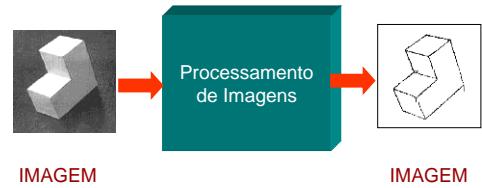




## Processos

- *Processamento de Imagens*



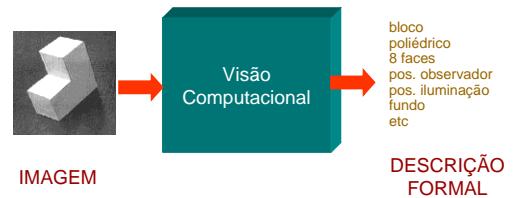
## Processos

- *Computação Gráfica*

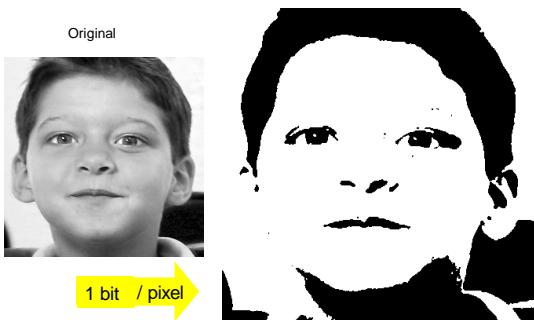


## Processos

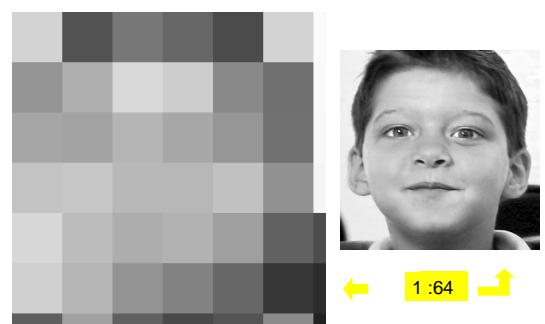
- *Visão Computacional*



### Níveis de Intensidades



### Resolução Espacial



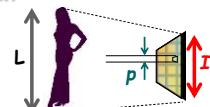
## Resolução espacial

### Exercício

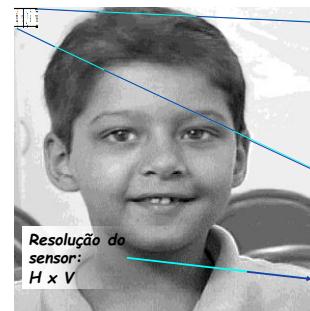
- Sabendo-se que:

- $L$  = extensão maior da cena
- $I$  = extensão maior do sensor
- $p$  = extensão do pixel no sentido de  $I$

- Calcule o valor da *resolução física d*  
*= tamanho do menor detalhe da cena visível na sua imagem formada no sensor, relacionando-a aos demais parâmetros acima.*



## Intensidade – Imagens Monocromáticas

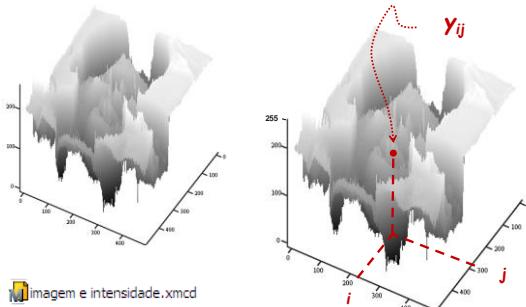


	0	1	2	3	4
0	240	240	241	240	241
1	240	240	241	241	242
2	240	241	240	240	240
3	239	241	240	240	239
4	239	240	241	240	240
5	240	241	241	241	240
6	241	241	241	241	242
7	243	242	241	241	242
8	242	242	242	241	241
9	243	242	242	241	243

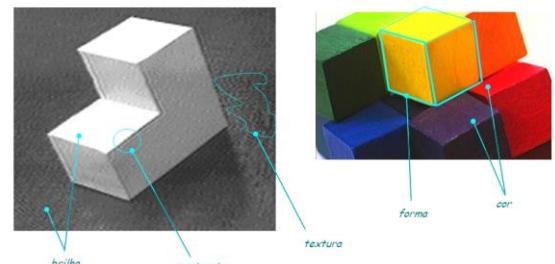
Resolução do sensor:  
 $H \times V$

matriz  
 $V$  linhas  $\times H$   
 colunas

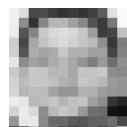
## Imagen digital



## Atributos perceptuais da visão



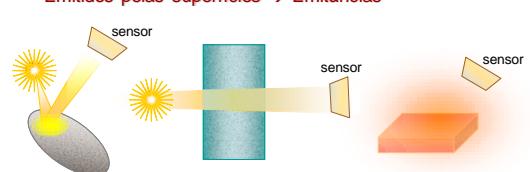
## Mapa de intensidades



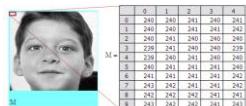
- Estamos estudando as propriedades radiométricas das cenas
  - Manifestam-se nos valores dos pixels da imagem da cena
    - Valores das intensidades nos pixels
    - Dependem da faixa dinâmica da imagem
      - Imagens Monocromáticas: 8, 10 e 16 bits/pixel
      - Eventualmente → ponto flutuante

## Mapa de intensidades

- O que aparece nos pixels da imagem é o que foi captado pelo sensor (da câmera)
  - Espalhado pelas superfícies → Refletâncias
  - Transmitido através dos materiais → Transmitâncias
  - Emitidos pelas superfícies → Emitâncias



## Mapa de intensidades



- As intensidades dos pixels traduzem:
  - As propriedades da iluminação da cena
    - O sensor capta a quantidade de luz proveniente dos diversos pontos e direções
  - As propriedades dos materiais da cena
    - O sensor mede as radiâncias correspondentes aos diversos tipos de materiais → refletores, transmissores e emissores de radiação

## Mapas de intensidades

- Propriedades radiométricas dos mapas de intensidades (monocromáticas)
  - Brilho → qualidade subjetiva da imagem ser mais clara ou mais escura
  - Contraste → qualidade subjetiva das regiões da imagem apresentarem fronteiras de transição de luminosidade
    - São qualidades **GLOBAIS**, da imagem
    - Apesar do brilho e o contraste serem subjetivos, podemos definir medidas objetivas dos mesmos

## Mapas de Intensidades - exemplos



## Mapas de Intensidades - exemplos

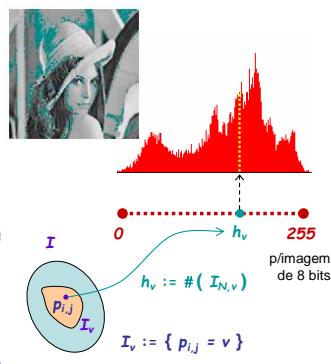


- Balancear as qualidades visuais de uma imagem (monocromática) significa
  - modificar consistentemente propriedades globais da imagem que produzam melhor julgamento da qualidade (perceptual)
    - Como brilho, contraste
- A busca de um método objetivo para tanto começa com a análise de como se distribuem os valores dos pixels
  - Isto é, seus tons monocromáticos

## Histograma

- É uma relação que mapeia, para cada valor de intensidade que um pixel possivelmente possa ter, o número de vezes em que ela aparece na imagem.

$I \rightarrow$  imagem  
 $I_v \rightarrow$  subconjunto da imagem  
 $h_v \rightarrow$  cardinalidade de  $I_v$



## Construção do histograma

- O histograma é uma tabela das frequências de cada valor ou faixa de valores de intensidade nos pixels da imagem.

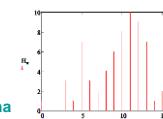
- Pode ser apresentado graficamente

- Demonstração
  - Montagem de histograma

Monta histograma.vi

Monta histograma.vi

v	H
0	1
1	0
2	0
3	3
4	1
5	7
6	3
7	2
8	4
9	6
10	8
11	10
12	9
13	7
14	1
15	2



## Construção do Histograma

- Dividir o intervalo de dados em classes
- Contar quantos dados existem em cada classe
  - No caso de imagens cujos tons são valores inteiros, usualmente as classes são cada valor de intensidade presente
    - Ex: imagem de 8 bits/pixel  $\rightarrow$  256 classes
    - imagem de 4 bits/pixel  $\rightarrow$  16 classes

## Construção do Histograma

- Exemplo em C:

```
void histograma(unsigned char *pimg, unsigned int size,
               unsigned int *hist) {
    unsigned int p;

    for (p=0; p<256; p++) hist[p] = 0; } Inicialização de hist

    for (p=0; p<size; p++)
        hist[pimg[p]]++; }

}
```

## Exemplos de histogramas

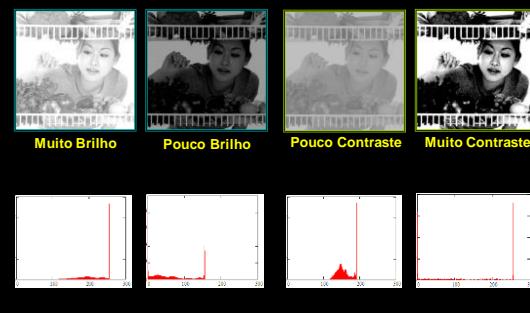
### – Exemplo 2

- [Estudos de casos](#) Histograma.vi

- Compararemos os histogramas de imagens que apresentem brilhos e contrastes bastante distintos, de modo a aprendermos a interpretar a relação entre propriedades dos histogramas e essas qualidades perceptuais expressas nas imagens

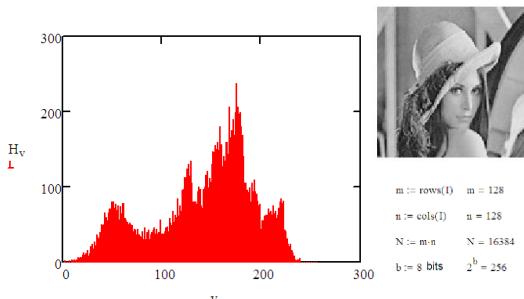
- A alguns dos casos estão nos slides seguintes

## Exemplos de Histogramas



## Histograma – outro exemplo

$H_v := n\_pixels(v)$



## Comparação de Histogramas

Consideremos seguintes imagens



I → Lena



I2 → Lena dark

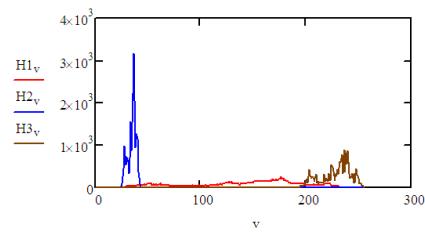


I3 → Lena bright

As imagens I2 e I3 são mais homogêneas que I. Notamos que elas apresentam menos **contraste** do que a I. Das três imagens, I3 é a que apresenta maior luminosidade, ou **brilho**. A mais escura é I2

## Comparação dos Histogramas

H1 := histo(I)    H2 := histo(I2)    H3 := histo(I3)



I → Lena

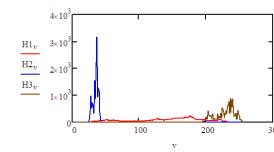


I2 → Lena dark



I3 → Lena bright

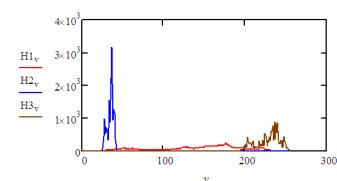
H1 := histo(I)    H2 := histo(I2)    H3 := histo(I3)



Dessa forma, só podemos fazer uma comparação qualitativa.

## Comparação dos Histogramas

- Para melhor comparar as imagens a partir de seus histogramas, introduziremos alguns parâmetros que caracterizam quantitativamente o histograma.



## Parâmetros do Histograma

- Os histogramas podem ser caracterizados por dois parâmetros (entre outros):
  - Parâmetro de posição:
    - **Média** → indica a posição (centralização) do histograma
  - Parâmetro de dispersão:
    - **Desvio-padrão** → indica a largura (dispersão, espalhamento) do histograma

## Parâmetros do Histograma

### Média

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{v=0}^{v_{max}} (v H_v)$$

$v_{max} = 2^b \rightarrow b = n^o$  de bits

Para 8 bits  $\rightarrow v_{max} = 255$

Nessas expressões estão indicados, de fato, os chamados **estimadores** (de máxima verossimilhança) da média e do desvio-padrão. Essas expressões são livres de vício de estimação.

### Desvio-padrão

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{v=0}^{v_{max}} [(v-\mu)^2 H_v]}{N-1}}$$



I → Lena

I2 → Lena dark

I3 → Lena bright

Calculemos, agora, as médias e os desvios-padrões dessas imagens:

$$\mu_1 = 142.529$$

$$\sigma_1 = 51.399$$

$$\mu_2 = 34.979$$

$$\sigma_2 = 3.736$$

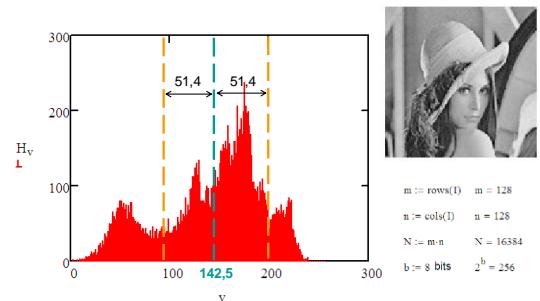
$$\mu_3 = 228.99$$

$$\sigma_3 = 13.869$$

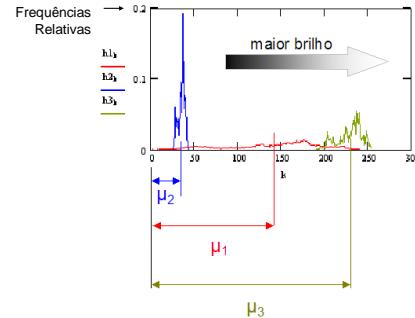
Calculemos a média e o desvio-padrão da imagem Lena:

$$H_v := n\_pixels(v)$$

$$\mu = 142.529 \quad \sigma = 51.399$$



## Comparação dos Histogramas



I → Lena

I2 → Lena dark

I3 → Lena bright

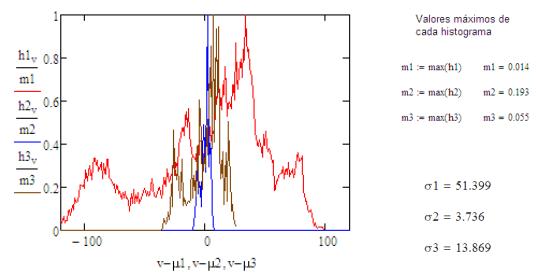
Nota-se aqui uma grande correlação entre o **valor médio** da intensidade nos pixels e o **brilho** da imagem

$$\mu_1 = 142.529$$

$$\mu_2 = 34.979$$

$$\mu_3 = 228.99$$

Para explorar agora a correlação entre o **desvio-padrão** e o **contraste** na imagem, empregaremos a técnica de centralizar os três histogramas na origem e escalar as amplitudes normalizando-as pelo valor máximo de cada histograma.

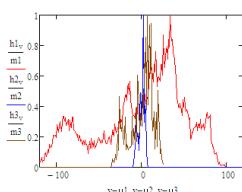




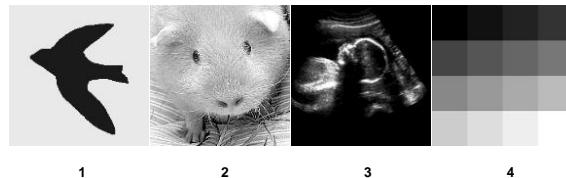
I → Lena

I2 → Lena dark

I3 → Lena bright



Nota-se aqui uma grande correlação entre o desvio-padrão da intensidade nos pixels e o contraste da imagem

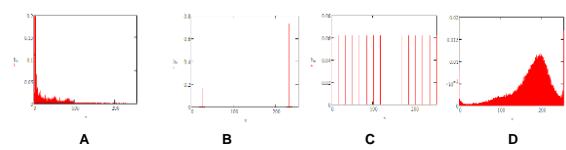


1

2

3

4



A

B

C

D

CONJUNTO I

## Exercício sobre histogramas

- O próximos slides apresentarão conjuntos formados por 4 imagens e 4 histogramas cada um
- Associe a cada imagem de cada conjunto o seu respectivo histograma

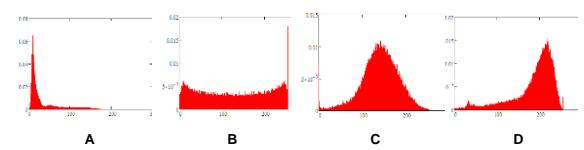


1

2

3

4



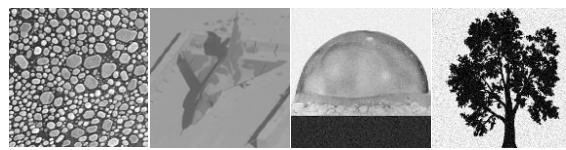
A

B

C

D

CONJUNTO II

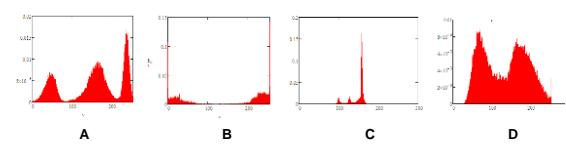


1

2

3

4



A

B

C

D

CONJUNTO III

## Frequências relativas

Definição do histograma de frequências relativas

– Frequência relativa define-se por:

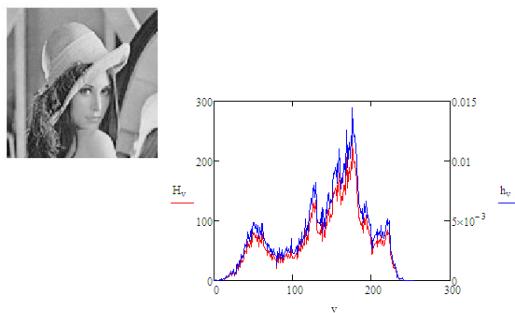
$$h_v = \frac{H_v}{N}$$

sendo N a quantidade de pixels na imagem, isto é

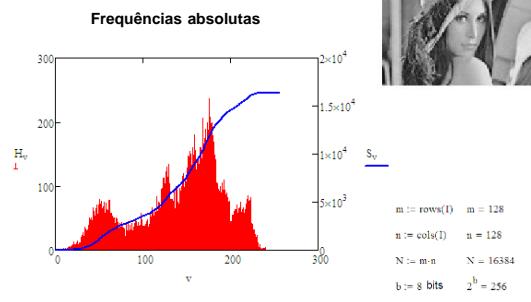
$$N = \sum_{v=0}^{v_{max}} H_v$$

$$h_v = \frac{H_v}{\sum_{v=0}^{v_{max}} H_v}$$

## Frequências relativas - exemplo



## Exemplo:



## Histograma Acumulado

- É definido como sendo a soma dos valores do histograma de 0 até um dado valor  $v$ .

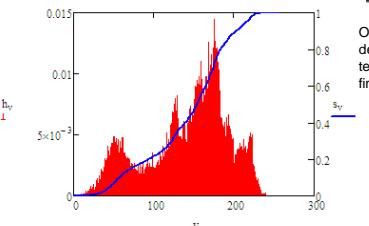
$$S_v = \sum_{k=0}^v H_k$$

- Podemos definir também o histograma acumulado de frequências relativas:

$$s_v = \frac{S_v}{N} \Rightarrow s_v = \sum_{k=0}^v h_k$$

## Exemplo:

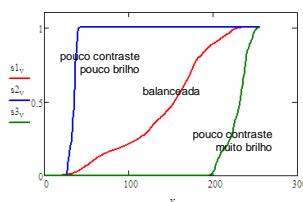
### Frequências relativas



$$s1_v := \sum_{k=0}^v h1_k$$

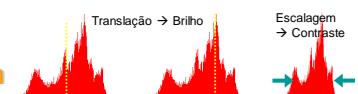
$$s2_v := \sum_{k=0}^v h2_k$$

$$s3_v := \sum_{k=0}^v h3_k$$



Os histogramas acumulados relativos permitem comparar facilmente as qualidades de **brilho** (medida de posição) e **contraste** (medida de dispersão) das imagens.

## Greyscale modification



- Podemos alterar as propriedades dos pixels através de transformações das intensidades

- Transformações que mudam a escala de tons de cinza afetam os valores dos pixels
  - Deslocam uma coluna inteira do histograma
  - Podem afetar significativamente os parâmetros do histograma → média e desvio-padrão
- Podem ser implementadas consistentemente de modo a alterar propriedades globais da imagem
  - Como brilho, contraste

## Transformação de escalas de cinza

### • Princípio geral

- Consiste em re-mapear os valores das intensidades (tons de cinza) fazendo-os corresponder a novos valores, através de uma função de transferência

### • Implementação

- Pode ser realizada especificando-se a função de transferência analiticamente ou através de uma tabela

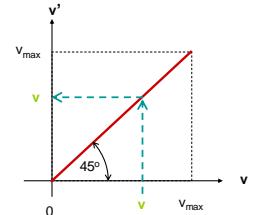
## Transformação de escalas de cinza

### • Função de transferência

#### – Identidade

- Nada muda
- Os valores são re-mapeados neles mesmos

$$v' = v$$



Ex: p/ 8 bits –  $v_{max} = 255$

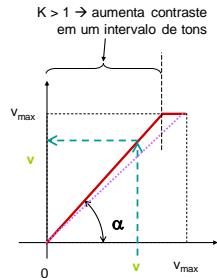
## Transformação de escalas de cinza

### • Função de transferência

#### – Linear homogênea

- Altera o contraste
  - Aumenta para  $k > 1$
- Preserva a origem

$$v' = kv$$



Ex: p/ 8 bits –  $v_{max} = 255$

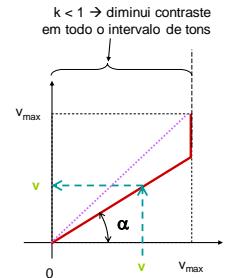
## Transformação de escalas de cinza

### • Função de transferência

#### – Linear homogênea

- Altera o contraste
  - Aumenta para  $k > 1$
  - Diminui para  $k < 1$
- Preserva a origem

$$v' = kv$$



Ex: p/ 8 bits –  $v_{max} = 255$

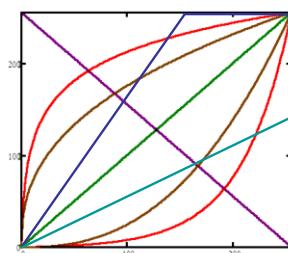
## Transformações de escala de intensidades

- São aplicações de funções para re-mapear a escala de tons de cinza

- São eficientemente implementadas via LUT

#### • Tipos:

- Lineares
- Polinomiais
- Logarítmicas
- Exponenciais
- Inversoras



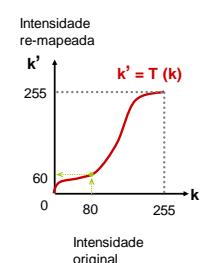
[Demonstração - LUT](#)

## Transformações com LUT

- Construir um programa que leia os valores das intensidades nos pixels de uma imagem monocromática e os re-mapeie com diversas funções de transferência implementadas via Look-up table (LUT)

- a) Linear - com ganho  $\beta$  dado
- b) Logarítmica, base  $a$  ( $\rightarrow \log_a k$ )
- c) Exponencial, base  $a$  ( $\rightarrow a^k$ )
- d) Potência, expoente  $\gamma$  ( $\rightarrow k^\gamma$ )
- e) Inversão da escala (negativo foto)

- Saturar os valores normalizando-os para o intervalo [0,255].



## Construção da LUT

- Dada a função de transferência  $f$  e o valor máximo de intensidade  $\max I$ , a função `table_map` cria a LUT

## Construção da LUT

- Dada a função de transferência  $f$  e o valor máximo de intensidade  $\max I$ , a função `table_map` cria a LUT

```
table_map(f, maxI) := | for k ∈ 0..maxI
                      |   Tk ← f(k) if 0 ≤ f(k) ≤ 255
                      |   Tk ← 0 if f(k) < 0
                      |   Tk ← 255 if f(k) > 255
                      |
                      | T
```

## Aplicação da LUT à imagem

- Dadas a LUT  $T$  e a matriz  $M$  contendo a imagem, a função `remap(M, T)` re-mapeia as intensidades da imagem seguindo a LUT dada  $T$

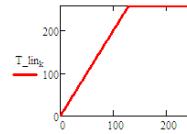
```
remap(M, T) := | for i ∈ 0..rows(M) - 1
                  |   for j ∈ 0..cols(M) - 1
                  |     k ← Mi,j
                  |     MTi,j ← Tk
                  |
                  | MT
```

## LUT Linear

seja :  $\beta := 2$  por exemplo e  $f(k) := \beta \cdot k$

$T_{lin} := \text{table\_map}(f, 255)$

$MT := \text{remap}(M, T_{lin})$



$$f(k) = \Lambda \cdot \log(k + 1)$$

A parcela  $\Lambda$  força a função  $f(k)$  passar pela origem. Deveremos calcular  $\Lambda$  tal que  $f(255) = 255$ , isto é, a função passa pelo ponto diagonalmente oposto à origem. Temos:

$$255 = \Lambda \cdot \log(255 + 1)$$

$$\text{Logo : } \Lambda := \frac{255}{\log(256)}$$

e portanto,

p.ex- base 10

$MT := \text{remap}(M, T_{log})$

$$f(k) := \Lambda \cdot \log(k + 1)$$

$$\Lambda = 105.886$$

## LUT Logarítmica

$$f(k) = \left( \frac{k}{e^k - 1} \right)$$

A parcela  $-1$  força a função passar pela origem. Deveremos calcular o valor de  $\kappa$  tal que  $f(255) = 255$ . Temos:

$$\frac{255}{e^\kappa - 1} = 255$$

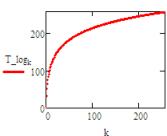
portanto :

$$\frac{k}{e^k} = \ln(256) \quad \text{ou seja,} \quad \kappa := \frac{255}{\ln(256)}$$

portanto resulta :

$$f(k) := \left( \frac{k}{e^\kappa - 1} \right) \quad \kappa = 45.986$$

$T_{log} := \text{table\_map}(f, 255)$



## LUT Exponencial

A parcela  $-1$  força a função passar pela origem. Deveremos calcular o valor de  $\kappa$  tal que  $f(255) = 255$ . Temos:

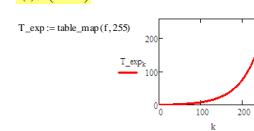
$$MT := \text{remap}(M, T_{exp})$$

portanto :

$$\frac{k}{e^k} = \ln(256) \quad \text{ou seja,} \quad \kappa := \frac{255}{\ln(256)}$$

portanto resulta :

$$f(k) := \left( \frac{k}{e^\kappa - 1} \right) \quad \kappa = 45.986$$



Temos :  
 $f(k) = p \cdot k^{\gamma}$

Devemos calcular  $p$  de modo que  $f(255) = 255$ . Então:

$$255 = p \cdot 255^{\gamma}$$

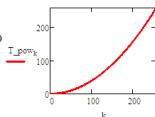
Logo :  
 $p = 255^{1-\gamma}$

exemplo : **potência quadrada**

$$\gamma := 2$$

$$f(k) := 255^{1-\gamma} k^{\gamma}$$

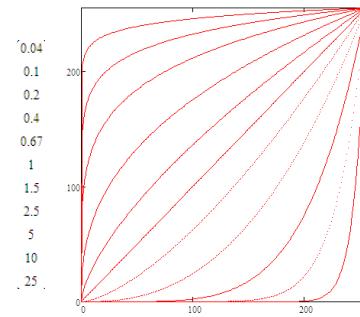
$$T_{\text{pow}} := \text{table\_map}(f, 255)$$



## LUT Potência



## LUT Potência



Exemplos de funções de transferência tipo potência de diversos valores de expoentes

## Transformação de Histograma

## Introdução

As transformações de histograma são usadas para se conseguir um histograma com determinada forma que produza efeitos adequados

### – Transformações de histograma

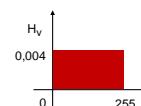
- Equalização → tornar o histograma uniforme
- Normalização → para proporcionar comparação
- Especificação (*histogram matching*) → especificar uma forma para o histograma

## Equalização de Histograma

- A idéia aqui é encontrar uma forma de histograma que torne o contraste o maior possível sem haver perda de brilho
- Intui-se que a situação ideal seria alcançada se os diferentes valores de intensidades se distribuissem da maneira mais uniforme possível entre os pixels, de modo a produzir uma distribuição bem equilibrada
  - Isso é corroborado pela Teoria da Informação, que veremos mais adiante.

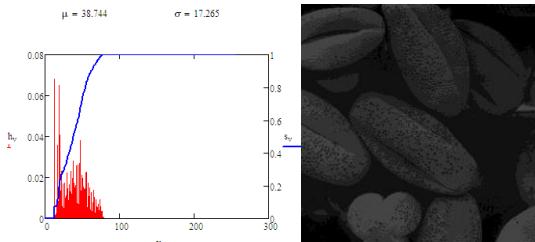
## Equalização de histograma

- Como resultado, pode-se concluir que seria ideal que o histograma se aproxime de uma distribuição uniforme.
- Exercício (para agora)
  - Esboce o histograma acumulado de uma distribuição uniforme (pergunta: porquê 0,004?)

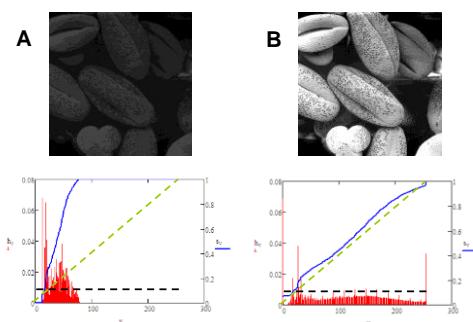


## Exemplo

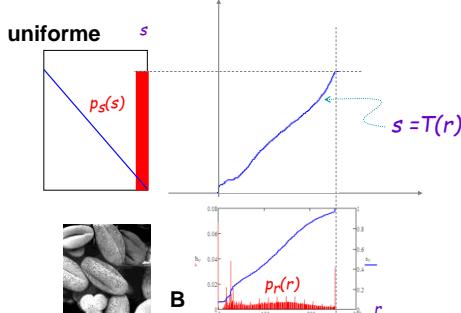
- Considere a imagem dos grãos de pólen e seu histograma:



A imagem B apresenta melhor definição, com mais contraste e brilho adequado. Seus histogramas aproximam-se mais da distribuição uniforme.

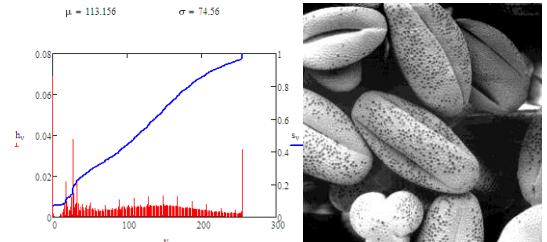


Mas em vez de escolher a que tem a maior similaridade com a uniforme, é mais conveniente usar a que tem a menor distância entre a sua distribuição e a uniforme, embora B seja uma imagem relativamente boa.

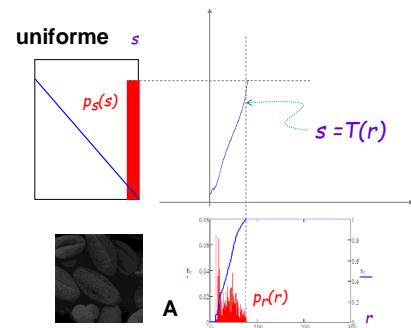


## Exemplo

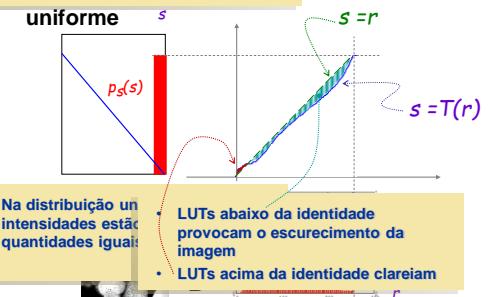
- Comparemos com esta versão:



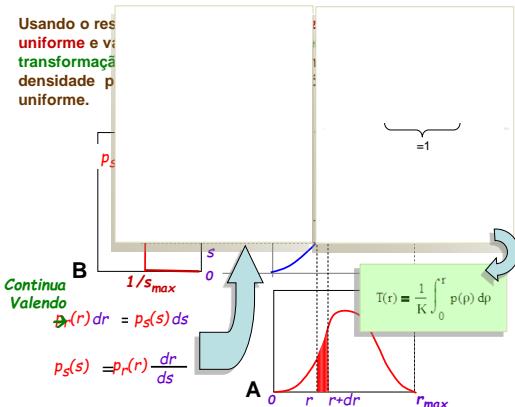
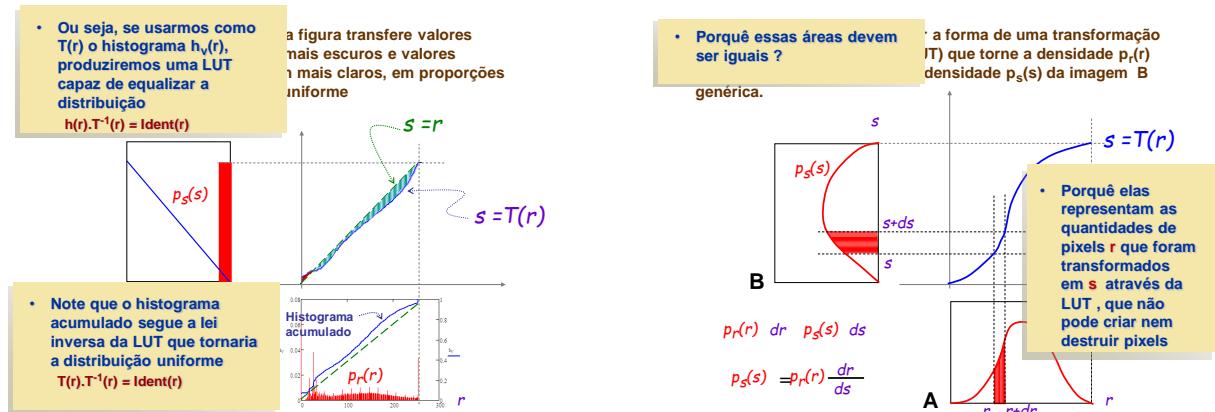
Existe uma transformação  $s = T(r)$  de escalas de cinza (LUT) que torne a distribuição da imagem A mais próxima de uma uniforme?



- Usando-se a função identidade  $T(r)=r$ , a transformação de escala como LUT, os tons seriam remapeados nos mesmos valores originais



- Na distribuição uniforme, as intensidades estão em quantidades iguais
- LUTs abaixo da identidade provocam o escurecimento da imagem
- LUTs acima da identidade clareiam



## Conclusões

- A equalização do histograma é a transformação de uma imagem em outra tal que seu histograma se torne o mais uniforme possível (plano, "flat")
- É feita através de uma modificação da escala de intensidades, aplicando-se uma lookup table (LUT) específica
- A LUT corresponde ao histograma acumulado (frequências absolutas) da imagem dada

## Condições de equalização

- A validade do método apresentado requer que se observe os seguintes requisitos:
  1.  $T(r)$  deve ser monotonicamente crescente (de modo a ser inversível, mantendo a ordem de transição preto → branco passando pelos cinzas com brilho progressivamente maior)
  2.  $0 \leq T(r) \leq 1$  para  $0 \leq r \leq 1$ , devendo-se normalizar  $r$  e  $s$  pelos seus maiores valores

## Algoritmo de equalização

- A abordagem mostrada baseou-se em  $r$  e  $s$  variando de modo contínuo.
  - No caso das imagens,  $r$  e  $s$  representam tons de cinza, que variam de forma discreta.
- $$s_k = T(r_k) = \frac{1}{K} \sum_{v=0}^k h_{rv} \quad \begin{matrix} hr \\ \text{Frequências relativas} \\ \text{dos pixels da imagem} \\ \text{dada} \end{matrix}$$
- Como consequência, a equalização **não é 100% perfeita**, porém o histograma resultante  $p_s(s)$  será mais uniforme que o original
  - Questão → explique por que não é 100% perfeita

## Caso discreto

- No caso discreto, a transformação geralmente não produz um histograma uniforme, apenas aproxima.

- Ela é dada por:

$$s_k = T(r_k) = \frac{1}{K} \sum_{v=0}^k \frac{n_{rv}}{n} = \frac{1}{nK} \sum_{v=0}^k n_{rv}$$

- Lembrando que  $K = \frac{1}{s_{max}}$

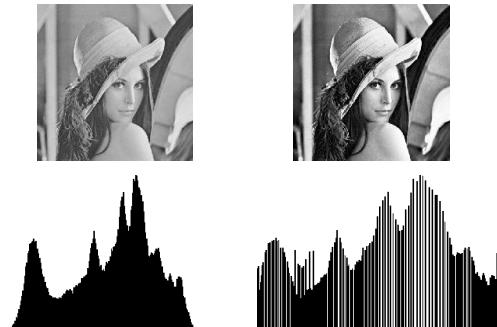
## Caso discreto

- A transformação correta é dada por:

$$s_k = T(r_k) = \left\lfloor \frac{1}{nK} \sum_{v=0}^k n_{rv} \right\rfloor$$

- onde  $\left\lfloor \bullet \right\rfloor$  é o menor inteiro em  $\bullet$

## Exemplo



## Algoritmo de equalização

- Construir o histograma de frequências relativas dos pixels
  - A partir do mesmo, construir o histograma acumulado de frequências relativas
  - Utilizar o histograma acumulado como LUT para produzir a imagem equalizada
  - Arredondar os resultados para o tom de cinza imediatamente inferior
- Exercício – Proponha um algoritmo para equalizar imagens monocromáticas.**
- Exercício – implementar (em Python p.ex.) esse algoritmo de equalização de imagens monocromáticas**

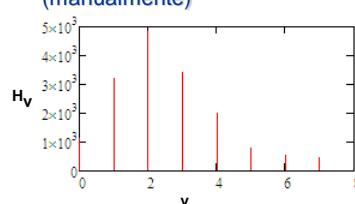
## Equalização de histograma

- Propriedade: a equalização de histograma é uma transformação idempotente (isto é, aplicar a transformação mais de uma vez não modifica o resultado)

- Exercício:
  - Demonstre isso.

## Exercício

- Considere o histograma dado pelo gráfico e a tabela como sendo de uma certa imagem monocromática. Calcular o histograma equalizado (manualmente)



v	H <sub>v</sub>
0	1120
1	3214
2	4850
3	3425
4	1995
5	784
6	541
7	455

## Roteiro de solução

1. Normalizar os valores dos tons de cinza, dividindo-os pelo maior (= 7 no caso)
2. Tabelar as frequências relativas, dividindo as absolutas pelo número total de pixels
3. Tabelar as frequências relativas acumuladas
4. Usar as frequências acumuladas como LUT para determinar o novo mapeamento dos tons
5. Construir o novo histograma

$v$	$r = v/v_{\max}$	$H_v(r)$	$h_v(r)$	$\Sigma h_v$	LUT	$s = T^{-1}(r)$	$h_v(s)$