



Correlação

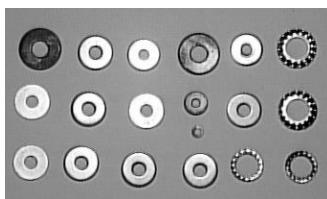
Correlação com protótipos

- Exemplo:



protótipo

Imagem a analisar:



Correlação

- A correlação corresponde a uma projeção do protótipo sobre uma vizinhança de igual tamanho em torno de cada pixel da imagem dada
- É um método computacionalmente custoso, uma vez que depende do produto das áreas do protótipo e da imagem

Correlação

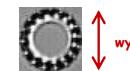
- A expressão da correlação é muito semelhante à da convolução, bastando-se apenas trocar seus índices.

$$\sum_r \sum_s (I_{i+r, j+s} K_{r, s})$$

- I denota a imagem e K o núcleo (*kernel*) que, agora corresponde ao protótipo (*template*)
 - Não se requer ordem ímpar para o protótipo

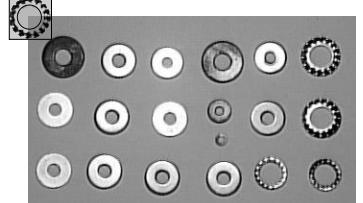
Reconhecimento de padrões

- Exemplo:

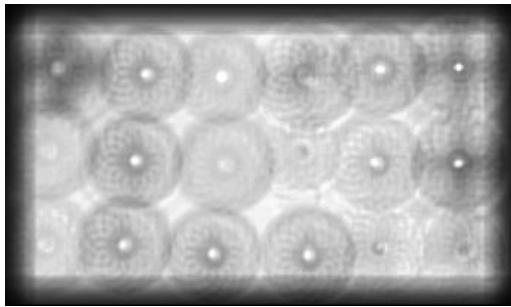


protótipo

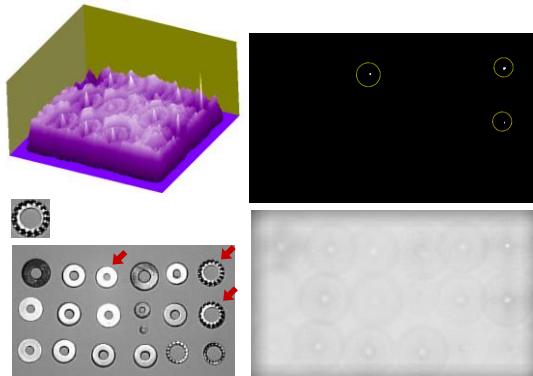
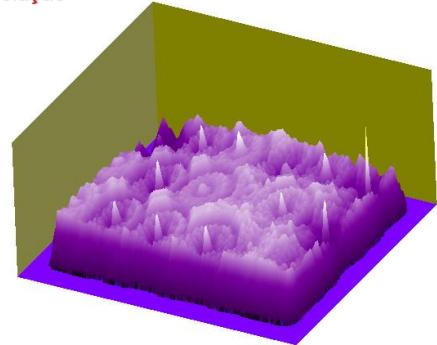
Imagem a analisar:



Resultado da correlação (realçado p/visualizar)



É necessário limiarizar p/ detectar os picos de correlação

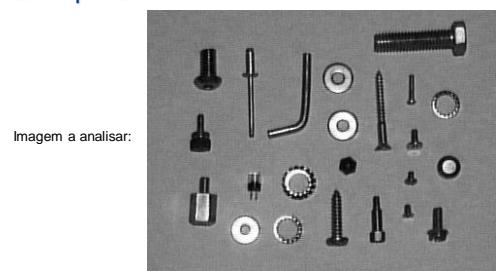


Correlação

- Exemplo 2



protótipo



- Resultado



Limiarização:

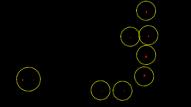
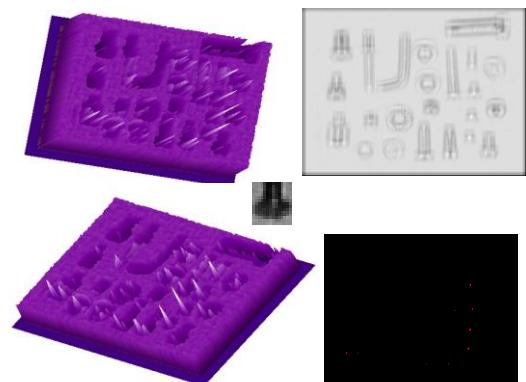
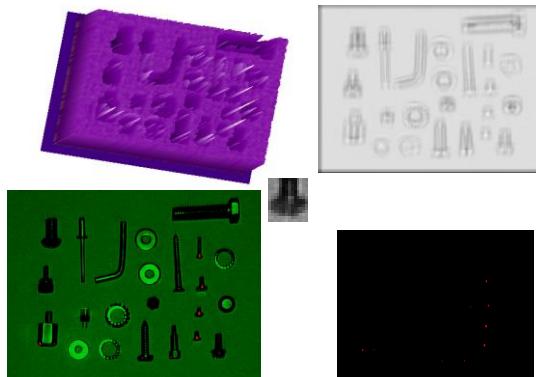


Imagen a analisar:



Correlação:





Correlação

- Exemplo 3

 protótipo

Imagem a analisar:



- Resultado



protótipo

Limiarização:

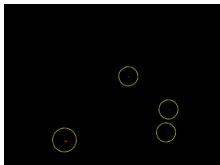
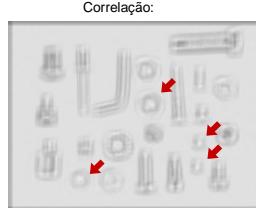
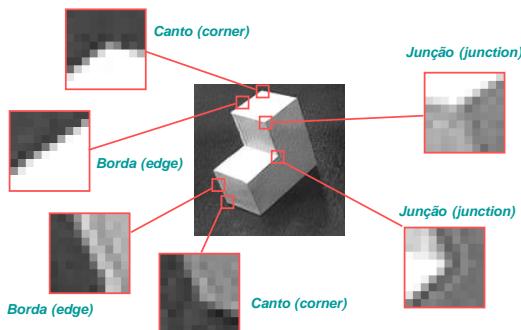


Imagem a analisar:



Atributos Locais

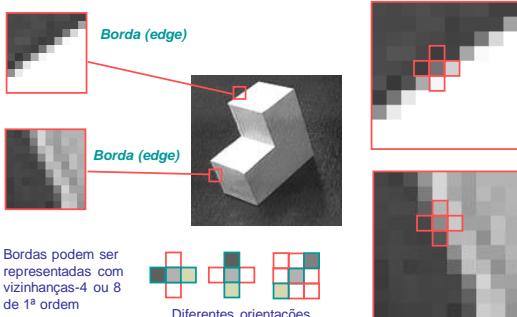
Atributos locais (*Local features*)



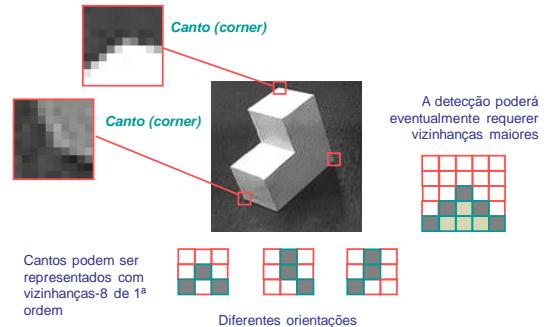
Atributos locais (*Local features*)

- São detalhes definidos para vizinhanças “pequenas” em torno de um pixel
 - O conceito de pequeno é relativo à resolução da imagem (largura x altura)
 - Dependendo da complexidade do atributo requer-se vizinhanças maiores
 - Define-se para cada tipo de atributo a menor vizinhança requerida para descrever o atributo

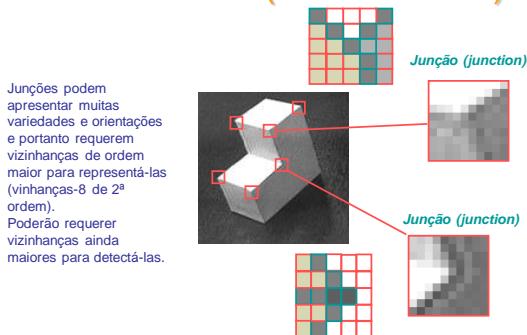
Atributos locais (*Local features*)



Atributos locais (*Local features*)

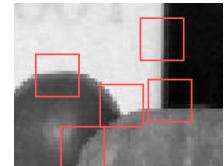


Atributos locais (*Local features*)



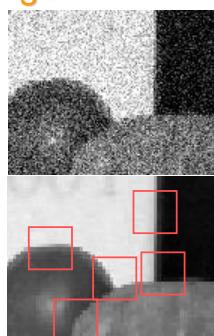
Detecção e Filtragem

- A detecção de atributos locais pode ser feita através de filtros
- Os atributos locais são estruturas locais detectadas a partir da presença de dois elementos:
 - Areias ou linhas
 - Regiões uniformes



Detecção e Filtragem

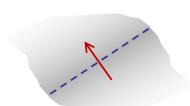
- A uniformidade das regiões separadas pelas linhas é essencial para a detecção dos atributos
- O ruído dificulta a detecção



Filtros direcionais

Filtros direcionais

- Visam extrair atributos que se alinham segundo uma dada direção
- A direção é detectada com o gradiente perpendicular à mesma

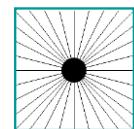
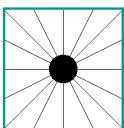


– São linhas (conjuntos de bordas) alinhadas perpendicularmente ao gradiente

- Podem ser implementados via convolução com um núcleo direcional

• Exemplo

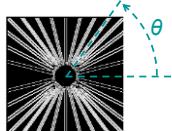
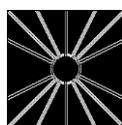
- Aplicaremos o núcleo K abaixo a dois casos
- Feixes de raios
- Analisaremos o efeito da direcionalidade do núcleo visto como ele afeta os raios



• Resultados:

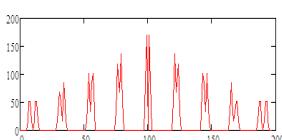
- O núcleo K tem o gradiente apontando na horizontal
- Detecta bordas orientadas na vertical
- As respostas obtidas têm intensidades variando com a inclinação θ

$$K := \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



• Resultados:

- Exibindo-se as intensidades com cor falsa, notamos mais nitidamente a sua variação com o ângulo θ
- Fazemos um gráfico da intensidade ao longo de uma linha horizontal da imagem

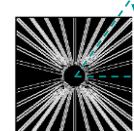


Filtros direcionais

• Resultados:

- Observemos esse efeito em um dos exemplos:

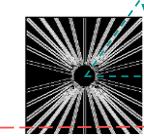
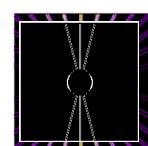
Filtros direcionais

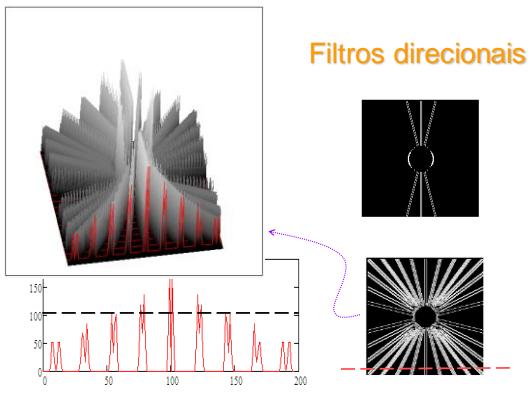


• Resultados:

- Podemos limiarizar a imagem filtrada, de maneira a preservar apenas as respostas mais intensas
- Isso é bastante usual em detecção de atributos

Filtros direcionais





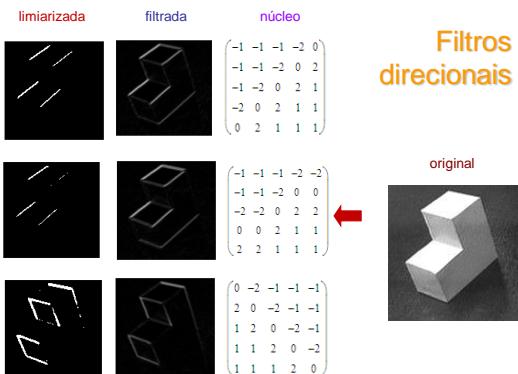
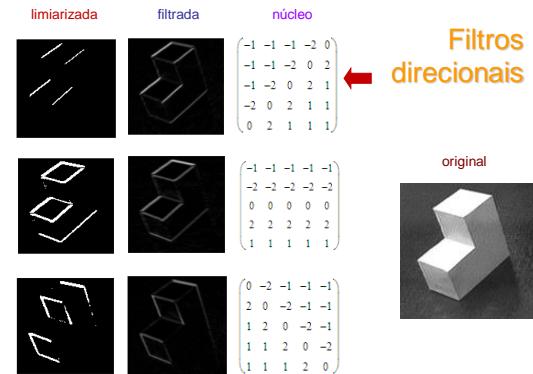
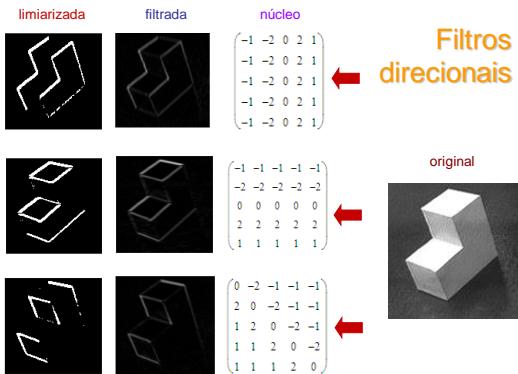
• Exemplo: bloco

- Aplicando-se o mesmo núcleo à imagem do bloco obtém-se:
- E, após a limiarização:
 - O limiar seleciona as respostas que são de fato mais significativas

Filtros direcionais

$$K := \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

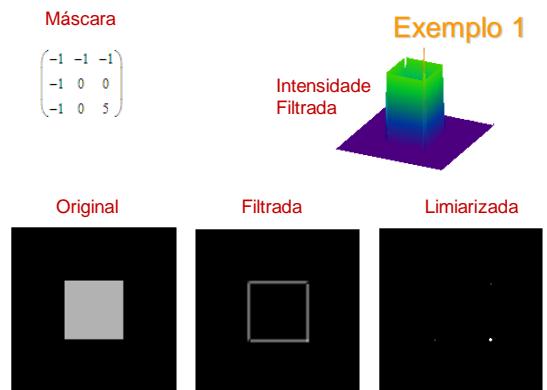
gradiente



Detecção de cantos

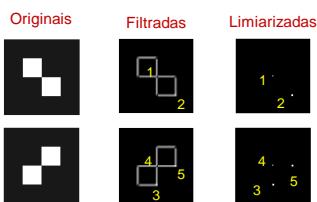
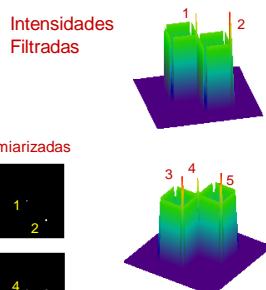
Detecção de cantos (corners)

- Pode ser realizado através de filtros direcionais mais complexos
 - A complexidade do filtro está na sua concepção
 - Além de estabelecer a geometria do atributo a ser filtrado (canto) os coeficientes da máscara devem ser balanceados (os valores positivos e negativos devem se equilibrar)
 - Em alguns casos é necessário usar vizinhanças maiores, para descrever a geometria a ser filtrada



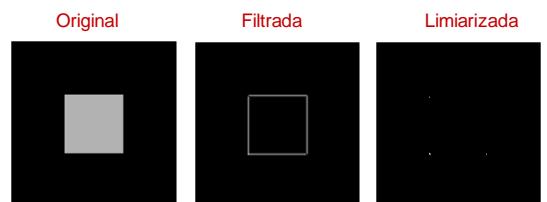
Mesma máscara do ex. 1

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

**Exemplo 2**

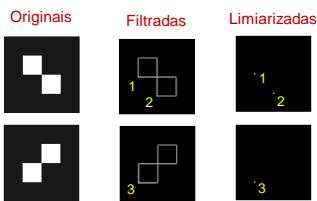
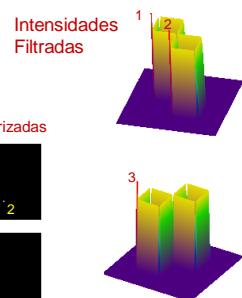
Máscara

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



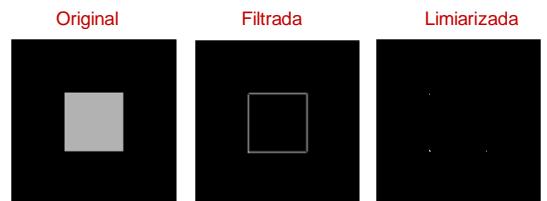
Mesma máscara do ex. 3

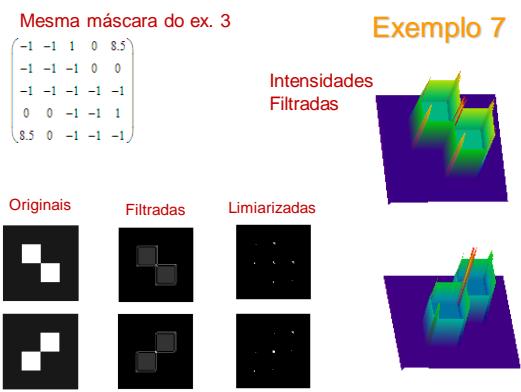
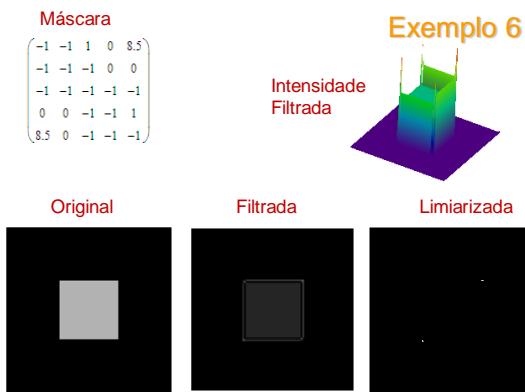
$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Exemplo 4**

Máscara

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$





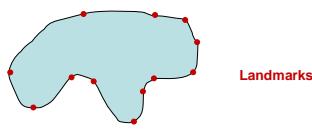
Atributos Globais

Atributos globais

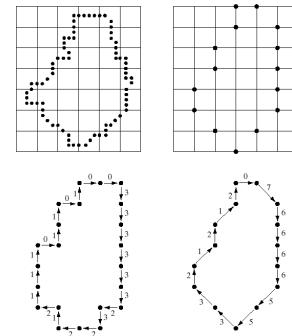
- Contornos
 - Descritores geométricos
 - Parâmetros de elementos geométricos
 - Retas → coeficiente angular
 - Segmentos → extremos
 - Círculos → centro, raio
 - Elipses → centro, semi-eixos
 - Polígonos → vértices
 - Curvas → curvatura

Atributos globais

- Contornos
 - Descritores não-paramétricos
 - Chain codes
 - Descritores polares (descritores de Fourier)
 - Landmarks



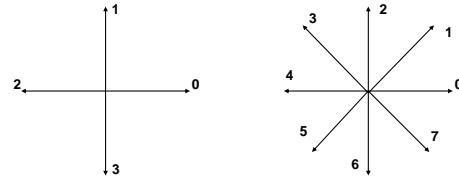
Atributos Globais - Chain codes



Chain codes

- São usados para representar bordas
- A representação é feita por uma seqüência conectada de segmentos de reta de tamanho e direção determinados
- Baseia-se, usualmente, na topologia do reticulado (grid) da imagem
- A direção dos segmentos é baseada em uma codificação pré-determinada

Codificação das direções



Chain codes

- O comprimento dos segmentos poderia ser herdado da topologia da grade
- Neste caso, bastaria tomar um ponto inicial da borda e segui-la numa ordem pré-determinada, por exemplo, no sentido horário

0,0,6,6,6,5,5,4,4,2,2,2,1,1

0/0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	0
3	0	0	1	1	1	1	0
4	0	1	1	1	1	1	0
5	0	1	1	1	1	1	0
6	0	1	1	1	1	0	0
7	0	1	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0

Chain codes

- Uma das desvantagens desse código é que ele torna a comparação entre formas mais difícil pois ele depende do ponto inicial.
- Para comparar formas, precisaríamos comparar uma string com todas as rotações da outra string.
- Uma forma de melhorar isso é escrever o código como se fosse o menor número representável via rotações.

Chain codes e shape numbers

- Porém, esse código ainda não é invariante por rotações.
- Exemplo na lousa com o retângulo.
- Para tratar esse problema, ao invés da direção, guardamos apenas as mudanças de direção.
- Exemplo na lousa com o retângulo.

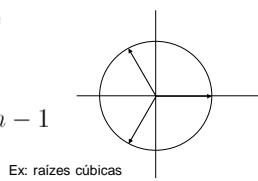
Atributos globais

- Descritores de Fourier

- São projeções de pontos do contorno descritos em coordenadas polares (forma complexa) sobre as raízes da unidade
- Raízes da unidade

$$z^n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$e^{2\pi jk/n}, k = 0, 1, \dots, n - 1$$

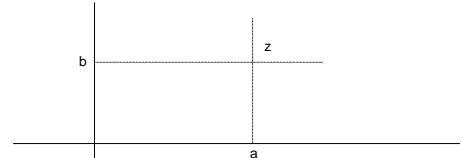


Números complexos

- Escreve-se um número complexo como:

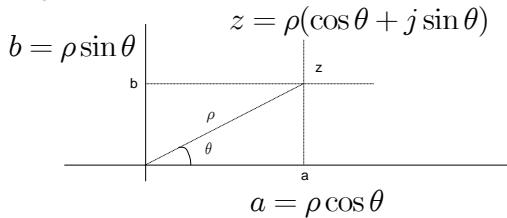
$$z = a + bj$$

- E representa-se no plano de Argand como:



Números complexos

- Outra forma usual é usando coordenadas polares:



Números complexos

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$e^{2\pi jk/n} = \cos 2k\pi/n + j \sin 2k\pi/n$$

Números complexos

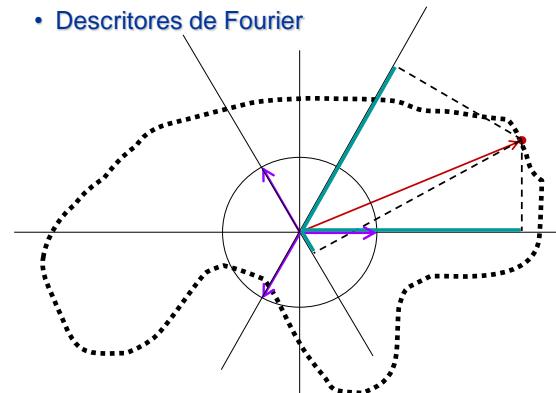
$$z^n = 1$$

$$z = \sqrt[n]{1} = \cos 2k\pi/n + j \sin 2k\pi/n$$

$$\sqrt[3]{1} = \cos 2k\pi/3 + j \sin 2k\pi/3$$

$$\sqrt{1} = \cos k\pi + j \sin k\pi = +1 \text{ ou } -1$$

- Descritores de Fourier



Descritores de Fourier

- As raízes da unidade atuam como uma base para a descrição das diversas direções e tamanhos dos vetores-posição dos pontos do contorno
- Sejam z_n os vetores-posição (complexos):
– C_k são os descritores de Fourier

$$Z_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{-2\pi j kn/N}, k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$C_k = |Z_k|/|Z_1|, k = 2, 3, \dots, N-1$$

Descritores de Fourier

- Para recuperar a curva:

$$Z_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{-2\pi j kn/N}, k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$z_n = \sum_{u=0}^{N-1} Z_u e^{2\pi j ku/N}, n = 0, 1, \dots, N-1$$

Descritores de Fourier

- Para recuperar a curva sem usar todos os coeficientes:

$$\hat{Z}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{L-1} z_n e^{-2\pi j kn/N}, k = 0, 1, \dots, N-1$$

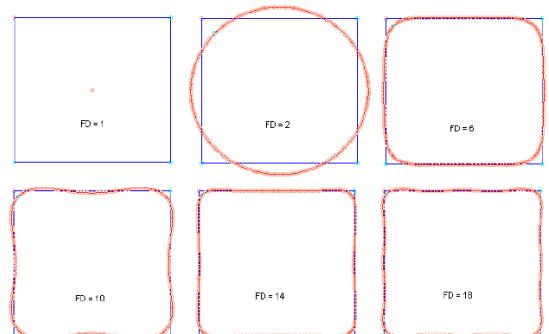
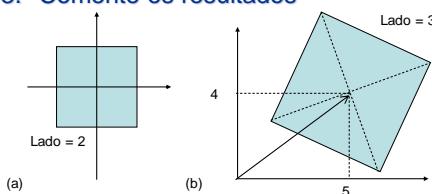
$$z_n = \sum_{u=0}^{N-1} \hat{Z}_u e^{2\pi j ku/N}, n = 0, 1, \dots, N-1$$

Propriedades dos Descritores de Fourier

- P1 – Rotação da borda ocasiona rotação dos descritores
- P2 – Translação da borda ocasiona translação dos descritores
- P3 – Escala da borda ocasiona a escala dos descritores
- P4 – Mudança do ponto de partida da borda, ocasiona uma rotação dos descritores

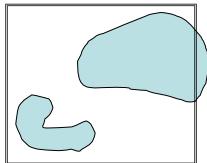
Exercício

- Obtenha alguns descritores de Fourier do quadrado da fig. (a)
- Idem, da fig. (b)
- Comente os resultados



Descriptores de regiões

- Regiões delimitadas por fronteiras
 - Não se considera que as molduras da imagem sejam fronteiras (salvo casos excepcionais)

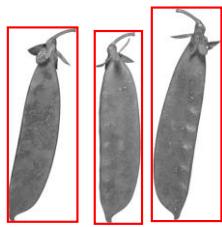


Descriptores de regiões

- Área
- Perímetro
- Centróide (baricentro)
- Momentos
- Eixos principais
- Caixas envolventes (bounding box), fecho convexo
- Descritores topológicos
- Outros (círculo ou elipse de área equivalente, retângulo de área e orientação equivalente, etc)

Bounding box

- É uma representação de um objeto por um retângulo envolvente.



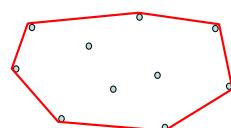
Bounding box

- Embora seja uma aproximação muito ruim do objeto, em alguma aplicações ela é muito útil, p. ex. segmentação em vídeos.

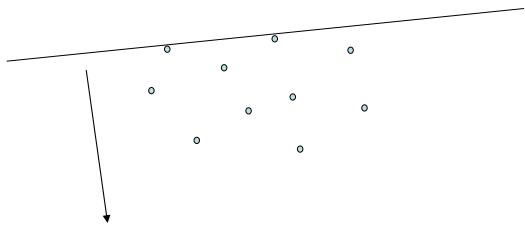


Fecho convexo

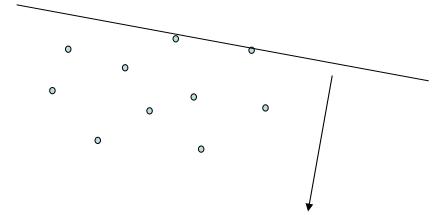
- O fecho convexo de um conjunto de pontos S de E é a intersecção de todos os conexos que contém S



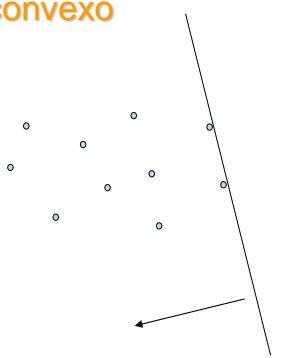
Fecho convexo



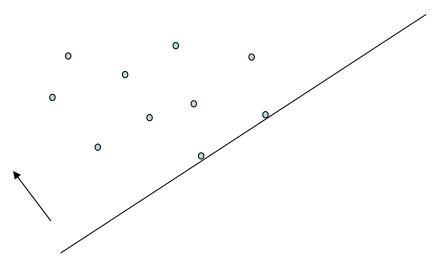
Fecho convexo



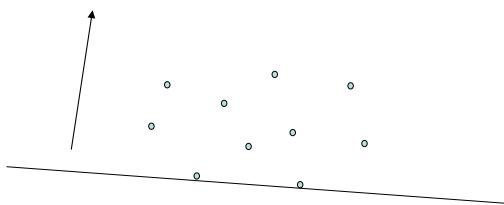
Fecho convexo



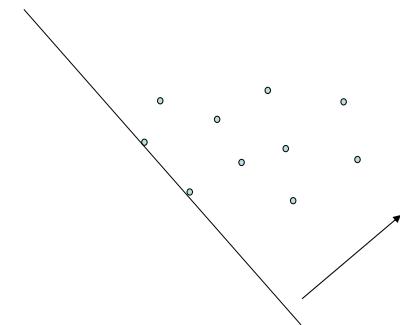
Fecho convexo



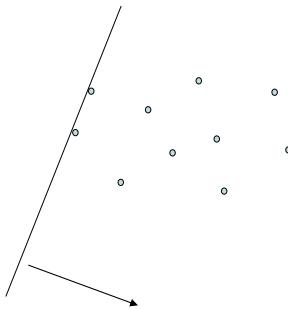
Fecho convexo



Fecho convexo

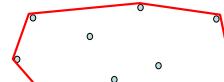


Fecho convexo



Fecho convexo

- O fecho convexo de um conjunto de pontos S de E é a intersecção de todos os conjuntos que contém S



Acha baricentros

$m := \text{rows}(I)$ $n := \text{cols}(I)$

$i := 1..m$ $j := 1..n$

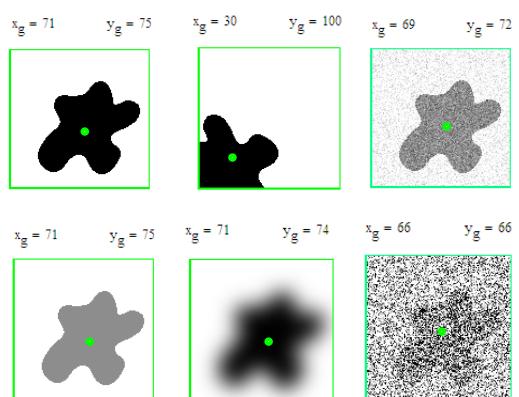
$x_{i,j} := j$ $y_{i,j} := i$

$p_{i,j} := \text{intensidade no pixel}$

$$x_g := \text{floor} \left[\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (p_{i,j} \cdot x_{i,j})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{i,j}} \right]$$

$$y_g := \text{floor} \left[\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (p_{i,j} \cdot y_{i,j})}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{i,j}} \right]$$

Caso fosse utilizar resolução sub-pixel, o floor não seria absolutamente necessário (depende da capacidade de Indexação)



Centróide

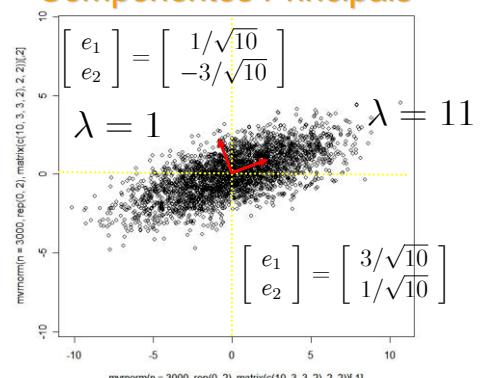
Autovalores e autovetores

- Da álgebra linear,

$$Ax = \lambda x$$

- Se A é uma matriz simétrica quadrada ($n \times n$), ela tem n pares de autovalores e autovetores

Componentes Principais



Momentos

- São somas de produtos de potências das coordenadas dos pixels, ponderadas por suas intensidades

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y)$$

- São úteis no cálculo de atributos globais descritores de formas e geometria de regiões

Momentos

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y)$$

- Momentos referidos ao centróide

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q I(x, y)$$

$$\bar{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}} \quad \bar{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}}$$

Ou seja,

$$\mu_{pq} = \sum_m \sum_n \binom{p}{m} \binom{q}{n} (-\bar{x})^{(p-m)} (-\bar{y})^{(q-n)} M_{mn}$$

Momentos

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y)$$

Exemplo:

- A área da figura é o momento de ordem zero expresso como M_{00} (verifique isso como exercício)
- O centróide da figura pode ser calculado pela seguintes expressões (verifique também como exercício):

$$\bar{x} = M_{10} / M_{00}$$

$$\bar{y} = M_{01} / M_{00}$$

Exercício

- Partindo da definição de momento, mostre que os momentos referidos ao centroide são dados por:

$$\mu_{pq} = \sum_m \sum_n \binom{p}{m} \binom{q}{n} (-\bar{x})^{(p-m)} (-\bar{y})^{(q-n)} M_{mn}$$

- Mostre que os momentos referidos ao centróide são invariantes à translação.

Exercício

- Mostre que a matriz de covariâncias é dada por:

$$\text{cov}[I(x, y)] = \begin{bmatrix} \mu'_{20} & \mu'_{11} \\ \mu'_{11} & \mu'_{02} \end{bmatrix}$$

- Calcule seus autovalores

- Mostre que o ângulo de inclinação do vetor associado ao maior autovalor é:

$$\Theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu'_{11}}{\mu'_{20} - \mu'_{02}} \right)$$

Momentos

- Para ordens $i+j \geq 2$, dividindo-se os momentos referidos ao centróide por uma potência adequada do momento de ordem zero, pode-se produzir um momento **invariante a transformações de escala (scaling)**:

$$\eta_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mu_{00}^{\left(1+\frac{i+j}{2}\right)}}$$

Momentos

$$\eta_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mu_{00}^{\left(1+\frac{i+j}{2}\right)}}$$

- Momentos de Hu (1962) – são definidos por:

$$\begin{aligned} I_1 &= \eta_{20} + \eta_{02} \\ I_2 &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + (2\eta_{11})^2 \\ I_3 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \\ I_4 &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \\ I_5 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})(3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ I_6 &= (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\ I_7 &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})(3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2) \end{aligned}$$

– Esses momentos são invariantes à translação, escala e rotação

Atributos invariantes

- A vantagem de se ter atributos invariantes a transformações de translação, escala e rotação é garantir maior robustez ao reconhecimento de padrões
 - Essas transformações são ditas geométricas
 - Seria desejável outros tipos de invariância, por exemplo, a transformações radiométricas (mudanças de escalas de intensidade, cromaticidade, transformações de histograma, filtragens, etc), todavia elas são ainda desconhecidas em grande parte.

Transformada de Hough

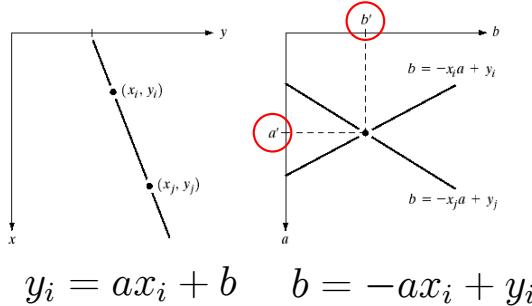
Transformada de Hough

- Método baseado nas relações globais entre os pixels
- A idéia é bastante simples e serve para ligar pontos com retas, ou mesmo com curvas mais complexas
- Dados n pontos no plano, ache todos aqueles que estão na mesma curva (reta)
- Não precisa ser a mesma reta

Transformada de Hough - reta

- Possível solução:
 - Ache todas as linhas entre dois pares de pontos
 - Ache todos os subconjuntos de pontos que estão na, ou próximos, a algumas das retas
- Complexidade:
 - $n(n-1)/2$ linhas
 - $n(n(n-1))/2$ comparações de pontos com retas

Transformada de Hough - reta



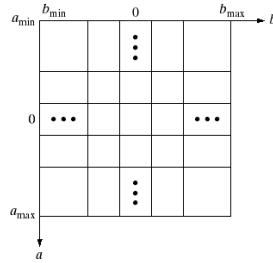
Transformada de Hough - reta

Algoritmo

- Dívida o espaço dos parâmetros em $K \times K'$ células (matriz inicializada com zeros)
- Para cada ponto (x_i, y_i) da imagem das bordas, faça a igual a cada um dos valores K representantes das células
- Para cada valor resultante b , arredonde-o para o valor mais próximo dentre os K' representantes
- Some 1 à célula

Transformada de Hough - reta

FIGURE 10.18
Subdivision of the parameter plane for use in the Hough transform.



Transformada de Hough - reta

- A matriz A resultante é tal que, cada uma de suas células $A(i,j)$ representa o número de pontos na reta

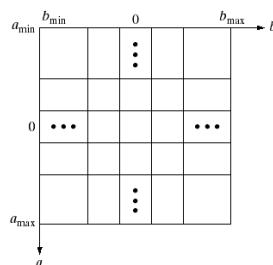
$$y = a_i x + b_j$$

- Complexidade: nK
- A precisão das linhas depende de K

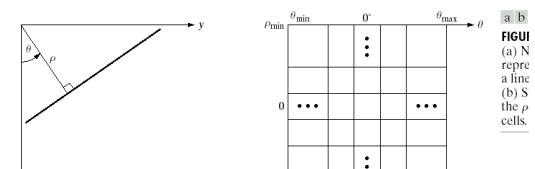
Transformada de Hough - reta

FIGURE 10.18
Subdivision of the parameter plane for use in the Hough transform.

Principal problema: os limites dos parâmetros podem ser muito grandes



Transformada de Hough - reta



$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$

0
of the
f. Mr.
exas
, Inc.)

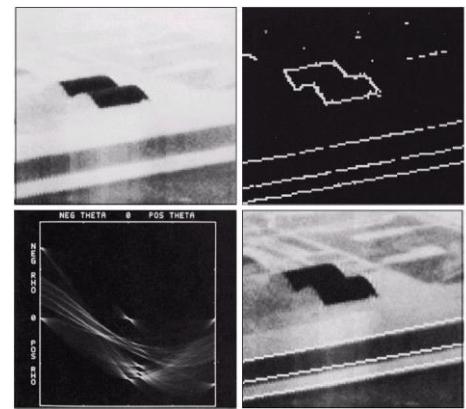
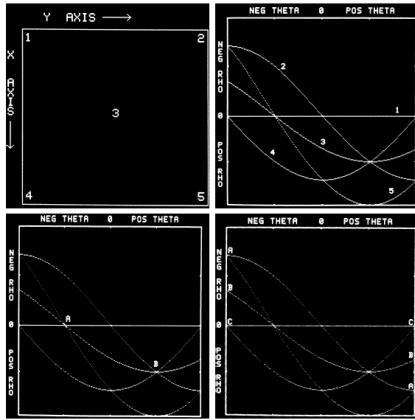
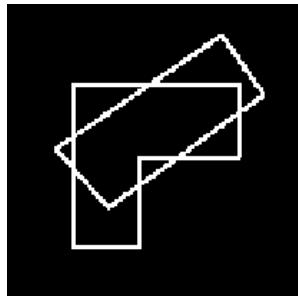
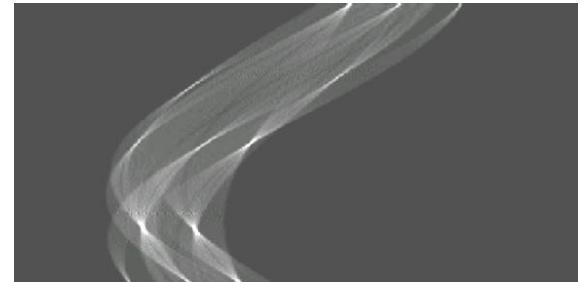


FIGURE
(a) Infr
image.
(b) Thr
gradier
(c) Hoi
transfo
(d) Lin
(Court
D.R.C
Instru

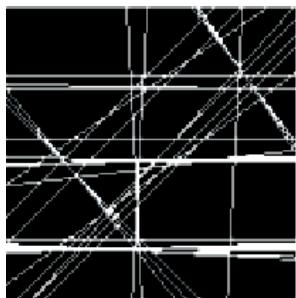
Transformada de Hough - reta



Transformada de Hough - reta



Transformada de Hough - reta



Transformada de Hough - reta

