

باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق



۲۵۶۴۵ - علوم اعصاب یادگیری، حافظه، شناخت - بهار ۹۹ - ۱۳۹۸

تمرین سری دوم: شبیه‌سازی و تحلیل دینامیک مدل‌های نورونی

موعد تحویل: جمعه ۲۹ فروردین، ساعت ۲۳:۵۵

نحوه‌ی تحویل: کدهای پایتون و نتایج شبیه‌سازی خود را در کنار یک گزارش با فرمت pdf در سایت درس بارگذاری کنید. همچنین می‌توانید کدها و گزارش خود را در یک فایل Jupyter Notebook تحویل دهید.

۱ شبیه‌سازی مدل Hodgkin-Huxley

با در نظر گرفتن معادلات زیر، مدل نورونی Hodgkin-Huxley را برای جمعیتی شامل یک نورون در Brian شبیه‌سازی کنید:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (g_l(E_l - v) + g_{Na}m^3h(E_{Na} - v) + g_Kn^4(E_K - v) + I)/C_m \quad (۱)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha_n(v)(1 - n) - \beta_n(v)n \quad (۲)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \alpha_m(v)(1 - m) - \beta_m(v)m \quad (۳)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha_h(v)(1 - h) - \beta_h(v)h \quad (۴)$$

که در آن

$$\alpha_n(v) = \frac{0.032(15 - v + VT)}{\exp(\frac{15-v+VT}{5}) - 1}, \beta_n(v) = 0.5 \exp(\frac{10 - v + VT}{40}) \quad (۵)$$

$$\alpha_m(v) = \frac{0.32(13 - v + VT)}{\exp(\frac{13-v+VT}{4}) - 1}, \beta_m(v) = \frac{0.28(v - 40 - VT)}{\exp(\frac{v-40-VT}{5}) - 1} \quad (۶)$$

$$\alpha_h(v) = 0.128 \exp(\frac{17 - v + VT}{18}), \beta_h(v) = \frac{4}{\exp(\frac{40-v+VT}{5}) + 1} \quad (۷)$$

می‌باشد. دقت داشته باشید در معادلات بالا n, m و h بدون یکا بوده و مقادیر عددی یا دارای یکای mV یا mV^{-1} بدون یکا هستند، به‌گونه‌ای که تعارضی در روابط ایجاد نکنند. ^۱ پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$C_m = 200 \text{ pF}, E_l = -65 \text{ mV}, E_K = -90 \text{ mV}, E_{Na} = 50 \text{ mV}$$

$$g_{Na} = 20 \mu\Omega^{-1}, g_K = 6 \mu\Omega^{-1}, g_l = 10 \text{ p}\Omega^{-1}, VT = -63 \text{ mV}$$

مقدار اولیه‌ی v را برابر ولتاژ استراحت E_l در نظر بگیرید. به دلیل وجود معادلات غیرخطی، روش شبیه‌ساز را exponential_euler قرار دهید. با استفاده از معادلات Hodgkin-Huxley نیازی برای تعریف threshold برای ایجاد اسپایک نیست، با این وجود برای ثبت کردن اسپایک‌ها لازم است لحظه‌ی اسپایک برای شبیه‌ساز مشخص باشد. برای این کار ولتاژ آستانه را -50 mV در نظر گرفته و آن را با یک عبارت شرطی تعریف نمایید. توجه داشته باشید در صورتی که اسپایک را با یک نامساوی تعریف کنید، لازم است محدوده‌ی refractory را با همین عبارت شرطی مشخص کنید تا برای هر گذر از ولتاژ آستانه فقط یک اسپایک ثبت شود.

^۱ برای مثال جمع کردن یک عدد بدون واحد با یک عدد دارای یکای mV دارای تعارض است.

۱. میزان جریان خارجی را 200 pA قرار دهید. مدل خود را 100 ms اجرا کرده و با استفاده از StateMonitor تغییرات متغیرهای حالت m, n, h و v را ثبت کرده و آن‌ها را در طول زمان رسم نمایید.
۲. جریان خارجی را در بازه‌ی 100 pA تا 1 nA تغییر دهید و برای هر جریان، با استفاده از SpikeMonitor زمان رخداد اسپایک‌ها را در یک بازه‌ی زمانی مشخص ثبت کنید. با استفاده از این اطلاعات منحنی تغییرات نرخ اسپایک‌ها بر حسب تغییرات جریان خارجی رسم کرده و توصیف کنید.
۳. این بار جریان خارجی را در بازه‌ی 1 nA تا 70 nA با گام‌های به اندازه‌ی 1 nA تغییر داده و هر بار مدل را به اندازه‌ی 1 ms اجرا کنید. مقدار متغیر v را ثبت و رسم نمایید (توجه داشته باشید برای پیوسته بودن نمودار لازم است اجراها پشت سر هم بوده و بعد از هر اجرا پتانسیل نوروں به حالت استراحت بازنشانی نشود). پدیده‌ی مشاهده شده را توجیه کنید.
۴. مقادیر v و n را به مدت 50 ms برای جریان‌های 100 pA ، 1 nA ، 10 nA و 70 nA ثبت کنید. با رسم مقادیر n بر حسب v ، چرخه‌های حدی جریان‌های مختلف را رسم کرده و ارتباط آن با نتایج قسمت قبل را بررسی کنید.
۵. با بهره‌گیری از تابع `phaseplane_animation` که در اختیاران قرار گرفته است انیمیشنی از تغییرات v و n و مسیر دینامیک آن‌ها در صفحه‌ی $v-n$ را رسم کرده و مشاهده نمایید. میزان جریان خارجی و زمان شبیه‌سازی را به ترتیب برابر 200 pA و 100 ms در نظر بگیرید.

۲ شبیه‌سازی مدل FitzHugh-Nagumo

با در نظر گرفتن معادلات زیر، مدل نورونی FitzHugh-Nagumo را برای جمعیتی شامل یک نوروں در Brian شبیه‌سازی کنید.

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = V - V^3 - W + I \\ \frac{\partial W}{\partial t} = 0.08(V + 0.7 - 0.8W) \end{cases} \quad (8)$$

برای مدل‌سازی، متغیرهای V ، W و I را بدون واحد در نظر بگیرید و V و W را به ترتیب با مقادیر -2 و -0.5 مقدار دهی اولیه کنید. روش شبیه‌سازی را `euler` انتخاب کنید.

با تنظیم جریان خارجی بر روی مقادیر $0, 0.3, 0.4, 0.8$ و 1.5 مدل نورونی را برای مدت زمان 200 ms (در صورتی که معادلات دیفرانسیل را با بعد $1/\text{ms}$ تعریف کرده‌اید) اجرا کرده و به موارد خواسته شده پاسخ دهید.

۱. با بهره‌گیری از تابع `plot_phaseplane` منحنی‌های `nullcline` و شارهای میدان را در یک محدوده‌ی مناسب از صفحه فاز رسم نمایید.

۲. چرخه‌های حدی جریان‌های مختلف را رسم نمایید و با استفاده از تابع `phaseplane_animation` تغییرات را به صورت انیمیشن مشاهده نمایید.

۳. با استفاده از محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبی و به دست آوردن مقادیر ویژه‌ی آن برای نقاط مختلف صفحه فاز، نواحی مختلف صفحه را از نظر نوع پایداری مشخص کنید. درباره‌ی تعداد نقاط ثابت و نوع پایداری آن‌ها در جریان‌های خارجی مختلف چه می‌توان گفت؟