

LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

18.06.2019

1. a) Enunțați teorema fundamentală a polinoamelor simetrice și definiți noțiunile care apar în enunț.
b) Arătați că polinomul $X^4 + Y^4 + Z^4 + T^4 \in \mathbb{C}[X, Y, Z, T]$ este simetric.
c) Scrieți polinomul $X^4 + Y^4 + Z^4 + T^4 \in \mathbb{C}[X, Y, Z, T]$ ca polinom de polinoamele simetrice fundamentale.

2. a) Arătați că inelul $\mathbb{R}[X]$ conține o infinitate de polinoame monice și ireductibile.
b) Descompuneți polinomul $X^6 + 4X^3 + 3$ în factori ireductibili în $K[X]$ pentru fiecare $K \in \{\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}_2\}$

3. a) Date fiind $m, n \in \mathbb{N}^*$, demonstrați că inelele $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$ și \mathbb{Z}_{mn} sunt izomorfe dacă și numai dacă $(m, n) = 1$.

b) Rezolvați, aducându-i matricea extinsă la forma eșalon, sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + t - 2u = -1 \\ 3x - 2y + 4z + 5t - 7u = 3 \\ x - 6y + 10z + 3t - 3u = 5 \\ 5x - 14y + 24z + 11t - 13u = 13 \end{cases}$$