

Sistemas de Propulsión

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones



Generación de empuje y prestaciones de los motores a reacción

Jorge Saavedra

Grado en Ingeniería Aeroespacial en Vehículos Aeroespaciales
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones



Contenidos

1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



Contenidos

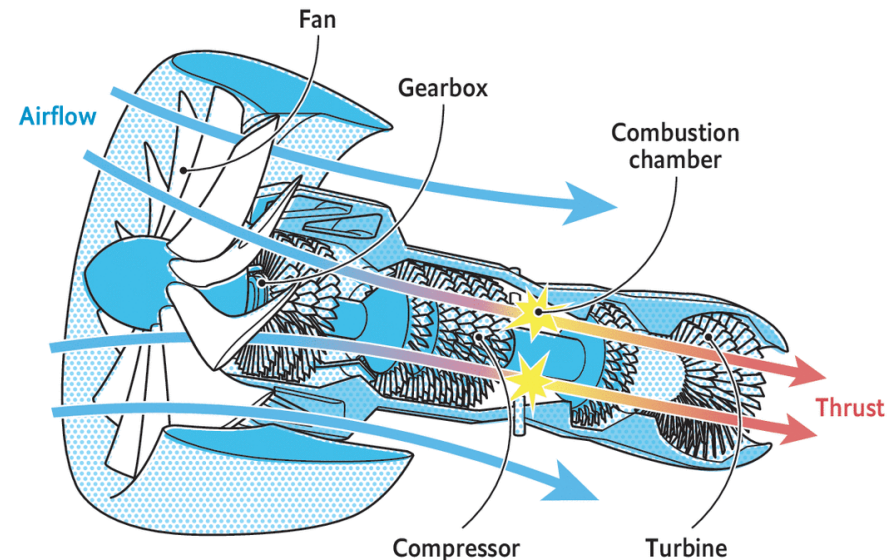
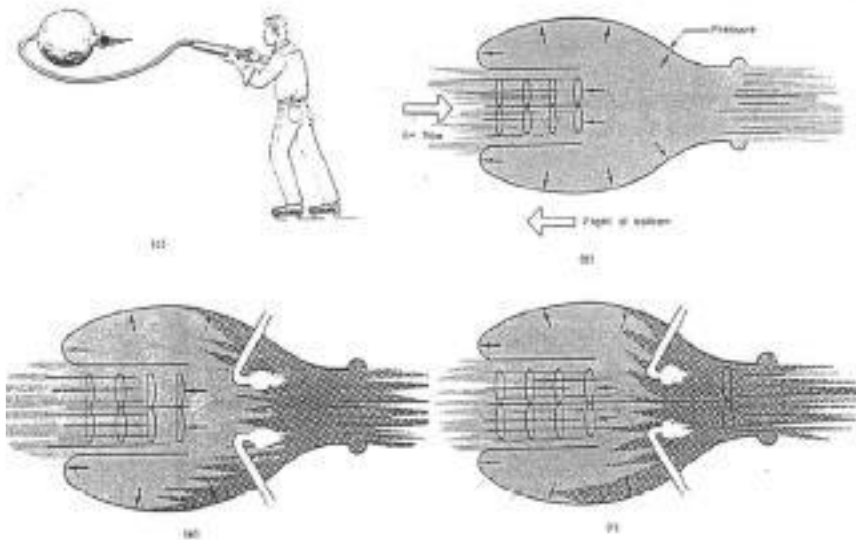
1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



El **empuje** nace como **reacción** al **aumento** de la **cantidad de movimiento** que se produce en el fluido que atraviesa un cuerpo.

Las paredes internas del cuerpo en contacto con el fluido producen fuerzas aerodinámicas (de presión y fricción) sobre el mismo, que inducen un cambio en su cantidad de movimiento

Como consecuencia, por el Principio de Acción-Reacción se producen las mismas fuerzas sobre las paredes, pero de sentido contrario.

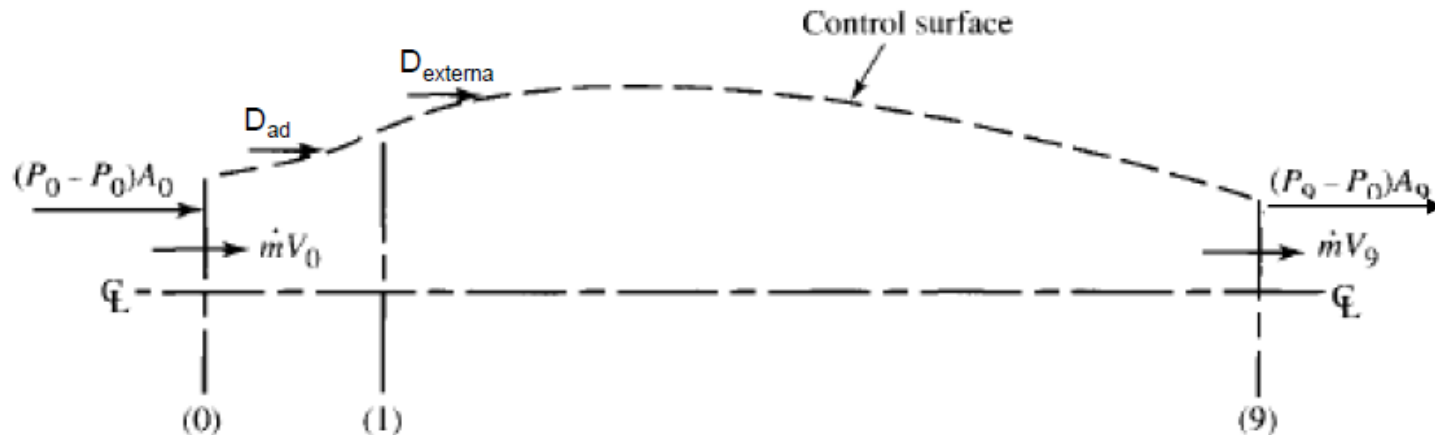


1. Definición y generación de empuje

Generación de empuje

Propulsión realizada por reacción: gases saliendo a alta velocidad por una tobera generan una fuerza en dirección opuesta: empuje – thrust.

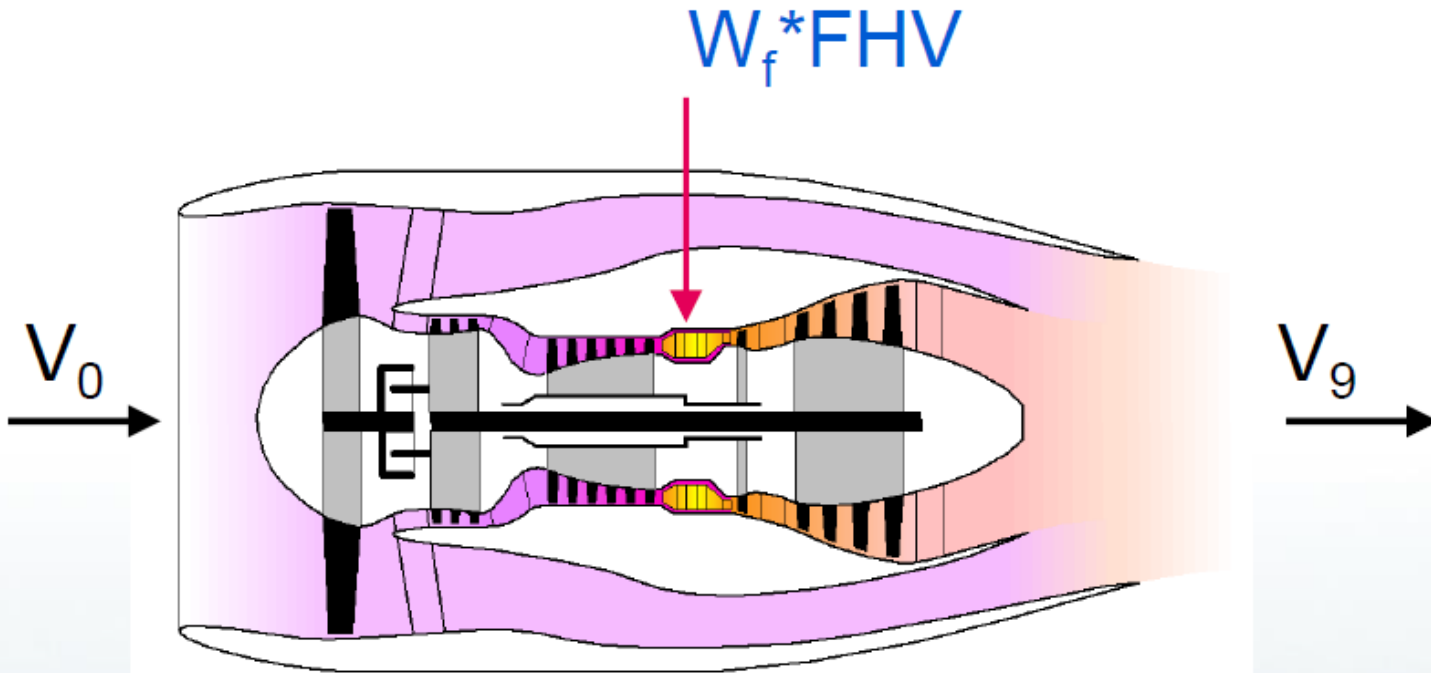
Conservación de la cantidad de movimiento



Empuje neto o no-instalado (no incluye el efecto de la nacelle)

$$E = \dot{m}_a [(1 + f)V_9 - V_0] + (p_9 - p_0)A_9$$

Generación de empuje



1. Definición y generación de empuje

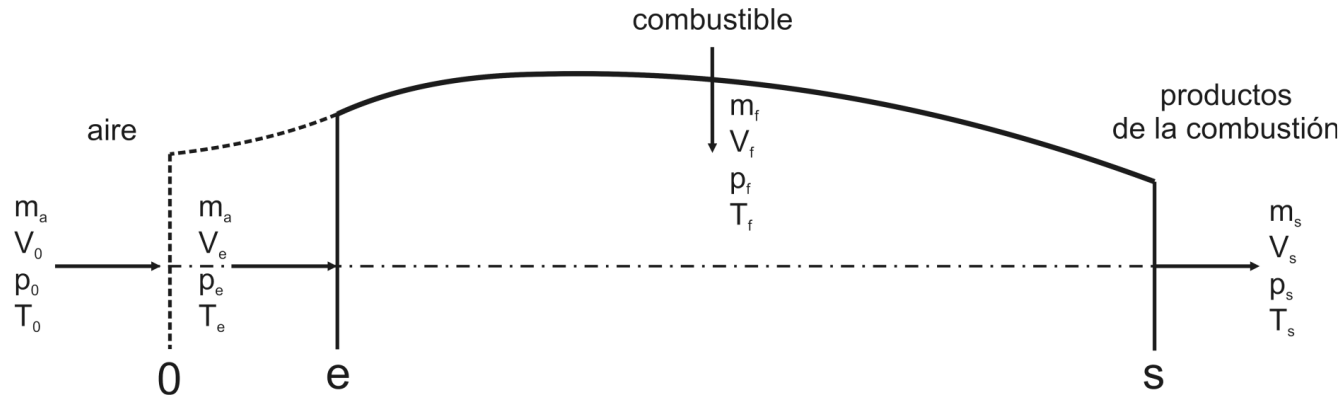
Ecuaciones generales

El aerorreactor utiliza fluidos para producir la fuerza propulsiva

Conservación de la cantidad de movimiento

Ecuaciones generales de la mecánica de fluidos: leyes de conservación

Forma integral: definición de un volumen de control para determinar características globales del flujo



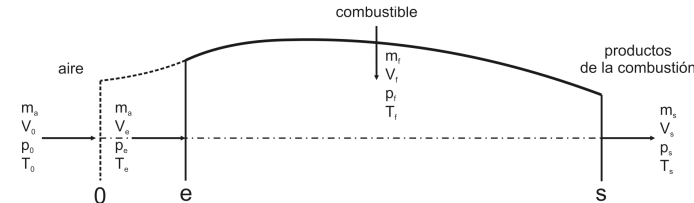
Volumen de control (W) de definido por las superficies internas de la planta propulsiva, por el plano de entrada (+ flujo libre) y el plano de salida

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, forma integral de las ecuaciones de conservación

Ecuación de conservación de la masa

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho d\omega + \iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = 0$$



Ecuación conservación de la cantidad de movimiento

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho \vec{v} d\omega + \iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho \vec{v}(\vec{v}\vec{n})d\sigma = \Sigma \vec{F}_{ext} \quad \Sigma \vec{F}_{ext} = \iint_{\Sigma_{int} e,s} (-(p - p_0)\vec{I} + \vec{T})\vec{n}d\sigma$$

Ecuación de conservación de la energía

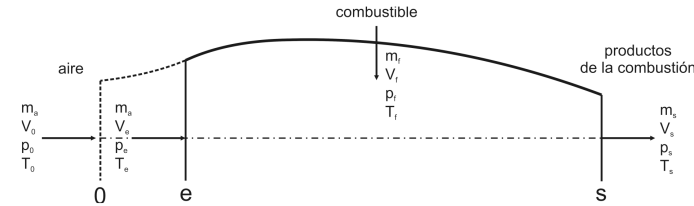
$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} \rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right) d\omega + \iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v}\vec{n})d\sigma = \Sigma (\vec{T}\vec{v} - \vec{q})\vec{n}d\sigma$$

Despreciamos los flujos de calor por radiación y el trabajo de las fuerzas másicas

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, forma integral de las ecuaciones de conservación

Despreciamos los términos no estacionarios



Ecuación de conservación de la masa

$$\iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = 0$$

Ecuación conservación de la cantidad de movimiento

$$\iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho\vec{v}(\vec{v}\vec{n})d\sigma = \Sigma\vec{F}_{ext} \quad \Sigma\vec{F}_{ext} = \iint_{\Sigma_{int} e,s} (-(p - p_0)\vec{I} + \vec{T})\vec{n}d\sigma$$

Ecuación de conservación de la energía

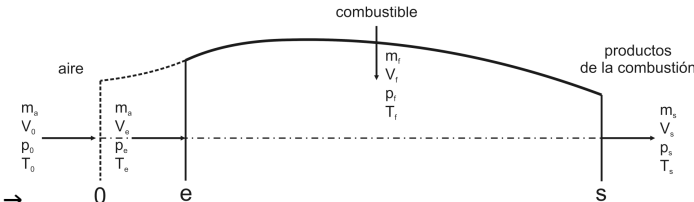
$$\iint_{\Sigma_{int} e,s} \rho\left(h + \frac{v^2}{2}\right)(\vec{v}\vec{n})d\sigma = \Sigma(\vec{T}\vec{v} - \vec{q})\vec{n}d\sigma$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, forma integral de las ecuaciones de conservación

Ecuación de conservación de la masa

$$\iint_{\Sigma^{int}} \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma + \iint_e \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma + \iint_s \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = 0$$



Desarrollando cada término:

Paredes de la planta propulsiva

$$\iint_{\Sigma^{int}} \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = 0$$

Inlet

$$\iint_s \rho(\vec{v} \cdot \vec{n})d\sigma = \bar{\rho}_s \bar{V}_s A_s = \dot{m}_s$$

$$\iint_e \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = -\bar{\rho}_e \bar{V}_e A_e - \bar{\rho}_f \bar{V}_f A_f = -\dot{m}_a - \dot{m}_f = -\dot{m}_a(1 + f)$$

Outlet

$$\iint_s \rho(\vec{v}\vec{n})d\sigma = \bar{\rho}_s \bar{V}_s A_s = \dot{m}_s$$

Finalmente se obtiene, $\dot{m}_s = \dot{m}_a + \dot{m}_f = \dot{m}_a(1 + f)$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, forma integral de las ecuaciones de conservación

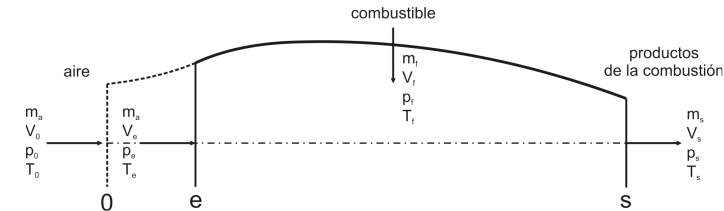
Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

$$\iint_{\Sigma_{int}} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma + \iint_e \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma + \iint_s \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = \sum \vec{F}_{ext}$$

Desarrollando cada termino

Paredes de la planta propulsiva

$$\iint_{\Sigma_{int}} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = 0$$



Inlet

$$\iint_e \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = -\bar{\rho}_e \bar{V}_e \bar{V}_e A_e = -\dot{m}_a \bar{V}_e$$

Outlet

$$\iint_s \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = \bar{\rho}_s \bar{V}_s \bar{V}_s A_s = \dot{m}_s \bar{V}_s = \dot{m}_a (1+f) \bar{V}_s$$

Fuerzas de fricción y presión sobre paredes internas



Añadiendo las fuerzas exteriores

$$\vec{E}_{ins, fluido} = \dot{m}_a \bar{V}_e - \dot{m}_a (1+f) \bar{V}_s - (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}_e A_e - (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Empuje instalado

La resultante de las fuerzas de presión y fricción que el fluido ejerce sobre las paredes internas y externas del motor, menos las fuerzas de fricción ejercidas sobre las paredes externas

$$\vec{E}_{ins, fluido} = - \left[\iint_{\Sigma_{int}, \Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \vec{I} + \vec{T} \right) \cdot \vec{n} d\sigma - \iint_{\Sigma_{ext}} \vec{T} \cdot \vec{n} d\sigma \right]$$

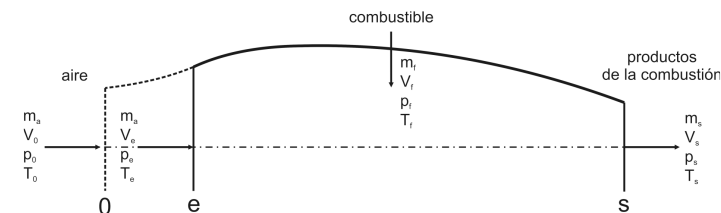
$$\vec{E}_{ins, fluido} = - \iint_{\Sigma_{int}} \left(-(p - p_0) \vec{I} + \vec{T} \right) \cdot \vec{n} d\sigma - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

Según la ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\iint_{\Sigma_{int}} \left(-(p - p_0) \vec{I} + \vec{T} \right) \cdot \vec{n} d\sigma = -\dot{m}_a \vec{V}_e + \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s + (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}_e A_e + (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s$$

Finalmente

$$\vec{E}_{ins, fluido} = \dot{m}_a \vec{V}_e - \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s - (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}_e A_e - (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$



1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Empuje instalado

Análisis de la ecuación:

- Aparecen las condiciones de entrada al motor.
- El movimiento en la sección de entrada no necesariamente será unidimensional.
- El empuje depende de las condiciones de funcionamiento del motor.
- El empuje instalado depende de la ubicación del motor en el avión.
- Obliga el estudio de la interacción avión – motor.
- El término integral (fuerzas de presión sobre paredes externas) es complejo de calcular.

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Empuje instalado

Debe ser independiente de las condiciones de entrada del motor. Por tanto se usan las condiciones de flujo libre

Aplicación de las ecuaciones de conservación entre 0 y la salida del motor

Pared exterior
$$\iint_{\Sigma_{mt}(0,e)} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = 0$$

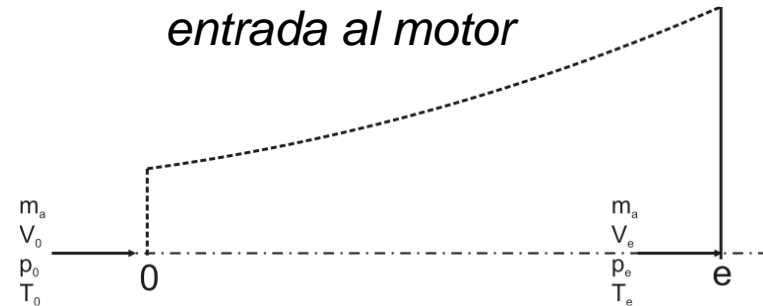
Sección de flujo libre
$$\iint_0 \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = -\bar{\rho}_0 \bar{V}_0 \bar{V}_0 A_0 = -\dot{m}_a \bar{V}_0$$

Sección de entrada
$$\iint_e \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = \bar{\rho}_e \bar{V}_e \bar{V}_e A_e = \dot{m}_a \bar{V}_e$$

Fuerzas exteriores

$$\sum \vec{F}_{ext} = \iint_{\Sigma_{mt}(0,e)} \left(-(p - p_0) \vec{I} + \vec{T} \right) \cdot \vec{n} d\sigma - (\bar{p}_0 - p_0) \vec{n}_0 A_0 - (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}'_e A_e$$

Se aplica la ecuación de cantidad de movimiento al tubo de corriente de entrada al motor



1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Empuje instalado

Considerando todas las contribuciones

$$-\dot{m}_a \bar{\vec{V}}_0 + \dot{m}_a \bar{\vec{V}}_e = \iint_{\Sigma_{int}(0,e)} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma - (\bar{p}_0 - p_0) \vec{n}_0 A_0 - (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}'_e A_e$$

Considerando la definición de empuje instalado

$$\vec{E}_{ins, fluido} = \dot{m}_a \bar{\vec{V}}_e - \dot{m}_a (1 + f) \bar{\vec{V}}_s - (\bar{p}_e - p_0) \vec{n}_e A_e - (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

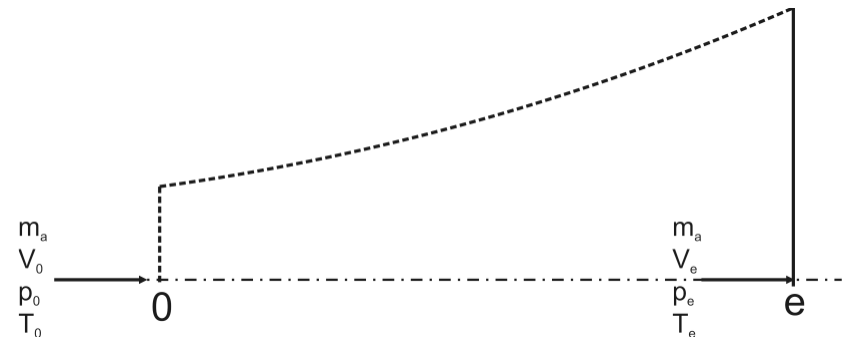
Sumando ambas expresiones

$$\vec{E}_{ins, fluido} = \dot{m}_a \bar{\vec{V}}_0 - \dot{m}_a (1 + f) \bar{\vec{V}}_s - (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma - \iint_{\Sigma_{ext}(0,e)} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

Donde se ha considerado

$$\vec{n}'_e = -\vec{n}_e$$

$$\iint_{\Sigma_{int}(0,e)} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma = - \iint_{\Sigma_{ext}(0,e)} \left(-(p - p_0) \bar{\vec{I}} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$



1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Definición de resistencia y empuje Aplicando el principio de Acción-Reacción

Resistencia exterior, o de carena $\vec{D}_{ext} = - \iint_{\Sigma_{ext}} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$

Normalmente entrada y salida son axi-simétricas con lo que:

$$\vec{V}_i = V_i \vec{i}; \vec{n}_s = \vec{i}$$

$$\vec{D}_x = (D_x)_i \vec{i} + (D_x)_j \vec{j}$$

despreciable

Resistencia adicional, o del tubo de corriente $\vec{D}_{ad} = - \iint_{\Sigma_{ext(0,e)}} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$

✚ Empuje instalado $\vec{E}_{ins} = -\vec{E}_{ins, fluido} = \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s - \dot{m}_a \vec{V}_0 + (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \vec{D}_{ext} - \vec{D}_{ad}$

Empuje bruto instalado $\vec{E}_{b_{ins}} = \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s + (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s - \vec{D}_{ext} - \vec{D}_{ad}$

✚ Empuje neto $\vec{E}_{no ins} = \vec{E} = \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s - \dot{m}_a \vec{V}_0 + (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s$

Empuje neto $\vec{E}_{no ins} = \vec{E}_{ins} + \vec{D}_{ext} + \vec{D}_{ad}$

Empuje bruto no instalado $\vec{E}_{b_{no ins}} = \dot{m}_a (1 + f) \vec{V}_s + (\bar{p}_s - p_0) \vec{n}_s A_s$

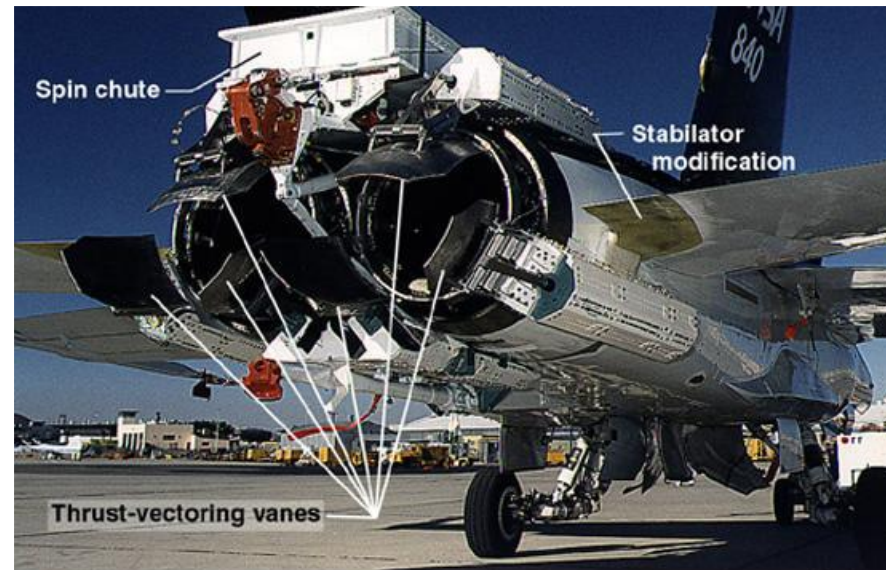
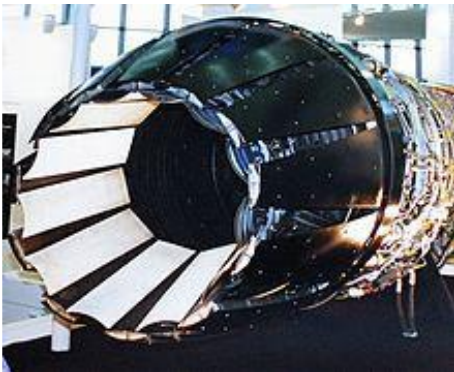
1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Vector de empuje

$$\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$$

$$\vec{V}_s = V_s (\cos \alpha \vec{i} + \text{sen} \alpha \vec{j})$$

$$\vec{n}_s = \cos \alpha \vec{i} + \text{sen} \alpha \vec{j}$$



Thrust-vectoring control system. (NASA photo EC90-177-4 with text added).

$$E_{ins,i} = \dot{m}_a (1 + f) V_s \cos \alpha - \dot{m}_a V_0 + (p_s - p_0) A_s \cos \alpha - D_{ext,i} - D_{ad,i}$$

$$E_{ins,j} = \dot{m}_a (1 + f) V_s \text{sen} \alpha + (p_s - p_0) A_s \text{sen} \alpha - D_{ext,j} - D_{ad,j}$$



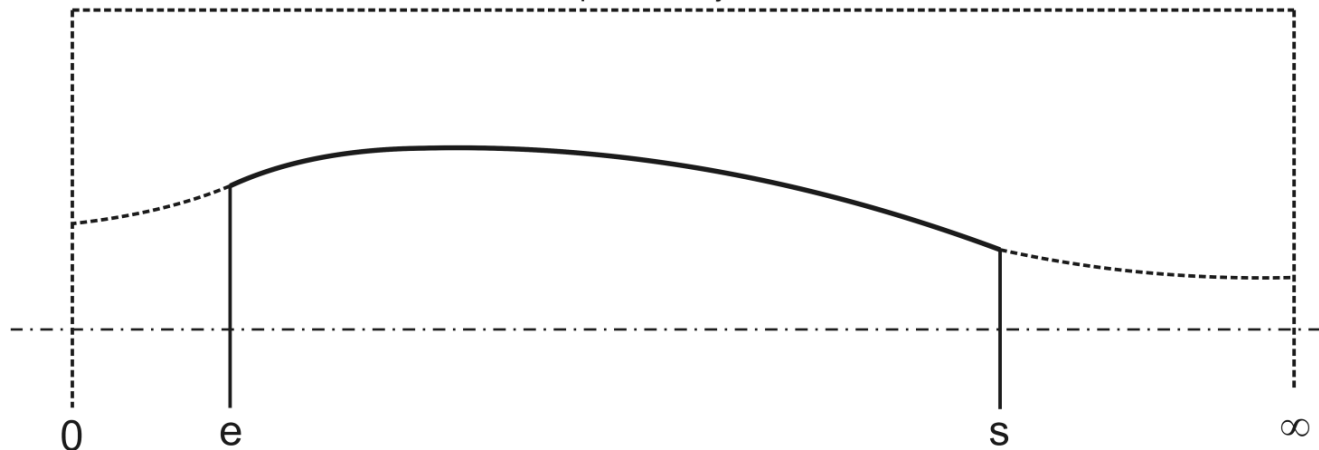
1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Cálculo de la resistencia adicional

Asumiendo flujo ideal y el volumen desde el flujo externo hasta la estela

$$-\vec{D}_{ad} - \vec{D}_{ext} = \iint_{\Sigma_{ext}(s,\infty)} -(p - p_0) \vec{I} \cdot \vec{n} d\sigma$$

Superficie alejada del motor



Si las presiones de salida y ambiente son idénticas (tobera adaptada), $p_s = p_0$

$$\iint_{\Sigma_{ext}(s,\infty)} -(p - p_0) \vec{I} \cdot \vec{n} d\sigma = 0 \text{ y se tiene que } \rightarrow \vec{D}_{ad} = -\vec{D}_{ext} \rightarrow \vec{E}_{no\ ins} = \vec{E}_{ins}$$

1. Definición y generación de empuje

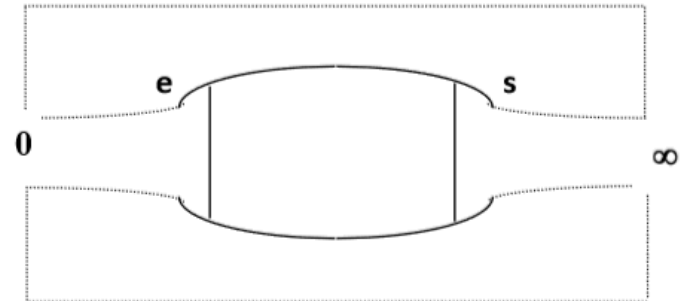
Ecuaciones generales, Cálculo de la resistencia adicional

Compensación de resistencias

Con un volumen de control suficientemente grande al que aplicar cantidad de movimiento se demuestra que:

$$\vec{D}_{adc} + \vec{D}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{D}_{adc} = -\vec{D}_{ext} \rightarrow \vec{E} = \vec{E}_{inst}$$

$$D_{adc} = \dot{m}_a(V_e - V_0) + A_e(p_e - p_0)$$



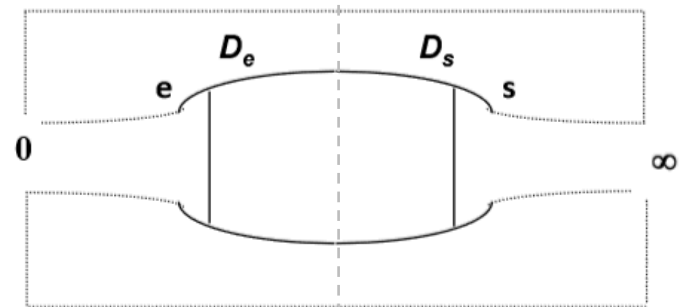
Entrada: $\vec{D}_{ad} + \vec{D}_e = 0$

Salida:

$$\vec{D}_s + \int_{\Sigma_{e(s-\infty)}} (P - P_0) \vec{l} \cdot \vec{n} d\sigma = 0$$

$$\vec{D}_s = \text{Resistencia de culote} = - \int_{\Sigma_{e(s-\infty)}} (P - P_0) \vec{l} \cdot \vec{n} d\sigma$$

- La resistencia adicional D_{ad} siempre es resistencia (>0).
- Es compensada por $D_e \Rightarrow$ succión de borde de ataque.
- Problemas en tomas supersónicas.
- D_{ad} puede tomar valores muy elevados



1. Definición y generación de empuje

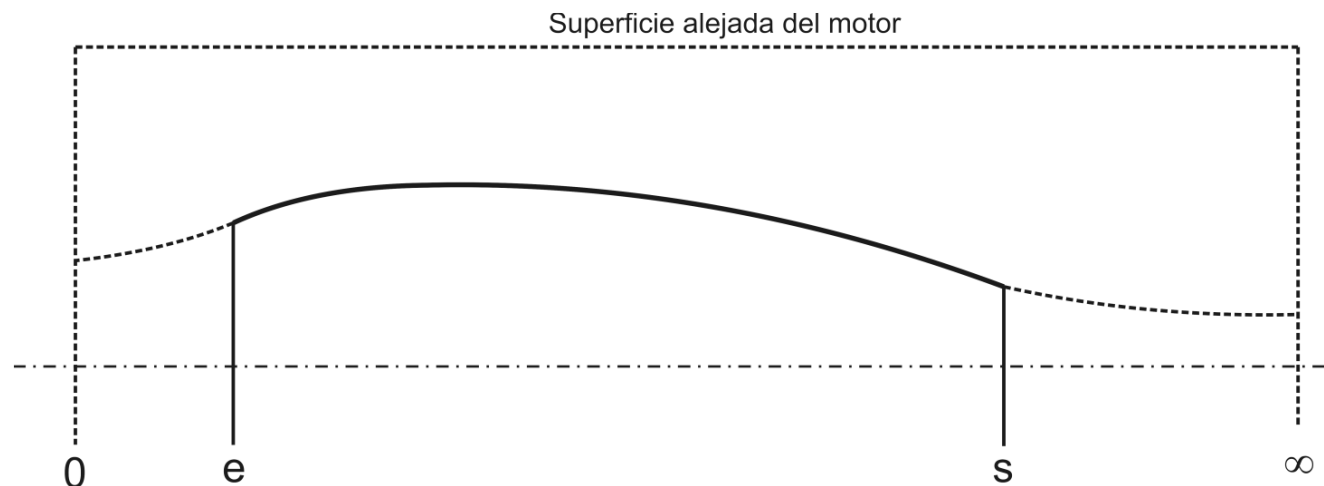
Ecuaciones generales, Cálculo de la resistencia adicional

Si el motor es muy largo puede asumirse

$$\vec{D}_{ext} = \vec{D}_e + \vec{D}_s \quad y \quad \vec{D}_{ad} + \vec{D}_e = 0$$

Por tanto

$$-\vec{D}_s = \iint_{\Sigma_{ext}(s,\infty)} -(p - p_0) \vec{\bar{I}} \cdot \vec{n} d\sigma$$



1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Cálculo de la resistencia adicional

Asumiendo flujo subsónico, 1-D e isentrópico, gas perfecto: la resistencia adicional puede calcularse como:

$$\vec{D}_{ad} = - \iint_{\Sigma_{ext}(0,e)} \left(-(p - p_0) \vec{I} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

$$D_{ad} = \dot{m}_a (V_e - V_0) + (p_e - p_0) A_e$$

Teniendo en cuenta la definición del gasto másico y del número de Mach en la sección de entrada, se puede expresar como:

$$\left. \begin{aligned} \dot{m}_a &= \rho_e V_e A_e \\ M_e &= \frac{V_e}{\sqrt{\gamma R T_e}} = \frac{V_e \sqrt{\rho_e}}{\sqrt{\gamma p_e}} \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} D_{ad} &= A_e p_e \left(\frac{\rho_e V_e^2}{p_e} \left(1 - \frac{V_0}{V_e} \right) + \left(1 - \frac{p_0}{p_e} \right) \right) \\ \frac{D_{ad}}{A_e p_0} &= \frac{p_e}{p_0} \left(\gamma M_e^2 \left(1 - \frac{V_0}{V_e} \right) + \left(1 - \frac{p_0}{p_e} \right) \right) \end{aligned}$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Cálculo de la resistencia adicional

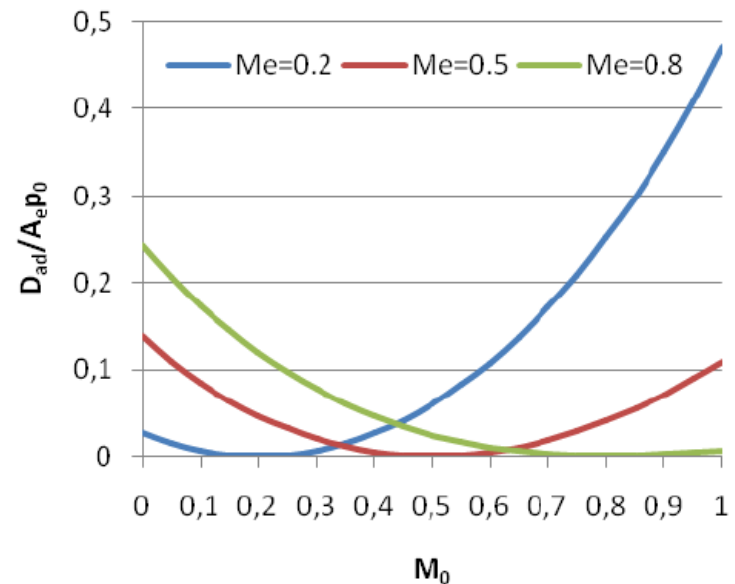
Además, por ser el proceso de difusión isentrópico y adiabático se conservan la presión total ($p_{et}=p_{ot}$) y la temperatura total ($T_{et}=T_{ot}$):

$$\frac{p_0}{p_e} = \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \frac{V_0}{V_e} = \frac{M_0}{M_e} \sqrt{\frac{T_0}{T_e}} \quad \frac{T_0}{T_e} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}$$

Finalmente se obtiene

$$\frac{D_{ad}}{A_e p_0} = \left(\frac{T_e}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\gamma M_e^2 \left(1 - \frac{M_0}{M_e} \sqrt{\frac{T_0}{T_e}} \right) + \left(1 - \left(\frac{T_0}{T_e} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right) \right)$$

$$\frac{D_{ad}}{A_e p_0} = f(M_0, M_e, \gamma)$$



Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

$$\iint_{\Sigma_{int,e,s}} \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = \sum \left(\vec{T} \cdot \vec{v} - \vec{q} \right) \cdot \vec{n} d\sigma$$

Analizando algunos números adimensionales, la ecuación anterior puede simplificarse

$$\frac{\text{trabajo de las fuerzas de viscosidad}}{\text{flujo de entalpía}} = \frac{\frac{\mu v}{L}}{\rho c_p T} = \frac{\mu}{\rho L} \frac{v}{c_p T} \approx \frac{M^2}{Re} \ll 1$$

$$\frac{\text{pérdidas de calor por conducción}}{\text{flujo de entalpía}} \approx \frac{\frac{kT}{L}}{\rho c_p T} = \frac{\mu}{\rho L} \frac{k}{\mu c_p} = \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \ll 1$$

Finalmente, la ecuación de la energía en aerorreactores es:

$$\iint_{\Sigma_{int,e,s}} \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = 0$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

$$\iint_{\Sigma_{int}} \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma + \iint_e \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma + \iint_s \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = 0$$

Para cada superficie

Pared exterior

$$\iint_{\Sigma_i} \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma = 0$$

Sección de entrada

$$\begin{aligned} \iint_e \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma &= -\bar{\rho}_e \bar{V}_e \bar{h}_e A_e - \frac{1}{2} \bar{\rho}_e \bar{V}_e \bar{V}_e^2 A_e - \dot{m}_f h_f = \\ &= -\dot{m}_a \left(\bar{h}_e + \frac{1}{2} \bar{V}_e^2 \right) - \dot{m}_f h_f = -\dot{m}_a \bar{h}_{et} - \dot{m}_f h_f \end{aligned}$$

Sección de salida

$$\begin{aligned} \iint_s \rho \left(h + \frac{v^2}{2} \right) (\vec{v} \cdot \vec{n}) d\sigma &= \bar{\rho}_s \bar{V}_s \bar{h}_s A_s + \frac{1}{2} \bar{\rho}_s \bar{V}_s \bar{V}_s^2 A_s = \\ &= \dot{m}_s \left(\bar{h}_s + \frac{1}{2} \bar{V}_s^2 \right) = \dot{m}_a (1 + f) \bar{h}_{st} \end{aligned}$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Teniendo en cuenta cada término $\dot{m}_a \bar{h}_{et} + \dot{m}_f h_f = \dot{m}_a (1 + f) \bar{h}_{st}$

Y como $h_{et} = h_{0t}$

La ecuación de la energía puede escribirse en función del poder calorífico del combustible

$$\dot{m}_a \left(h_a(T_0) + \frac{V_0^2}{2} \right) + \dot{m}_f h_f(T_f) = \dot{m}_a (1 + f) \left(h_p(T_s) + \frac{V_s^2}{2} \right)$$

Éste se define como el calor liberado por unidad de masa de combustible cuando se quema dicho combustible a una temperatura de referencia dada (T^*).

Dado que en aerorreactores el vapor producido en la combustión no condensa, se hace uso del poder calorífico inferior

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Considerando un combustible derivado del petróleo, la combustión completa es representada por la reacción

$$C_n H_m + \frac{1}{\alpha_0} \left(n + \frac{m}{4} \right) (\alpha_0 O_2 + \alpha_i R_i) \rightarrow n CO_2 + \frac{m}{2} H_2 O + \left(n + \frac{m}{4} \right) \frac{\alpha_i}{\alpha_0} R_i$$

$$f_{est} = \frac{M_m^f}{\frac{1}{\alpha_0} \left(n + \frac{m}{4} \right) M_m^a} = \frac{n M_m^C + m M_m^H}{\frac{1}{\alpha_0} \left(n + \frac{m}{4} \right) M_m^a} = \frac{M_m^C + \lambda M_m^H}{\frac{1}{\alpha_0} \left(1 + \frac{\lambda}{4} \right) M_m^a} \quad M_m^a = \alpha_0 M_m^{O_2} + \sum_i \alpha_i M_m^i$$

$$\lambda = \frac{m}{n}$$

El poder calorífico inferior se define como

$$L = \frac{H_f^* + \frac{1}{\alpha_0} \left(1 + \frac{\lambda}{4} \right) H_a^* - H_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} H_{H_2O}^* - \left(1 + \frac{\lambda}{4} \right) \frac{\alpha_i}{\alpha_0} H_{R_i}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H} = \frac{H_f^* + \left(1 + \frac{\lambda}{4} \right) H_{O_2}^* - H_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} H_{H_2O}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H}$$

En la ecuación anterior H^*_i es la entalpía molar de la sustancia i a la temperatura de referencia $T^* = 298 \text{ K}$ (JANAF)

(L) Poder calorífico del combustible: calor por unidad de masa de combustible en una reacción de oxidación del combustible a combustión completa con aire y mezcla estequiométrica y condiciones de referencia (1 atm y $T=25^\circ\text{C}$)

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Dividiendo la entalpía molar de la sustancia i entre su masa molecular, se obtiene la entalpía másica de dicha sustancia

$$L = h_f^* + \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{4}\right) M_m^{O_2} h_{O_2}^* - M_m^{CO_2} h_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} M_m^{H_2O} h_{H_2O}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H}$$

Despejando de la ecuación anterior, la entalpía másica del combustible a T^* puede expresarse como:

$$h_f^* = L - \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{4}\right) M_m^{O_2} h_{O_2}^* - M_m^{CO_2} h_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} M_m^{H_2O} h_{H_2O}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H}$$

Para introducir el poder calorífico en la ecuación de la energía, se ha de tener en cuenta que:

$$h_f(T_f) = \Delta h_f \Big|_*^f + h_f^*$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Teniendo en cuenta esta definición, la ecuación de la energía puede escribirse

$$\dot{m}_a h_a(T_0) + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f + \dot{m}_f h_f^* = \dot{m}_a (1+f) h_p(T_s) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

E introduciendo la definición de la entalpía másica del combustible se obtiene:

$$\dot{m}_a h_a(T_0) + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f + \dot{m}_f \left(L - \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{4}\right) M_m^{O_2} h_{O_2}^* - M_m^{CO_2} h_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} M_m^{H_2O} h_{H_2O}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H} \right) = \dot{m}_a (1+f) h_p(T_s) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

Si la entalpía del aire a la temperatura T0 se expresa como la suma de la su entalpía másica a T* más la variación de entalpía másica entre T* y T0 se podrá definir la entalpía de los productos de la combustión completa

$$h_a(T_0) = h_a^* + \Delta h_a \Big|_*^0$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Definiendo mediante la siguiente ecuación la entalpía de los productos de la combustión completa

$$\dot{m}_a h_a^* - \dot{m}_f \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{4}\right) M_m^{O_2} h_{O_2}^* - M_m^{CO_2} h_{CO_2}^* - \frac{\lambda}{2} M_m^{H_2O} h_{H_2O}^*}{M_m^C + \lambda M_m^H} = \dot{m}_a (1 + f) h_{pcc}^*$$

la ecuación de la energía se puede expresar de la siguiente forma:

$$\dot{m}_a \Delta h_a \Big|_*^0 + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f + \dot{m}_f L = \dot{m}_a (1 + f) h_p(T_s) - \dot{m}_a (1 + f) h_{pcc}^* + \dot{m}_a (1 + f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

En la ecuación anterior, conviene expresar la diferencia de entalpías de los productos (p) y de los productos de la combustión completa (pcc) refiriéndola a la misma temperatura.

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

De esta forma, la entalpía de los productos de la combustión completa se refieren a T_0 para que resulte análogo al aire y al combustible.

$$h_{pcc}^* = h_{pcc}(T_0) - \Delta h_{pcc} \Big|_*^0 \quad \longrightarrow \quad h_p(T_s) - h_{pcc}^* = h_p(T_s) - h_{pcc}(T_0) + \Delta h_{pcc} \Big|_*^0$$

Sumando y restando $h_{pcc}(T_s)$ se tiene

$$h_p(T_s) - h_{pcc}^* = \left(h_p(T_s) - h_{pcc}(T_s) \right) + \left(h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0) \right) + \Delta h_{pcc} \Big|_*^0$$

y sustituyendo en la ecuación de la energía se llega a:

$$\begin{aligned} \dot{m}_a \Delta h_a \Big|_*^0 + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f - \dot{m}_a (1+f) \Delta h_{pcc} \Big|_*^0 + \dot{m}_f L = \\ = \dot{m}_a (1+f) \left(\left(h_p(T_s) - h_{pcc}(T_s) \right) + \left(h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0) \right) \right) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2} \end{aligned}$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Finalmente introduciendo el concepto de rendimiento de la combustión

$$\eta_{cc} \dot{m}_f L = \dot{m}_f L - \dot{m}_a (1 + f) \left((h_p(T_s) - h_{pcc}(T_s)) \right)$$

$$\eta_{cc} = 1 - \frac{(1 + f) \left((h_p(T_s) - h_{pcc}(T_s)) \right)}{fL}$$

Si la **combustión** fuera **completa**: $\eta_{cc} = 100\%$

Las **pérdidas** en la combustión son de **tipo químico**, debidas a la combustión incompleta

$$T_4 = T_{3x} + \eta_{cc} \frac{m_f L}{c_p}$$

$$P_4 = P_{3x} (1 - \Delta P_{cc})$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Introduciendo el rendimiento de la combustión, la ecuación de la energía

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\dot{m}_a \Delta h_a \Big|_*^0 + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f - \dot{m}_a (1+f) \Delta h_{pcc} \Big|_*^0 + \eta_{cc} \dot{m}_f L}_{\text{Energía aportada al sistema}} = \\
 & \underbrace{\dot{m}_a (1+f) \left(h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0) \right) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}}_{\text{Uso de la energía aportada}}
 \end{aligned}$$

Se puede asumir

$$\dot{m}_a \Delta h_a \Big|_*^0 + \dot{m}_f \Delta h_f \Big|_*^f - \dot{m}_a (1+f) \Delta h_{pcc} \Big|_*^0 \approx 0$$

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Combustión diluida si se asume que $m_a \gg m_f$, y la ecuación de la energía se simplifica

$$\eta_{cc} \dot{m}_f L = \dot{m}_a (h_a(T_s) - h_a(T_0)) + \dot{m}_a \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

y el dosado se obtiene de acuerdo a la siguiente expresión

$$f = \frac{h_a(T_s) - h_a(T_0) + \frac{V_s^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}}{\eta_{cc} L}$$

1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

De la ecuación anterior aplicándola a aerorreactores queda:

$$f \cong 0.02 \Rightarrow f \ll 1 \Rightarrow \dot{m}_c \ll \dot{m}_a \Rightarrow (\dot{m}_a + \dot{m}_c) \approx \dot{m}_a$$

$f \ll f_{est} \Rightarrow$ Composición de productos reacción \approx aire \Rightarrow Combustión diluida.

$$\eta_q \dot{m}_c L = \dot{m}_a \left[h_a(T_s) + \frac{V_s^2}{2} \right] - \dot{m}_a \left[h_a(T_0) + \frac{V_0^2}{2} \right] \Rightarrow$$

$$\eta_q \dot{m}_c L = \dot{m}_a \left(h_t|_s - h_t|_0 \right)$$

Cuantitativamente:

Proceso de adición de calor a un tubo de corriente

Cualitativamente:

- $t_{c,comb} \ll t_{c,trans\ calor} \Rightarrow$ Sistemas muy compactos
- Paredes cámaras más frías que el gas. Si transmisión de calor \Rightarrow misma temperatura

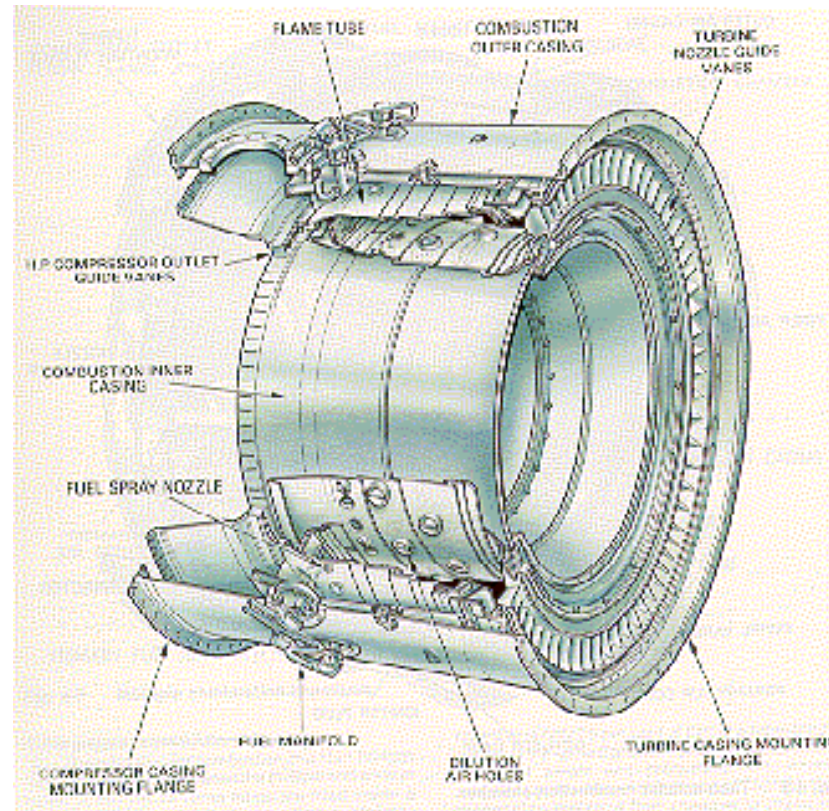
1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

De la ecuación anterior aplicándola a aerorreactores queda:

$$f \cong 0.02 \Rightarrow f \ll 1 \Rightarrow \dot{m}_c \ll \dot{m}_a \Rightarrow (\dot{m}_a + \dot{m}_c) \approx \dot{m}_a$$

$f \ll f_{est} \Rightarrow$ Composición de productos reacción \approx aire \Rightarrow Combustión diluida.



1. Definición y generación de empuje

Ecuaciones generales, Ecuaciones de conservación de la energía

Rendimiento de la reacción (En diseño $\eta_q \approx 0.99$)

$T_{comb} < 1600K$ rendimiento por no oxidación de CO, H₂ y HC no quemados

$$\eta_q = 1 - \frac{Q}{m_c}$$

$$Q = m_{CO}Q_{CO} + m_{H_2}Q_{H_2} + m_{HC}Q_{UHC}$$

$m_x \equiv$ masa de la especie "x"

$Q_x \equiv$ Calor reacción presión cte de "x"



$$\eta_q = 1 - \frac{m_{CO}Q_{CO} + m_{H_2}Q_{H_2} + m_{HC}Q_{UHC}}{m_c}$$

$$\frac{m_i}{m_c} = \frac{EI}{1000}$$



$$\eta_q = 1 - \frac{EI_{CO}Q_{CO} + EI_{H_2}Q_{H_2} + EI_{HC}Q_{UHC}}{1000L}$$

$T_{comb} > 1600K$ aparecen condiciones de equilibrio CO y H₂

$$\eta_q = 1 - \frac{(EI - EI^{eq})_{CO}Q_{CO} + (EI - EI^{eq})_{H_2}Q_{H_2} + EI_{HC}Q_{UHC}}{1000L}$$

1. Definición y generación de empuje

Generación de empuje, términos incluidos en el cálculo del empuje neto(no instalado)

Empuje por velocidad $\dot{m}_a (1 + f) V_9$

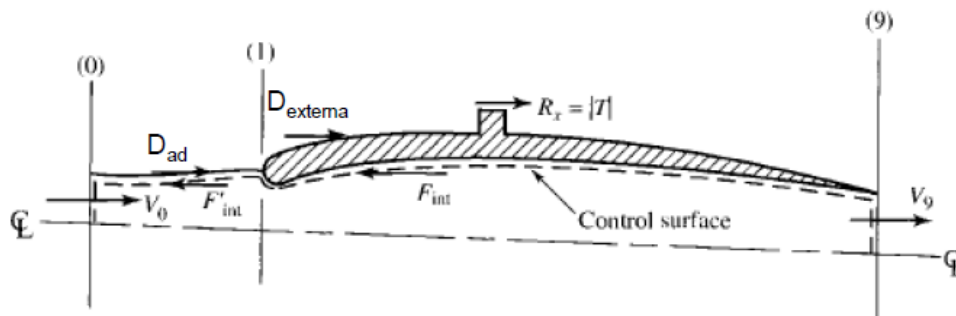
Empuje por presión $(p_9 - p_0) A_9$

Empuje bruto (bruto = neto- resistencia) $\dot{m}_a (1 + f) \boxed{V_9} + (p_9 - p_0) A_9$

Resistencia $\dot{m}_a V_0$

Obtención del empuje instalado

Incluir el efecto de la nacelle y la resistencia adicional (Dext & Dad)



$$\begin{aligned}
 E_{instalado} &= E - D = \\
 &= E - D_{externa} - D_{ad}
 \end{aligned}$$

1. Definición y generación de empuje

Generación de empuje,

$$P_{9*} > P_0 \rightarrow E \uparrow$$

$$P_{9*} \text{ expansion a } T_{92}, V_{92}, P_{92} = P_0 \rightarrow E \uparrow \uparrow \uparrow$$

Si la tobera se encuentra adaptada ($p_9 = p_0$)

$$V_{92} > V_9$$

$$E = \dot{m}_a \left((1 + f) V_9 - V_0 \right)$$

En muchos casos el caudal de combustible es despreciado. Así se obtiene que el cálculo del empuje neto se reduce a:

$$E = \dot{m}_a (V_9 - V_0)$$

Existen dos grandes estrategias de propulsión para aerorreactores

$$E = E_\pi + E_\beta = \dot{m}_{a\pi} (V_{9\pi} - V_0) + \dot{m}_{a\beta} (V_{9\beta} - V_0)$$

Elevado flujo másico (Turboprop)

Gran velocidad en el chorro (Turbojet)



Contenidos

1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



2. Aplicación real del empuje

Factores que afectan al empuje

Empuje neto

$$E = \dot{m}_a \left((1 + f) V_9 - V_0 \right) + (p_9 - p_0) A_9$$

Cada término depende a su vez de múltiples parámetros

Velocidad del chorro en la tobera

➤ *Tobera adaptada*

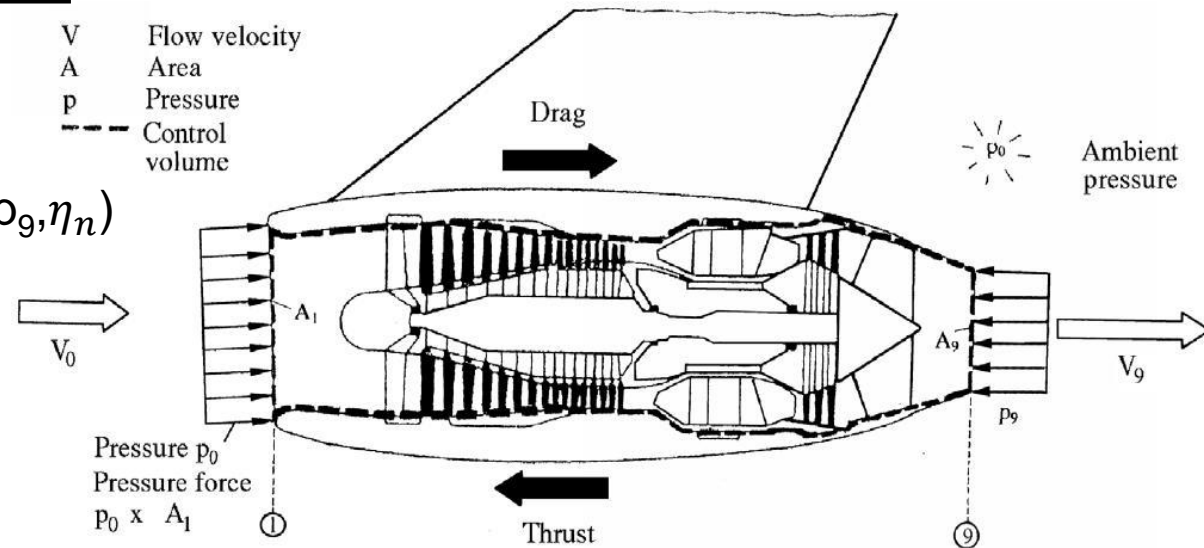
- $p_9 = p_0$
- Velocidad = $f(T_{5t}, p_{5t}, p_9, \eta_n)$

➤ *Tobera sobreexpandida*

➤ *Tobera subexpandida*

➤ *Convergente bloqueada*

- Condiciones sónicas
- V_9 es función de la temperatura
- $p_9 > p_0$ (empuje de presión)



2. Aplicación real del empuje

Factores que afectan al empuje

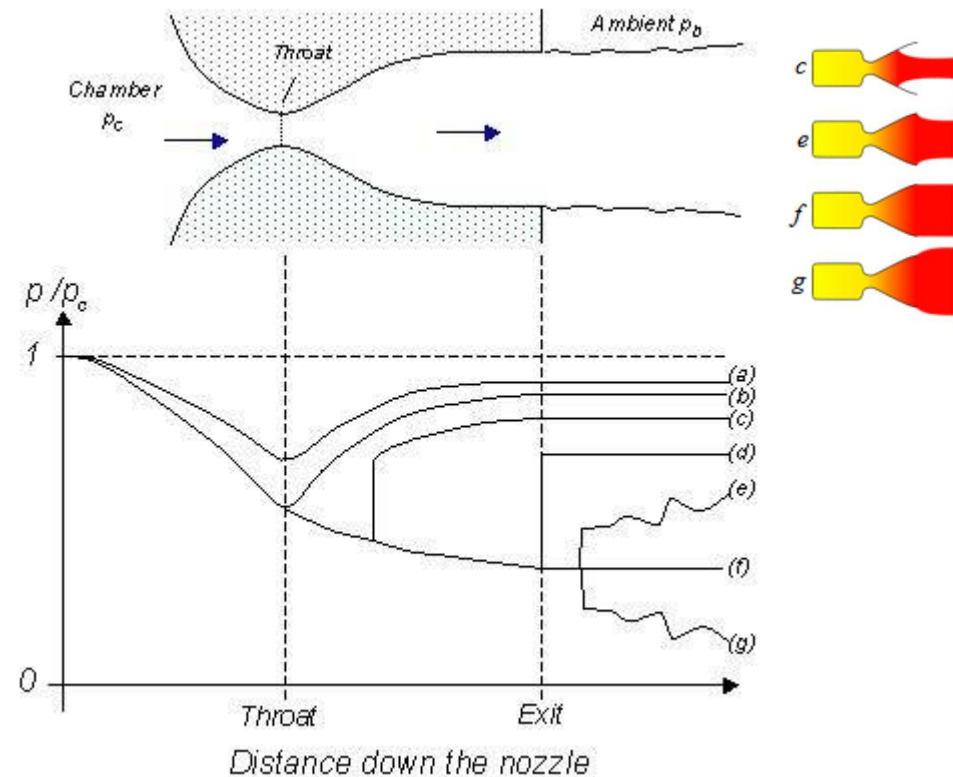
Empuje neto

$$E = \dot{m}_a \left((1 + f) V_9 - V_0 \right) + (p_9 - p_0) A_9$$

Cada término depende a su vez de múltiples parámetros

Velocidad del chorro en la tobera

- *Tobera adaptada*
- *Tobera sobreexpandida*
- *Tobera subexpandida*
- *Convergente bloqueada*



- a) Flujo subsónico en tobera, adaptada
- b) Flujo subsónico en tobera, adaptada
- c) Sobre-expansion, onda de choque interna, adaptada
- d) Sobre-expansion, onda de choque interna, adaptada
- e) Sobre-expansion, onda de choque externa, no adaptada
- f) Descarga supersónica adaptada
- g) Sub-expandida, onda de expansion externa (Prandtl-Meyer), no adaptada

Factores que afectan al empuje

Velocidad del aire a la entrada (V_0)

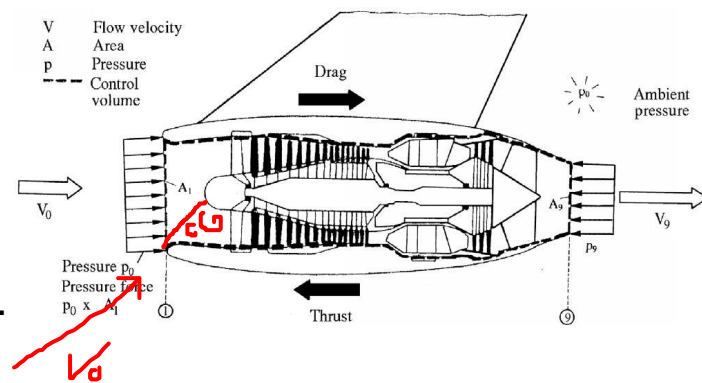
Si $V_0 \uparrow \rightarrow Resistencia \uparrow$

Ángulo de velocidad del aire a la entrada (V_0)

Bloque de la entrada, separación de flujo, ..

Flujo de aire (\dot{m}_a)

Es función de la densidad ambiente, velocidad de vuelo, área entrada motor
 Mayor área transversal del motor, mayor resistencia, mayor \dot{m}_a



Altitud (h)

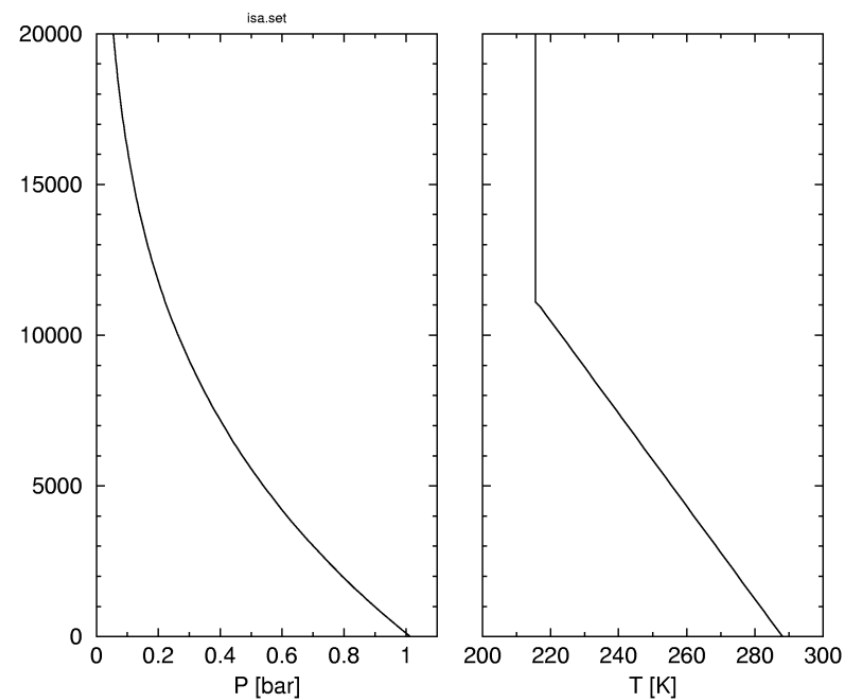
Con el aumento de la altura se produce disminución de densidad, y con ello disminución del flujo másico,

$$\underbrace{\uparrow T_0, \downarrow p_0 \rightarrow \downarrow \rho_0}_{\downarrow \dot{m}_a \text{ y } \downarrow E}$$

Tobera de geometría variable

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_{sl}} = \frac{A \rho_0 M_0 \sqrt{\gamma R T_0}}{A \rho_{sl} M_0 \sqrt{\gamma R T_{sl}}} = \frac{\rho_0 \sqrt{T_0}}{\rho_{sl} \sqrt{T_{sl}}}$$

Sea Level P=1.01325 bar T=288.15 K



2. Aplicación real del empuje

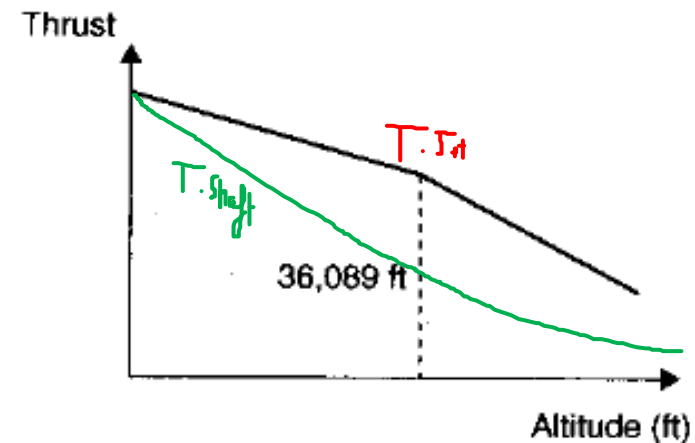
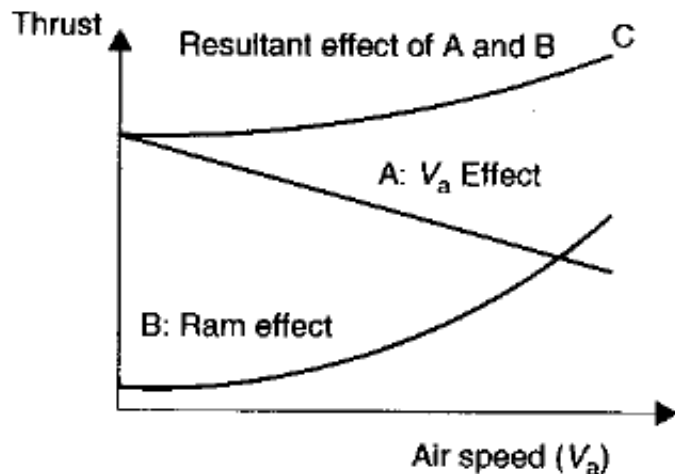
Factores que afectan al empuje

Efecto RAM (compresión dinámica)

- El movimiento de la aeronave con respecto al exterior causa que el aire “golpee” dentro de la admisión del motor.
- Este efecto aumenta la presión del fluido, lo que aumenta la densidad y por tanto el flujo másico. Se traduce en el aumento del empuje bruto.
- Al aumentar el empuje bruto, aumenta la velocidad de vuelo.
- Significativo a elevadas velocidades de vuelo. Permite compensar parte de la pérdida de empuje por elevada altitud → Importante en aviones de combate.

$$P_{atm} = P_0$$

$$P_{00} = P_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$



Factores que afectan al empuje

Otros parámetros de influencia sobre el empuje

- Factores relativos al motor:
 - Relación de compresión
 - Dosado y la temperatura de entrada a la turbina
 - Tamaño de la tobera de escape
 - Régimen de giro (efectos sobre funcionamiento de turbina y compresor)
 - Sangrado del compresor y refrigeración de la turbina de alta presión
 - Inyección de vapor de agua, eficiencia de componentes
 - Turbofan flujo mezclado, separado, vector de empuje
- Factores relacionados con el medio:
 - Velocidad del aire
 - Condiciones atmosféricas afectando a la densidad del aire
 - Día cálido vs día frío
 - Humedad

Contenidos

1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



Parámetros de prestaciones del motor

Dos motores con mismo rendimiento térmico pueden tener capacidades muy diferentes a la hora de propulsar la aeronave

Parámetro diferencial: **Rendimiento propulsivo**

Analizaremos los siguientes parámetros:

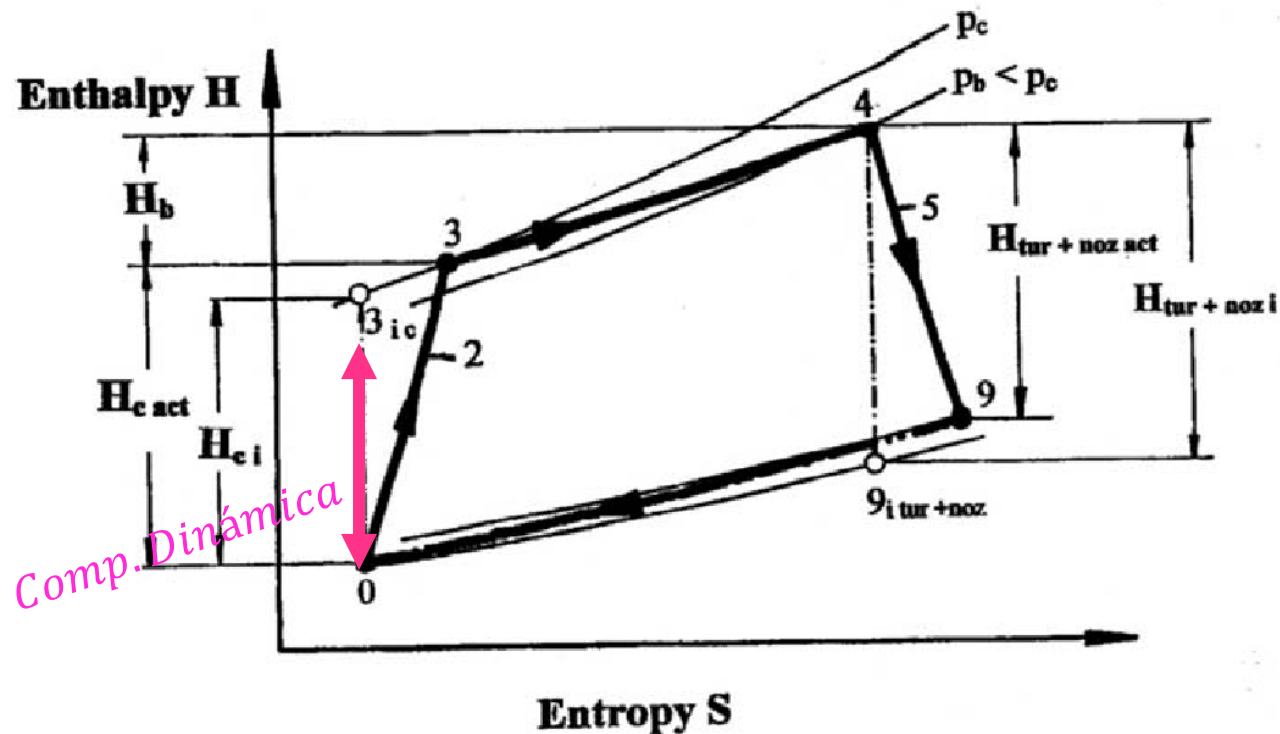
- Rendimiento térmico
- Rendimiento propulsivo
- Rendimiento global
- Consumo específico

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

De acuerdo a la teoría de ciclos, el rendimiento térmico se define como la relación entre el trabajo útil obtenido y el calor añadido en la combustión

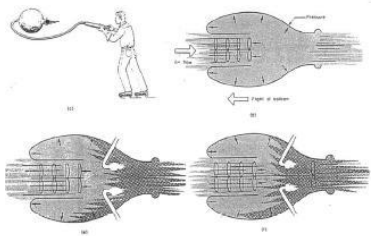
$$\eta_{th} = \frac{c_p (T_4 - T_3) - c_p (T_9 - T_0)}{fL}$$



3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

En motores a reacción, representa la eficiencia en la conversión de la energía química del combustible en energía cinética del fluido que trasiega el motor



$$\eta_{th} = \frac{\frac{1}{2} \dot{m}_a (1 + f) V_9^2 - \frac{1}{2} \dot{m}_a V_0^2}{\dot{m}_f L}$$

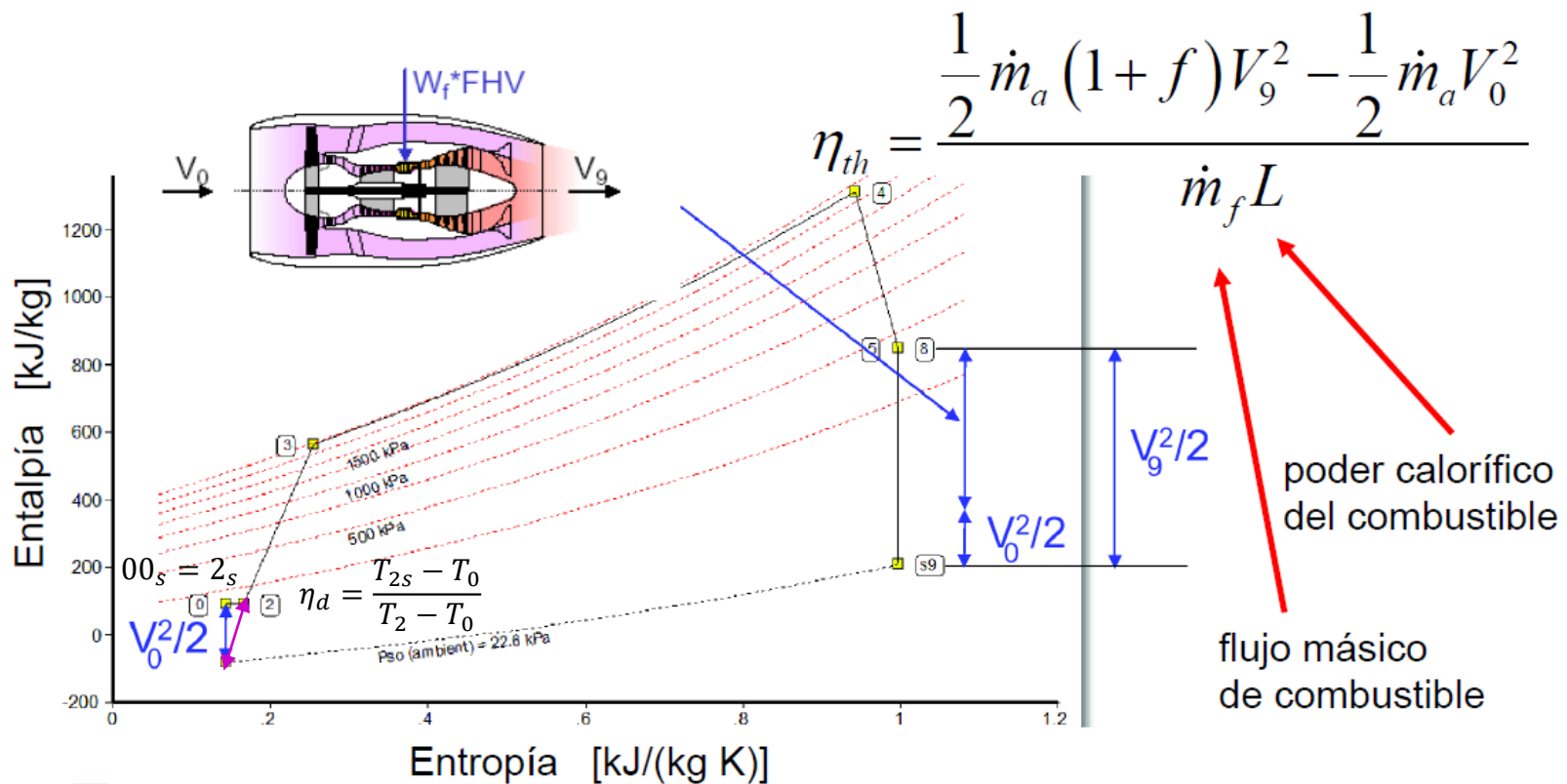
Esta definición se obtiene directamente del análisis de la ecuación de la energía

$$\underbrace{\eta_{cc} \dot{m}_f L}_{\text{Potencia aportada}} = \underbrace{\dot{m}_a (1 + f) (h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0))}_{\text{Potencia perdida por aumento de temperatura de los gases}} + \underbrace{\dot{m}_a (1 + f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}}_{\text{Incremento de la energía cinética}}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

En motores a reacción, representa la eficiencia en la conversión de la energía química del combustible en energía cinética del fluido que trasiega el motor



3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

Si se combinan la ecuación de la energía y la definición de empuje neto considerando la tobera adaptada, también se puede demostrar que no todo el calor liberado en la combustión se invierte en obtener potencia mecánica:

- Potencia aportada a la aeronave

$$EV_0 = \dot{m}_a \left((1+f) V_s V_0 - V_0^2 \right)$$

- Ecuación de la energía

$$\eta_{cc} \dot{m}_f L = \dot{m}_a (1+f) \left(h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0) \right) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

Sustrayendo la potencia aportada de la ecuación de la energía

$$\eta_{cc} \dot{m}_f L - EV_0 = \dot{m}_a (1+f) \left(h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0) \right) + \dot{m}_a (1+f) \frac{V_s^2}{2} - \dot{m}_a (1+f) V_s V_0 + \dot{m}_a \frac{V_0^2}{2}$$

$$\underbrace{\eta_{cc} \dot{m}_f L}_{\text{Potencia aportada}} = \underbrace{EV_0 + \frac{1}{2} \dot{m}_a (1+f) (V_s - V_0)^2}_{\text{Potencia mecánica}} - \underbrace{\dot{m}_f \frac{V_0^2}{2} + \dot{m}_a (1+f) (h_{pcc}(T_s) - h_{pcc}(T_0))}_{\text{Potencia perdida por aumento de temperatura de los gases}}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

El **rendimiento térmico** es un **rendimiento interno**

Definición 1

$$\eta_{th} = \frac{\text{Tasa de energía cinética añadida al flujo}}{\text{Potencia suministrada por el combustible}} = \frac{\frac{1}{2}[(\dot{m}_a + \dot{m}_f)V_9^2 - \dot{m}_a V_0^2]}{\dot{m}_f L}$$

Definición 2

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= \frac{\text{Potencia a la aeronave} + \text{Potencia desaprovechada en el escape}}{\text{Potencia suministrada por el combustible}} = \\ &= \frac{V_0 [(\dot{m}_a + \dot{m}_f)V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9(p_9 - p_0)] + \frac{1}{2}(\dot{m}_a + \dot{m}_f)(V_9 - V_0)^2}{\dot{m}_f L} \end{aligned}$$

Si la tobera está adaptada y se desprecia el flujo de combustible frente al de aire, ambas coinciden

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

Para motores con tasa de dilución (bypass) (turbofan, propfan):

Definición 1
$$\eta_{th} = \frac{\Delta E_{c_\pi} + \Delta E_{c_\sigma}}{\dot{m}_f L}$$

$\pi = \text{flujo primario (núcleo)}$
 $\sigma = \text{flujo secundario (derivado)}$

donde:

$$\Delta E_{c_\pi} = \frac{1}{2} \dot{m}_\pi \left((1+f) V_9^2 - V_0^2 \right)$$

$$\Delta E_{c_\sigma} = \frac{1}{2} \dot{m}_\sigma \left(V_{19}^2 - V_0^2 \right)$$

$H_{1x} \rightarrow \text{Entalpía del flujo secundario en etapa } x$

$$m_\beta = m_\sigma = \beta m_\pi$$

Si las toberas están adaptadas y se desprecia el flujo de combustible frente al de aire:

$$\eta_{th} = \frac{V_9^2 + \beta V_{19}^2 - (1+\beta) V_0^2}{2 f L} \quad \text{con } \beta = \frac{\dot{m}_\sigma}{\dot{m}_\pi}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

Para motores con tasa de dilución (bypass) (turbofan, propfan):

Definición 2

$$\eta_{th} = \frac{V_0(E_\pi + E_\sigma) + \frac{1}{2}\dot{m}_\pi(1+f)(V_9 - V_0)^2 + \frac{1}{2}\dot{m}_\sigma(V_{19} - V_0)^2}{\dot{m}_f L}$$

donde:

$$E_\pi = \dot{m}_\pi((1+f)V_9 - V_0) + A_9(p_9 - p_0)$$

$$E_\sigma = \dot{m}_\sigma(V_{19} - V_0) + A_{19}(p_{19} - p_0)$$

Si las toberas están adaptada y se desprecia el flujo de combustible frente al de aire:

$$\eta_{th} = \frac{V_9^2 + \beta V_{19}^2 - (1+\beta)V_0^2}{2fL} \quad \text{con } \beta = \frac{\dot{m}_\sigma}{\dot{m}_\pi}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento térmico

En el caso de un motor turbofán/turboprop, el rendimiento térmico también está relacionado con:

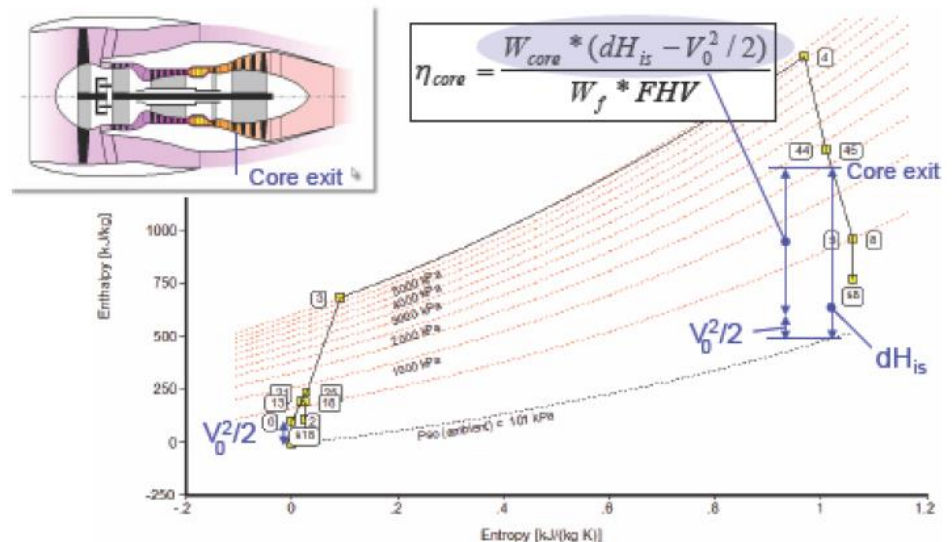
Rendimiento del núcleo

$$\eta_{\text{núcleo}} = \frac{(\dot{m}_a + \dot{m}_f) \left(dh_s - \frac{V_0^2}{2} \right)}{\dot{m}_f L}$$

Rendimiento de transmisión, describe la calidad de la transferencia de energía del flujo caliente al frío

$$\eta_{\text{trans}} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{\text{núcleo}}}$$

Rendimiento de la caja de cambios



3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento propulsivo

Variación de energía cinética del fluido

Energía transferida a la aeronave $P_{aeronave} = V_0 E = V_0 \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9 (p_9 - p_0) \right]$

Definición 1

Sólo válido en tobera adaptada

$$\eta_p = \frac{\text{Potencia a la aeronave}}{\text{Tasa de energía cinética añadida al flujo}} = \frac{V_0 \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9 (p_9 - p_0) \right]}{\frac{1}{2} \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9^2 - \dot{m}_a V_0^2 \right]}$$

Si la tobera está adaptada y despreciamos el flujo de combustible

$$\eta_p = \frac{2V_0}{V_9 + V_0}$$

$$\eta_p = \frac{V_0 [(m_a + m_f) V_9 - m_a V_0 + A_9 (p_9 - P_0)]}{\frac{1}{2} [(m_a + m_f) V_9^2 - m_a V_0^2]}, \text{ si } m_a + m_f = m_a, \text{ si } P_9 = P_0$$

$$\eta_p = \frac{V_0 m_a [V_9 - V_0]}{\frac{1}{2} m_a [V_9^2 - V_0^2]} = \frac{2V_0 [V_9 - V_0]}{[V_9 - V_0][V_9 + V_0]} = \frac{2V_0}{[V_9 + V_0]}$$

$$E = \dot{m}_a \left((1 + f) V_9 - V_0 \right) + (p_9 - p_0) A_9$$

$$\eta_p \rightarrow 100\% \quad V_9 = V_0 \rightarrow E = (p_9 - p_0) A_9 = nulo_{\text{tobera adaptada}}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento propulsivo

$$\eta_p = \frac{2V_0}{V_9 + V_0}$$

Cuando se desprecia el flujo de combustible y la tobera está adaptada, a partir de las definiciones de empuje neto y rendimiento propulsivo

- Si la velocidad del chorro es mucho mayor que la velocidad de vuelo, , entonces el empuje neto se maximiza, pero el rendimiento propulsivo tiende a 0.
- Si la velocidad del chorro se aproxima a la velocidad de vuelo, entonces el empuje neto tiende a 0, mientras que el rendimiento propulsivo se maximiza, .

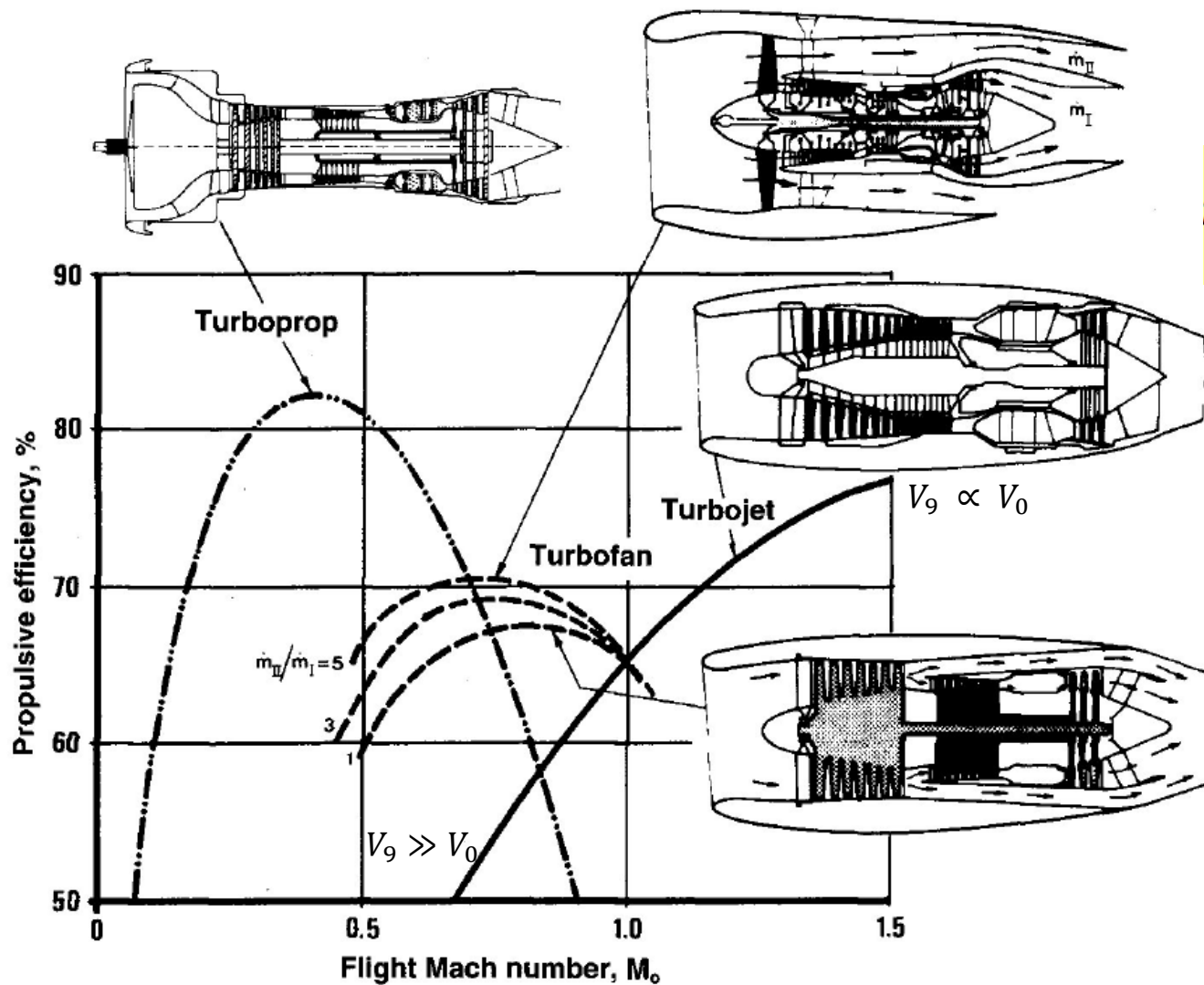
De este análisis se deduce que suficiente empuje con alto rendimiento propulsivo requiere de elevados flujos de aire

Además, una gran diferencia entre las velocidades del chorro y la aeronave genera mucha contaminación acústica, (chevrons)



3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento propulsivo



$$\eta_p = \frac{2V_0}{V_9 + V_0}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento propulsivo

Definición 2

$$\eta_{prop} = \frac{\text{Potencia a la aeronave}}{\text{Potencia a la aeronave} + \text{Potencia desaprovechada en el escape}}$$

Potencia transferida a la aeronave

$$P_{aeronave} = V_0 E = V_0 \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9 (p_9 - p_0) \right]$$

Potencia desaprovechada en el escape:

$$P_{perdida_Ec} = \frac{1}{2} \dot{m}_a (1 + f) (V_9 - V_0)^2$$

Rendimiento propulsivo:

$$\eta_p = \frac{V_0 \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9 (p_9 - p_0) \right]}{V_0 \left[(\dot{m}_a + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_a V_0 + A_9 (p_9 - p_0) \right] + \frac{1}{2} (\dot{m}_a + \dot{m}_f) (V_9 - V_0)^2}$$

De nuevo, si la tobera está adaptada y se desprecia el flujo de combustible frente al de aire :

$$\eta_p = \frac{2V_0}{V_9 + V_0}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: rendimiento propulsivo

Para motores con tasa de dilución (bypass) (turbofan, propfan):

Definición 1

$$\eta_p = \frac{V_0 (E_\pi + E_\sigma)}{\Delta E_{c_\pi} + \Delta E_{c_\sigma}} \quad \begin{array}{l} \pi = \text{flujo primario (núcleo)} \\ \sigma = \text{flujo secundario (derivado)} \end{array}$$

donde:

$$E_\pi = \dot{m}_\pi ((1+f)V_9 - V_0) + A_9 (p_9 - p_0)$$

$$E_\sigma = \dot{m}_\sigma (V_{19} - V_0) + A_{19} (p_{19} - p_0)$$

$$\Delta E_{c_\pi} = \frac{1}{2} \dot{m}_\pi ((1+f)V_9^2 - V_0^2)$$

$$\Delta E_{c_\sigma} = \frac{1}{2} \dot{m}_\sigma (V_{19}^2 - V_0^2)$$

$$\eta_p = \frac{2V_0 (E_\pi + E_\sigma)}{\dot{m}_\pi ((1+f)V_9^2 + \beta V_{19}^2 - (1+\beta)V_0^2)} \quad \text{donde } \beta = \frac{\dot{m}_\sigma}{\dot{m}_\pi}$$

Parámetros: rendimiento propulsivo

Para motores con tasa de dilución (bypass) (turbofan, propfan):

Definición 2

$$\eta_p = \frac{V_0 (E_\pi + E_\sigma)}{V_0 (E_\pi + E_\sigma) + \frac{1}{2} \dot{m}_\pi (1+f) (V_9 - V_0)^2 + \frac{1}{2} \dot{m}_\sigma (V_{19} - V_0)^2}$$

donde:

$$E_\pi = \dot{m}_\pi ((1+f)V_9 - V_0) + A_9 (p_9 - p_0)$$

$$E_\sigma = \dot{m}_\sigma (V_{19} - V_0) + A_{19} (p_{19} - p_0)$$

Cuando la tobera está adaptada y despreciando el flujo de combustible, frente al flujo de aire, la definición 1 y la definición 2 son idénticas:

$$\eta_p = \frac{2V_0 (V_9 + \beta V_{19} - (1+\beta)V_0)}{V_9^2 + \beta V_{19}^2 - (1+\beta)V_0^2}$$

Parámetros: rendimiento global

Rendimiento o eficiencia global

$$\eta_o = \frac{\text{Potencia a la aeronave}}{\text{Potencia suministrada por el combustible}} = \frac{EV_0}{\dot{m}_f L} = \frac{E}{\dot{m}_a} \frac{V_0}{fL}$$

Empuje específico $\frac{E}{\dot{m}_a}$

Usando la Definición 1, (análogo con la 2)

$$\eta_p = \frac{\text{Potencia a la aeronave}}{\text{Tasa de energía cinética añadida al flujo}}$$

$$\eta_{th} = \frac{\text{Tasa de energía cinética añadida al flujo}}{\text{Potencia suministrada por el combustible}}$$

$$\eta_o = \eta_p \cdot \eta_{th}$$

Para el caso de turbofán/turboprop

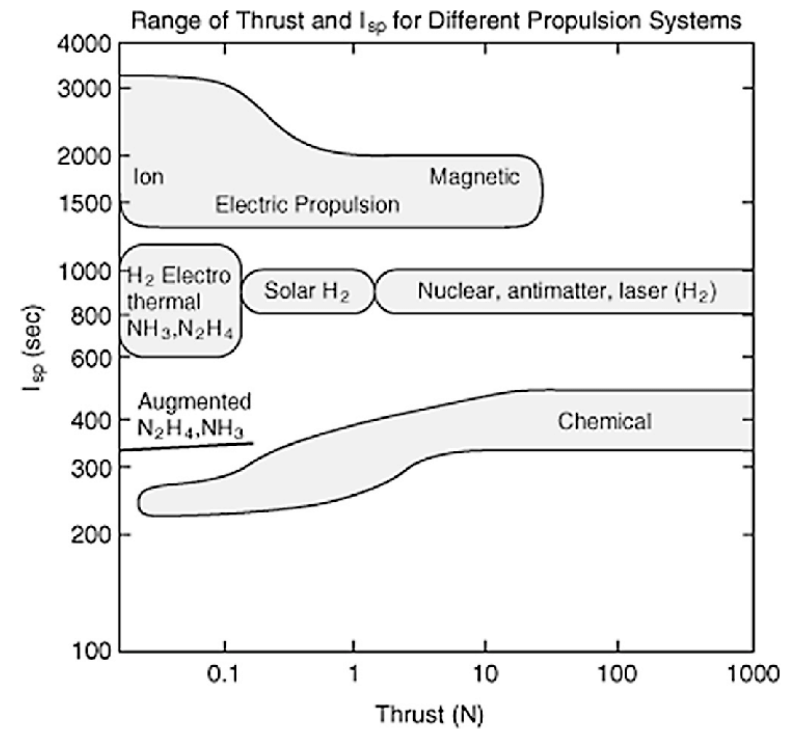
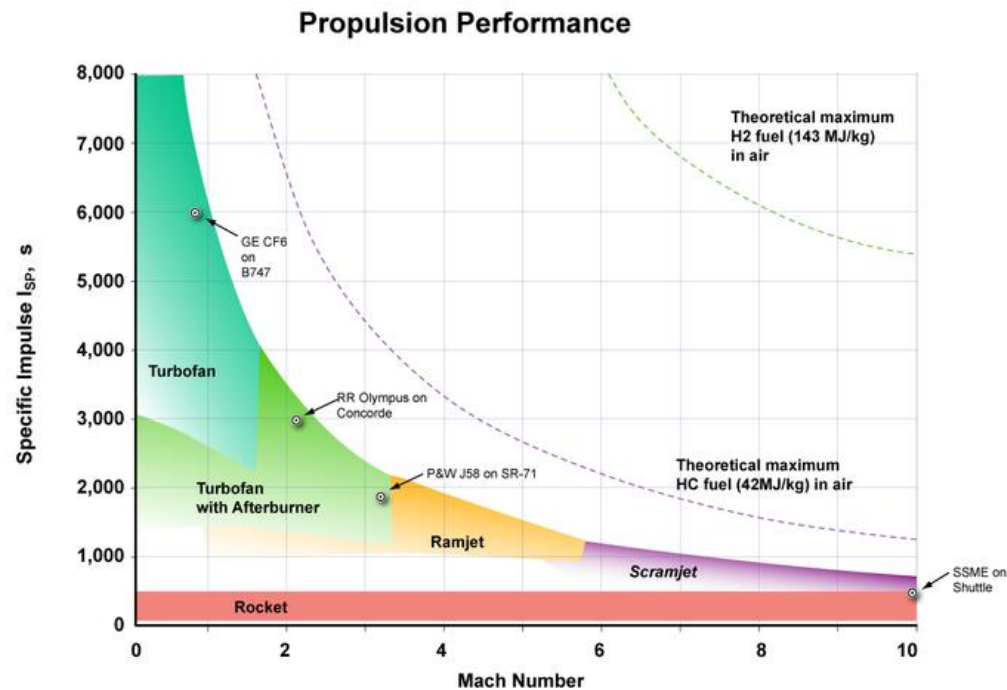
$$\eta_o = \eta_p \cdot \eta_{m\acute{u}cleo} \cdot \eta_{trans}$$

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: empuje específico

Empuje específico $\frac{E}{\dot{m}_a}$

Impulso específico, $I_{sp} = \frac{E}{g_0 \dot{m}_a}$



3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

Parámetros: consumo específico

Cuantifica el consumo de combustible requerido por unidad de energía obtenida.

$$C_e = \frac{\dot{m}_{fuel}}{E} \left[\frac{kg}{Ns} \right]$$

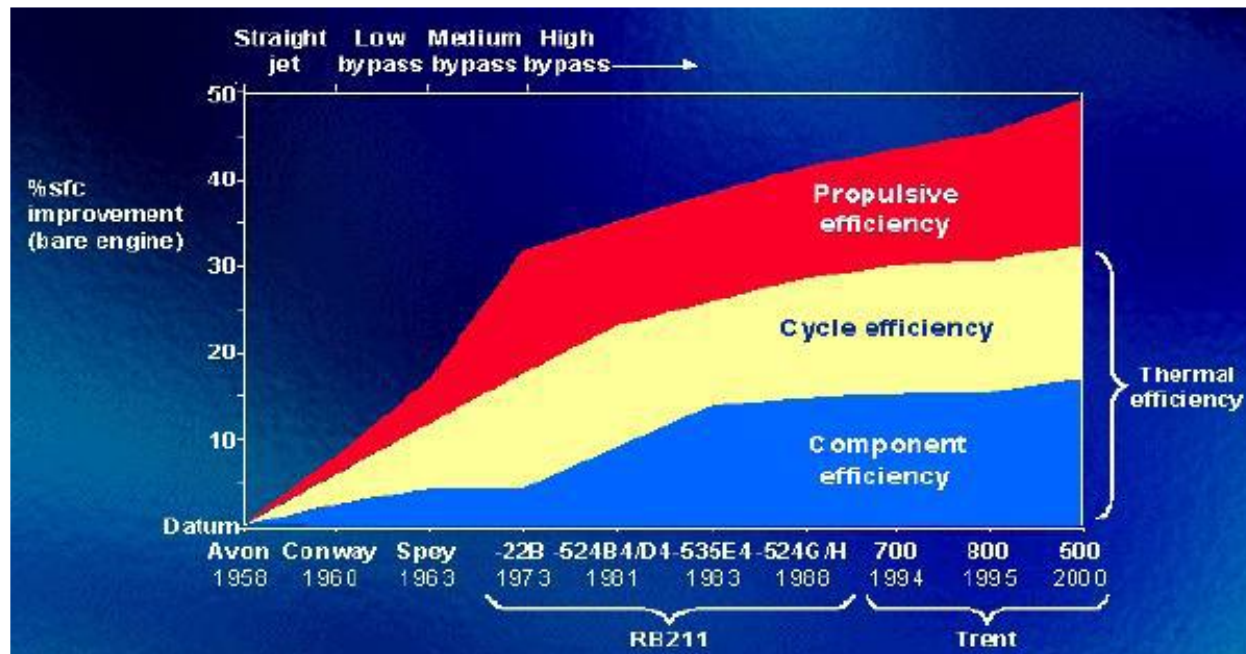
$$C_e = gef = SFC$$

Poder calorífico del
carburante (L)

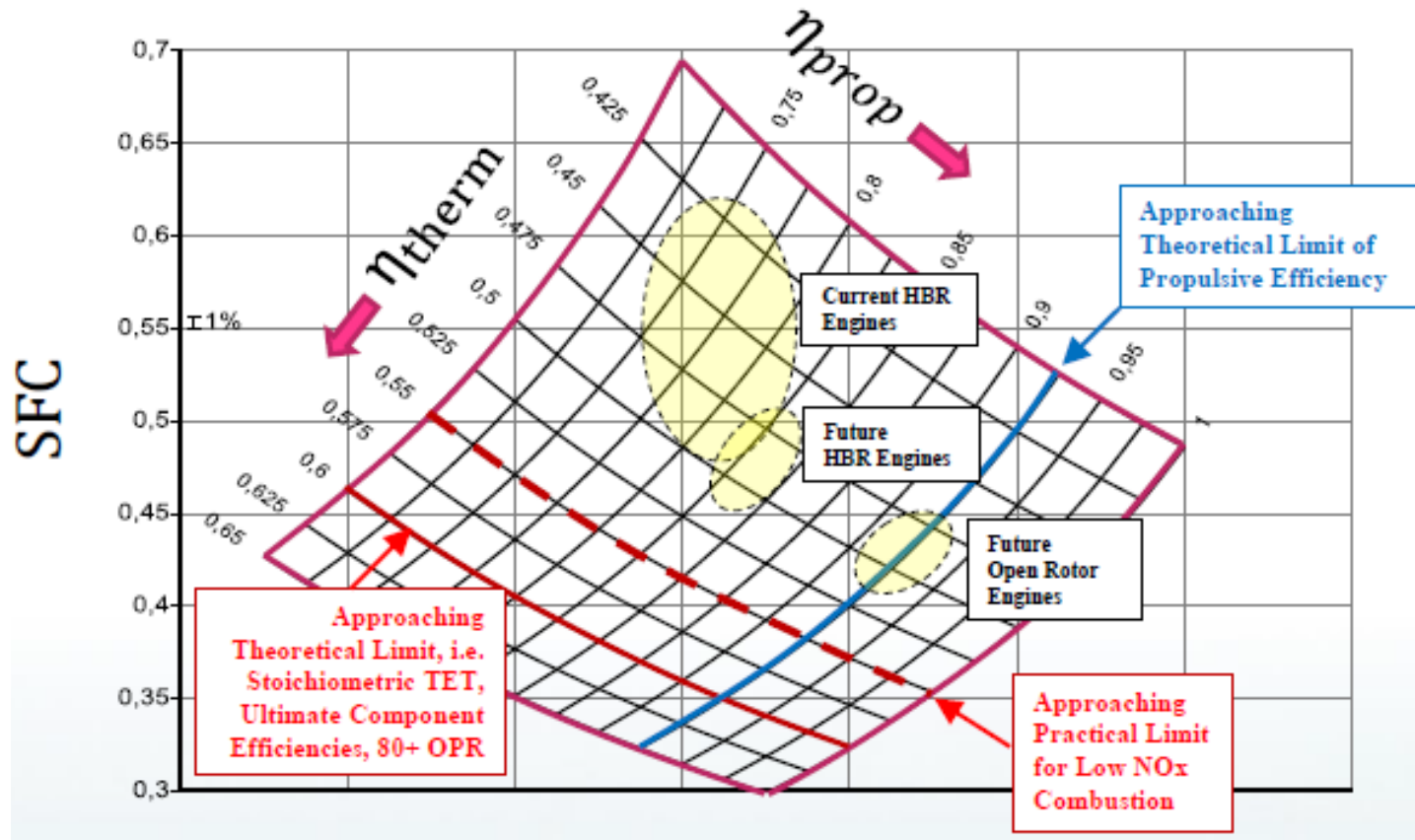
$$L_{Keroseno} = 43.1 \text{ MJ/kg}$$

$$C_e = \frac{\dot{m}_{fuel}}{E} = \frac{V_0}{\eta_0 L} = \frac{V_0}{\eta_p \eta_{th} L}$$

Es una medida de la eficiencia global del motor a una velocidad de vuelo dada



Parámetros: consumo específico



Parámetros: consumo específico

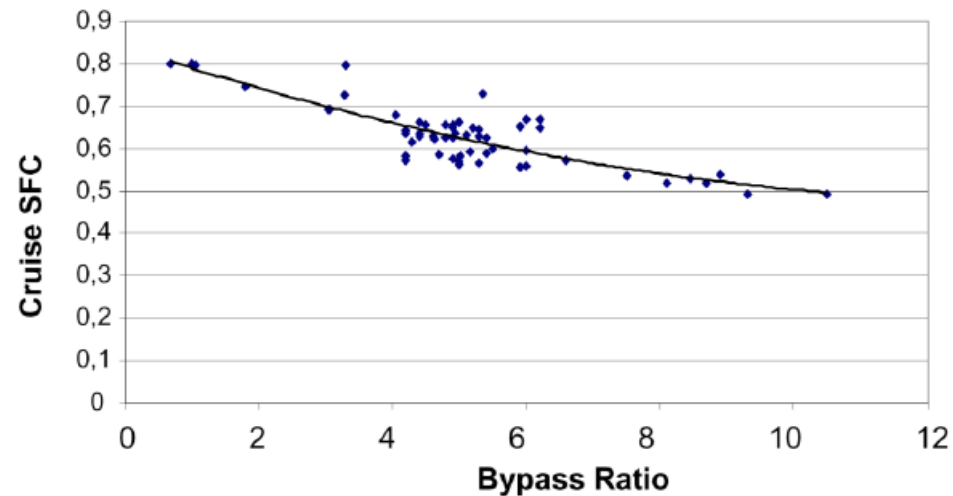
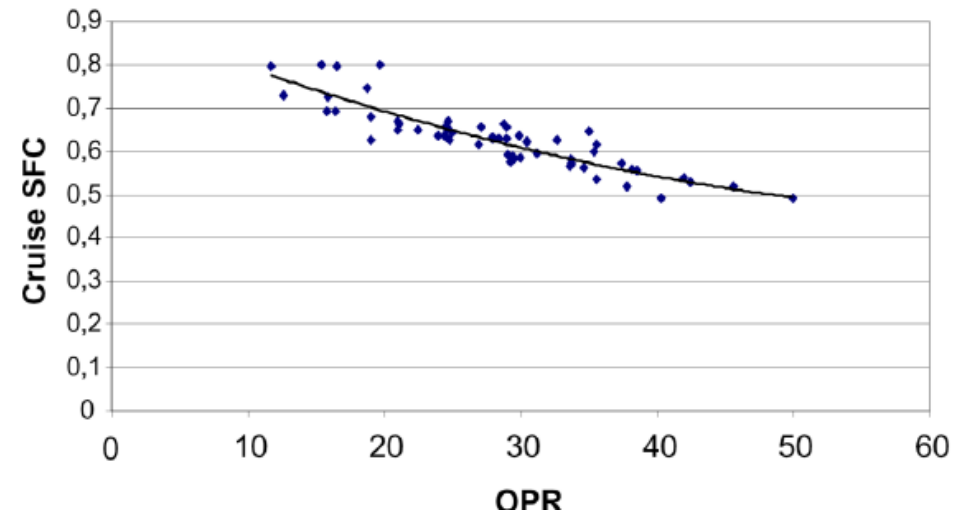
Mejora del consumo específico

- Se ha de aumentar el rendimiento global del motor
- Aumentar tanto el rendimiento propulsivo como el rendimiento térmico.
- Aumento del rendimiento propulsivo
 1. Reducción de la velocidad del chorro
 2. El aumento de la sección del fan aumenta el flujo másico a través del motor, importante a baja velocidad de vuelo
 3. Incrementando el bypass ratio (tasa de derivación)
- Aumento del rendimiento térmico
 1. Aumento de la relación de compresión (OPR)
 2. Aumento de la temperatura máxima de operación de la turbina
 3. Mejora de la eficiencia de los componentes

3. Eficiencia propulsiva y rendimientos

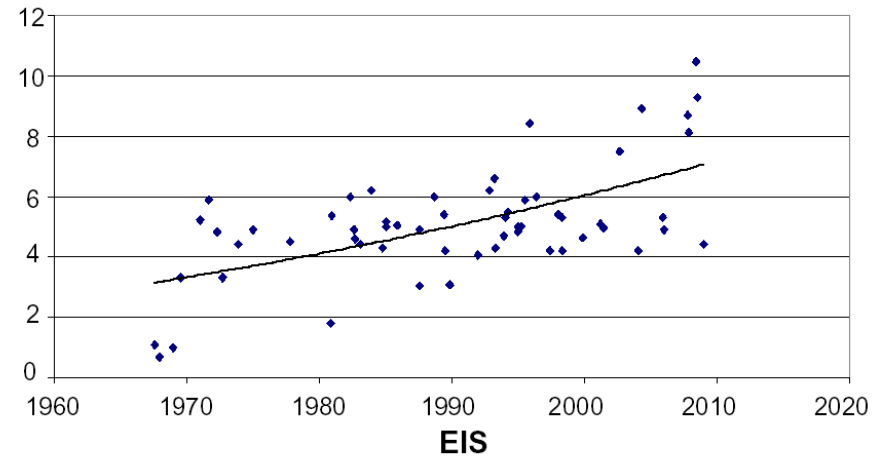
Parámetros: consumo específico

La reducción en los últimos años del consumo específico de combustible viene acompañada del aumento de la relación de compresión y de la tasa de dilución (Bypass ratio (BPR)). También se ha observado el aumento de la temperatura de entrada a la turbina.

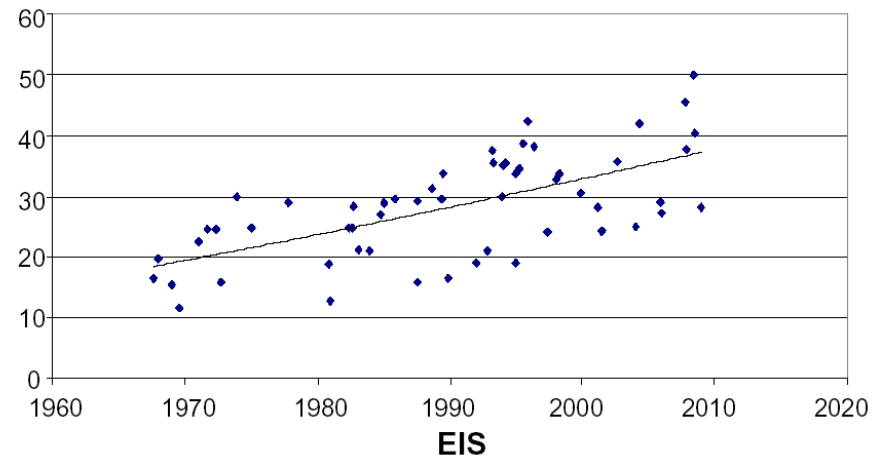


Parámetros: consumo específico.

Bypass Ratio

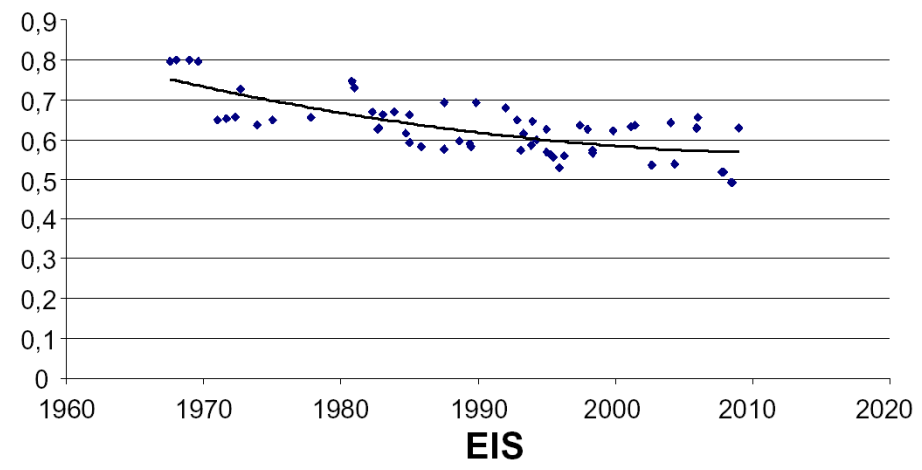


OPR



EIS(Entry into service)

Cruise SFC



Ref. RR Aero Engine Data, Issue 3, August 2006

Rango de utilización de los aerorreactores

- $M_0 < 0.5 \rightarrow (V_9 - V_0)$ turbojet elevado $\rightarrow \eta_{th}$ bueno, η_p muy malo
Se busca un buen propulsor, la hélice \rightarrow turbohélice

- $0.5 < M_0 < 0.9 \rightarrow (V_9 - V_0)$ turbojet elevado $\rightarrow \eta_{th}$ bueno, η_p malo
La hélice convencional no funciona
Obtener 2º chorro propulsivo de baja velocidad \rightarrow turbofan
Nueva hélice \rightarrow propfan
Nuevos parámetros de diseño \rightarrow Relación de derivación (BPR) y la relación de presiones del fan
BPR grande, relación de presión del fan pequeña

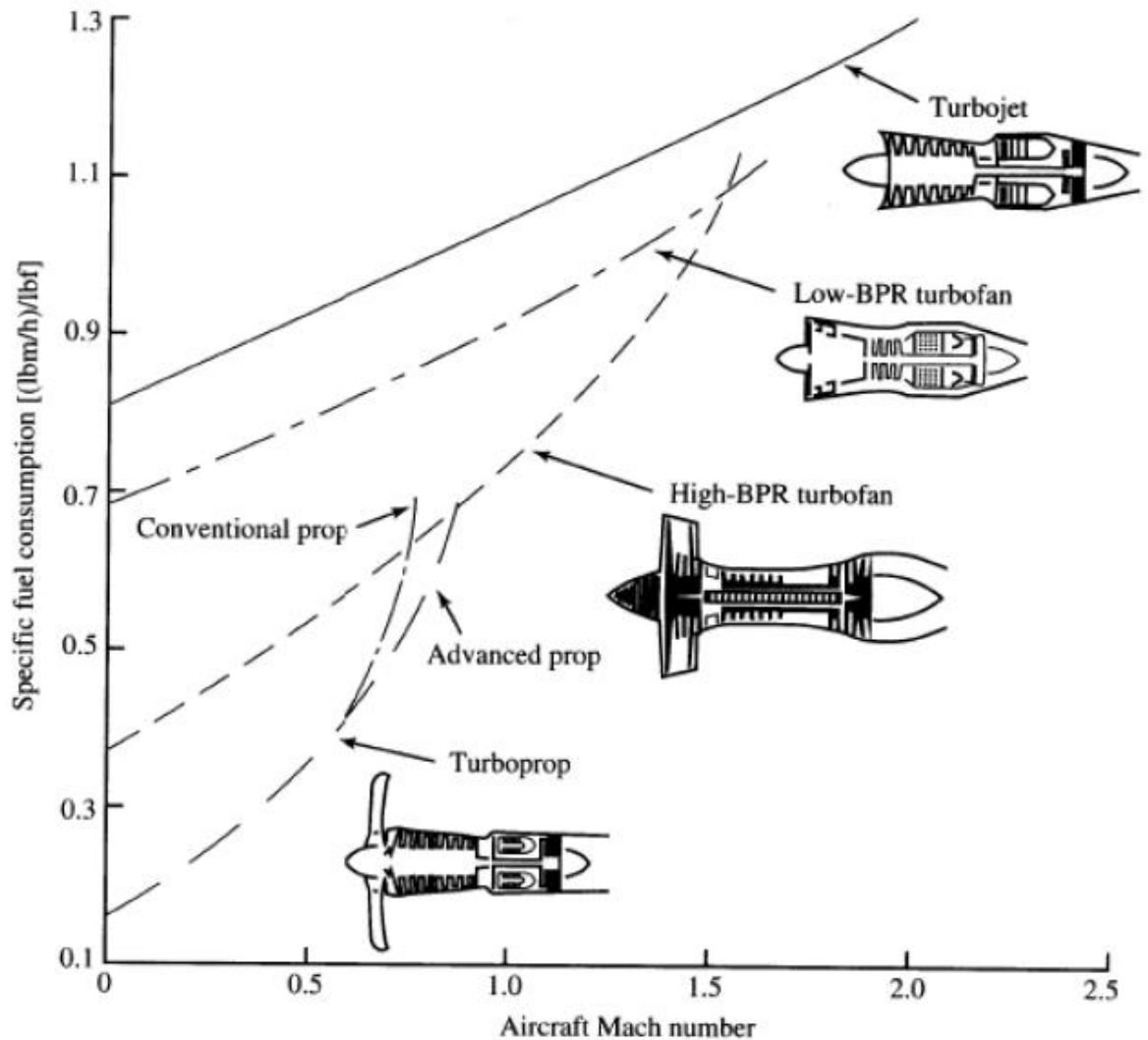
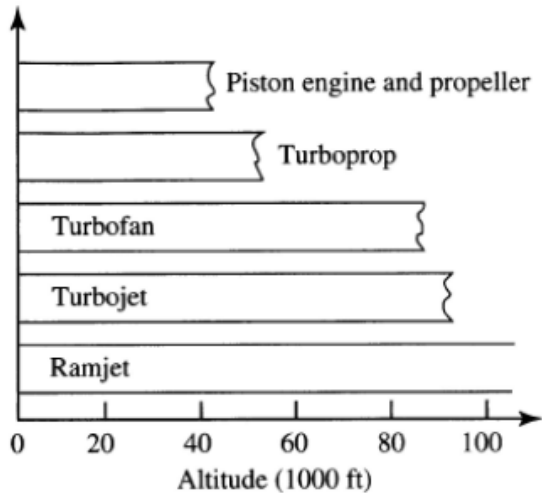
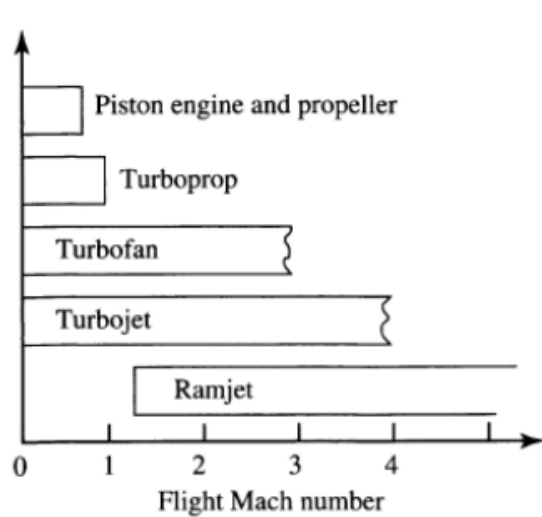
- $1 < M_0 < 2.5 \rightarrow (V_9 - V_0)$ turbojet no tan elevado $\rightarrow \eta_{th}$ bueno, η_p bueno
BPR pequeño
Relación de compresión del fan elevada
Uso del post-combustor

Rango de utilización de los aerorreactores

- $2.5 < M_0 < 3.5 \rightarrow (V_9 - V_0)$ turbojet reducido $\rightarrow \eta_{th}$ bueno, η_p bueno
Es el rango de uso de turborockets.
Relación de compresión baja y elevada temperatura de fin de combustión
Uso de sistemas de post-combustión

- $3.5 < M_0 < \dots \rightarrow (V_9 - V_0)$ turbojet reducido $\rightarrow \eta_{th}$ bueno, η_p bueno
Estatorreactores de combustión subsónica (ramjets)
Estatorreactores de combustión supersónica (scramjets)
Temperatura de fin de combustión muy elevada

Rango de utilización de los aerorreactores



Contenidos

1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



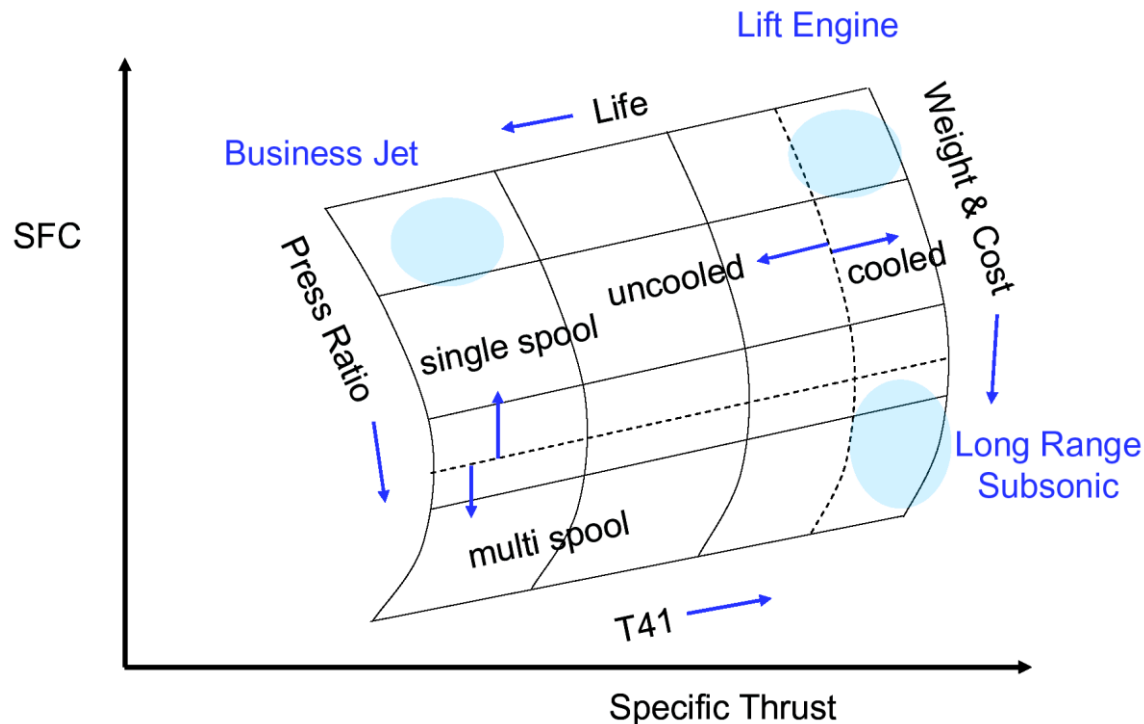
4. Rango de operación

Requerimientos de la misión,

El diseño de todo nuevo motor está supeditado a los requerimientos del mercado y tecnología disponible

El ciclo termodinámico vendrá determinado por el análisis de restricciones y de la misión

La eficiencia debe maximizarse para las condiciones requeridas



4.Rango de operación

Requerimientos de la misión,

Rango de la aeronave, ecuación de Breguet

Vuelo estacionario: $L=W$; $T=D$

$$Rango = \frac{V_0}{g} \frac{E}{\dot{m}_f} \frac{L}{D} \ln \left(\frac{m_{ini}}{m_{fin}} \right) = \frac{H_c}{g} \eta_0 \frac{L}{D} \ln \left(\frac{m_{ini}}{m_{fin}} \right)$$

$$Rango = V_0 I_s \frac{L}{D} \ln \left(\frac{m_{ini}}{m_{fin}} \right)$$

Prestaciones
propulsivas

Prestaciones
aerodinámicas

Materiales
Estructura

4. Rango de operación

Requerimientos de la misión,

El consumo específico es un factor relevante en los costes de operación de la aeronave misma relación entre carga de pago frente a rango)

	Radio de acción bajo	Radio de acción medio	Radio de acción alto
C_e (mejora)	1%	1%	1%
Peso	6.5%	8%	11%
Precio	4%	5%	7%
Coste de mantenimiento	3.3%	5.7%	10.5%

Requerimientos generales: Bajo consumo específico ($\uparrow \eta_{th}$, $\uparrow \eta_p$), bajo peso (E/m_a), $E/A_{frontal}$ para aeronaves supersónicas, operabilidad, bajo ruido y bajas emisiones, fiabilidad y fácil mantenimiento

4.Rango de operación

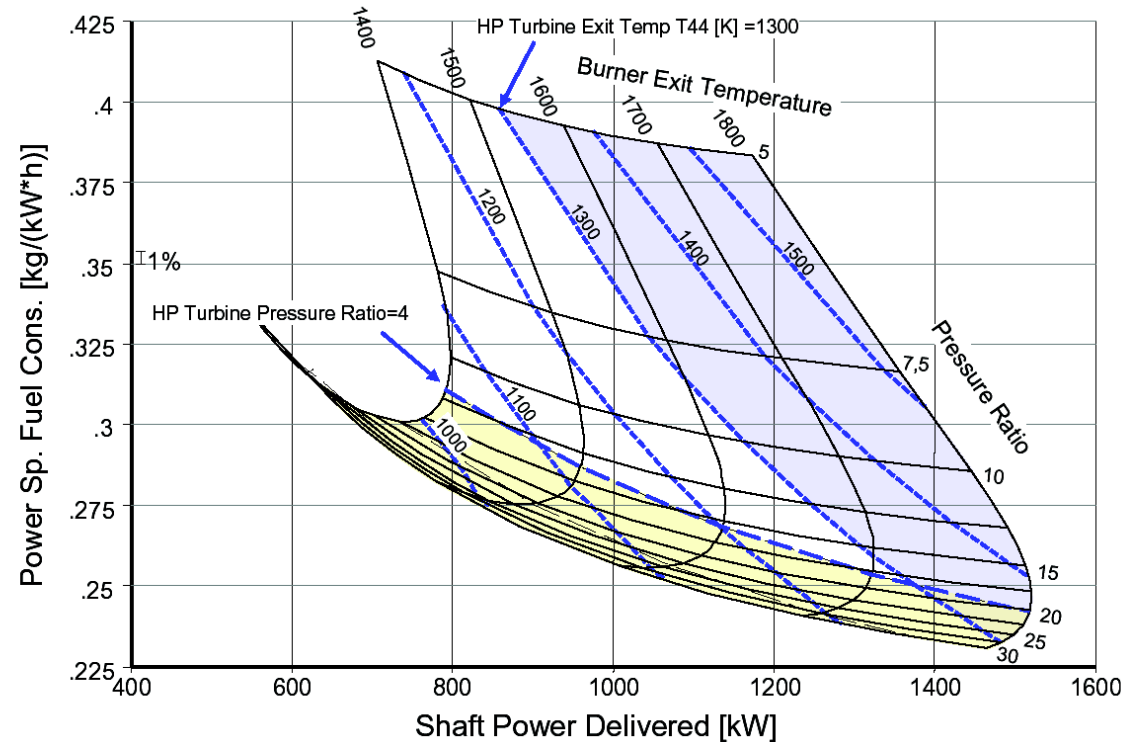
Requerimientos de la misión,

El objetivo es optimizar las prestaciones en las condiciones operacionales nominales

Necesidad de realizar estudios paramétricos:

$$\pi_c, T_4$$

En el ejemplo se limita la temperatura de salida de la turbina a 1300 K (evitar refrigeración) y relación de expansión a 4 (una sola etapa de expansión). De esta manera es posible detectar la zona de funcionamiento no deseada (coloreado) y el punto óptimo de funcionamiento para minimizar el C_e .



4.Rango de operación

Mínimo tiempo de subida

$$\frac{T - D}{W} = \frac{1}{V} \frac{d}{dt} \left\{ h + \frac{V^2}{2g_0} \right\} = \frac{P_s}{V_\infty} \Rightarrow z_e = h + \frac{V^2}{2g}$$

z_e nivel de energía de la aeronave por unidad de peso (m). Para nivel constante representa la altura que podría conseguir la aeronave si toda la energía cinética se convirtiese en energía potencial.

P_s exceso de potencia específica (por unidad de peso) de la aeronave o su **capacidad para cambiar su nivel energético** (unidades de velocidad):

- $P_s = 0$ Vuelo equilibrado (Nivel Energía Constante).
- $P_s \neq 0$ Vuelo no equilibrado (Nivel Energía No constante):
 - $V = cte \Rightarrow P_s = \text{Velocidad ascensional}$
 - $h = cte \Rightarrow P_s = \Delta E_{cin}$ (Aceleración)

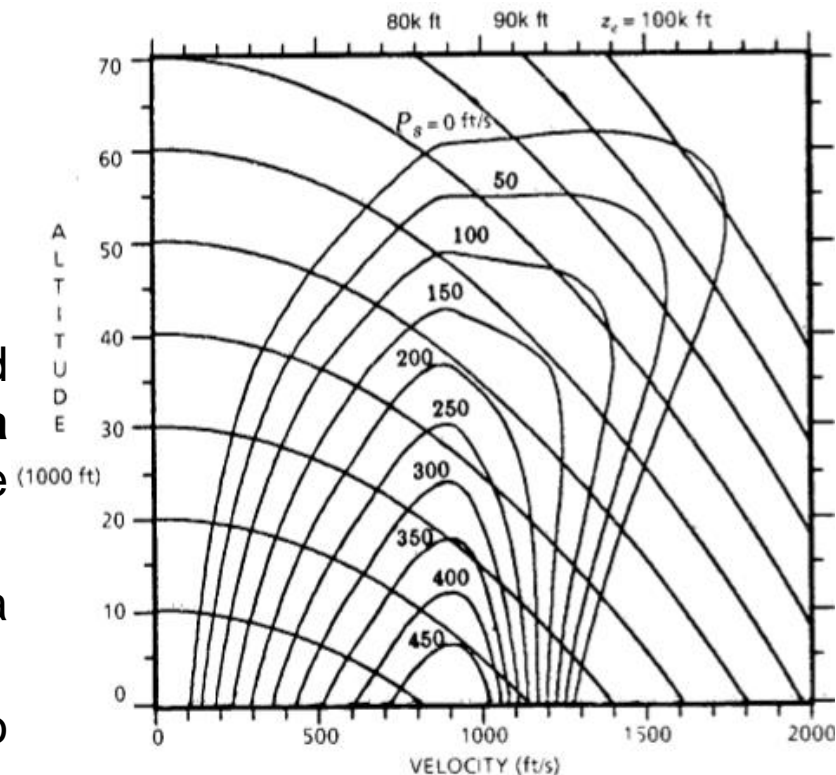


Fig. 4 Curvas de Nivel P_s y z_e
Avión de Superioridad Aérea

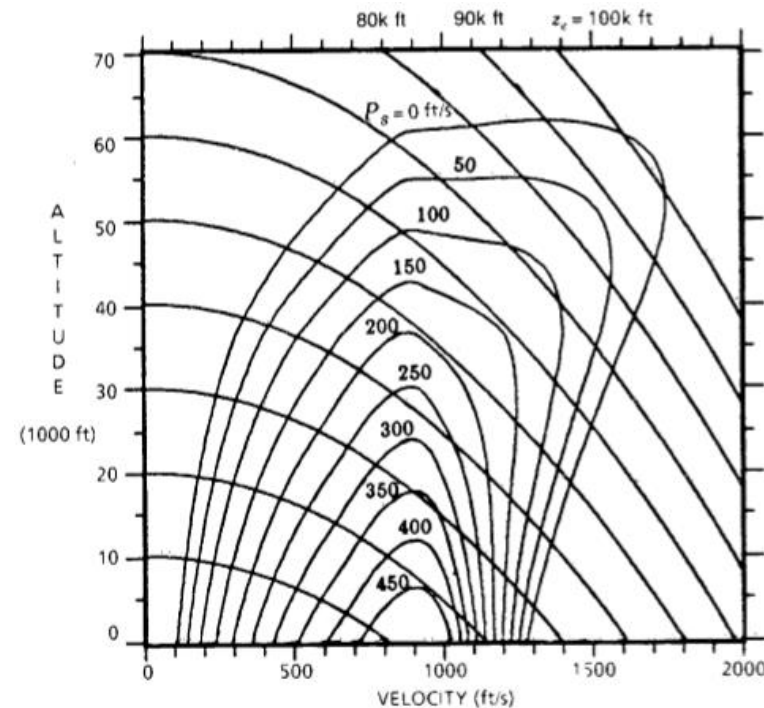
Mínimo tiempo de subida

$$\frac{T_{SL}}{W_{TO}} = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ \frac{q S_w}{\beta W_{TO}} \left[K_1 \left(\frac{n\beta W_{TO}}{q S_w} \right)^2 + K_2 \left(\frac{n\beta W_{TO}}{q S_w} \right) + C_{D0} \right] + \frac{P_s}{V_\infty} \right\} \Rightarrow$$

$$P_s = V_\infty \left\{ \frac{\alpha T_{SL}}{\beta W_{TO}} - K_1 \frac{n\beta W_{TO}}{q S_w} - K_2 - \frac{C_{D0}}{\frac{n\beta W_{TO}}{q S_w}} \right\}$$

Del conocimiento de P_s puede obtenerse información de interés para el análisis:

- Posibilidades de cambio del nivel energético del avión.
- Por ejemplo y en particular la figura adjunta permite estimar gráficamente el camino para tiempo mínimo de subida entre dos niveles de energía (z_{e1} y z_{e2}).



Mínimo tiempo de subida

$$P_S = \frac{dz_e}{dt} \Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{z_{e1}}^{z_{e2}} \frac{dz_e}{P_S}$$

- Para obtener el mínimo tiempo de subida hay que moverse por los puntos en los que para dicho z_e el exceso de potencia específica P_S sea máxima.
- P_S es máxima en los puntos de tangencia entre las líneas de nivel de energía constante y las líneas de máxima P_S obtenible para dicho nivel de energía (de la evolución de P_S y su definición)

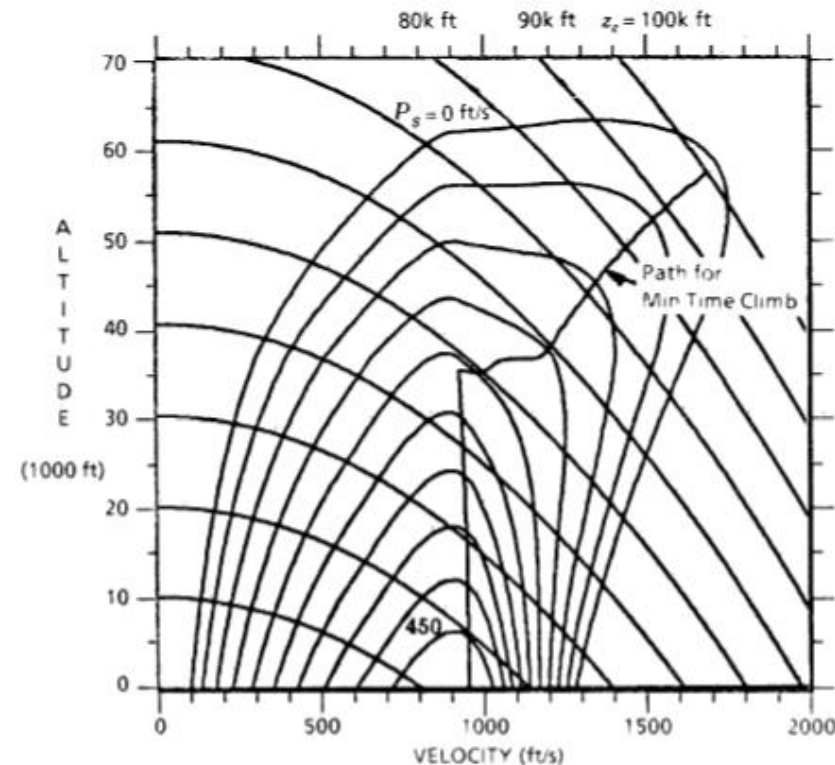


Fig. 5 Camino para Tiempo Mínimo de Subida

Trayectoria de mínimo consumo de combustible

$$dW_f = gTC_E dt = gT_{SL} \frac{\alpha C_E}{P_S} dz_e = gT_{SL} \frac{dz_e}{f_s}$$

$$W_{f(1 \rightarrow 2)} = \int_1^2 dW_f = gT_{SL} \int_{z_{e1}}^{z_{e2}} \frac{dz_e}{f_s}$$

$$f_s = \frac{P_S}{\alpha C_E}$$

Para obtener la trayectoria de mínimo consumo hay que moverse por los puntos en los que para dicho z_e , f_s sea máxima.

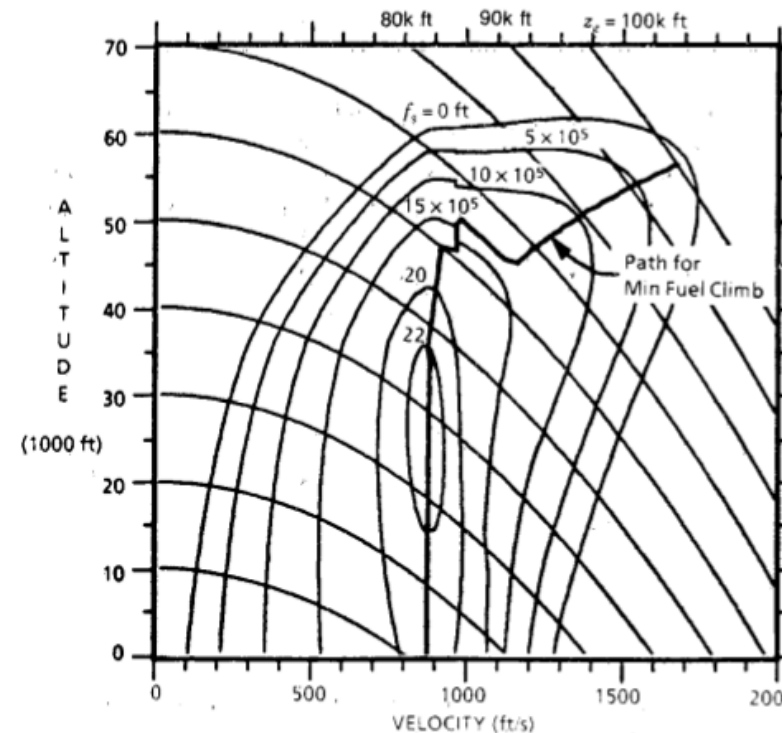


Fig. 8 Camino para Subida con Consumo Mínimo

Autonomía

En vuelo equilibrado: $\frac{dW}{W} = -gC_E \frac{C_D}{C_L} dt$

$$FA = \frac{1}{gC_E} \frac{C_L}{C_D} \equiv \text{Factor de autonomía} \Rightarrow cte \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{gC_E} \frac{C_L}{C_D} \ln \left(\frac{W_{TO}}{W_{TO}-W_f} \right)$$

El consumo mínimo de combustible para tiempo t se consigue cuando FA es máximo

Alcance

En vuelo equilibrado: $\frac{dW}{W} = -gC_E \frac{C_D}{C_L} \frac{ds}{V_0}$

$$FR = \frac{V_0}{gC_E} \frac{C_L}{C_D} \equiv \text{Factor de alcance} \Rightarrow cte \Rightarrow R = \frac{V_0}{gC_E} \frac{C_L}{C_D} \ln \left(\frac{W_{TO}}{W_{TO}-W_f} \right)$$

El consumo mínimo de combustible para distancia R se consigue cuando FR es máximo

Contenidos

1. Definición y generación de empuje
2. Aplicación real del empuje
3. Eficiencia propulsiva, rendimiento térmico y propulsivo
4. Rango de operación



- “Elements of propulsion gas turbine and rockets turbine propulsion” Jack D. Mattingly, Tema 2 & 4
- "Gas turbine theory". Cohen, Rogers & Saravanamuttoo. Prentice Hall. Tema 3
- “Aircraft Propulsion”, Saeed Farokhi, Wiley, Tema 2 & 3
- “Gas Turbine Performance”, Walsh & Fletcher, Tema 2