

**Calcul Numeric – Proba practică  
Informatică, Anul III**

**INSTRUCȚIUNI:**

1. Comentați și explicați toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire `Nume_Prenume_Grupa.py` și vor fi trimise titularului de laborator până în data de **29 ianuarie 2021, ora 14:30**.

**ALGORITM**(Metoda Romberg)

**Date de intrare:**  $f, a, b, n$  ( $n$  - ordinul de aproximare);

**Date de ieșire:**  $I_{Romberg}$ ;

PASUL 1: Determină  $h$ , lungimea intervalului  $[a, b]$ .

PASUL 2: Construiește o matrice  $Q = (q_{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ :

- $q_{11} \leftarrow \frac{h}{2}(f(a) + f(b))$  (formula trapezului)
- Pentru  $i = \overline{2, n}$ , completează prima coloană a matricii  $Q$ :

$$q_{i1} \leftarrow \frac{h}{2^i} \left( f(a) + 2 \sum_{k=2}^{2^{i-1}} f\left(a + (k-1)\frac{h}{2^{i-1}}\right) + f(b) \right)$$

- Pentru  $i = \overline{2, n}$  și  $j = \overline{2, i}$ , completează restul matricii  $Q$ :

$$q_{ij} \leftarrow \frac{4^{j-1}q_{i,j-1} - q_{i-1,j-1}}{4^{j-1} - 1}$$

PASUL 3:  $I_{Romberg} \leftarrow q_{nn}$ .

**Ex. 1**

- a) Să se construiască în Python procedura **Romberg**( $f, a, b, n$ ) conform algoritmului (Metoda Romberg);
- b) Să se calculeze integrala exactă  $I_{exact}(f) = \int_{-6}^6 \frac{1}{1+x^2} dx$ ;
- c) Să se aproximeze integrala de mai sus în baza procedurii **Romberg** cu  $n = 6$ ;
- d) Să se calculeze eroarea  $err = |I_{exact} - I_{Romberg}|$ .

**Ex. 2**

- (a) Creați funcția `newton_raphson` care determină numeric soluția ecuației:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0, \tag{1}$$

prin metoda Newton-Raphson și are ca **date de intrare**:

- funcția care determină ecuația (1),  $f$ ;

- derivata funcției care determină ecuația (1),  $df$ ;
- punctul de start al metodei Newton-Raphson,  $x_0$ ;
- toleranța erorii specifice metodei Newton-Raphson, **eps**;

iar ca **date de ieșire**:

- soluția numerică obținută,  $\mathbf{x}_{\text{approx}}$ ;
- numărul de iterații necesare,  $N$ ;

- (b) Alegeți subintervalele și punctele de start ale metodei respectând ipotezele teoremei de convergență ale metodei Newton-Raphson, astfel încât șirurile aproximărilor să rămână în subintervalele selectate și să converge la soluții. Justificați atât alegerea subintervalurilor, cât și a valorilor inițiale.

Aflați toate soluțiile ecuației (1) apelând funcția **newton\_raphson** cu eroarea de aproximare **eps** =  $10^{-3}$  și construiți punctele obținute pe graficul funcției.