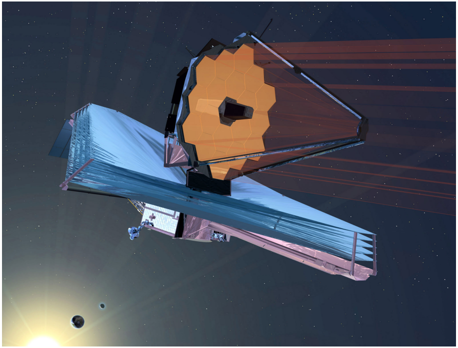
Restauration à partir de données multispectrales floues et une réponse instrument non stationnaire

Mohamed Amine HADJ-YOUCEF[1,2]
François ORIEUX[1,2], Aurélia FRAYSSE[1], Alain ABERGEL[2]

[1]Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)
[2]Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS)

Contexte



Télescope	JWST
Organisation	NASA (ESA/CSA)
Budget	10 Milliard US$
Miroir	$25m^2$($2.5m^2$ Hubble)
Lancement	Oct. 2018

- Principales objectifs de la mission :
  - Formation et évolution des galaxies
  - Comprendre la formation des étoiles et les systèmes planétaires

Plan de travail

1. Modèle instrument
2. Modèle direct
3. Inversion et résultats
4. Conclusion et perspectives

Modèle instrument (1/5)

Objet d'intérêt

Objet astrophysique, $\phi(\alpha, \beta, \lambda) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, ayant deux dimensions spatiales α, β et une dimension spectrale $\lambda \in \mathbb{R}^+$

$$\phi(\alpha,\beta,\lambda) \longrightarrow \boxed{\text{Optique}} \longrightarrow \boxed{\text{Filtre}} \longrightarrow \boxed{\text{Détecteur}} \longrightarrow y(i,j)^{(f)}$$

Problèmes

- Limitation de la résolution spatiale par la réponse optique
- Variation de la réponse optique en λ
- Intégration spectrale de l'objet sur une large bande

Objectives

- Reconstruction de l'objet original **2D+λ** en exploitant l'ensemble de données à différentes bandes spectrales

Modèle instrument (1/5)

Objet d'intérêt

Objet astrophysique, $\phi(\alpha,\beta,\lambda) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, ayant deux dimensions spatiales α,β et une dimension spectrale $\lambda \in \mathbb{R}^+$

$$\phi(\alpha,\beta,\lambda) \longrightarrow \boxed{\text{Optique}} \longrightarrow \boxed{\text{Filtre}} \longrightarrow \boxed{\text{Détecteur}} \longrightarrow y(i,j)^{(f)}$$

Problèmes

- Limitation de la résolution spatiale par la réponse optique
- Variation de la réponse optique en λ
- Intégration spectrale de l'objet sur une large bande

Objectives

- Reconstruction de l'objet original **2D**$+\lambda$ en exploitant l'ensemble de données à différentes bandes spectrales

Modèle instrument (1/5)

Objet d'intérêt

Objet astrophysique, $\phi(\alpha,\beta,\lambda) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, ayant deux dimensions spatiales α, β et une dimension spectrale $\lambda \in \mathbb{R}^+$

$$\phi(\alpha,\beta,\lambda) \longrightarrow \boxed{\text{Optique}} \longrightarrow \boxed{\text{Filtre}} \longrightarrow \boxed{\text{Détecteur}} \longrightarrow y(i,j)^{(f)}$$

Problèmes

- Limitation de la résolution spatiale par la réponse optique
- Variation de la réponse optique en λ
- Intégration spectrale de l'objet sur une large bande

Objectives

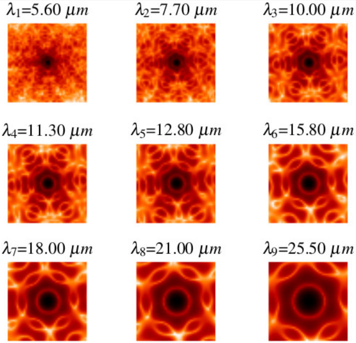
- Reconstruction de l'objet original **2D+λ** en exploitant l'ensemble de données à différentes bandes spectrales

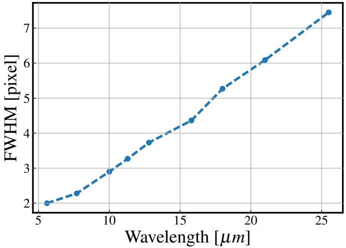
Modèle instrument (2/5)

- Réponse du système optique

$$\phi_{opt}(\alpha,\beta,\lambda) = \phi(\alpha,\beta,\lambda) \underset{\alpha,\beta}{\star} h(\alpha,\beta,\lambda)$$

$h(\alpha,\beta,\lambda)$: réponse optique, ou PSF (Point Spread Function)





Modèle instrument (3/5)

- Réponse du filtre

$$\phi_{filt}(\alpha,\beta,\lambda) = \tau_f(\lambda)\,\phi_{opt}(\alpha,\beta,\lambda)$$

$\tau_f(\lambda)$: Transmission du filtre. $f \in [1, n_f]$ indice du filtre

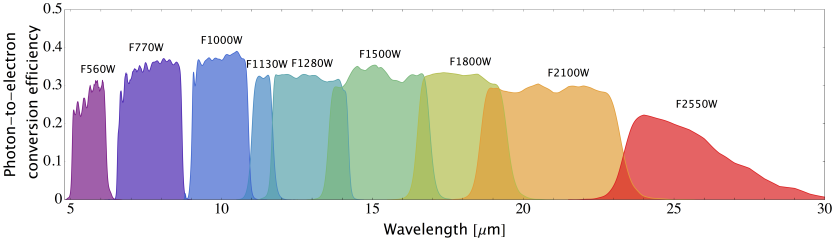


Figure – Filtres de l'imageur de MIRI, source : jwst-docs.stsci.edu

Modèle instrument (4/5)

- Réponse du détecteur :
  - Intégration spectrale

$$y^{(f)}(\alpha,\beta) = \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda)\phi_{filt}(\alpha,\beta,\lambda)d\lambda$$

$\eta(\lambda)$: réponse spectrale, ou efficacité quantique

  - Intégration spatiale 2D

$$y^{(f)}(i,j) = \iint y^{(f)}(\alpha,\beta)\ \mathrm{Rect}\left(\frac{\alpha - i\triangle_i}{\triangle_i}, \frac{\beta - j\triangle_j}{\triangle_j}\right) d\alpha d\beta$$

$\triangle_i \times \triangle_j$: surface du pixel (i,j)
Rect(.,.) : fonction intégration rectangulaire

Modèle instrument (5/5)

Équation complète

$$y^{(f)}(i,j) = \iint \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda)\tau_f(\lambda)$$
$$\phi(\alpha,\beta,\lambda) \underset{\alpha,\beta}{\ast} h(\alpha,\beta,\lambda) \ \text{Rect}\left(\frac{\alpha - i\triangle_i}{\triangle_i}, \frac{\beta - j\triangle_j}{\triangle_j}\right) d\lambda d\alpha d\beta$$

Modèle Instrument proposé

$$y^{(f)}(i,j) = \triangle^2 \int_{\mathbb{R}_+} \eta(\lambda)\tau_f(\lambda)\, \phi(i,j,\lambda) \underset{i,j}{\ast} h(i,j,\lambda)\, d\lambda$$

Différence avec les travaux existants

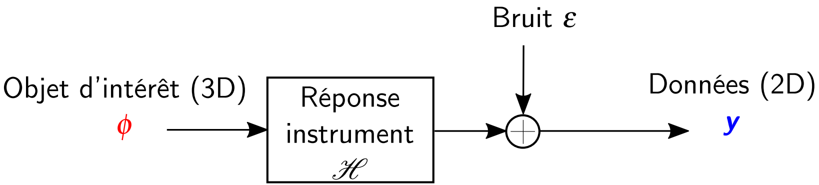
-

1. Variation en λ de la PSF
   - PSF mesurée [BGML+15, GRR+10]
   - PSF large bande [GL10]
   - Interpolation de PSF [STD13],
   - Approximation de PSF [VC14]
2. Traitement de données filtre par filtre
   - Modèle instrument standard (spectre plat) :

$$y^{(f)}(i,j) = \phi(i,j) \underset{i,j}{\star} h_{large}(i,j)$$

Contenu

Modèle direct (1/4)



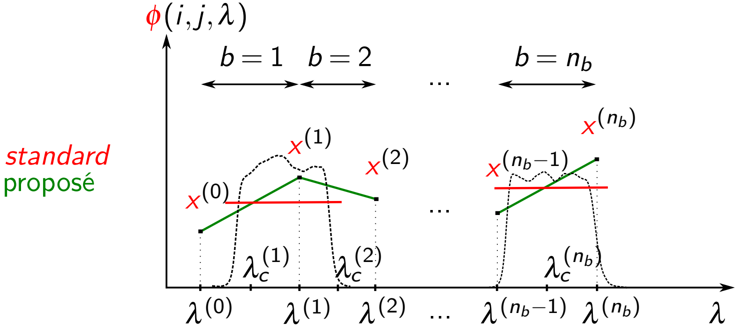
$$\boldsymbol{y}^{(f)} = \mathscr{H}(\phi) + \varepsilon^{(f)}$$

$\varepsilon^{(f)} \in \mathbb{R}^N$: erreur

- Spectre linéaire par morceau
- Traitement conjoint de l'ensemble de données multi-filtre

Modèle direct (2/4)

- Pour le pixel (i,j)



$$\phi(\lambda) \simeq \sum_{b=1}^{n_b} \phi^{(b)}(\lambda)\ \mathbb{1}_{[\lambda^{(b-1)},\lambda^{(b)}]}(\lambda)$$

$$\phi^{(b)}(\lambda) = x^{(b)}\ g_+^{(b)}(\lambda) + x^{(b-1)}\ g_-^{(b)}(\lambda) \text{ et}$$

Modèle direct (3/4)

- Le modèle instrument devient :

$$y^{(f)}(i,j) = \sum_{b=0}^{n_b} \left[h_{\text{int}}^{(f,b)} \underset{i,j}{\star} x^{(b)} \right](i,j)$$

avec

$$h_{\text{int}}^{(f,b)}(i,j) = \int_{\mathbb{R}_+} g^{(f,b)}(\lambda)\, h(i,j,\lambda)\, d\lambda$$

- Écriture vecteur-matrice :

$$\boldsymbol{y}^{(f)} = \sum_{b=0}^{n_b} \boldsymbol{H}_{\text{int}}^{(f,b)} \boldsymbol{x}^{(b)}, \qquad f \in [1, n_f]$$

$\boldsymbol{H}_{\text{int}}^{(f,b)}$ est une matrice de convolution de taille $N \times N$.

Modèle direct (4/4) : Traitement multi-filtres

Modèle direct linéaire

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^{(1)} \\ \boldsymbol{y}^{(2)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}^{(n_f)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}^{(1,0)} & \boldsymbol{H}^{(1,1)} & \dots & \boldsymbol{H}^{(1,n_b)} \\ \boldsymbol{H}^{(2,0)} & \ddots & & \boldsymbol{H}^{(2,n_b)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{H}^{(n_f,0)} & \boldsymbol{H}^{(1,0)} & \dots & \boldsymbol{H}^{(n_f,n_b)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}^{(0)} \\ \boldsymbol{x}^{(1)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}^{(n_b)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon^{(1)} \\ \varepsilon^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon^{(n_f)} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \varepsilon$$

Contenu

Inversion (1/3)

- Calcul de la solution

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \underset{\boldsymbol{x}}{\operatorname{argmin}}\, J(\boldsymbol{x})$$

$$J(\boldsymbol{x}) = \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|_2^2 + \underbrace{\sum_{b=0}^{n_b} \mu_b \left\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(b)}\right\|_2^2}_{\|\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}\|_2^2}$$

$\boldsymbol{D}$ est un opérateur de différence 2D (solutions lisses), μ paramètres de régularisation et $\boldsymbol{C} = \operatorname{diag}\{\mu_0\boldsymbol{D}, \ldots, \mu_{n_b}\boldsymbol{D}\}$

- Estimateur linéaire $\hat{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{H}^t\boldsymbol{H} + \boldsymbol{C}^t\boldsymbol{C}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^t\boldsymbol{y}$

Inversion (2/3)

- Diagonalisation en Fourier : Approximation circulante

$$\boldsymbol{H}^{(f,b)} \simeq \boldsymbol{F}^{\dagger}\boldsymbol{\Lambda}_h^{(f,b)}\boldsymbol{F}, \qquad \boldsymbol{D} \simeq \boldsymbol{F}^{\dagger}\boldsymbol{\Lambda}_d\boldsymbol{F}$$

$$\mathring{\hat{\boldsymbol{x}}} = \left(\boldsymbol{\Lambda}_h^t\boldsymbol{\Lambda}_h + \boldsymbol{\Lambda}_c^t\boldsymbol{\Lambda}_c\right)^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_h^t\mathring{\boldsymbol{y}}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{f=1}^{n_f}\left|\boldsymbol{\Lambda}_h{}^{(f,0)}\right|^2 + \mu_0\left|\boldsymbol{\Lambda}_d\right|^2 & \cdots & \sum_{f=1}^{n_f}\boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger\,(f,0)}\boldsymbol{\Lambda}_h{}^{(f,n_b)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{f=1}^{n_f}\boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger\,(f,n_b)}\boldsymbol{\Lambda}_h{}^{(f,0)} & \cdots & \sum_{f=1}^{n_f}\left|\boldsymbol{\Lambda}_h{}^{(f,n_b)}\right|^2 + \mu_{n_b}\left|\boldsymbol{\Lambda}_d\right|^2 \end{bmatrix}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger}\mathring{\boldsymbol{y}}$$

Matrice de taille $(n_b+1)N \times (n_b+1)N$ difficile à inverser ! !

Inversion (3/3)

- Algorithme d'optimisation : Système linéaire à résoudre

$$\underbrace{\left(\boldsymbol{\Lambda}_h^\dagger \boldsymbol{\Lambda}_h + \boldsymbol{\Lambda}_c^\dagger \boldsymbol{\Lambda}_c\right)}_{\mathring{\boldsymbol{Q}}} \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{\Lambda}_h^\dagger \mathring{\boldsymbol{y}}$$

$$\mathring{\boldsymbol{Q}} \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}} = \begin{bmatrix} \sum_{f=1}^{n_f} \boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger(f,0)} \left(\sum_{i=0}^{n_b} \boldsymbol{\Lambda}_h^{(f,i)} \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}}^{(i)}\right) + \mu_0 \boldsymbol{\Lambda}_d^\dagger \boldsymbol{\Lambda}_d \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}}^{(0)} \\ \vdots \\ \sum_{f=1}^{n_f} \boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger(f,n_b)} \left(\sum_{i=0}^{n_b} \boldsymbol{\Lambda}_h^{(f,i)} \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}}^{(i)}\right) + \mu_{n_b} \boldsymbol{\Lambda}_d^\dagger \boldsymbol{\Lambda}_d \mathring{\hat{\boldsymbol{x}}}^{(n_b)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_h^\dagger \mathring{\boldsymbol{y}} = \begin{bmatrix} \sum_{f=1}^{n_f} \boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger(f,0)} \mathring{\boldsymbol{y}}^{(f)} \\ \vdots \\ \sum_{f=1}^{n_f} \boldsymbol{\Lambda}_h^{\dagger(f,n_b)} \mathring{\boldsymbol{y}}^{(f)} \end{bmatrix}$$

Résultats : Information spectrale

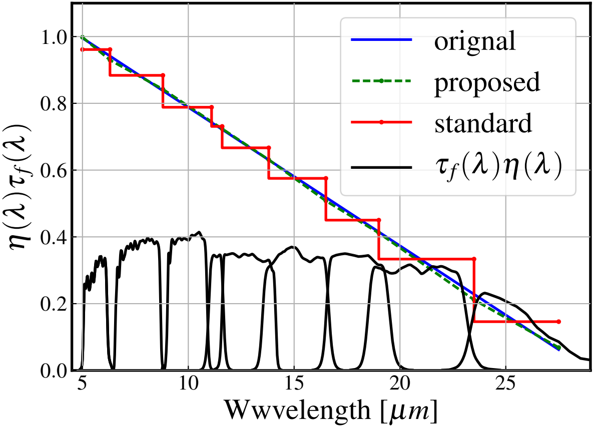


Figure – Illustration de la restauration spectrale

Résultats : Information spatiale

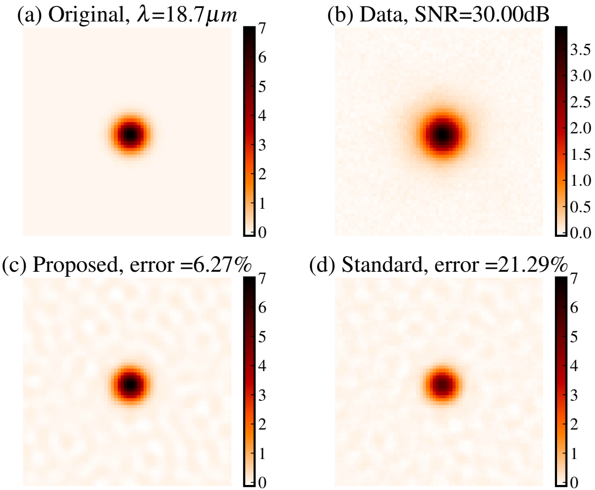


Figure – Illustration de la restauration spatiale sur des coupes à $\lambda = 18.7\mu m$

Résultats : Information spatiale

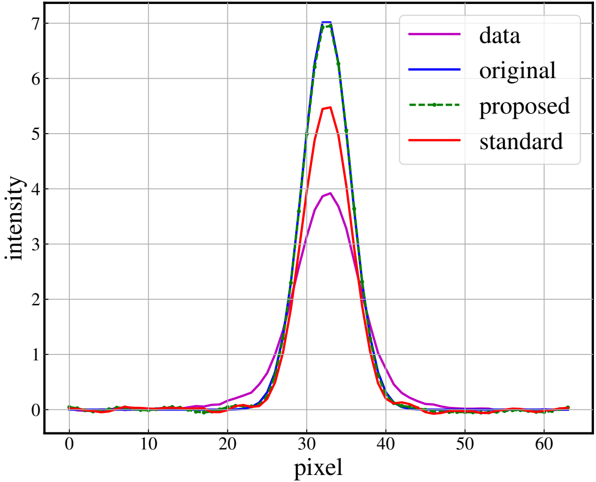


Figure – Illustration de la restauration spatiale sur des coupes à $\lambda = 18.7\mu m$

Contenu

Conclusion et perspectives

Résumé

- Modèle instrument d'imageur prenant en compte la variation en λ de la PSF et de l'intégration spectrale
- Modèle directe obtenu par un traitement conjoint de données multi-filtre ou -instrument
- Restauration de l'objet 3D à partir des slices 2D
- Augmentation de résolution spatial et reconstruction de l'information spectral

Perspective

- Estimation des paramètres de régularisation
- Autres :
  - types de source : modèle paramétrique, mélange de sources
  - a priori : positivité (intensité positive), parcimonie (point sources) ...

Conclusion et perspectives

Résumé

- Modèle instrument d'imageur prenant en compte la variation en λ de la PSF et de l'intégration spectrale
- Modèle directe obtenu par un traitement conjoint de données multi-filtre ou -instrument
- Restauration de l'objet 3D à partir des slices 2D
- Augmentation de résolution spatial et reconstruction de l'information spectral

Perspective

- Estimation des paramètres de régularisation
- Autres :
  - types de source : modèle paramétrique, mélange de sources
  - a priori : positivité (intensité positive), parcimonie (point sources) ...

Fin

Merci de votre attention

Références I

[BGML+15] Patrice Bouchet, Macarena García-Marín, P-O Lagage, Jérome Amiaux, J-L Auguéres, Eva Bauwens, JADL Blommaert, CH Chen, ÖH Detre, Dan Dicken, et al.
The Mid-Infrared Instrument for the James Webb Space Telescope, III : MIRIM, The MIRI Imager.
Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 127(953) :612, 2015.

[GL10] N Geis and D Lutzn.
Herschel/PACS modelled point-spread functions .
http://herschel.esac.esa.int/twiki/pub/Public/PacsCalibrationWeb/PACSPSF_PICC-ME-TN-029_v2.0.pdf, 2010.

Références II

[GRR+10] Pierre Guillard, Thomas Rodet, S Ronayette, J Amiaux, Alain Abergel, V Moreau, JL Augueres, A Bensalem, T Orduna, C Nehmé, et al.
Optical performance of the jwst/miri flight model : characterization of the point spread function at high resolution.
In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation*, pages 77310J–77310J. International Society for Optics and Photonics, 2010.

[STD13] Ferréol Soulez, Eric Thiébaut, and Loıc Denis.
Restoration of hyperspectral astronomical data with spectrally varying blur.
EAS Publications Series, 59 :403–416, 2013.

Références III

[VC14] E. Villeneuve and H. Carfantan.
Nonlinear deconvolution of hyperspectral data with mcmc for studying the kinematics of galaxies.
IEEE Transactions on Image Processing, 23(10) :4322–4335, Oct 2014.