Tehnici de Optimizare

Tema 2 - 344

1. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x) = x_1^3 x_2^2 (a - x_1 - x_2)$

2p a) Determinaţi extremele (punctele staţionare) funcţiei f.

2p b) Pentru care valori ale lui a, funcţia are maxime globale?

2p c) Calculaţi explicit primele 2 iteraţii ale metodei gradient cu pas constant 1, pentru valoarea parametrului $a = -1$.

2. Fie problema de optimizare neconstrânsă:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2}(a^T x)^2 + \frac{1}{2} x^T x,$$

unde $a \in \mathbb{R}^n$ este un vector dat.

2p a) Pentru rezolvarea problemei, implementaţi metoda gradient: (i) cu pas ales prin backtracking; (ii) cu pas ideal.

2p b) Trasaţi 2 figuri pentru a compara performanţa metodelor de la punctul a). În fiecare dintre cele două figuri vor aparea 2 curbe de convergenţă 2D: prima pentru MG cu pas ideal, iar a doua MG cu pas backtracking. Prima figură va indica pe axa Ox contorul iteraţiilor (notat k), iar pe Oy valorile distanţei $f(x^k) - f^*$. În a doua figură axa Oy va indica valorile $\|\nabla f(x^k)\|$ (vezi exemplul de pe ultima pagină).

Indicaţii :

1. Pentru $f(x) = \frac{1}{2}(a^T x)^2 + \frac{1}{2} x^T x = \frac{1}{2} x^T \left(aa^T + I_n\right) x$, avem $\nabla f(x) = \left(aa^T + I_n\right) x$.
2. Se va genera vectorul a de dimensiune n aleator sau deterministic.
3. Criterii oprire pentru algoritmi: $f(x^k) - f^* \leq \epsilon$ sau $\|\nabla f(x^k)\| \leq \epsilon$.
4. Aveţi un exemplu de figuri mai jos (ultima pagină).

Observaţii generale::

- Tema va cuprinde: un fişier cu rezolvarea problemei 1 (Word, Latex etc.) şi un fişier Python cu rezolvarea problemei 2 (utilizaţi comentariile pentru explicaţii).
- Nume fişier (arhiva): Grupa_Nume_Prenume_NrTema
- Termen: 15.03.2021

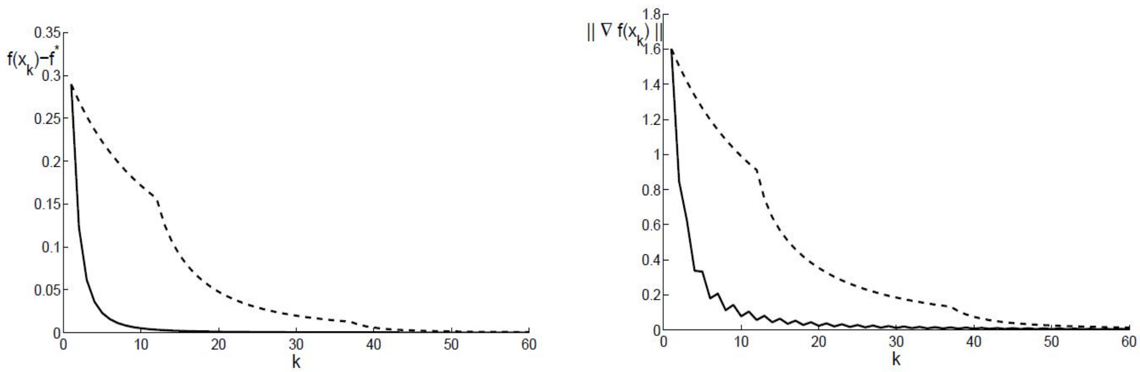

Figura 3.2: *Comparaţia convergenţei variantelor metodei gradient (cu criteriul $f(x_k) - f^*$ în prima figură şi cu criteriul $\|\nabla f(x_k)\|$ în a doua), pentru pas ideal (linie continuă) şi pas obţinut prin backtracking (linie punctată).*