Calcul Numeric – Proba practică Informatică, Anul III

INSTRUCTIUNI:

- 1. Comentați și explicați toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
- 2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire Nume_Prenume_Grupa.py și vor fi trimise titularului de laborator până în data de 29 ianuarie 2021, ora 14:30.

ALGORITM (Metoda Neville)

Date de intrare: $X = (X_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $Y = (Y_i)_{i=\overline{1,n+1}} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $x \in \mathbb{R}$; Date de ieşire: $y \in \mathbb{R}$;

PASUL 1: Construiește matricea $Q=(q_{ij})_{i,j=\overline{1,n+1}}\in\mathcal{M}_{n+1}(\mathbb{R})$:

- Se inițializează prima coloană a matricei Q cu Y;
- ullet Pentru $i=\overline{2,n+1}$ și $j=\overline{2,i}$ calculează termenii matricii Q:

$$q_{ij} \leftarrow \frac{q_{i,j-1}(x - X_{i-j+1}) - q_{i-1,j-1}(x - X_i)}{X_i - X_{i-j+1}};$$

PASUL 2: $y \leftarrow q_{n+1,n+1}$

Ex. 1

- a) Să se construiască în Python procedura $y = \mathbf{MetNeville}(X, Y, x)$, care determină conform metodei Neville, polinomul Lagrange $P_n(x)$.
- b) Fie următoarele date: $f: [-1,1] \to \mathbb{R}, f(x) = e^{2x}$, (X,Y)- setul de date construit în baza funcției f pe intervalul [-1,1] cu 10 noduri de interpolare. Să se construiască grafic funcția f și polinomul Lagrange calculat în baza procedurii **MetNeville**. Pentru reprezentarea grafică se va alege o discretizare mai fină a intervalului [-1,1], de exemplu cu 100 de noduri.
- c) Să se reprezinte grafic într-o altă figură eroarea $err(x) = |f(x) P_n(x)|$.

Ex. 2

(a) Creați funcția newton_raphson care determină numeric soluția ecuației:

$$f(x) = x^3 + 8x^2 - 23x - 210 = 0,$$
(1)

prin metoda Newton-Raphson și are ca date de intrare:

- funcția care determină ecuația (1), f;
- derivata funcției care determină ecuația (1), df;
- punctul de start al metodei Newton-Raphson, x_0 ;
- toleranța erorii specifice metodei Newton-Raphson, eps;

iar ca date de ieșire:

- soluţia numerică obţinută, x_{aprox};
- numărul de iterații necesare, N;

- (b) Alegeţi subintervalele şi punctele de start ale metodei respectând ipotezele teoremei de convergență ale metodei Newton-Raphson, astfel încât şirurile aproximărilor să rămână în subintervalele selectate şi să conveargă la soluții. Justificați atât alegerea subintervalelor, cât și a valorilor inițiale.
 - Aflați toate soluțiile ecuației (1) apelând funcția newton_raphson cu eroarea de aproximare eps = 10^{-3} și construiți punctele obținute pe graficul funcției.