

## LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

04.06.2020

*Înainte de a începe rezolvarea, veți înlocui peste tot în enunțuri  $k$  și  $l$  cu valorile indicate în mesaj.*

1. Considerăm corespondențele  $f, g, h : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  date astfel:

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^{2k}}{b^{2l+1}} \text{ pentru orice } (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*,$$

$$g\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^{2k}}{b^{2l+1}} \text{ pentru orice } (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* \text{ pentru care } (a, b) = 1,$$

$$h\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^{2k}}{b^{2l+1}} \text{ pentru orice } (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N}^* \text{ pentru care } (a, b) = 1.$$

- a) Care dintre aceste corespondențe este funcție? Justificați!
- b) Pentru acelea dintre ele care sunt funcții, precizați (cu justificare!) dacă sunt sau nu injective, respectiv surjective.

2. Considerăm grupul  $G = \mathbb{Z}_k \times S_l$ .

- a) Decideți dacă  $G$  este sau nu ciclic.
- b) Determinați  $\text{Hom}_{\text{Grp}}(\mathbb{Q}, G)$ .
- c) Determinați un subgrup  $H$  normal, propriu și netrivial al lui  $G$ .
- d) Descrieți, eventual până la izomorfism, grupul factor  $G/H$ .

3. a) Determinați numărul elementelor de ordin  $10k$  din grupul  $\mathbb{Z}_{2020k}$ .

b) Considerăm permutarea  $\sigma$  a literelor alfabetului românesc scrisă ca produs de cicluri astfel: luați (toate) numele și (toate) prenumele dvs. (așa cum apar în actul de identitate, fără inițiala tatălui, dar cu diacritice) și scrieți-le pe un rând, fără spații. Descompuneți apoi șirul de caractere obținut în blocuri, cu ajutorul parantezelor, închizând fiecare paranteză exact înaintea literei care ar genera o primă repetiție în blocul închis de acea paranteză. De exemplu, numele Dulgheru Iancu R.D. Mihaela Florica generează permutarea  
 $\sigma = (\text{dulgher})(\text{uianc})(\text{umihael})(\text{afloric})(a)$

Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați  $\sigma^3$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\varepsilon(\sigma)$ ,  $\text{ord}(\sigma)$  și  $\sigma^{2020}$ .