

**Calcul Numeric – Proba practică
Informatică, Anul III**

INSTRUCȚIUNI:

1. Comentați și explicați toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire **Nume.Prenume.Grupa.py** și vor fi trimise titularului de laborator până în data de **29 ianuarie 2021, ora 14:30**.

ALGORITM (Metoda Neville)

Date de intrare: $X = (X_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $Y = (Y_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $x \in \mathbb{R}$;
Date de ieșire: $y \in \mathbb{R}$;

PASUL 1: Construiește matricea $Q = (q_{ij})_{i,j=\overline{1,n+1}} \in \mathcal{M}_{n+1}(\mathbb{R})$:

- Se inițializează prima coloană a matricei Q cu Y ;
- Pentru $i = \overline{2,n+1}$ și $j = \overline{2,i}$ calculează termenii matricii Q :

$$q_{ij} \leftarrow \frac{q_{i,j-1}(x - X_{i-j+1}) - q_{i-1,j-1}(x - X_i)}{X_i - X_{i-j+1}};$$

PASUL 2: $y \leftarrow q_{n+1,n+1}$

Ex. 1

- a) Să se construiască în Python procedura $y = \text{MetNeville}(X, Y, x)$, care determină conform metodei Neville, polinomul Lagrange $P_n(x)$.
- b) Fie următoarele date: $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{2x}$, (X, Y) – setul de date construit în baza funcției f pe intervalul $[-1, 1]$ cu 10 noduri de interpolare. Să se construiască grafic funcția f și polinomul Lagrange calculat în baza procedurii **MetNeville**. Pentru reprezentarea grafică se va alege o discretizare mai fină a intervalului $[-1, 1]$, de exemplu cu 100 de noduri.
- c) Să se reprezinte grafic într-o altă figură eroarea $err(x) = |f(x) - P_n(x)|$.

Ex. 2

- (a) Creați funcția **newton_raphson** care determină numeric soluția ecuației:

$$f(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90 = 0, \quad (1)$$

prin metoda Newton-Raphson și are ca **date de intrare**:

- funcția care determină ecuația (1), f ;
- derivata funcției care determină ecuația (1), df ;
- punctul de start al metodei Newton-Raphson, x_0 ;
- toleranța erorii specifice metodei Newton-Raphson, **eps**;

iar ca **date de ieșire**:

- soluția numerică obținută, x_{aprox} ;
- numărul de iterații necesare, N ;

- (b) Alegeți subintervalele și punctele de start ale metodei respectând ipotezele teoremei de convergență ale metodei Newton-Raphson, astfel încât șirurile aproximărilor să rămână în subintervalele selectate și să converge la soluții. Justificați atât alegerea subintervalelor, cât și a valorilor inițiale.

Aflați toate soluțiile ecuației (1) apelând funcția `newton_raphson` cu eroarea de aproximare `eps = 10-3` și construiți punctele obținute pe graficul funcției.