

**Calcul Numeric – Proba practică
Informatică, Anul III**

INSTRUCȚIUNI:

1. Comentați și explicați toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire `Nume_Prenume_Grupa.py` și vor fi trimise titularului de laborator până în data de **29 ianuarie 2021, ora 14:30**.

ALGORITM(Metoda Romberg)

Date de intrare: f, a, b, n (n - ordinul de aproximare);

Date de ieșire: $I_{Romberg}$;

PASUL 1: Determină h , lungimea intervalului $[a, b]$.

PASUL 2: Construiește o matrice $Q = (q_{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$:

- $q_{11} \leftarrow \frac{h}{2}(f(a) + f(b))$ (formula trapezului)
- Pentru $i = \overline{2, n}$, completează prima coloană a matricii Q :

$$q_{i1} \leftarrow \frac{h}{2^i} \left(f(a) + 2 \sum_{k=2}^{2^{i-1}} f\left(a + (k-1)\frac{h}{2^{i-1}}\right) + f(b) \right)$$

- Pentru $i = \overline{2, n}$ și $j = \overline{2, i}$, completează restul matricii Q :

$$q_{ij} \leftarrow \frac{4^{j-1}q_{i,j-1} - q_{i-1,j-1}}{4^{j-1} - 1}$$

PASUL 3: $I_{Romberg} \leftarrow q_{nn}$.

Ex. 1

- a) Să se construiască în Python procedura **Romberg**(f, a, b, n) conform algoritmului (Metoda Romberg);
- b) Să se calculeze integrala exactă $I_{exact}(f) = \int_{-6}^6 \frac{1}{1+x^2} dx$;
- c) Să se aproximeze integrala de mai sus în baza procedurii **Romberg** cu $n = 6$;
- d) Să se calculeze eroarea $err = |I_{exact} - I_{Romberg}|$.

Ex. 2

- (a) Creați funcția `newton_raphson` care determină numeric soluția ecuației:

$$f(x) = x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0, \tag{1}$$

prin metoda Newton-Raphson și are ca **date de intrare**:

- funcția care determină ecuația (1), f ;

- derivata funcției care determină ecuația (1), df ;
- punctul de start al metodei Newton-Raphson, x_0 ;
- toleranța erorii specifice metodei Newton-Raphson, **eps**;

iar ca **date de ieșire**:

- soluția numerică obținută, $\mathbf{x}_{\text{approx}}$;
- numărul de iterații necesare, N ;

- (b) Alegeți subintervalele și punctele de start ale metodei respectând ipotezele teoremei de convergență ale metodei Newton-Raphson, astfel încât șirurile aproximărilor să rămână în subintervalele selectate și să converge la soluții. Justificați atât alegerea subintervalurilor, cât și a valorilor inițiale.

Aflați toate soluțiile ecuației (1) apelând funcția **newton_raphson** cu eroarea de aproximare **eps** = 10^{-3} și construiți punctele obținute pe graficul funcției.