

**Calcul Numeric – Proba practică  
Informatică, Anul III**

**INSTRUCȚIUNI:**

1. Comentați și explicați toate rezolvările trimise. Codurile necomentate/neexplicate nu se punctează.
2. Codurile vor fi salvate cu următoarea denumire [Nume\\_Prenume\\_Grupa.py](#) și vor fi trimise titularului de laborator până în data de **29 ianuarie 2021, ora 14:30**.

**Factorizarea  $LR$  pentru sisteme pentadiagonale:**

Se consideră matricea  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$  - pentadiagonală definită prin:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & d_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ c_1 & a_2 & b_2 & d_2 & \ddots & & & & \vdots \\ e_1 & c_2 & a_3 & b_3 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & e_2 & c_3 & a_4 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & a_{n-3} & b_{n-3} & d_{n-3} & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & c_{n-3} & a_{n-2} & b_{n-2} & d_{n-2} \\ \vdots & & & & \ddots & e_{n-3} & c_{n-2} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & e_{n-2} & c_{n-1} & a_n \end{bmatrix}$$

Factorizarea  $LR$  descompune matricea  $A$  în produs de două matrice,  $L$  și  $R$ , definite prin

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 & 0 & \ddots & & & & \vdots \\ m_1 & \ell_2 & 1 & 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & m_2 & \ell_3 & 1 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ell_{n-3} & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & m_{n-3} & \ell_{n-2} & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & m_{n-2} & \ell_{n-1} & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_1 & s_1 & v_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & s_2 & v_2 & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & r_3 & s_3 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_4 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & r_{n-3} & s_{n-3} & v_{n-3} & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ell_{n-3} & r_{n-2} & s_{n-2} & v_{n-2} \\ \vdots & & & & \ddots & 0 & 0 & r_{n-1} & s_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & r_n \end{bmatrix}$$

**ALGORITM** (DescLRPentaDiag)

**Date de intrare:**  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  pentadiagonală,  $t = (t_i)_{i=\overline{1,n}} \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ ;

**Date de ieşire:**  $L \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $R \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ;

PASUL 1: Determină matricile  $L, R$ :

- $r_1 \leftarrow a_1, s_1 \leftarrow b_1, \ell_1 \leftarrow \frac{c_1}{r_1}, r_2 \leftarrow a_2 - \ell_1 s_1$ ;
- $v_i \leftarrow d_i, m_i \leftarrow \frac{c_i}{r_i}, \quad \forall i = \overline{1, n-2}$ ;
- $s_{i+1} \leftarrow b_{i+1} - \ell_i v_i, \ell_{i+1} \leftarrow \frac{c_{i+1} - m_i s_i}{r_{i+1}}, \quad \forall i = \overline{1, n-2}$ ;
- $r_{i+2} \leftarrow a_{i+2} - \ell_{i+1} s_{i+1} - m_i v_i, \quad \forall i = \overline{1, n-2}$ ;

PASUL 2: Rezolvă  $Ly = t$ :

- $y_1 \leftarrow t_1, y_2 \leftarrow t_2 - \ell_1 y_1, y_i \leftarrow t_i - \ell_{i-1} y_{i-1} - m_{i-2} y_{i-2}, \quad \forall i = \overline{3, n}$

PASUL 3: Rezolvă  $Rx = y$ :

- $x_n \leftarrow \frac{y_n}{r_n}, x_{n-1} \leftarrow \frac{y_{n-1} - s_{n-1} x_n}{r_{n-1}}, x_i \leftarrow \frac{y_i - s_i x_{i+1} - v_i x_{i+2}}{r_i}, \quad \forall i = \overline{n-2, 1}$

**Ex. 1**

- a) Să se implementeze procedura **DescLRPentaDiag**( $A, t$ ) în baza algoritmului de mai sus. Procedura **DescLRPentaDiag** returnează matricile  $L, R$  şi soluţia sistemului;
- b) Fie sistemul  $Ax = t$ , unde  $A$  este o matrice pentadiagonală. Vectorii  $a, b, c, d, e, t$  se vor construi cu valori aleatoare cuprinse între 0 şi 1. Să se construiască matricea  $A$  şi vectorul termenilor liberi  $t$ ;
- c) Să se calculeze matricile  $L, R$  şi să se rezolve sistemul  $Ax = t$  pentru  $n = 10$ , folosind procedura **DescLRPentaDiag**;
- d) Să se afişeze şi să se verifice soluţia.