Кубатурные формулы для вычисления интегралов
по прямоугольной области : формула Симпсона (3.3.1б-сим x сим)

Дано :

f (x, y) - функция двух переменных;

R :[a ≤ x ≤ A;b ≤ y ≤ B] - область интегрирования;

n, m - число отрезков дробления;

Реализация :

```
cubatureFormula[f_, a_, A_, b_, B_, n_, m_] := Module[
  {L = {}, x, y, i,
   h = (A - a)/n, k = (B - b)/m},
  x = Table[a + i * h, {i, 0, n}];
  y = Table[b + i * k, {i, 0, n}];
  L = Table[
    If[j == 1 || j == n + 1,
     Table[
      If[i == 1 || i == n + 1, 1, If[Mod[i, 2] == 1, 2, 4]], {i, 1, n + 1}],
     If [Mod[j, 2] == 1,
      Table[If[i == 1 || i == n + 1, 2, If[Mod[i, 2] == 1, 4, 8]], {i, 1, n + 1}],
      Table[If[i == 1 || i == n + 1, 4, If[Mod[i, 2] == 1, 8, 16]], {i, 1, n + 1}]]]
    , {j, 1, n + 1}];
  N[(h * k)/9 Sum[Sum[L[[i, j]] * f[x[[i]], y[[j]]], {j, 1, m + 1}], {i, 1, n + 1}]]
 ]
```

$$N\left[\frac{h*k}{9}\sum_{i=1}^{n+1}\sum_{j=1}^{m+1} L[[i,j]]*f[x[[i]],y[[j]]]\right]$$

Результат работы :

Пример 1

```
f[x_, y_] := Sin[x + y]
{a, A} = {0, Pi/2};
{b, B} = {0, Pi/4};
n = 2;
m = 2;
cubatureFormula[f, a, A, b, B, n, m]
```

1.00241

Проверка

$$\int_a^A \int_b^B f[x, y]\, dy\, dx$$

1

Увеличится ли точность результата, полученного по формуле Симпсона при увеличении n и m?

```
n = {4, 6, 8, 10};
m = {4, 6, 8, 10};
```

```
Table[cubatureFormula[f, a, A, b, B, n[[i]], m[[i]]], {i, 1, 4}]
```

```
{1.00014, 1.00003, 1.00001, 1.}
```

Действительно, с увеличением n и m, точность увеличивается.

Пример 2

```
f[x_, y_] := x^10 + 5 * x^5 + 10 y + 1
{a, A} = {10, 20};
{b, B} = {40, 50};
n = {2, 4, 6, 8, 10};
m = {2, 4, 6, 8, 10};
```

```
Table[cubatureFormula[f, a, A, b, B, n[[i]], m[[i]]], {i, 1, 5}]
```

$\{2.09277\times10^{14}, 1.87929\times10^{14}, 1.8647\times10^{14}, 1.86213\times10^{14}, 1.86142\times10^{14}\}$

$N\left[\int_a^A\int_b^B f[x, y]\, dy\, dx\right]$

1.86091×10^{14}