Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

29 ianuarie 2021

Calcul Numeric – Proba practică
Informatică, Anul III

INSTRUCŢIUNI:

1. Comentaţi şi explicaţi toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire `Nume_Prenume_Grupa.py` şi vor fi trimise titularului de laborator până în data de **29 ianuarie 2021, ora 14:30**.

ALGORITM (Metoda Neville)

Date de intrare: $\mathrm{X} = (X_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathrm{Y} = (Y_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $x \in \mathbb{R}$;
Date de ieşire: $y \in \mathbb{R}$;

`PASUL 1:` `Construieşte matricea` $\mathrm{Q} = (q_{ij})_{i,j=\overline{1,n+1}} \in \mathcal{M}_{n+1}(\mathbb{R})$:

- `Se iniţializează prima coloană a matricei` Q `cu` Y;
- `Pentru` $i = \overline{2, n+1}$ `şi` $j = \overline{2, i}$ `calculează termenii matricii` Q:

$$q_{ij} \leftarrow \frac{q_{i,j-1}(x - X_{i-j+1}) - q_{i-1,j-1}(x - X_i)}{X_i - X_{i-j+1}};$$

`PASUL 2:` $y \leftarrow q_{n+1,n+1}$

Ex. 1

a) Să se construiască în Python procedura $y =$**MetNeville**$(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, x)$, care determină conform metodei Neville, polinomul Lagrange $P_n(x)$.

b) Fie următoarele date: $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}, f(x) = e^{2x}$, $(\mathrm{X}, \mathrm{Y})-$ setul de date construit în baza funcţiei f pe intervalul $[-1, 1]$ cu 10 noduri de interpolare. Să se construiască grafic funcţia f şi polinomul Lagrange calculat în baza procedurii **MetNeville**. Pentru reprezentarea grafică se va alege o discretizare mai fină a intervalului $[-1, 1]$, de exemplu cu 100 de noduri.

c) Să se reprezinte grafic într-o altă figură eroarea $err(x) = |f(x) - P_n(x)|$.

Ex. 2

(a) Creaţi funcţia `newton_raphson` care determină numeric soluţia ecuaţiei:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 22x + 24 = 0\,, \tag{1}$$

prin metoda Newton-Raphson şi are ca **date de intrare**:

- funcţia care determină ecuaţia (1), f;
- derivata funcţiei care determină ecuaţia (1), df;
- punctul de start al metodei Newton-Raphson, x_0;
- toleranţa erorii specifice metodei Newton-Raphson, `eps`;

iar ca **date de ieşire**:

- soluţia numerică obţinută, $\mathtt{x}_{\mathtt{aprox}}$;
- numărul de iteraţii necesare, `N`;

(b) Alegeţi subintervalele şi punctele de start ale metodei respectând ipotezele teoremei de convergenţă ale metodei Newton-Raphson, astfel încât şirurile aproximărilor să rămână în subintervalele selectate şi să conveargă la soluţii. Justificaţi atât alegerea subintervalelor, cât şi a valorilor iniţiale.

Aflaţi toate soluţiile ecuaţiei (1) apelând funcţia `newton_raphson` cu eroarea de aproximare `eps` $= 10^{-3}$ şi construiţi punctele obţinute pe graficul funcţiei.