

# Restoration from Multispectral Blurred Data with Non-Stationary Instrument Response

Mohamed Amine HADJ-YOUCÉF<sup>1,2</sup>  
François ORIEUX<sup>1,2</sup> Aurélia FRAYSSE<sup>1</sup> Alain ABERGEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)  
CNRS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay

<sup>2</sup>Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS)  
CNRS, Univ. Paris-Sud, Université Paris-Saclay

August 29, 2017



# Contexte



Télescope	JWST
Organisation	NASA (ESA, CSA)
Lancement	Oct. 2018
Miroir	$25m^2 (> 3 \times \text{Hubble})$
Budget	10 Milliard US\$

- Principales objectifs de la mission :
  - Étudier la formation et évolution des galaxies
  - Comprendre la formation des étoiles et les systèmes planétaires

# Plan de travail

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

# Introduction

- Type d'instrument à bord du JWST
  - Imageur
  - Spectrometre
- Processus d'acquisition de données par l'imageur MIRI (Instrument Milieu-InfraRouge)



# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique**
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

# Problèmes et objectif

## Problèmes

- Limitation de la résolution spatiale de données
- Variation spectrale importante de la réponse optique  $[5 - 28\mu m]$
- Intégration spectrale de l'objet sur de larges bandes
- Mauvais échantillonnage spectral, seulement 9 filtre pour l'imageur MIRI

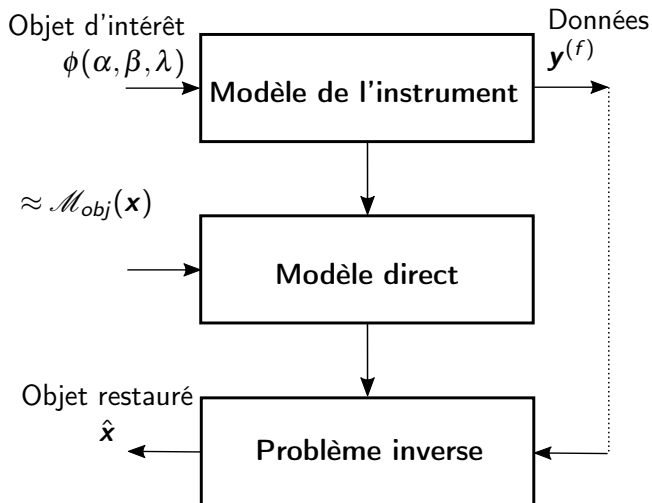
## Objectif

- Reconstruction de l'objet spatio-spectral original en exploitant l'ensemble de données à différentes bandes spectrales

# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie**
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion





# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 **Méthodologie**
  - **Modèle de l'instrument**
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

# Modèle de l'instrument (1/4)

- Réponse du système optique

$$\phi_{opt}(\alpha, \beta, \lambda) = \phi(\alpha, \beta, \lambda) \underset{(\alpha, \beta)}{\star} h(\alpha, \beta, \lambda)$$

$h(\alpha, \beta, \lambda)$  : réponse optique, ou PSF (Point Spread Function)

$\lambda_1 = 5.60 \mu m$



$\lambda_2 = 7.70 \mu m$



$\lambda_3 = 10.00 \mu m$



$\lambda_4 = 11.30 \mu m$



$\lambda_5 = 12.80 \mu m$



$\lambda_6 = 15.80 \mu m$



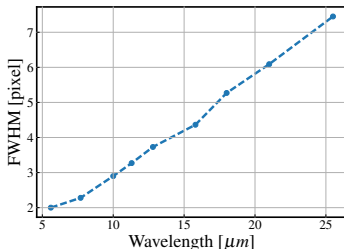
$\lambda_7 = 18.00 \mu m$



$\lambda_8 = 21.00 \mu m$



$\lambda_9 = 25.50 \mu m$



# Modèle de l'instrument (2/4)

- Réponse du filtre

$$\phi_{filt}^{(f)}(\alpha, \beta, \lambda) = \tau_f(\lambda) \phi_{opt}(\alpha, \beta, \lambda)$$

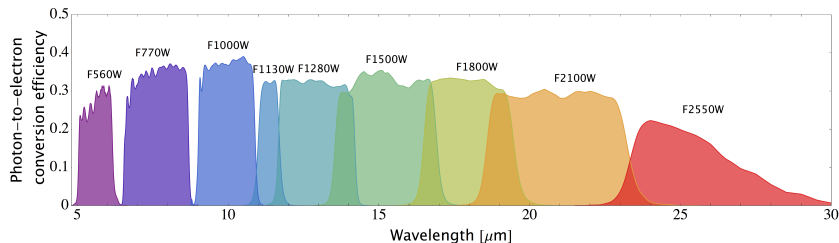


Figure – Filtres de l'imageur de MIRI, source : [jwst-docs.stsci.edu](http://jwst-docs.stsci.edu)

# Modèle de l'instrument (3/4)

- Réponse du détecteur : pour le pixel  $(i,j)$

$$y^{(f)}(i,j) = \iint_{\Omega_{pix_{i,j}}} \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda) \phi_{filt}^{(f)}(\alpha, \beta, \lambda) b_{det}(\alpha - \alpha_{i,j}, \beta - \beta_{i,j}) d\lambda d\alpha d\beta \\ + \varepsilon_{i,j}^{(f)},$$

avec  $\varepsilon_{i,j}^{(f)}$  est un terme d'erreur.

# Modèle de l'instrument (4/4)

## Équation complète

$$y^{(f)}(i,j) = \iint_{\Omega_{pix_{i,j}}} \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda) \tau^{(f)}(\lambda) \phi(\theta, \lambda) \underset{(\theta)}{\star} h(\theta, \lambda) b_{det}^{i,j}(\theta) d\lambda d\theta + \varepsilon_{i,j}^{(f)}$$

avec  $\theta = (\alpha, \beta)$  : variable spatiale 2D angulaire

choix adapté : convolution continue  $\rightarrow$  convolution discrète

$$y^{(f)}(i,j) = \Omega_{pix} \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda) \tau_f(\lambda) \phi(i,j,\lambda) \underset{(i,j)}{\star} h(i,j,\lambda) d\lambda + \varepsilon_{i,j}^{(f)}$$

# État de l'art

- ① Méthode utilisant des PSF 2D stationnaire en  $\lambda$ 
  - PSF 2D mesurée [BGML<sup>+</sup>15, GRR<sup>+</sup>10]
  - PSF 2D à large bande [ADGS11, GL10]
- ② Méthode utilisant des PSF non-stationnaire en  $\lambda$ 
  - Interpolation linéaire de PSF [STD13]
  - Approximation de PSF [VC14]
  - Proposition : Prise en compte de la variation de PSF
- ③ Traitement de données
  - Filtre par filtre indépendamment :

$$y^{(f)}(i,j) = \phi(i,j) \underset{(i,j)}{\star} h_{Large}(i,j)$$

- Proposition : Traitement de l'ensemble de données conjointement

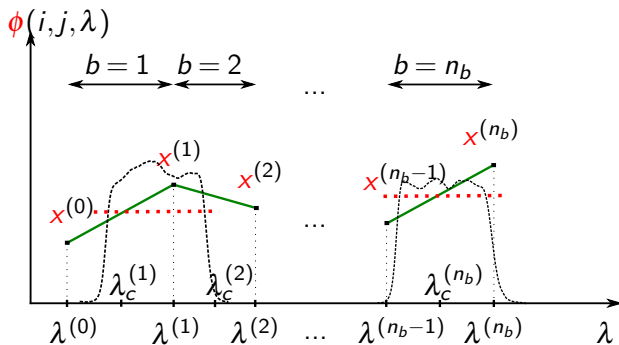
# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie**
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct**
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion



# Modèle direct (1/3) : multi-longueur d'onde

- Pour le pixel  $(i, j)$



- Modèle standard : problème dans le cas de chevauchement des filtres
- Proposition : Spectre continu linéaire par morceau

## Modèle direct (2/3)

- Mise en équation de spectre linéaire par morceau

$$\phi_{i,j}(\lambda) \simeq \sum_{b=1}^{n_b} \left( x_{i,j}^{(b)} g_+^{(b)}(\lambda) + x_{i,j}^{(b-1)} g_-^{(b)}(\lambda) \right) \mathbb{1}_{[\lambda^{(b-1)}, \lambda^{(b)}]}(\lambda)$$

- Le modèle direct est :

$$y^{(f)}(i,j) = \sum_{b=0}^{n_b} \left[ h_{\text{int}}^{(f,b)} \star_{(i,j)} x^{(b)} \right] (i,j) + \varepsilon_{i,j}^{(f)},$$

avec

$$h_{\text{int}}^{(f,b)}(i,j) = \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda) \tau_f(\lambda) g^{(b)}(\lambda) h(i,j,\lambda) d\lambda$$

# Modèle direct (3/3) : Traitement multi-filtres

## Modèle direct linéaire : Écriture vecteur-matrice

$$\mathbf{y}^{(f)} = \sum_{b=0}^{n_b} \mathbf{H}_{\text{int}}^{(f,b)} \mathbf{x}^{(b)} + \varepsilon^{(f)},$$

$\mathbf{H}_{\text{int}}^{(f,b)}$  est une matrice de convolution de taille  $N \times N$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(1)} \\ \mathbf{y}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(n_f)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(1,0)} & \mathbf{H}^{(1,1)} & \dots & \mathbf{H}^{(1,n_b)} \\ \mathbf{H}^{(2,0)} & \ddots & & \mathbf{H}^{(2,n_b)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}^{(n_f,0)} & \mathbf{H}^{(n_f,1)} & \dots & \mathbf{H}^{(n_f,n_b)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^{(0)} \\ \mathbf{x}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(n_b)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon^{(1)} \\ \varepsilon^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon^{(n_f)} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \varepsilon.$$

# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion

# Problème inverse (1/2)

- Calcul de la solution

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} J(\mathbf{x})$$

- Critère des moindres carrés régularisés

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \underbrace{\sum_{b=0}^{n_b} \mu_b \left\| \mathbf{D}\mathbf{x}^{(b)} \right\|_2^2}_{\|\mathbf{C}\mathbf{x}\|_2^2}$$

$\mathbf{C} = \operatorname{diag}\{\sqrt{\mu_0}\mathbf{D}, \dots, \sqrt{\mu_{n_b}}\mathbf{D}\}$ .  $\mu_0 \dots \mu_{n_b}$  sont les paramètres de régularisation et  $\mathbf{D}$  est un opérateur de différence 2D (solutions spatialement lisses).

- Estimateur linéaire

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^t \mathbf{H} + \mathbf{C}^t \mathbf{C})^{-1} \mathbf{H}^t \mathbf{y}$$

## Problème inverse (2/2)

- Diagonalisation en Fourier : Approximation circulante

$$\mathbf{H}^{(f,b)} \simeq \mathbf{F}^\dagger \mathbf{\Lambda}_h^{(f,b)} \mathbf{F}, \quad \mathbf{D} \simeq \mathbf{F}^\dagger \mathbf{\Lambda}_d \mathbf{F}$$

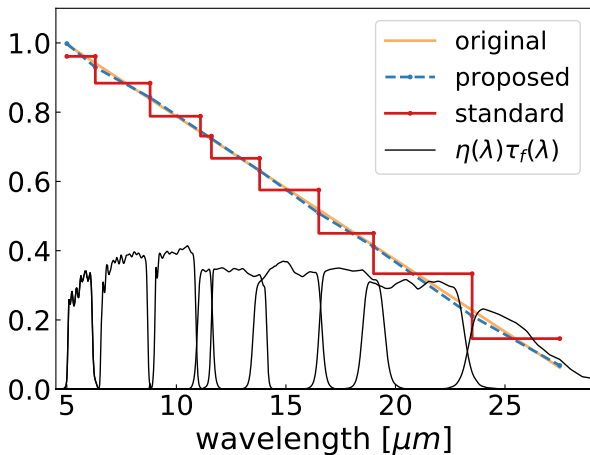
$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= (\mathbf{\Lambda}_h^t \mathbf{\Lambda}_h + \mathbf{\Lambda}_c^t \mathbf{\Lambda}_c)^{-1} \mathbf{\Lambda}_h^t \hat{\mathbf{y}} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{f=1}^{n_f} |\mathbf{\Lambda}_h^{(f,0)}|^2 + \mu_0 |\mathbf{\Lambda}_d|^2 & \cdots & \sum_{f=1}^{n_f} \mathbf{\Lambda}_h^{\dagger(f,0)} \mathbf{\Lambda}_h^{(f,n_b)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{f=1}^{n_f} \mathbf{\Lambda}_h^{\dagger(f,n_b)} \mathbf{\Lambda}_h^{(f,0)} & \cdots & \sum_{f=1}^{n_f} |\mathbf{\Lambda}_h^{(f,n_b)}|^2 + \mu_{n_b} |\mathbf{\Lambda}_d|^2 \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{\Lambda}_h^{\dagger} \hat{\mathbf{y}} \end{aligned}$$

Inversion de  $N$  matrices de taille  $(n_b + 1) \times (n_b + 1)$ , lourd à inverser pour  $n_b > 4$ .  $\Rightarrow$  calcul sans inversion : algorithme du gradient conjugué

# Contenu

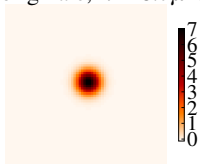
- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats**
- 5 Conclusion

# Résultats : Information spectrale

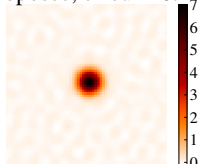




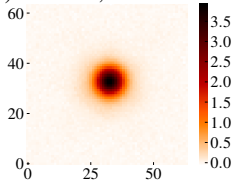
# Résultats : Information spatiale

(a) originale,  $\lambda=18.7\mu\text{m}$ 

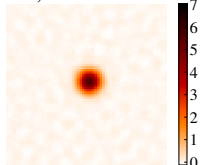
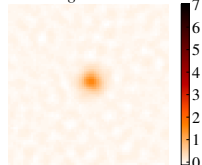
(b) proposée, erreur = 6.27%

(c)  $x_{\text{originale}} - x_{\text{proposée}}$ 

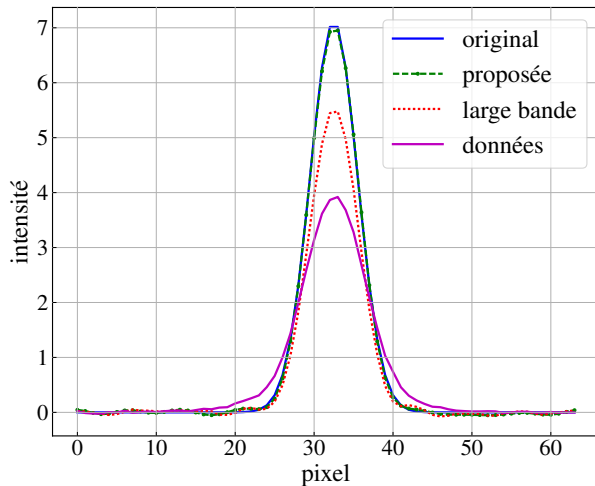
(d) données, SNR=30 dB



(e) LB, erreur = 21.29%

(f)  $x_{\text{originale}} - x_{\text{LB}}$ 

# Résultats : Information spatiale



# Contenu

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Méthodologie
  - Modèle de l'instrument
  - Modèle direct
  - Problème inverse
- 4 Résultats
- 5 Conclusion**

# Conclusion et perspectives

## Résumé

- Modèle de l'instrument d'imageur décrivant la physique de l'imageur MIRI
- Modèle direct multi-longueur d'onde est obtenu par un traitement conjoint de données et choix du modèle linéaire par morceau
- Augmentation de résolution spatial et de l'information spectrale
- Article accepté pour la conférence EUSIPCO.

## Perspective

- Généralisation du modèle de l'objet et le modèle direct
- Restaurer l'objet avec un échantillonnage spectrale plus fin
- Test sur des objets astrophysiques réalistes

Fin

**Merci de votre attention**

# Références I

- [ADGS11] G Aniano, BT Draine, KD Gordon, and K Sandstrom.  
Common-resolution convolution kernels for space-and  
ground-based telescopes.  
*Publications of the Astronomical Society of the Pacific*,  
123(908) :1218, 2011.
- [BGML<sup>+</sup>15] Patrice Bouchet, Macarena García-Marín, P-O Lagage,  
Jérôme Amiaux, J-L Auguères, Eva Bauwens, JADL  
Blommaert, CH Chen, ÖH Detre, Dan Dicken, et al.  
The Mid-Infrared Instrument for the James Webb Space  
Telescope, III : MIRIM, The MIRI Imager.  
*Publications of the Astronomical Society of the Pacific*,  
127(953) :612, 2015.

# Références II

- [GL10] N Geis and D Lutz. Herschel/PACS modelled point-spread functions . [http://herschel.esac.esa.int/twiki/pub/Public/PacsCalibrationWeb/PACSPSF\\_PICC-ME-TN-029\\_v2.0.pdf](http://herschel.esac.esa.int/twiki/pub/Public/PacsCalibrationWeb/PACSPSF_PICC-ME-TN-029_v2.0.pdf), 2010.
- [GRR<sup>+</sup>10] Pierre Guillard, Thomas Rodet, S Ronayette, J Amiaux, Alain Abergel, V Moreau, JL Augueres, A Bensalem, T Orduna, C Nehmé, et al. Optical performance of the jwst/miri flight model : characterization of the point spread function at high resolution. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation*, pages 77310J–77310J. International Society for Optics and Photonics, 2010.

# Références III

- [STD13] Ferréol Soulez, Eric Thiébaud, and Loïc Denis.  
Restoration of hyperspectral astronomical data with spectrally varying blur.  
*EAS Publications Series*, 59 :403–416, 2013.
- [VC14] E. Villeneuve and H. Carfantan.  
Nonlinear deconvolution of hyperspectral data with mcmc for studying the kinematics of galaxies.  
*IEEE Transactions on Image Processing*, 23(10) :4322–4335, Oct 2014.