrt{\gamma_e R T_9}$$



$$p_{cr} = \frac{p_{05}}{\left(\frac{\gamma_e + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}}}$$

Si $p_{cr} < p_0$ NO bloqueada/adaptada

$$p_9 = p_0$$

$$\frac{T_{05}}{T_9} = \left(\frac{p_{05}}{p_0}\right)^{\frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e}}$$

$$V_9 = \sqrt{2c_{pe}(T_{05} - T_9)}$$

5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo ideal

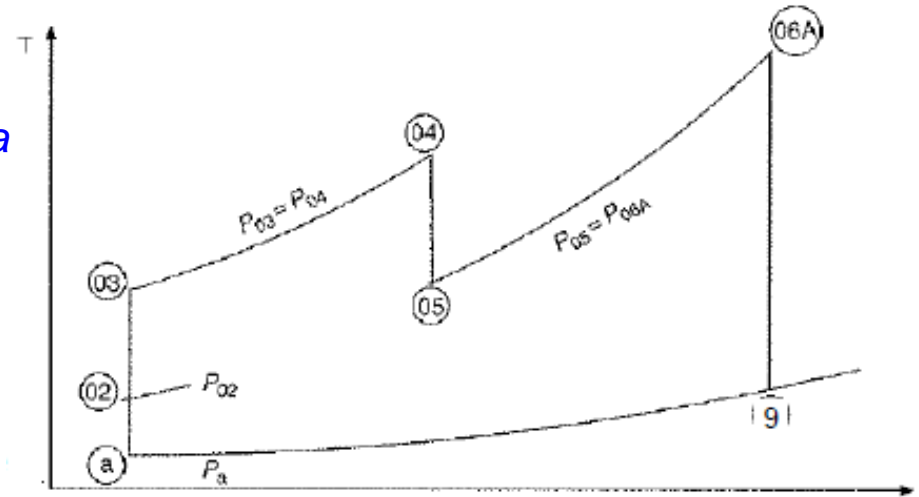
Post-combustor (05, 06) *Cambiar en tobera subíndice 5 por 6*

Al ser ciclo ideal

$$p_{06} = p_{05}$$

$$T_{06} = T_{max}$$

Se inyecta una cantidad adicional de combustible, de modo que se cumple



Así, el dosado del post-combustor será

$$\dot{m}_5 h_{5t} + \dot{m}_{f_{pc}} L = \dot{m}_6 h_{6t}$$

$$m_{fuel,pc} L + (m_{air} + m_{fuel}) c_p T_{05} = (m_{aire} + m_{fuel} + m_{fuel,pc}) c_p T_{06}$$

$$f_{pc} = \frac{(1+f)(c_p T_{06} - c_p T_{05})}{L - c_p T_{06}}$$

5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo ideal

Post-combustor (05, 06)

En este caso, en la tobera se tendrá

$$\frac{p_{06}}{p_{cr}} = \left(1 + \frac{\gamma_e - 1}{2} M_{cr}^2\right)^{\frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}} = \left(\frac{\gamma_e + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}}$$

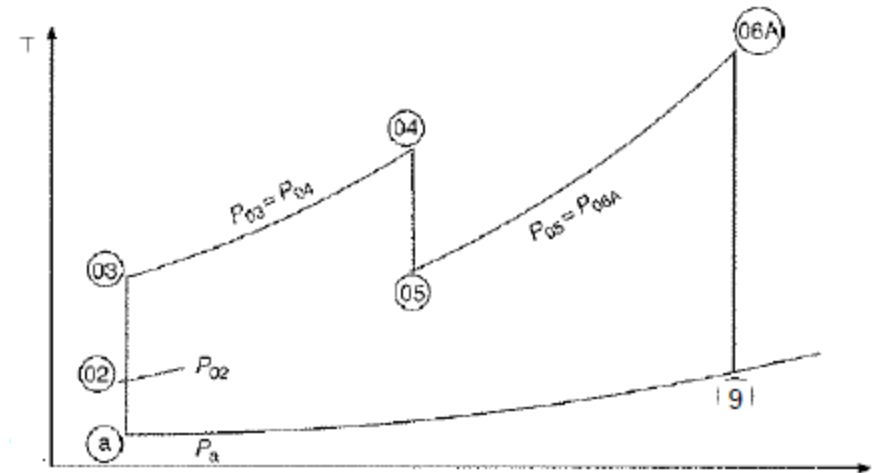
$M_{cr} = 1$, condición crítica = Condición sónica

Si $p_{cr} \geq p_0$ Bloqueada

$$p_9 = p^*$$

$$\frac{T_{6t}}{T_9} = \left(\frac{\gamma_c + 1}{2}\right)$$

$$V_9 = \sqrt{\gamma_c R T_9}$$



Si $p_{cr} < p_0$ NO bloqueada

$$p_9 = p_0$$

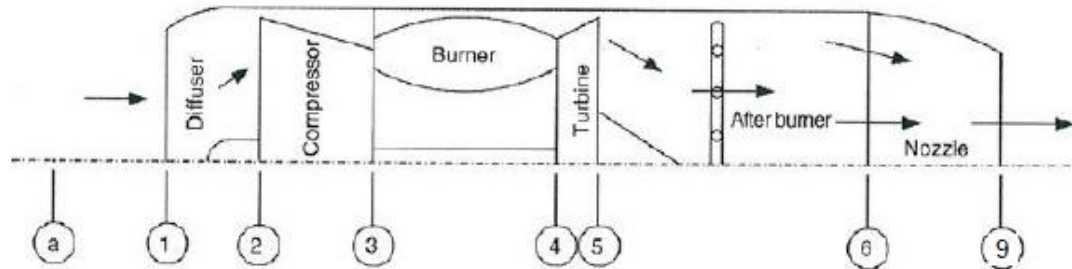
$$\frac{T_{6t}}{T_9} = \left(\frac{p_{6t}}{p_0}\right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}}$$

$$V_9 = \sqrt{2c_{p_c} (T_{6t} - T_9)}$$

5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo real

Definición de las estaciones de cálculo



a(0)-1: ambiente

1-2: difusión del flujo a la entrada

2-3: compresión

3-4: combustión

4-5: expansión en la turbina

5-6: post-combustión, si la hay

6-9: expansión en la tobera

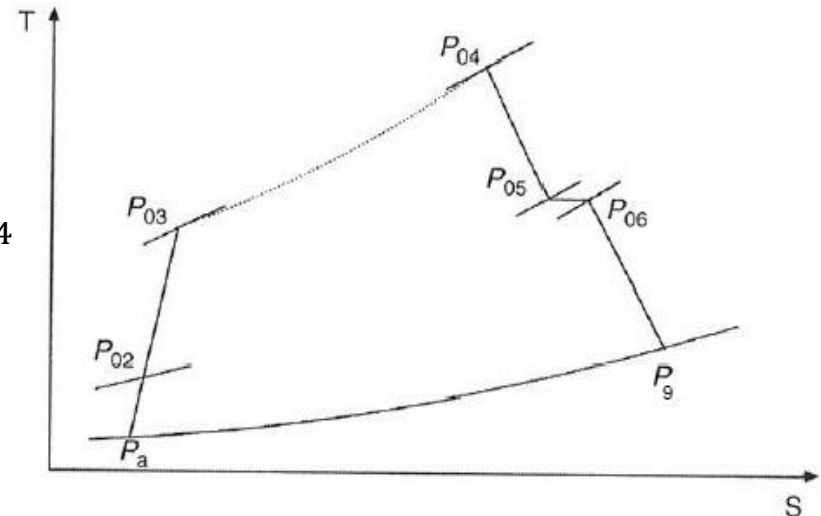
$$p_0 = p_{01}$$

$$\Delta s > 0$$

$$p_{03} > p_{04}$$

$$\Delta s > 0$$

$$\Delta s > 0$$



Ciclo real

Admision/Difusor (0, 02)

$$P_{02} = P_0 \left(1 + \frac{\eta_{dif}(\gamma-1)}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}}$$

$$T_2 = T_0 \left(1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_0^2 \right)$$

Compresor (02, 03)

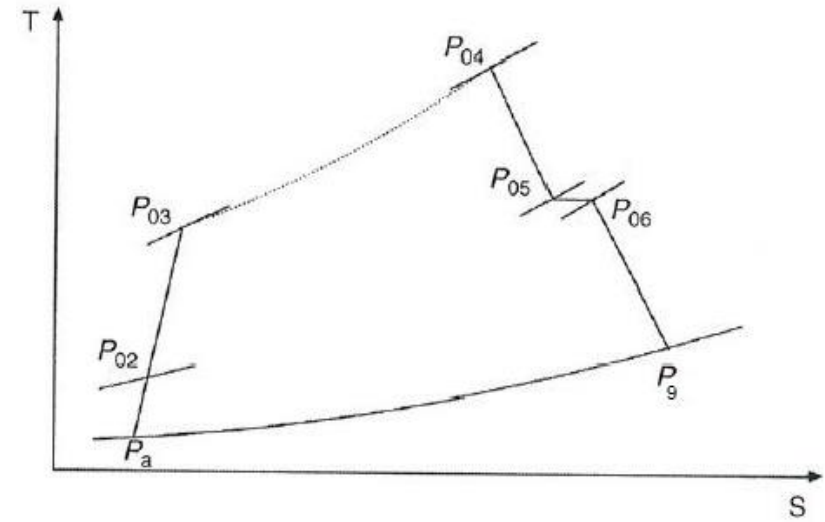
Para una relación de compresión dada

$$P_{03} = P_{02} \pi_c$$

$$T_{03s} = T_{02} (\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\eta_c = \frac{T_{03s} - T_{02}}{T_{03} - T_{02}}$$

$$T_{03} = \frac{(T_{03s} - T_{02})}{\eta_c} + T_{02}$$



5. Ciclo termodinámico del motor turbojet

Ciclo real

Camara de combustión (03, 04)

Caso ideal, sin pérdidas de presión

$$P_{04} = P_{03} * \Delta P_{cc}$$

La temperatura de entrada a la turbina es un valor conocido (T_{4t}). Con él es posible determinar la masa de combustible inyectada

$$\eta_{comb} m_{fuel} L + m_{air} c_p T_{03} = (m_{aire} + m_{fuel}) c_p T_{04}$$

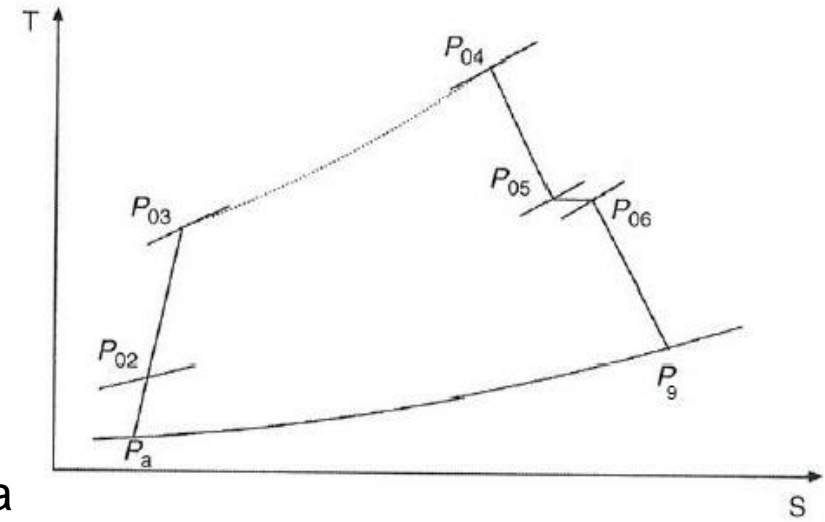
$$\pi_{34} \cong 0.99$$

$$\eta_{cc} \sim 0.99$$

(subsónico)

El **dosado**, o relación de combustible es

$$f_{cc} = \frac{m_{fuel}}{m_{aire}} = \frac{c_p T_{04} - c_p T_{03}}{\eta_{comb} L - c_p T_{04}}$$



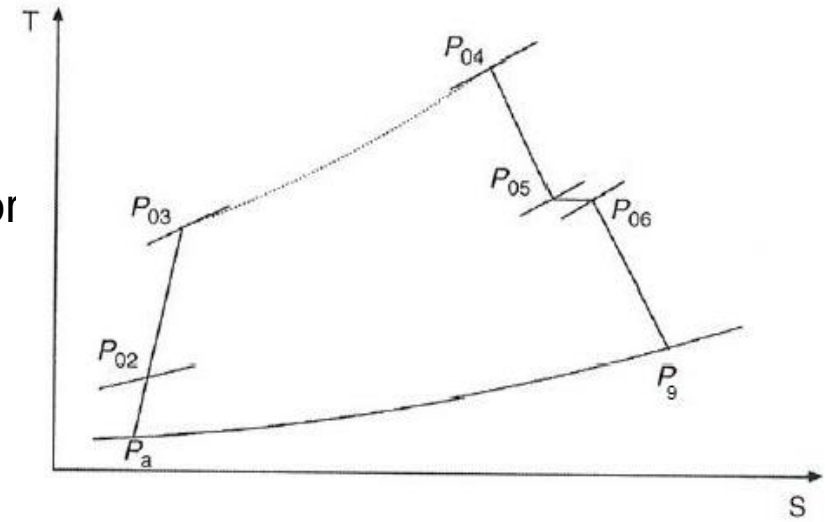
Ciclo real

Turbina (04, 05)

Relación de trabajo entre turbina y compresor

$$\dot{W}_c = \dot{W}_t; \Delta h_c = \eta_m \Delta h_t$$

donde η_m es la proporción de trabajo específico aportado por la turbina que es necesario para conducir al compresor.



$$T_{05} = T_{04} - \frac{c_p(T_{03} - T_{02})}{\eta_m(1 + fcc)c_p}$$

$$T_{05s} = T_{04} - \frac{(T_{04} - T_{05})}{\eta_t}$$

$$P_{05} = P_{04} \left(\frac{T_{05s}}{T_{04}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

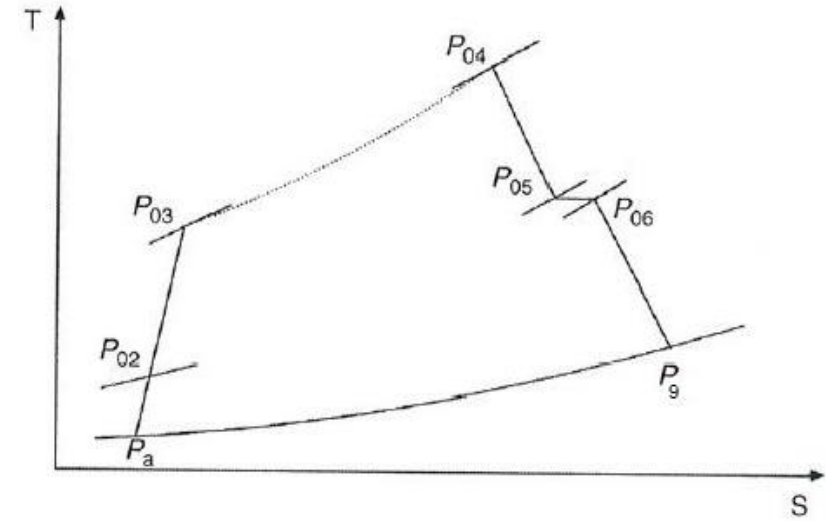
Ciclo real

Post-combustor (05, 06)

No operativo

$$p_{06} = \pi_{56} p_{05}, \quad \pi_{56} < 1$$

$$T_{06} = T_{05}$$



Operativo

$$p_{06} = \pi_{56} p_{05}$$

$$T_{06} = T_{m\acute{a}x}$$

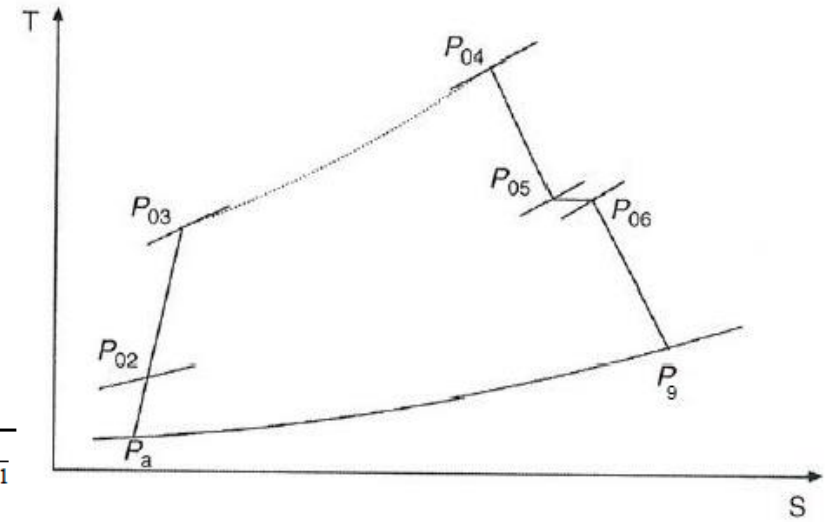
$$f_{pc} = \frac{(1 + f)(h_{06} - h_{05})}{\eta_{pc}L - h_{06}} = \frac{(1 + f)(c_{p6}T_{06} - c_{p5}T_{05})}{\eta_{pc}L - c_{p6}T_{06}}$$

Ciclo real

Tobera

La presión crítica viene dada por:

$$M_{cr}^2 = \frac{2}{\gamma_c - 1} \left[\frac{\eta_n \left(1 - \left(\frac{p^*}{p_{6t}} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} \right)}{1 - \eta_n \left(1 - \left(\frac{p^*}{p_{6t}} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} \right)} \right] \rightarrow \frac{p_{6t}}{p^*} = \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\eta_n} \frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c + 1} \right]^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}}}$$



Si $p^* \geq p_0$ Bloqueada

$$\begin{aligned}
 p_9 &= p_{cr} \\
 \frac{T_{06}}{T_9} &= \frac{\gamma_e + 1}{2} \\
 V_9 &= \sqrt{\gamma_e R T_9}
 \end{aligned}$$

Si $p^* < p_0$ NO bloqueada/adaptada

$$\begin{aligned}
 p_9 &= p_0 \\
 T_9 &= T_{06} \left\{ 1 - \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_{06}} \right)^{\frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e}} \right] \right\} \\
 V_9 &= \sqrt{2 C_{pe} (T_{06} - T_9)}
 \end{aligned}$$

Ciclo real

Otras consideraciones

- Motor multi-eje: balance de energía en cada eje
- Existencia de sangrado en el compresor, redistribución de flujo másico y cambio de temperaturas en cada chorro
- Actuación de motor de operación sin/con post-combustión
- Cálculo del empuje
- Cálculo del consumo específico
- Cálculo de las eficiencias (térmica, propulsiva, global)

Engine performance (tobera adaptada)

$$\rho_9 = \frac{P_9}{T_9 R_{air}}$$

$$A_9 = \frac{m_a}{\rho_9 v_9}$$

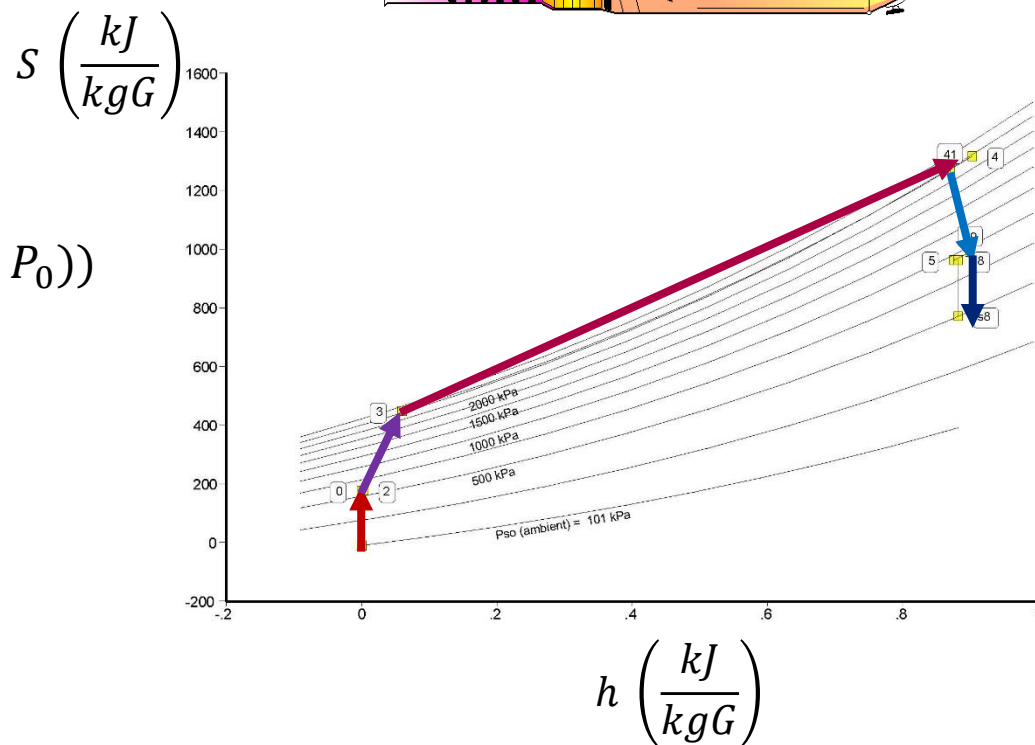
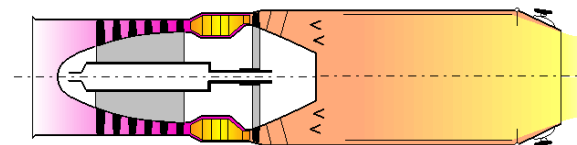
$$E = m_a((1 + fcc)v_9 - v_0) + A_9(P_9 - P_0)$$

$$m_f = m_a fcc \quad SFC = \frac{mf}{NT}$$

$$\eta_{th} = \frac{\frac{1}{2}[(m_a + m_f)V_9^2 - m_a V_0^2]}{m_f * L}$$

$$\eta_{prop} = \frac{V_0[(m_a + m_f)V_9 - m_a V_0]}{\frac{1}{2}[(m_a + m_f)V_9^2 - m_a V_0^2]}$$

$$\eta_o = \eta_{prop} \eta_{th}$$



Contenidos

1. Actuación y operación del motor turbojet
2. Mejoras al empuje del motor turbojet
3. Análisis termodinámico del difusor
4. Análisis termodinámico de la tobera
5. Ciclo termodinámico del motor turbojet



- “Elements of propulsion, gas turbine and rockets” Jack D. Mattingly, Tema 4, 7, 8
- "Gas turbine theory". Cohen, Rogers & Saravanamuttoo. Prentice Hall. Tema 3, 8, 9
- “Aircraft Propulsion”, Saeed Farokhi, Wiley, Tema 4, 6, 10

Una aeronave propulsada por un turborreactor se encuentra volando a Mach 0.92 y una altitud de 11000 m en una atmósfera estándar ISA, que para esta altitud determina 216.65 K y 0.226 bar. La temperatura total máxima de los gases a la salida de la cámara de combustión es de 1380K. Asumiendo que todos los procesos que tienen lugar en el motor son ideales a excepción de la transmisión de potencia en el eje, en el que se pierde el 2 % de la potencia obtenida por la expansión en la turbina, se pide:

- 1- Calcular la relación de compresión para que el incremento de temperatura total en el compresor no supere 230 K
- 2- Calcular el dosado absoluto
- 3- Calcular el empuje neto y los rendimientos global, térmico, y propulsivo sabiendo que el área de salida de la tobera es de 0.14 m²
- 4- Si la tobera estuviera bloqueada, ¿cuál sería el incremento de empuje neto y de rendimiento global en el caso de que se instalara una tobera convergente-divergente adaptada? Para este supuesto, se desea determinar el área de la garganta y de salida de la tobera si el flujo másico de aire trasegado por el motor se mantiene constante.

$$c_p = 1004.5 \frac{J}{kgK}; R = 287; L = 43.5 MJ$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_3 = 230 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_p - R} = \frac{1004.5}{1004.5 - 287} = 1.4$$

1- Calcular la relación de compresión para que el incremento de temperatura total en el compresor no supere 230 K

Difusor

$$T_{00} = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right) = 216.65 (1 + (0.2 * 0.92^2)) = 253.3 \text{ K}$$

$$P_{00} = P_0 \left(\frac{T_{00}}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.226 \left(\frac{253.3}{216.6} \right)^{\frac{1.4}{0.4}} = 0.39 \text{ bar} = 3.9 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P_{02} = P_{00}; T_{02} = T_{00}, \text{ proceso ideal}$$

Compresor, $\pi_c \eta_c = 100\%$, proceso ideal

$$T_{03} = T_{02} + 230 = 483.3 \text{ K}$$

$$\pi_c = \frac{P_{03}}{P_{02}} = \left(\frac{T_{03}}{T_{02}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{483.3}{253.3} \right)^{\frac{1.4}{0.4}} = 9.6$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_{03} = 483.3 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

2- Calcular el dosado absoluto

Cámara de combustión

$$m_a c_p T_{03} + m_f L = (m_a + m_f) c_p T_{04}$$

$$c_p T_{03} + \frac{m_f}{m_a} L = \left(1 + \frac{m_f}{m_a}\right) c_p T_{04}$$

$$c_p T_{03} + f L = (1 + f) c_p T_{04}$$

$$f = \frac{c_p T_{04} - c_p T_{03}}{L - c_p T_{04}} = \frac{1004.5(1380 - 483.3)}{43.5 \times 10^6 - 1004.5 * 1380} = 0.02$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_{03} = 483.3 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

3- Calcular el empuje neto y los rendimientos global, térmico, y propulsivo sabiendo que el área de salida de la tobera es de 0.14 m^2

$$\text{Turbina}, \eta_t = 100; \Delta h_t = \frac{\Delta h_c}{\eta_m}, \eta_m = 0.98$$

$$\Delta h_c = C_p(T_{03} - T_{02}) = 1004.5 * (483.3 - 253.3) = 1004.5 * 230 = 2.3 \times 10^5 \text{ W}$$

$$\Delta h_t = \frac{2.3 \times 10^5}{\eta_m} = \frac{2.3 \times 10^5}{0.98} = 2.36 \times 10^5 \text{ W}$$

$$\Delta h_t = C_p(T_{04} - T_{05})$$

$$T_{05} = T_{04} - \frac{\Delta h_t}{C_p} = 1380 - 2.36 \times \frac{10^5}{1004.5} = 1145.1 \text{ K}$$

$$P_{05} = P_{04} \left(\frac{T_{05}}{T_{04}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \pi_c * P_{02} \left(\frac{T_{05}}{T_{04}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 9.6 * 3.9 \times 10^4 \left(\frac{1145.1}{1380} \right)^{\frac{1.4}{0.4}}$$

$$= 1.95 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_{03} = 483.3 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

3- Calcular el empuje neto y los rendimientos global, térmico, y propulsivo sabiendo que el área de salida de la tobera es de 0.14 m^2

$$\text{Tobera}, \eta_n = 100; T_{05} = T_{09}$$

$$P_{05} = 1.95 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{cr} = \frac{P_{05}}{\left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} = \frac{1.95 \times 10^5}{(1.2)^{\frac{1.4}{0.4}}} = 1.03 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Comparar } P_{cr} \text{ frente a } P_0, P_{cr} = 103 \text{ kPa}; P_0 = 22.6 \text{ kPa}$$

$$P_{cr} > P_0 \rightarrow \text{Tobera bloqueada}$$

$$P_9 = P_{cr}, M_9 = M_{cr} = 1;$$

$$P_9 = 1.03 \times 10^5 \text{ Pa}; T_9 = \frac{T_{05}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\right)} = \frac{1145.1}{1.2} = 954.3 \text{ K}$$

$$V_9 = M_9 \sqrt{\gamma R T_9} = 1 \sqrt{1.4 * 287 * 954.3} = 619.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_0 = M_0 \sqrt{\gamma R T_0} = 0.92 \sqrt{1.4 * 287 * 216.6} = 271.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_9 = \rho_9 V_9 A_9 = \frac{P_9}{R T_9} V_9 A_9 = \frac{1.03 \times 10^5}{287 * 954.3} * 619.2 * 0.14 = 32.6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_{03} = 483.3 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

3- Calcular el empuje neto y los rendimientos global, térmico, y propulsivo sabiendo que el área de salida de la tobera es de 0.14 m^2

Prestaciones

$$P_9 = 1.03 \times 10^5 \text{ Pa}; V_9 = 619.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}; V_0 = 271.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}; m_9 = 32.6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}; f = 0.02$$

$$E_n = m_a((1+f)V_9 - V_0) + A_9(P_9 - P_0)$$

$$= 32.6(1.02 * 619.2 - 271.4) + 0.16(1.03 \times 10^5 - 0.2261 \times 10^5) = 24.6 \text{ kN}$$

$$\eta_{th2} = \frac{V_0 E_n + \frac{1}{2} m_a (1+f)(V_9 - V_0)^2}{m_a * f * L} = \frac{(271.4 * 24.6 * 10^3) + (.5 * 32.6 * 1.02 * (619.2 - 271.4)^2)}{32.6 * 0.02 * 43.5 \times 10^6} = 0.3$$

$$\eta_{p2} = \frac{E V_0}{V_0 E_n + \frac{1}{2} m_a (1+f)(V_9 - V_0)^2}$$

$$= \frac{271.4 * 24.6 * 10^3}{(271.4 * 24.6 * 10^3) + (.5 * 32.6 * 1.02 * (619.2 - 271.4)^2)} = 0.77$$

$$\eta_0 = \eta_{th2} \eta_{p2} = 0.23; SFC = \frac{m_a * f}{E} = 32.6 * \frac{0.02}{24600} =$$

$$M_0 = 0.92; h = 11 \text{ km}; T_0 = 216.65 \text{ K}; P_0 = 0.226 \text{ bar};$$

$$T_4 = 1380 \text{ K}; \eta_m = 98\%;$$

$$T_3 = 230 \text{ K}, A_9 = 0.14 \text{ m}^2$$

$$c_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}; R = 287; L = 43.5 \text{ MJ}$$

4- Si la tobera estuviera bloqueada, ¿cuál sería el incremento de empuje neto y de rendimiento global en el caso de que se instalara una tobera convergente-divergente adaptada? Para este supuesto, se desea determinar el área de la garganta y de salida de la tobera si el flujo másico de aire trasegado por el motor se mantiene constante.