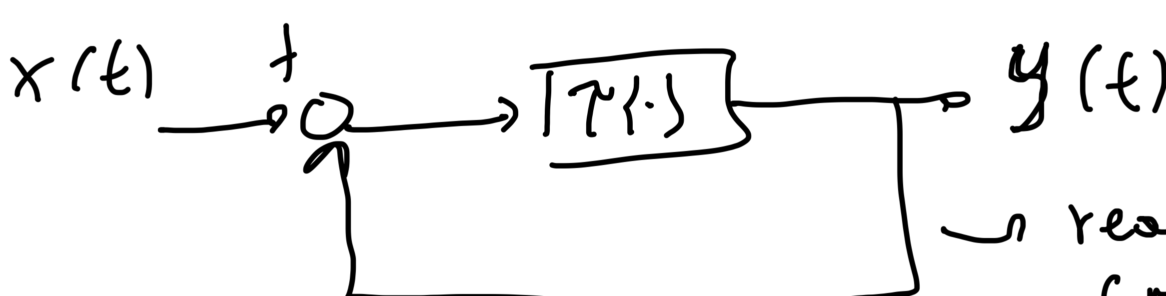
Sistemas: manipula o genera señales → función matemática

- → Con y sin memoria → depende del pasado
- → Causales y no causales → depende del futuro
- → Lineales y no lineales
- → variantes e invariantes con el tiempo.

Ej: $y(t) = T\{x(t)\}$; $T\{\cdot\}$: sistema

$$y(t) = 3x(t-2) + 2x(t) \underbrace{- y(t-1) + 5y(t-7)}_{\text{Memoria}}$$



→ realimentación (memoria).

$$y(t) = 3x(t-2) + 5x(t) \longrightarrow \text{NO MEMORIA}$$

Ej: $$y(t) = 3x\underbrace{(t+2)}_{\text{Futuro}} - 2x(t) + y\underbrace{(t-3)}_{\text{MEMORIA}} - 7y\underbrace{(t+1)}_{\text{futuro}}$$

NO CAUSAL → NO IMPLEMENTABLE EN VIDA REAL

$$y(t) = 7\underbrace{x(t-2)}_{\text{PASADO}} + 3\underbrace{x(t)}_{\text{PRESENTE}} - 5y\underbrace{(t-1)}_{\text{PASADO}}$$

CAUSAL IMPLEMENTABLE

Sistemas lineales e invariantes con el tiempo → SLIT; Modelos clásicos en ingeniería

Fenómeno físico → $\boxed{\text{Determinístico} \to \text{ec. analítica fija}}$

↘ Aleatorio (estocástico)

↳ incertidumbre

↳ probabilidades

$P(\theta)$

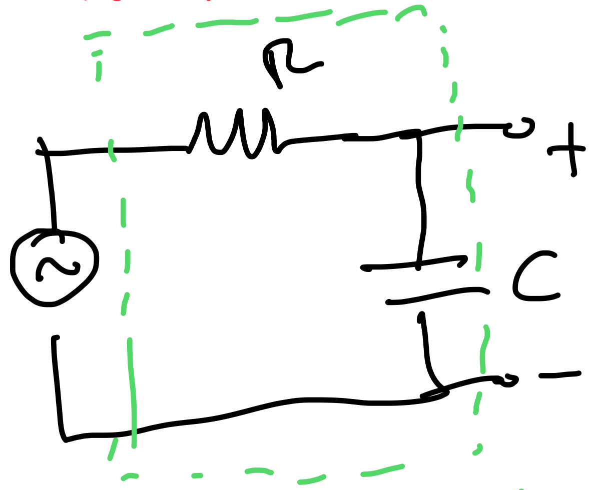
SLIT → Modelo Determinístico.

Parámetros de su ec. no tienen incertidumbre

Ej:

$V_i(t)$

entrada



$V_c(t) = ?$

salida

Acumula

$V_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t)\, dt + \cancel{V_c(0)}$

Modelo determinístico

C ± ?

L ± ? → 0 desp

R ± ?

inciertos

$P(C) = ?$ → Aleatorio

$\mathcal{T}\{\cdot\}$: sistema,

Determinístico :

$V_c(t) = \mathcal{T}\{V_i(t) \mid \underbrace{R, L, C}\}$

parámetros del sistema.

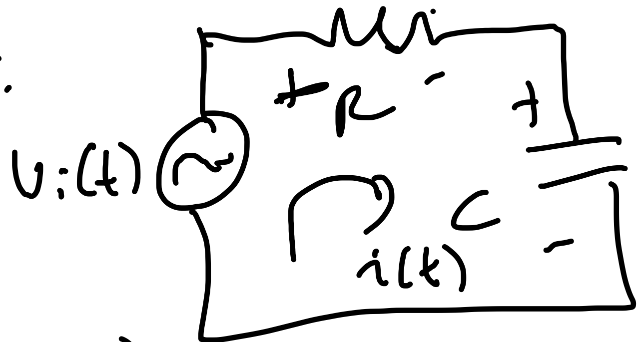
SLIT: Invariante con tiempo

→ RLC NO CAMBIAN CON EL TIEMPO

lineal

ecuación analítica que rige $\mathcal{T}\{\cdot\}$ utiliza operadores lineales → $+, -, \times, /, \int \cdot\, dt, \frac{\partial}{\partial t}$

Ej:



$V_c(t)$

$V_c(t) = \tau\{V_i(t) \mid R, C\}$

$\frac{\partial}{\partial t} V_c(t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{C} \int i_c(t)\, \partial t$

$i_c(t) = i(t) \rightarrow$ serie.

$V_R(t) = i_c(t) R$

$i_c(t) = C \frac{\partial V_c(t)}{\partial t}$

$-V_i(t) + V_R(t) + V_c(t) = 0.$

$V_c(t) = V_i(t) - V_R(t) = V_i(t) - i_c(t) R$

$V_c(t) = V_i(t) - RC \frac{\partial V_c(t)}{\partial t}$

$$\boxed{RC \frac{\partial V_c(t)}{\partial t} + V_c(t) = V_i(t)}$$

Ec. que rige $\tau\{\cdot\}$.

$+, \times, \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow$ sist. lineal

Parámetros R, C no cambian $\rightarrow$ INVARIANTE CON EL TIEMPO

Resolver? $V_c(t) = $

1. Ec. diferencial
2. Laplace Fourier
3. Respuesta al Impulso

NO PODEMOS GENERAR EC. DIFERENCIAL

↳ PROBAR CON UNA SEÑAL SIMPLE

↳ Generalizar el SLIT ↳ ASEGURAR SLIT

1. Comprobar linealidad : $\begin{cases} \text{superposición} \\ \text{y escalamiento.} \end{cases}$

Ej: $y(t) = \tau\{x(t)\} = x^2(t)$.

1.a. Partir entrada en combinación lineal.

↳ evaluar sobre el todo

↳ evaluar sobre cada sumando de la entrada combinada

$$x(t) = a x_1(t) + b x_2(t)$$

$$y^1(t) = \tau\{x(t)\} = \tau\{a x_1(t) + b x_2(t)\}$$

$$y^2(t) = a\tau\{x_1(t)\} + b\tau\{x_2(t)\}$$

$$y^1(t) = y^2(t) \rightarrow \tau\{\cdot\} \text{ LINEAL } ✓$$

$$y^1(t) \neq y^2(t) \rightarrow \tau\{\cdot\} \text{ NO LINEAL.}$$

$$\underbrace{\int (a x_1(t) + b x_2(t))\, dt}_{\tau\{\cdot\}} = a_1 \int x_1(t)\, dt + b \int x_2(t)\, dt$$

$$y^1(t) = \tau\{a x_1(t) + b x_2(t)\} = (a x_1(t) + b x_2(t))^2$$

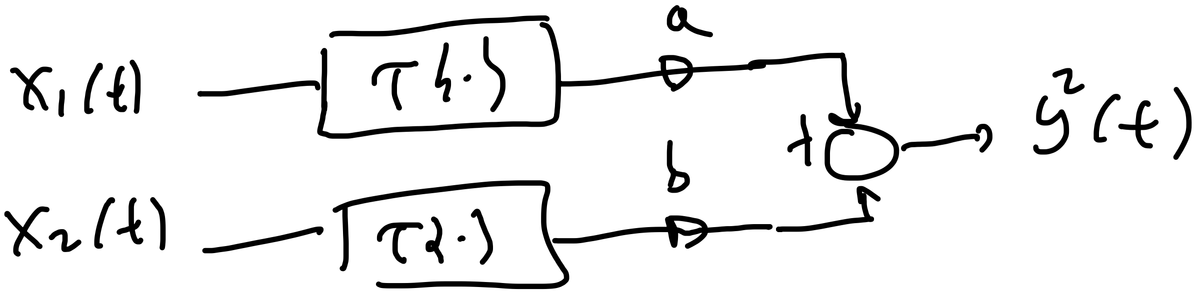
$$y^1(t) = a^2 x_1^2(t) + 2ab x_1(t) x_2(t) + b^2 x_2(t)$$

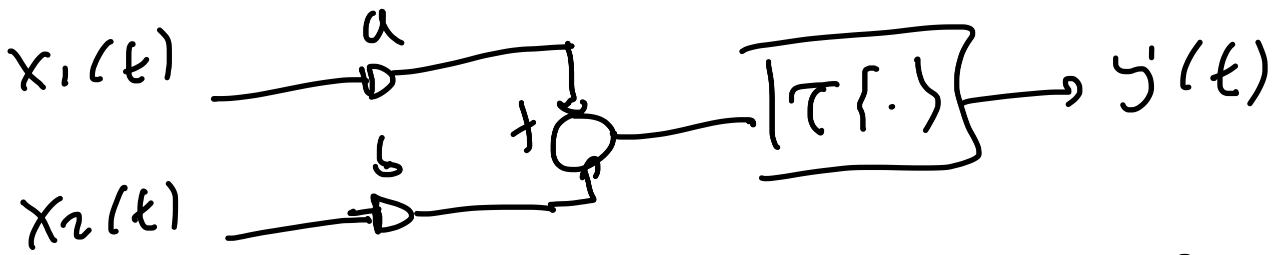
$$y^2(t) = a\tau\{x_1(t)\} + b\tau\{x_2(t)\}$$

$$y^2(t) = a x_1^2(t) + b x_2^2(t);$$

$y^1(t) \neq y^2(t)$

$\tau\{\cdot\}$ NO LINEAL





Ej: $y(t) = T\{x(t)\} = 7\int x(t)\,\partial t + \frac{\partial}{\partial t} x(t)$.

$$y'(t) = T\{a x_1(t) + b x_2(t)\} = 7\int [a x_1(t) + b x_2(t)]\,\partial t + \frac{\partial}{\partial t}\{a x_1(t) + b x_2(t)\}$$

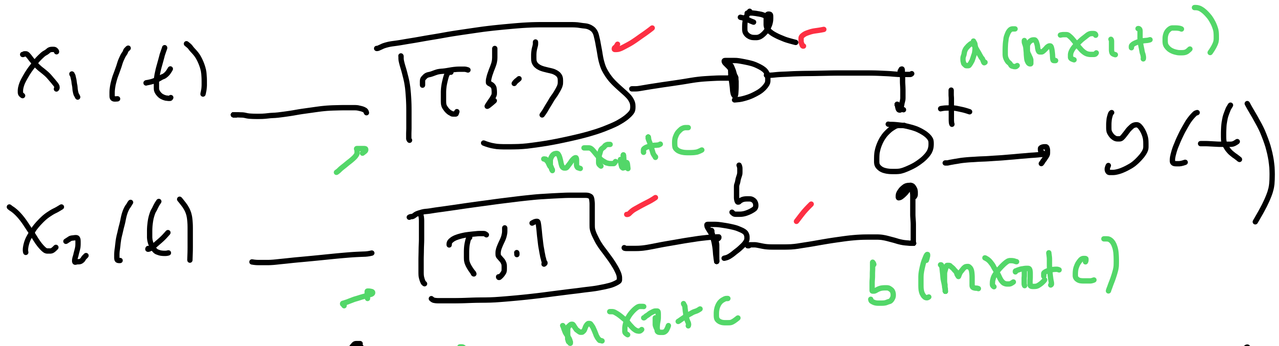
$$y'(t) = 7a\int x_1(t)\,\partial t + 7b\int x_2(t)\,\partial t + a\frac{\partial}{\partial t} x_1(t) + b\frac{\partial}{\partial t} x_2(t)$$

$$y^2(t) = \underline{a}\,T\{x_1(t)\} + \underline{b}\,T\{x_2(t)\}$$
$$= \underline{a}\left[7\int x_1(t)\,\partial t + \frac{\partial}{\partial t} x_1(t)\right] + b\left[7\int x_2(t)\,\partial t + \frac{\partial}{\partial t} x_2(t)\right]$$

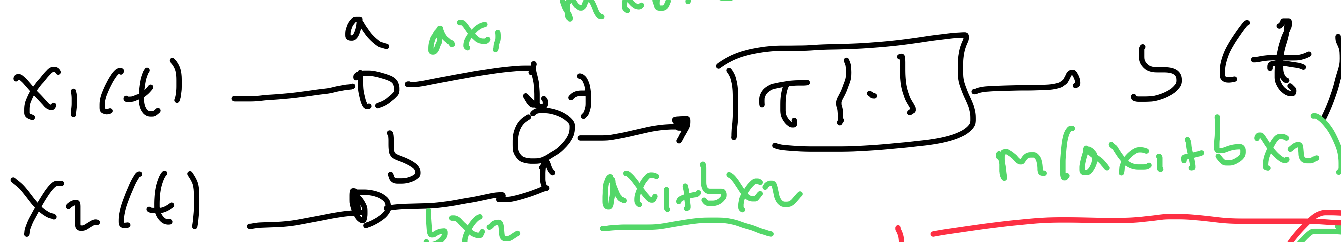
INVARIANTE

$$y^2(t) = 7a\int x_1(t)\,\partial t + a\frac{\partial}{\partial t} x_1(t) + 7b\int x_2(t)\,\partial t + b\frac{\partial}{\partial t} x_2(t)$$

$y'(t) = y^2(t) \therefore T\{\cdot\}$ LINEAL.



$= amx_1 + bmx_2 + ac + bc$

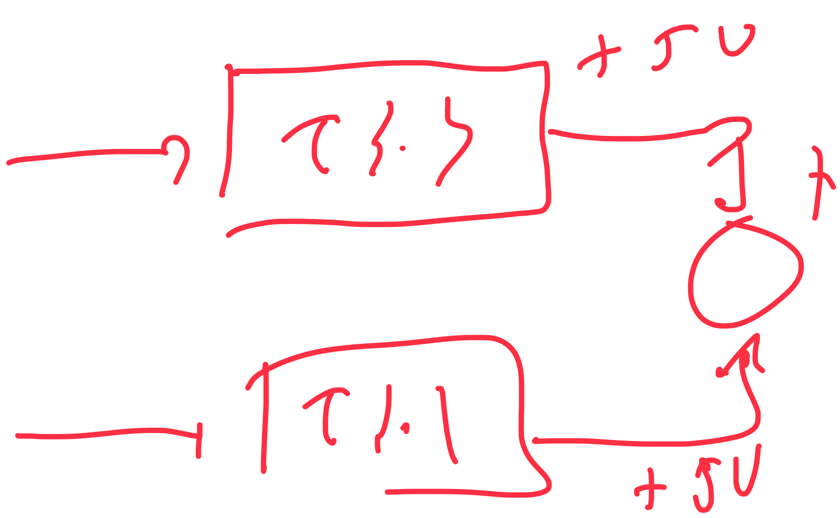


$m(ax_1+bx_2)+c = amx_1+bmx_2+c$

$\mathcal{E}_1: \; y(t) = T\{x(t)\} = \boxed{mx(t) + c}$ → genera NO LINEALIDAD

$ax_1(t) + bx_2(t)$

En el contexto de señales y sistemas



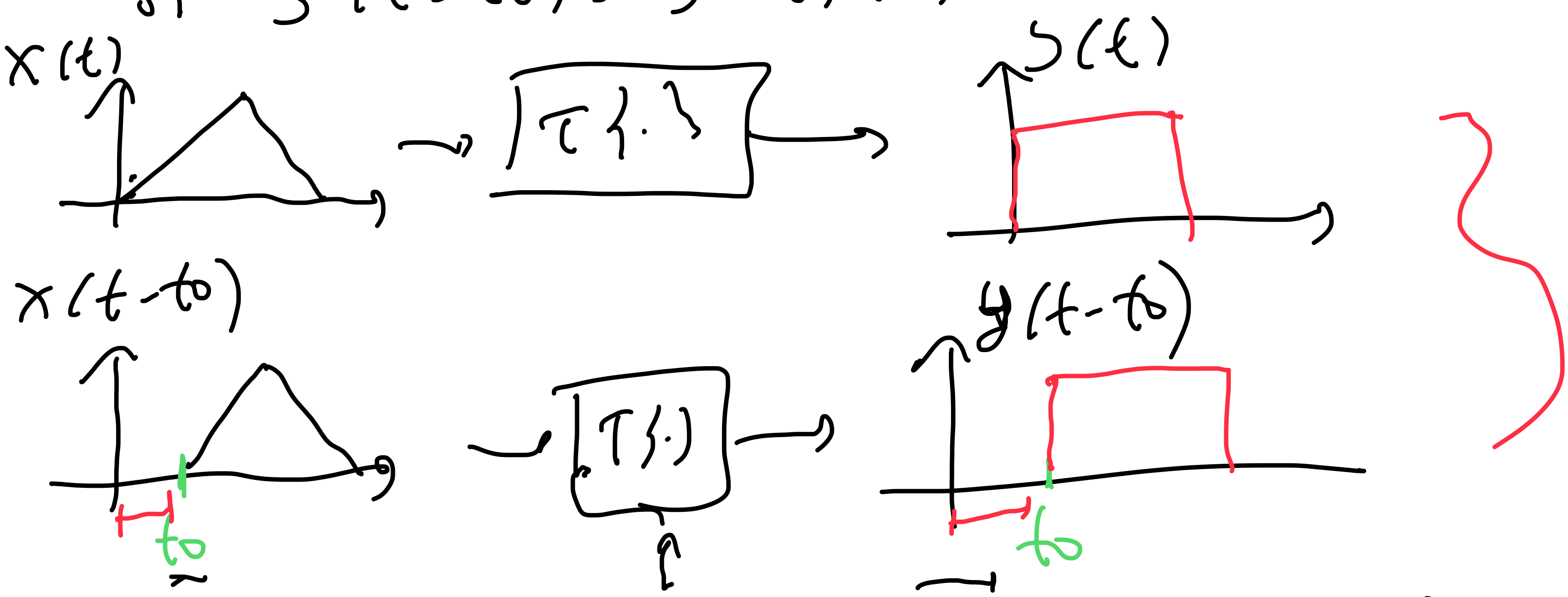
$+5V - 5V$

$10V$

2. Invarianza con el tiempo.

2.a Alimentar $T\{\cdot\}$ con entrada desplazada $x(t \pm t_0)$
guardar salida. $y(t \pm t_0)$

2.b Modificar en ecuación de $T\{\cdot\}$
$t = t \pm t_0$; guardo salida $y(t; t_0)$
Si $y(t \pm t_0) = y(t; t_0) \rightarrow$ invariante.



Ej: $y(t) = T\{x(t)\} = 3x(t) - 7x(t-2)$

2a. $y(t-t_0) = T\{x(t-t_0)\} = 3x(t-t_0) - 7x(t-t_0-2)$

2b. $y(t; t_0) = 3x(t-t_0) - 7x(t-t_0-2)$
$y(t-t_0) = y(t; t_0) \rightarrow$ INVARIANTE

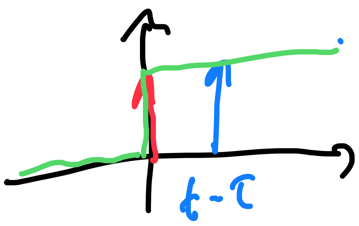
Ej: $y(t) = T\{x(t)\} = a(t)x(t)$; $a(t) = \cos(\omega t)$

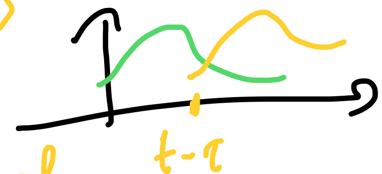
2a. $y(t-t_0) = T\{x(t-t_0)\} = \cos(\omega t)\,x(t-t_0)$

2b. $y(t; t_0) = a(t-t_0)\,x(t-t_0) = \cos(\omega(t-t_0))\,x(t-t_0)$
VARIANTE CON t.

SCIT → No tengo Ec diferencial

$x(t) = \delta(t) \longrightarrow \boxed{T\{\cdot\}} \longrightarrow y(t) = h(t)$ Respuesta de $T\{\cdot\}$ al impulso unitario.



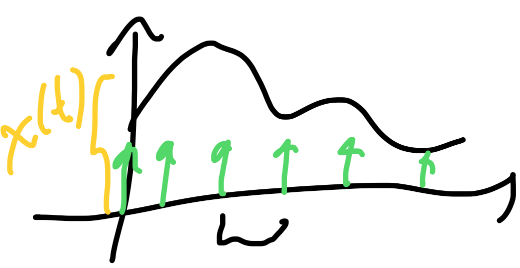


Reescribir cualquier $x(t)$ como combinación lineal de $\delta(t)$

acumular desplazar reflejar

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{x(\tau)\,\delta(t-\tau)}_{} \, d\tau = x(t) * \delta(t)$$

→ multiplicar



$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-k]$$

$y(t) = T\{x(t)\}$; $h(t) = T\{\delta(t)\}$ → Rpt Impulso.

$y(t) = T\{x(t) * \delta(t)\} = T\{\int x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\}$

$T\{\cdot\}$: SCIT

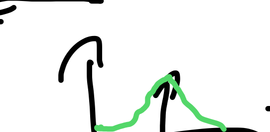
$= \int x(\tau) \underbrace{T\{\delta(t-\tau)\}}_{h(t-\tau)} d\tau$

$y(t) = \int x(\tau) h(t-\tau) d\tau$

$\boxed{y(t) = x(t) * h(t)}$ → Si $T\{\cdot\}$ SCIT, la salida ante cualquier $x(t)$, es $x(t) * h(t)$

$$\boxed{\begin{aligned} T\{u(t)\} &= \int_{-\infty}^{t} h(\tau)\,d\tau \\ h(t) &= \frac{\partial}{\partial t} T\{u(t)\} \end{aligned}}$$

→ En la práctica $\delta(t)$ no es implementable



→ Generamos un escalón

$u(t) \rightarrow h(t)$

$t - \tau \geq 0$ $t \geq \tau$ $\tau \leq t$

$x(t) = u(t) = u(t) * \delta(t)$

$T\{u(t)\} = u(t) * h(t) = \int u(\tau) h(t-\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) u(t-\tau) d\tau$

$= h(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau) d\tau$