

**Examen¹ la algebră, an I, sem. I, informatică
(pentru studenții din anii II și III)**

04.06.2020

Numele și prenumele

Grupa

Problema 1. Definim pe mulțimea numerelor complexe \mathbb{C} următoarea relație binară:

$$x\rho y \iff x - y \in \mathbb{R}.$$

- (1) Să se arate că ρ este o relație de echivalență. **(5 pct.)**
- (2) Aflați clasa de echivalență a lui 1 în raport cu ρ . **(5 pct.)**
- (3) Aflați clasa de echivalență a lui $2 - i$ în raport cu ρ . **(5 pct.)**
- (4) Aflați clasa de echivalență a lui $a + bi$, cu $a, b \in \mathbb{R}$, în raport cu ρ . **(5 pct.)**
- (5) Determinați un sistem complet și independent de reprezentanți pentru ρ . **(5 pct.)**
- (6) Folosind teorema de izomorfism pentru grupuri să se arate că grupul factor $(\mathbb{C}/\mathbb{R}, +)$ este izomorf cu grupul $(\mathbb{R}, +)$. **(10 pct.)**

Problema 2. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 9 & 2 & 8 & 6 & 1 & 11 & 10 \end{pmatrix} \in S_{11}$.

- (1) Descompuneți σ în produs de cicli disjuncți. **(5 p.)**
- (2) Descompuneți σ în produs de transpoziții. **(5 p.)**
- (3) Calculați $\text{sgn}(\sigma)$ și $\text{ord}(\sigma)$. **(5 p.)**
- (4) Există permutări de ordin 35 în S_{11} ? **(5 p.)**
- (5) Rezolvați ecuația $x^{2011} = \sigma$ în S_{11} . **(10 p.)**

Problema 3. Se consideră grupul (aditiv) $G = \mathbb{Z}/9\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/18\mathbb{Z}$.

- (1) Aflați ordinele elementelor $(\widehat{4}, \widehat{3})$, respectiv $(\widehat{3}, \widehat{5})$. **(10 pct.)**
- (2) Formează $\{(\widehat{4}, \widehat{3}), (\widehat{3}, \widehat{5})\}$ un sistem de generatori pentru G ? Justificați. **(10 pct.)**
- (3) Este G grup ciclic? Justificați. **(10 pct.)**

¹Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 5 puncte din oficiu. Timp de lucru 3 ore. Succes!