МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

3.1. Выбор рациональной структуры системы на основе метода экспертных оценок

$Э_j$ / $Э_i$	$Э_1$	$Э_2$	…	$Э_4$
$Э_1$		R_{12}		R_{1m}
$Э_2$	R_{21}			R_{2m}
…				
$Э_m$	R_{m1}	R_{m2}		

Приглашаются m экспертов для оценки n вариантов.

1) Составляется матрица взаимных оценок компетентности экспертов. В 10 бальной системе (10 лучшая оценка).

0<Rjj<10: большая оценка – лучшему эксперту

2) На основе матрицы вычисляются:

а) Оценки компетентности экспертов

$$r_j = \frac{\sum_{i=}^{m} R_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} R_{ij}}, 0 \le r_j \le 1$$

Числитель – сумма строки, знаменатель – сумма матрицы.

$$Д_{R_i} = \frac{\sum_{j=1}^{m} (R_{ij} - R_j)^2}{m-2}$$

$$Д_{R_i} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (R_{ij} - R_j)^2}{m-2}$$

$$\overline{R_j} = \frac{\sum_{i=1}^{m} R_{ij}}{m-1}$$

б) Дисперсии оценок:

Ди – дает информацию о близости суждений i–го эксперта к коллективному суждению группы.

Ду – характеризует степень согласованности группы экспертов при оценке компетентности j–го эксперта.

$Б_k$ \ $Э_i$	$Б_1$	…	…	$Б_n$
$Э_1$	$0 \le C_{jk} \le 10$			
$Э_2$				
…				
$Э_m$				

3) Составляется матрица оценок конкурирующих вариантов системы.

4) Вычисляются на основании матрицы:

а) Коэффициенты предпочтительности вариантов

Чем ближе к 1 – тем предпочтительнее вариант.

$$C_k = \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jk} r_j}{\sum_{j=1}^{m} \sum_{n=1}^{m} C_{jk} r_j}; \ \mathbf{0 \le C_k \le 1}$$

б) Дисперсии

$$Д_{Cj} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (C_{jk} - \overline{C_k})^2}{n-1}$$

$$Д_{Ck} = \frac{\sum_{j=1}^{m} (C_{jk} - \overline{C_k})^2}{m-1}$$

$$\overline{C_k} = \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jk}}{m}$$

$\overline{C_k}$ - коллективная оценка *k*-того варианта системы.

$Д_{cj}$ - дает информацию о близости суждений *j*-ого эксперта к коллективной оценке.

$Д_{ck}$ - дает информацию о степени согласованности экспертов при оценке *k*-того варианта.

5) Анализируются результаты экспертизы. При большом $Д_j$-ому эксперту дается право доказать свою оценку. При большом $Д_{cj}$ оценивается информация о *k*-том варианте структуры (при оценке этого варианта – большой разброс мнений). В случае необходимости экспертиза повторяется. Пример 10 экспертов 6 вариантов.

Пример 10 экспериментопо 6 баллов

Э2	0,16	2	7	9	10	8	4	0,46
Э3	0,19	3	8	10	9	7	4	0,46
Э4	0,14	2	8	10	9	7	4	0,58
Э5	0,09	2	7	10	9	8	5	0,22
Э6	0,12	2	7	9	10	8	5	0,3
Э7	0,05	4	7	9	10	8	5	0,46
Э8	0,01	3	6	10	9	8	5	0,38
Э9	0,02	3	7	10	9	8	6	0,34
Э10	0,04	4	7	9	10	8	6	0,7
$С_К$		2,8	7,2	9,6	9,4	7,7	4,9	
$Д_{СК}$		0,59	0,4	0,26	0,26	0,23	0,54	

Столбец r_j в сумме дает 1. До опыта предпочтение отдано экспертам 3,1,2. После опыта только $Э_1$ подтвердил свой уровень. Лучше всех сработал $Э_5$. У второго и третьего экспертов большой разброс.

$Э_j$	r_j	Варианты						$Д_{cj}$
		$В_1$	$В_2$	$В_3$	$В_4$	$В_5$	$В_6$	
Э1	0,18	3	8	10	9	7	5	0,3

Лучший вариант $В_3$, $В_4$ при высокой степени согласованности. Меньше всех разногласий вызвали варианты 2..5. Больше всех разногласий $В_1$ (можно повторить эксперимент).

3.2 Определение весов показателей компонент КТС (комплекс технических средств)

Оцениваетсявариант КТС. Определить вес каждого показателя.

Каждый вариант КТС определяется вектором показателей. Задача – ранжировать варианты область компромиссов: изменение одного показателя влечет изменение другого. Эксперты различаются квалификацией и степенью объективности.

$$g_j = \frac{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} W_{j\varepsilon} q_{j\varepsilon} g_{j\varepsilon}}{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} W_{j\varepsilon} q_{j\varepsilon}}$$

1. *Эксперты различны по квалификации и степени объективности.*

g_j – вес j-того показателя.

ε – число экспертов.

$0 \le w_{j\varepsilon} \le 1$ – степень квалификации е экспертов при оценке j-ой характеристики. Чем ближе к 1 тем выше квалификация.

$q_{j\varepsilon}$ – коэффициент объективности е эксперта при оценке j-й характеристики.

$0 \le g_{j\varepsilon} \le 1$ – вес j-ой характеристики е эксперта.

$$q_{j\varepsilon} = \begin{cases} \overline{q_{j\varepsilon}} \ (1) \\ \min\left\{\dfrac{1}{q_{j\varepsilon}}, \dfrac{g_{\max}}{g_{i\varepsilon}}\right\} \ (2) \end{cases}$$

1– при тенденции к завышению j-й характеристики; 2 – при тенденции к занижению.

$0 \le \overline{g_{i\varepsilon}} \le 1$– коэффициент объективности е эксперта при оценке j-ой характеристики (оценку выставляет системный аналитик).

g_{max} – верхняя оценка.

Пример:

Два эксперта.

Первый эксперт завышает j-ую характеристику, но не очень сильно. Системный аналитик выдал ему: $\overline{g_{i\varepsilon}} = 0{,}8$ Второй сильно занижает: $\overline{g_{i\varepsilon}} = 0{,}4$

Первый эксперт выставил j-й характеристике вес 9, второй: 3. $g_{i\varepsilon} = \overline{g_{i\varepsilon}} = 0.8$

$$g_j = \frac{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} q_{j\varepsilon} g_{j\varepsilon}}{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} q_{j\varepsilon}}, W_{j\varepsilon} = const \forall \varepsilon$$

$$q_{j\varepsilon_2} = \min\left\{\frac{1}{0.4}; \frac{10}{3}\right\} = 2.5$$

К формуле 1: из СА $W\varepsilon_1 = 0.85; W\varepsilon_2 = 0.65.$

$$g_j = \frac{0.85 \cdot 0.8 \cdot 9 + 0.65 \cdot 2 \cdot 3}{0.15 \cdot 0.8 + 0.65 \cdot 2.5}$$

2. Эксперты одинаково по объективности, но различны по квалификации.

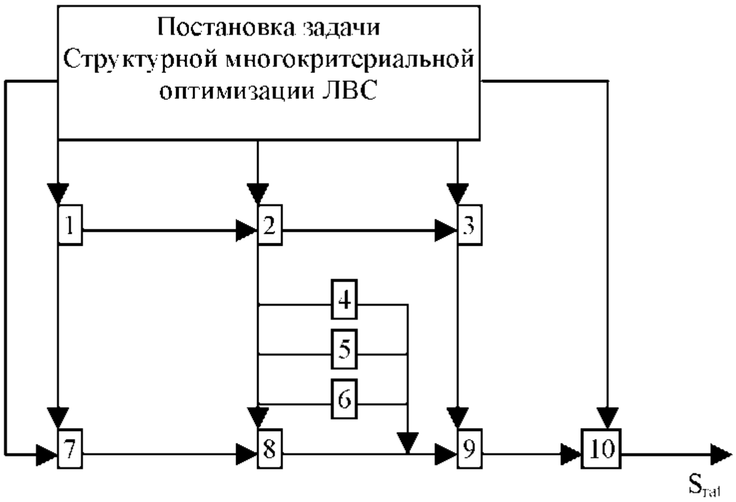
$$g_j = \frac{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} W_{j\varepsilon} g_{j\varepsilon}}{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} W_{j\varepsilon}}, q_{j\varepsilon} = const \forall \varepsilon$$

Принцип Бернулли (Принцип недостаточного обоснования Бернулли): при неизвестных вероятностях состояниях внешней среды они полагаются равновероятными => за рассмотрение принимается равномерный закон распределения (самый тяжелый случай).

3. Эксперты одинаковы по квалификации, но различны по объективности.

Эксперты одинаковы по квалификации и степени объективности

$$g_j = \frac{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} g_{j\varepsilon}}{\sum_{\varepsilon=1}^{\bar{\varepsilon}} \bar{\varepsilon}}, W_{j\varepsilon} = const \forall \varepsilon, q_{j\varepsilon} = const \forall \varepsilon$$



3.3 Методика структурного анализа с использованием функций полезности

Структура методики:

1. Множество конкурирующих структур.
2. Множество частных показателей.
3. Множество вариантов условий.
4. Матрица критериальных ограничений.
5. Функции полезности для частных показателей.
6. Матрица бинарных предпочтений.
7. Модели для оценки частных показателей.
8. Матрица числовых векторных оценок.
9. Оценка полезности конкурирующих структур.
10. Оценка структур в диапазоне условий.
11. Расшифровка:

1. Определяем множество конкурирующих структур (3 структуры). $\{S_i\}=\{S_1,S_2,S_3\}$

2. Совокупность частных показателей. $\{kj\}=\{k_1,k_2,k_3,k_4\}$. k_1 – время реакции системы. k_2 – время загрузки процессора. k_3 – пропускная способность системы. k_4 – стоимость.

3. Множество вариантов условий. $\{v\}=\{v_1,v_2,v_3\}$. Каждое условие отличается числом подключаемых пользователей.

Число пользователей	Оценка

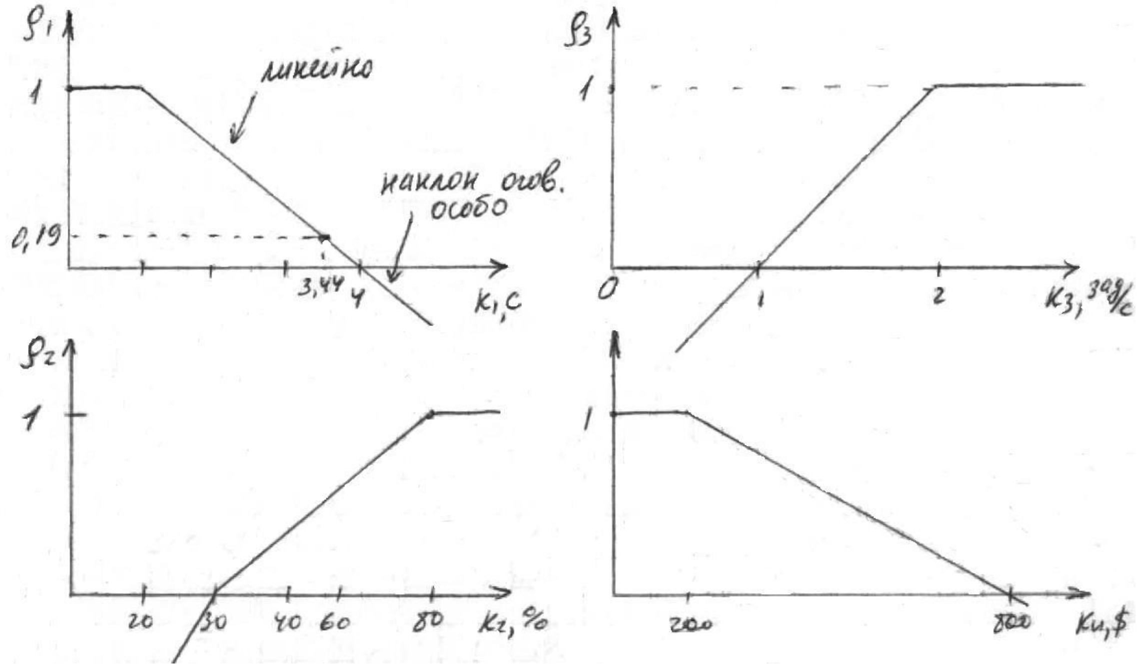
N=14	Пессимистическая с весом 1
N=17	Наиболее вероятная с весом 4
N=20	Оптимистическая с весом 1

$P_{v1}=1/6=0,17$; $P_{v2}=4/6=0,66$; $P_{v3}=1/6=0,17$;

4. Опрос экспертов

{Ki}	Единицы измерения	Худшее значение	Лучшее значение
k_1	С	4	1
k_2	%	30	80
k_3	Задние/С	1	2
k_4	$	800	200

5. Строим функции полезности для частных показателей.



Они позволят привести к безразмерному виду и пронормировать в интервале (0..1). Худшее значение показателя – 0, лучшее – 1. Промежуточные значения подвергаются линейной аппроксимации. Значения худшие худших – функция полезности в отрицательную область. Лучшие лучших – в единицу.

Если безразлично – то угол с абсциссой меньше, если критично – больше.

6. Формируем матрицу бинарных предпочтений. Воспользуемся методом парных сравнений.

	k_1	k_2	k_3	k_4	V_{1j}
k_1		1	0,5	0	0,25
k_2	0		0,5	0	0,08
k_3	0,5	0,5		0	0,17
k_4	1	1	1		0,5

k_4 - самый важный (т.к. 0,5)

V_{1j} - сумма строки/сумма матрицы

$w = aV_{1j} + bV_{2j}$

V_{1j} - система предпочтений ЛПР

V_{2j} - разброс оценок по вариантам

$a \& b$ - степень доверия (просто по 0,5)

Пусть

	S_1	S_2
k_1	10	11
k_2	5	20
k_3	10	9
k_4	1	1

k_1 & k_3 – близки.

k_4 – можно не рассматривать (одинаковые)

k_2 – большая разница

Если бы критерия не было, то $V_{2j}=0$.

7. Модели для оценки частных показателей (Клейнрок).
8. Строятся матрицы числовых векторных оценок:

v_1

$\{k_J\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	3,44	2,35	2,26	0,23
k_2	74	40	27	0,47
k_3	1,04	1,13	1,14	0,05
k_4	340	490	640	0,25

v_2

$\{k_J\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	4,3	2,59	2,46	0,29
k_2	85	48	32	0,41
k_3	1,19	1,35	1,36	0,07
k_4	340	490	640	0,23

v_3

$\{k_J\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	5,46	2,9	2,7	0,34
k_2	92	55	37,5	0,35
k_3	1,29	1,55	1,57	0,09
k_4	340	490	640	0,22

9. Оценка полезности конкурирующих структур:

ρ	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1	0,19	0,55	0,58	0,24
k_2	0,89	0,21	-0,6	0,27
k_3	0,04	0,13	0,14	0,11
k_4	0,77	0,52	0,27	0,38
q_i	0,58	0,4	0,1	

$q_i = \sum_{j=1}^{4} w_j \rho_{ji}$ -формирование из вектора показателей величины.

$w_j = \frac{V_{1j} + V_{2j}}{2}$ - равная степень доверия

Ячейка S_1k_1 – Матрица $\{k_j\}$ для v_1 $S_1k_1 = 3{,}44$. Снимаем на графике p_1 ординату 0,19. Ячейка S_1k_2 – то же самое на графике p_2.

v_2

ρ	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1				
k_2				
k_3				
k_4				
q_i	0,28	0,45	0,29	

v_3

P	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1				
k_2				
k_3				
k_4				
q_i	0,89	0,48	0,33	

10.Осуществляется оценка полезности конкурирующих структур в диапазоне условий:

$\{S_i\}$	v			$E = \sum_{v=1}^{3} q_i^v p_v$
	v_1	v_2	v_3	
S_1	0,58	0,28	-0,89	0,13
S_2	0,4	0,45	0,48	0,45 (S_{rat})
S_3	0,1	0,29	0,33	0,26

Это в условиях риска. Если по нескольким критериям получаем одинаковый результат, то говорят, что S_{rat} - устойчиво.

3.4 Оценка структур с вероятностью достижения цели

Анализ базируется на матрице оценок. Критерием выбора является зависимость: (методика Флейшмана)

$$P_i^z \le \min_j \left| P(Z_{ji}) \right|$$

P_i^z – вероятность достижения цели z, i-тым вариантом.

$P(Z_{ji})$ – вероятность достижения цели Z_J i-ым вариантом.

Z_J – цель – j-я оценка варианта i.

Вероятность достижения цели z не превосходит минимальной вероятности достижения частной j-ой цели. Это методика Флейшмана.

Пусть существуют показатели $k_1..k_{10}$. Свяжем их с целями $Z_1..Z_{10}$. Численная оценка показателя в терминах вероятности $=P^z$.

$P^z \le P(z_1)...P(z_{10})$

Этапы методики:

1. Матрица векторных оценок приводится к матрице p_{Ji} (безразмерным оценкам).

$$\rho_{ji} = \begin{cases} \dfrac{k_{ji}}{\max k_{ji}}, j \in k\uparrow \\ \dfrac{\min k_{ji}}{k_{ji}}, j \in k\downarrow \end{cases}$$

1-ое – для показателей, подлежащих максимизации.

2-ое – для показателей, подлежащих минимизации.

2. Безразмерные оценки p_{Ji} интерпретируются как вероятности достижения частных целей Z_J:

$$|p_{ji}| = |p(z_{ji})|$$

	S_1	…	S_n
k_1	ρ_{11}	…	ρ_{1n}
…	…	…	…
k_2	ρ_{m1}	…	ρ_{mn}

3. Определяется вероятность достижения p_i^z

$$p_i^z \le \min_j |p(z_{ji})|$$

p_i^z – минимальный элемент из первого столбца.

p_2^z – второго

4. Отбираются варианты, для которых p^z_i>=p_0 (пороговое значение).

$$q_i^s = \sum_{j=1}^{m} \frac{V_j}{\boldsymbol{\rho}_{ji}} \to \mathbf{min}$$

q_i^s - функция штрафа i-го варианта. Лучшая система та, у которой функция штрафа меньше.

V_j - веса частных показателей, исходя из разброса векторных оценок.

ρ_{ji} - безразмерные векторные оценки подлежащие максимизации.

3.5 Методика скаляризации векторных оценок для ранжирования структур

Методика служит для ранжирования структур на основе матрицы оценок $|k_{ji}|$. Критерием ранжирования является:

$$\overline{\rho}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_{ji}}{n}.$$

Этапы:

1. $|k_{ji}| \to |\rho_{ji}|$;
2. Находятся веса V_j:

$$V_j = \frac{r_j}{\sum_{j=1}^{m} r_j}, j = \overline{1,m},$$

$$r_j = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left|\boldsymbol{\rho}_{ji} - \overline{\boldsymbol{\rho}_j}\right|}{\overline{\boldsymbol{\rho}_j}}$$

3. Формируется матрица взвешенных оценок $|e_{ji}|$.

$$e_{ji} = \frac{V_j}{\boldsymbol{\rho}_{ji}}, j = \overline{1,m}; i = \overline{1,n}$$

4. Для всех структур определяются комплексные оценки.

$q_i^s = \sum_{j=1}^{m} e_{ji}$ - суммирование по столбцу.

5. Ранжируются структуры в порядке возрастания штрафа.

Отсев неперспективных структур в процессе их проверки на допустимость

Условие: Рассматриваются вычислительные системы (системы коллективного пользования). Вектор оценок:

k_1 – время реакции системы

k_2 – коэффициент загрузки процессоров

k_3 – пропускная способность системы

k_4 – вероятность правильного ответа

k_5 – стоимость

k_6 – уровень по

k_7 – уровень комфортности

$\{S_i\}$ / $\{k_i\}$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	Min/max
$k_1\downarrow$	3.29	2,28	4,71	2.90	3,09	2,22	3,23	2.26	2,22
$k_2\uparrow$	48	28	58	33	43	25	47	27	58
$k_3\uparrow$	0,24	0,15	0,23	0,15	0,22	0,14	0,23	0,15	0,24
$k_1\uparrow$	0.74	0,74	0,75	0.75	0,86	0,86	0,54	0.54	0,86
$k_5\downarrow$	336	277	319	246	316	264	331	274	246
$k_6\uparrow$	0,85	0,85	0,63	0,63	0,45	0,45	0,65	0,65	0,85
$k_7\uparrow$	0.8	0,85	0,6	0.65	0,5	0,55	0.7	0,75	0,83

$\{S_i\}$ – альтернативы.

$\{k_i\}$ – показатели.

Применим к этой таблице методику экспресс анализа:

$$k\uparrow = \frac{k_{ji}}{\max\limits_i k_{ji}};\ k\downarrow = \frac{\min\limits_i k_{ji}}{k_{ji}}$$

$$P(z_{ji}) \to \boldsymbol{\rho}_{ji}$$

$$P_i^z \le \min_j P(z_{ji})$$

$$P_{пороговое} = \mathbf{0{,}5}$$

По формулам вычисляем:

P	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
k_1	0,67	0.97	0,47	0.76	0.72	1	0.69	0.98
k_2	0,83	0.48	1	0,57	0.74	0,43	0,81	0,46
k_3	1	0,62	0,96	0,62	0,92	0,58	0,96	0,62
k_4	0.86	0.86	0.87	0.87	1	1	0.63	0.63
k_5	0,73	0.89	0,77	1	0.78	0.93	0,74	0.9
k_6	1	1	0,74	0,74	0,53	0,53	0,76	0,76
k_7	0,94	1	0,7	0,76	0,59	0,65	0,82	0,88
P_i^z	0,67	0.48	0,47	0.57	0.53	0,43	0,63	0.46
$P_i^z > P_{порог}$	*			*	*		*	

Применим функцию Штрафа: он определяется:

$$\frac{V_j}{\rho_{ji}},$$

где ρ_{ji} подлежит максимизации. $V_j - ?$

k_j	$\overline{\rho_{ji}}$	r_j	V_j
k_1	0,71	0,04	0,05
k_2	0,74	0,11	0,13
k_3	0,87	0,15	0,18
k_4	0,84	0,12	0,15
k_5	0,81	0,11	0,13
k_6	0,76	0,16	0,2
k_7	0,78	0,13	0,16

k_3 и k_4 – самый большой разброс.

	S_1	S_4	S_5	S_7
k_1	0,05/0,67	0,068	0,07	0,07
k_2	0,16	0,23	0,18	0,16
k_3	0,18	0,29	0,2	0,19
k_4	0,17	0,17	0,15	0,24
k_5	0,18	0,13	0,17	0,18
k_6	0,2	0,27	0,38	0,66
k_7	0,17	0,21	0,27	0,19
q_i^s (сумма)	1,13	1,37	1,42	1,29

Определим функцию Штрафа: $q_i^s = \sum_{j=1}^{m} \frac{V_j}{q_{ji}} \to \min$

3.5 Оценка важности альтернатив на основе алгоритма Саати (экспресс анализ)

Альтернативы: A_1... A_n. Для их ранжирования используем парные сравнения:

1. $A_j \sim A_i$ – сравнимы или нет информации
3. $A_j > A_i$ – слабое предпочтение.
5. $A_j >> A_i$ – предпочтение.
7. $A_j >>> A_i$ – сильное предпочтение.
9. $A_j >>>> A_i$ – сильное.

Допустимы промежуточные значения. Заполняется наддиагональная часть. Диагональ – единицы. Поддиагональная часть – обратное значение. Эта матрица обрабатывается 4-мя алгоритмами.

Исходная матрица:

A_j \ A_i	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	5	6	7
A_2	1/5	1	4	6
A_3	1/6	¼	1	4
A_4	1/7	1/6	1/4	1

Алгоритмы:

1._Элементы строк суммируются. Полученные значения нормируются (делятся на сумму).

$\sum_{1стр}=19;\ \sum_{2стр}=11,2;\ \sum_{3стр}=5,42;\ \sum_{4стр}=1,56;$

$\sum=37,18$

$V_1=\sum_{1стр}/\sum=0,51;\ V_2=0,3;\ V_3=0,15;\ V_4=0,04;$

2. Элементы столбцов суммируются. Для каждой суммы находится обратное значение. Полученное значение нормируется.

$\sum_{1столб}=1,51;\ \sum_{2столб}=6,41;\ \sum_{3столб}=11,25;\ \sum_{4столб}=0,06;$

$1/\sum_{1столб}=0,66;\ 1/\sum_{2столб}=0,16;\ 1/\sum_{3столб}=0,09;\ 1/\sum_{4столб}=0,06;$

$\sum_{всех\ обратных}=0,97;$

$V_1=\sum_{1столб}/\sum_{всех\ обратных}=0,68;\ V_2=0,17;\ V_3=0,099;\ V_4=0,06;$

3. Каждый элемент столбца нормируется относительно суммы элементов по столбцу. Нормированные элементы строк суммируются. Полученные значения делятся на число альтернатив.

A_j \ A_i	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1/1.51	5/6.4	6/11.25	7/18
A_2	(1.5)/1.51	1/6.4	4/11.25	6/18
A_3	(1/6)/1.51	(1/4)/6.4	1/11.25	4/18
A_4	(1/7)/1.51	(1/6)/6.4	(1/4)/11.25	1/18

Суммы строк:

$$\sum\nolimits_{1стр}=2{,}37;\ \sum\nolimits_{2стр}=0{,}98;\ \sum\nolimits_{3стр}=0{,}46;\ \sum\nolimits_{4стр}=0{,}2;$$

$$V_1=\sum\nolimits_{1столб}/n=2.37/4;\ V_2=0{,}245;\ V_3=0{,}115;\ V_4=0{,}05;$$

n – число альтернатив.

4. Для каждой строки находится среднее геометрическое (элементы строки перемножаются и берется корень n-ой степени). Полученные значения нормируются.

$$П_{1стр}=210\Rightarrow\sqrt[4]{210}=3{,}8;\ П_{2стр}=4{,}8\Rightarrow\sqrt[4]{2{,}8}=1{,}48;$$

$$П_{3стр}=0{,}17\Rightarrow\sqrt[4]{0{,}17}=0{,}64;\ П_{4стр}=0{,}006\Rightarrow\sqrt[4]{0{,}006}=0{,}28$$

Их сумма: $\sum=6{,}2$

$$V_1=П_{1стр}/\sum=0{,}61;\ V_2=0{,}24;\ V_3=0{,}1;\ V_4=0{,}045;$$

Выводы:

– Алгоритмы не противоречат друг другу.

– Алгоритмы расположены в порядке возрастания точности.

3.6 Поиск наилучшей альтернативы наилучшей альтернативы на основе принципа Кондорсе

Необходимо проранжировать 5 альтернатив A1. A5. Алгоритм: 1. Эксперты ранжируют альтернативы:

$$Э_1=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\end{pmatrix}\quad Э_2=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\end{pmatrix}\quad Э_3=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\end{pmatrix}\quad Э_4=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\end{pmatrix}\quad Э_5=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\\a_4\\a_5\end{pmatrix}$$

1. Находятся оценки так, как характеризующие предпочтения альтернатив в парных сравнениях:

m_{ik} \ m_{ki}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1		3	3	4	4
a_2	2		4	5	5
a_3	2	1		3	4
a_4	1	0	2		2
a_5	1	0	1	3	

2. Согласно принципу Кондорсе наилучшей является альтернатива a_i если для всех $k \neq i$, $m_{ik} > m_{ki}$. Следовательно, у нас лучшая альтернатива a1.

3.7 Методика сравнительной оценки двух структур по степени доминирования

Парное сравнение структур на базе векторных оценок матрицы $|k_{ji}|$.

1. Конкурирующие структуры получают новое название базовая, новая. Базовая – существующий вариант. Новая – рассматриваемый вариант.
2. Методом экспертных оценок определяются веса частных показателей Vj.
3. По каждому частному показателю определяется степень доминирования новой структуры над базовой.
4. Вычисляется обобщенная оценка степени доминирования новой структуры над базовой.
5. Исходя из обобщенной оценки выбирается рациональная.

Пример:

k_1 – масса, k_2 – объем, k_3 – стоимость, k_4 – объем памяти, k_5 – гибкость, k_6 – комфортность.

$\{k_i\}$	Направления экспертизы	S_1(базовый)	S_2(новый)
k_1	↓	20	10
k_2	↓	0,04	0,08
k_3	↓	5	10
k_4	↑	384	512
k_5	↑	отл(0,9)	удв(0,5)
k_6	↑	удв(0,5)	отл(0,9)

$\{k_i\}$	Vj	Степень доминирования S_2/S_1	Скорректированная оценка с учетом V_i
K_1	2	2↓	$(2\uparrow)^2$
k_2	2	2↓	$(2\downarrow)^2$
k_3	1	2↓	$(2^1\downarrow)^1$
k_4	3	1,3↑	$(1{,}3\uparrow)^3$
k_5	3	1,8↑	$(1{,}8\downarrow)^3$
k_6	4	1,8↑	$(1{,}8\uparrow)^4$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2^2 \cdot 1.3^3 \cdot 1.8^4}{2^2 \cdot 2 \cdot 1.8^3} = 2$$

Если обобщенная оценка больше 1, то новое предпочтительнее базовой.

3.8 Методология решения слабоструктуризованных задач. Категория цели в СА

ЦЕЛЬ – заранее мыслимый и желаемый результат. 3 вида:

– *Функциональные.* Которые неоднократно достигались данной системой (выпуск специалиста например нашей специальности).

– *Цели аналоги.* Достигались другими системами (где-то готовили таких специалистов).

– *Цели развития.* Не достигались ни одной системой.

Цели разделяют на:

– *Конечные.* Цель, для которой недостоверны время и ресурсы.

– *Промежуточные.* Ресурсы и время для них известны.

Чем сложнее система, тем сложнее достижение цели. Любая конечная цель рассматривается, как клубок частных целей. Частные цели ранжируют по важности. При этом строят дерево цели (иерархию). Затем это дерево оптимизируют. Сам процесс оптимизации довольно сложный. Хоул выделил 12 наиболее часто используемых целей:

1. Прибыль. Измеряется в денежном выражении. Строится функция во времени.
2. Рынок. Интенсивность услуг материальных ценностей.
3. Стоимость. Чаще всего стоимость выражается в затратах (годовые, квартальные, ежедневные).
4. Качество. Оно измеряется, как объективно, так и субъективно.
5. Технические характеристики. Чаще всего применяется КПД.
6. Цели, затрагивающие конкурентов. Это захват рынка, снижение прибыли у конкурента, у военных: отношение затрат к потерям.
7. Совместимость с существующими системами. Любая новая система разрабатывается несколько лет. За это время меняются смежные системы (с которыми мы будем взаимодействовать). Вот мы и должны адаптировать нашу систему к этим изменениям.
8. Гибкость (приспособляемость). Неучтенные изменения внешней среды, и наша система должна их поддерживать.
9. Стойкость против морального старения (самая трудно достижимая цель). Чем сложнее система, тем более актуальна эта цель. Молоток актуален и сегодня ©
10. Простота. Часто выступает жертвой других целей.
11. Безопасность.
12. Временные цели. Это календарные планы, директивное время на разработку.

3.8.1 Методы генерации альтернатив

1. **Мозговой штурм («Хрустальная ваза»).** Главная цель: генерация как можно большего числа альтернатив. Алгоритм:

а) Формируется группа экспертов. Критерий формирования: разный уровень подготовки, квалификации, опыта.

б) Формулируется задача:

– Приветствуются любые идеи, вплоть до надуманных.
– Никакой критики.

в) Каждый по очереди высказывает решение задачи, каждый следующий формирует решение отличное от предыдущих.

г) Решение записывается на карточки, опускаются в вазу. И решение анализируется другой группой экспертов.

2. **Синектика.** Занимается этим методом только 1 фирма в мире (Америка – Sinectin Inc). Они готовят в год 4-5 специалиста. Эти люди решают 1 проблему около года.

а) Формируется группа из людей часто меняющих профессию, холериков, нервно неустойчивых.

б) Выдвигается задача, связанная с двигательной механикой.

в) Создаются идеальные бытовые условия для решения задачи.

г) Эксперты ассоциируют работу механизма со своими двигательными решениями.

д) Мешающие факторы: зазнайство и угрызение совести

3. **Разработка сценариев.** Суть метода: воссоздают правдоподобную картину развития событий. Привлекаются специалисты данной области. Разрабатывается план действий для достижения цели. Разрабатывают верхний (благоприятное стечение обстоятельств) и нижний (неблагоприятное стечение обстоятельств) сценарий. За каждым фактором закрепляется эксперт. Факторы:

– Бюрократия.
– Некомпетентность.
– Конкурент.

4. **Морфологический анализ (метод Цвики – швейцарский ученый).** Метод ориентирован на технические системы. Цель: реализация множества решений и выбор лучшей. Есть узлы решения. Находятся альтернативы для реализации этих узлов. Затем альтернатива системы рассматривается, как цепочка альтернатив каждого из узла.

$Ф_1 Ф_2 \ldots Ф_N$

Плюсы:

– Не пропускаем ни одной альтернативы (т. е. выберем оптимальную).

– Выбор оптимальной альтернативы обеспечен. Минус:

– «Проклятие размерности» – если большое количество узлов, то не сможем все их перебрать.

– Проблема сравнительной оценки альтернатив.

3.8.2 Исследование ресурсов

Различают следующие виды ресурсов:

– Материальные.

– Людские.
– Информационные.
– Финансовые.
– Энергетические.

Чаще всего от всех этих видов переходят к финансовому ресурсу и исследуют уже его. Цель: исследовать ресурс в течение всего жизненного цикла системы (период от выработки идеи до снятия ее с эксплуатации). Стадии:

Период	Фаза		Стадия
Создание системы	Разработка системы	Планирование	Формулировка концепции Определение системы
		Проектирование	Предварительное проектирование Техническая разработка Детализированное проектирование
	Опытное производство		Создание образцов Испытания
	Производство и ввод в действие		Обучение
Использование системы	Эксплуатация		Операционное использование Содержание и уход Модификация

Строят статистическую модель в виде матрицы:

Стадия / Подсистема	1	…	r	…	N
1	R_{11}		R_{1r}		R_{1n}
…					
p	R_{p1}		R_{pr}		R_{pn}
…					
m	R_{m1}		R_{mr}		R_{mn}

Полный ресурс вычисляется по формуле: $R = \sum_{r=1}^{n} a_r \sum_{p=1}^{m} R_{pr}$, где a_r – коэффициент синтеза на r стадии (ресурс на синтез).

Главная цель: определить полный ресурс и его динамику по стадиям.

3.8.3 Выработка критериев для обоснования решений в условиях риска и неопределенности

Критерий – это признак (правило) сравнительной оценки альтернатив и выбора лучшей. $R = R(\{\alpha\}, \{U\})$ Всякое решение есть функция от $\{\alpha\}$ и $\{U\}$.

$\{\alpha\}$ – параметры решения.

$\{U\}$ – условия реализации решения.

Все задачи принятия решения в зависимости от $\{U\}$ делятся:

1. Принятие решения в условиях определенности. $\{U\}$ – известная, детерминированная величина.

2. Принятие решений в условиях риска.

$$\{U\} = \begin{pmatrix} U_1,\dots,U_j,\dots,U_m \\ P(U_1),\dots,P(U_j),\dots,P(U_m) \end{pmatrix}.$$

$\{U\}$ – известная случайная величина. Но мы знаем какие-то значение и вероятность, того, что она примет это значение. Это в условиях риска.

Принятие решения в условиях неопределенности. Здесь мы знаем только диапазон значаний $\{U\} = (U_1,\dots,U_j,\dots,U_n)$.

Принятие решения в условиях риска 2 подхода:

1. $R = R\{\{\alpha\}, M[U]\}$. $M[U]$ - матожидание. $M[U] = \sum_{j=1}^{m} U_j P(U_j)$

2. $R = \sum_{j=1}^{m} R(\{\alpha\}, U_j) \cdot P(U_j)$ - взвешивание решения по вероятности.

Пример: 2 варианта решения в 3-х условиях.

Параметры	Числовые значения		
U_j	1	2	3
$P(U_j)$	0,4	0,2	0,4
$R(\alpha_1,U_j)$	0,3	0,6	0,9
$R(\alpha_2,U_j)$	0,5	0.9	0,95

1ый подход: $M[U]=1\cdot0{,}4+2\cdot0{,}2+3\cdot0{,}4=2$

$R(\alpha_1,U_i)=0{,}6$

$R(\alpha_2,U_j)=0{,}9$ – предпочтительнее

2ой подход:

$R(\alpha1)=0{,}3\cdot0{,}4+0{,}6\cdot0{,}2+0{,}9\cdot0{,}4=0{,}6$ $R(\alpha2)=0{,}5\cdot0{,}4+0{,}9\cdot0{,}2+0{,}95\cdot0{,}4=0{,}76$

Подход 1 не работает при большом разбросеU или P, и он сместит весь анализ к этому значению. Подход 2 более точный.

Решение задачи в условиях неопределенности

Привлекается аппарат из теории Игр. В этом случае составляется игровая матрица, в которой стратегиями являются альтернативы-условия, а в матрице отмечаются выигрыши или риски.

U_j / A_i	U_1	…	U_m	…	U_m
α_1					
…					
α_i			E_{ij} (выигрыш)		
…					
α_n					

Матрица может заполняться риском: r_{ij} – риск. Переход: $r_{ij} = \max E_{ij} — E_{ij}$

E	U_1	U_2	U_3	U_4
α_1	1	4	5	9
α_2	3	8	4	3
α_3	4	6	6	2

R	U_1	U_2	U_3	U_4
α_1	3	4	1	0
α_2	1	0	2	6
α_3	0	2	0	7

Для обработки привлекаются критерии из теории Игр.

Критерии:

1. **Критерий Вальда** («осторожного наблюдателя»): выбирается вариант с максимальным выигрышем в наихудших условиях.

$$W = K_B = \max_i \min_j E_{ij}$$

Пример:

E_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\min_j E_{ij}$
α_1	0,5	0,6	0,9	0,5
α_2	0,9	0,7	0.8	0,7 (α_{rat})
α_3	0,6	0,8	0,7	0,6

2. **Критерий Сэвиджа** («критерий минимаксного риска»).

$$S = K_c = \min_i \max_j r_{ij}$$

Матрицу получаем переходом к r матрицы выше:

r_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\max_j r_{ij}$
α_1	0,4	0,2	0	0,4
α_2	0	0,1	0.1	0,1 (α_{rat})
α_3	0.3	0	0.3	0,3

3. **Критерий Гурвица** («критерий пессимизма-оптимизма»): взвешиваются наихудшие и наилучшие условия по выигрышу и по риску. Работает и с выигрышем и с риском.γ – показывает соотношение наилучших/наихудших условий. Чем γ ближе к 1 – тем больше вероятность наихудших условий. При γ = 1 превращается в критерий Вальда. γ определяется методом экспертных оценок.

$$\Gamma = K_\Gamma = \max\left[\gamma \cdot \min_j E_{ij} + (1-\gamma)\cdot \max E_{ij}\right],\ 0 \le \gamma \le 1$$

$$\Gamma = K_\Gamma = \min\left[\gamma \cdot \max_j E_{ij} + (1-\gamma)\cdot \min E_{ij}\right],\ 0 \le \gamma \le 1$$

При $\gamma = 1$ превращается в критерий Сэвиджа.

4. **Критерий Лапласа**.

$$L = R_л = \max_i \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} E_{ij}$$

Предполагает условия равновероятными (условия Бернулли).

Пример:

E_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\max_i \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} E_{ij}$
α_1	0,5	0,6	0,9	2/3
α_2	0,9	0,7	0,8	0,8 ($\alpha_{рац}$)
α_3	0,6	0,8	0,7	0,7

5. **Критерий Максимума взвешенной суммы**.

$$\sum = K_{\sum} = \max_i \left(\frac{\sum_{j\in m_1} E_{ij}}{m_1}\cdot P_1 + \frac{\sum_{j\in m_2} E_{ij}}{m_2}\cdot P_2 + \frac{\sum_{j\in m_3} E_{ij}}{m_3}\cdot P_3\right)$$

Основан на выделении матрицы выигрышей 3-х зон: плохих, промежуточных и благоприятных результатов. m_1 – количество элементов i-той строки, попавших в область плохих результатов с вероятностью P_1. m_2 – ... область промежуточных ... m_3 – ... область благоприятных

Устойчивость решения повышается с числом применяемых критериев.

$P_1+P_2+P_3=1$

Пример: U – количество пользователей. Матрица выигрышей

α_i \ U_j	$U_1=0$	$U_2=10$	$U_3=20$	$U_4=30$	$U_5=40$	$U_6=50$
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

«–» – убытки

«+» – выигрыши

1. W = max(-121,-168,-216,-264) = -121 – -a_1 W: a

r_{ij}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
A_1	0	0	0	135	270	405
A_2	47	48	47	0	135	270
A_3	95	95	95	48	0	135
A_4	143	143	144	96	47	0

2. $S = S : \alpha_3$
3. Гурвиц. $\gamma = 0.5.$

$$\Gamma = \max_i \left(\frac{-121+245}{2}; \frac{-168+380}{2}; \frac{-216+515}{2}; \frac{-264+650}{2}\right) = 193$$

$\Gamma : \alpha_4$

4. Лаплас

$$L = \max_i \left(\frac{-121+62+245\cdot 4}{6} + \ldots + \frac{-264-81+101+284+462+650}{6}\right) = \max_i(153,198,210,193) \rightarrow$$

$$L : \alpha_3$$

5. Разобьем на области следующим образом:

U_j \ α_i	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

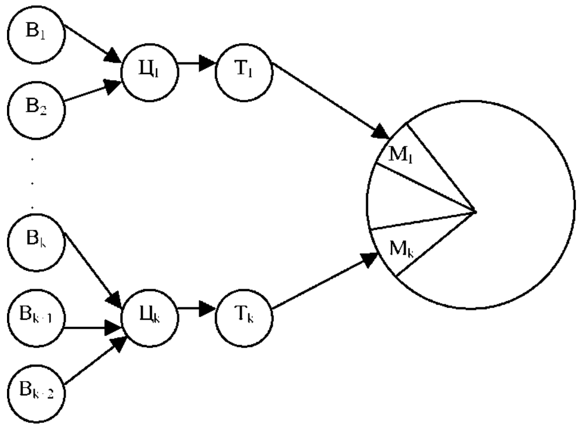
P_1=0,1
P_2=0,2
P_3=0,7

$$\Sigma = \max_i\{(\frac{-121}{1}\cdot 0{,}1 + \frac{62}{1}\cdot 0{,}2 + \frac{245\cdot 4}{4}\cdot 0{,}7);(\frac{-161}{1}\cdot 0{,}1 + \frac{14+198}{2}\cdot 0{,}2 + \frac{380\cdot 3}{3}\cdot 0{,}7);$$
$$(\frac{-216-33}{2}\cdot 0{,}1 + \frac{150}{1}\cdot 0{,}2 + \frac{332+515\cdot 2}{3}\cdot 0{,}7);(\frac{-264-81}{2}\cdot 0{,}1 + \frac{101+284}{2}\cdot 0{,}2 + \frac{428+650}{2}\cdot 0{,}7) =$$
$$= \max_i\{171,270,335,393\} \rightarrow \alpha_4$$

Решения получились неустойчивые. Что делать?:
1. Ввести ранжирование критериев.
2. Ввести наиболее часто встречающиеся решения.
3. Найти компромисс. У нас a=(a_4 a_3**)**=45.

3.8.4 Классические и системный подходы к синтезу систем

Классический.



Рассмотрим на примере моделирования какой-либо системы.
1. Моделируема система разбивается на блоки $B_1..B_2..B_k{+}_2$.

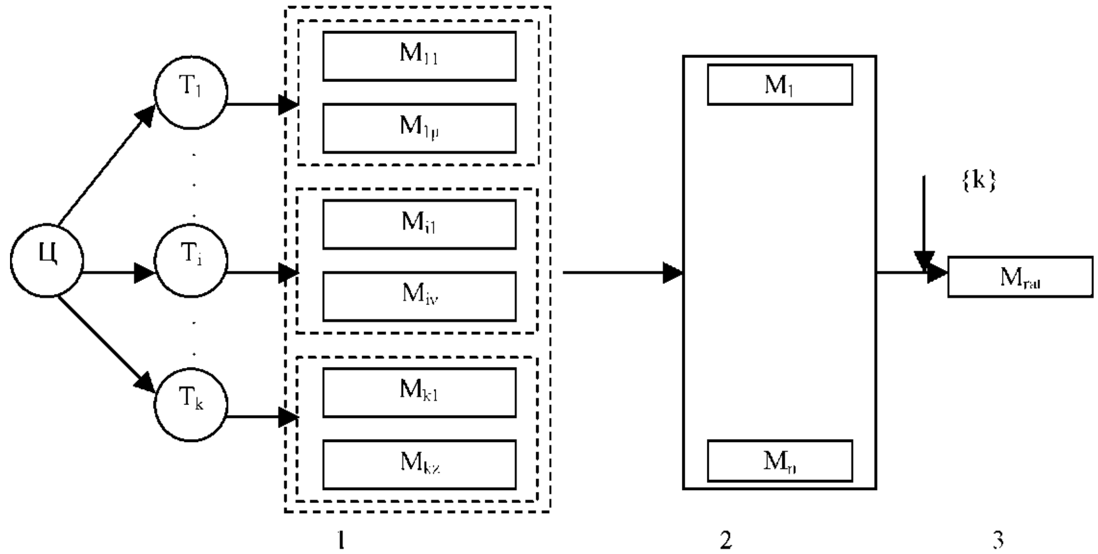
2. Для совокупности блоков определяются цели моделирования (у нас на рисунке 2 первых блока – одна цель моделирования, а последние 3 блока k цель).

3. На основании цели моделирования определяются требования к моделям (Т).

4. На основании требований разрабатываются модели (М).

5. Частные модели комплексируются в общую модель.

Системный.



1. Определяется цель создания модели.

2. На основании цели разрабатываются требования к компонентам модели (Т).

3. Для реализации каждого требования разрабатываются альтернативы моделей

4. Формируется интегральная модель путем возможных сочетаний частных моделей.

$$M_l = M_{11} \cup M_{i1} .. \cup M_{k1}$$
$$M_n = M_l$$

5. С помощью вектора показателя ({k}) выбирается рациональная модель.

Достоинства классического подхода:

– Сравнительно простая реализация.

– Может применятся в том случае, если требования независимы, т. е. блоки моделей функционируют раздельно.

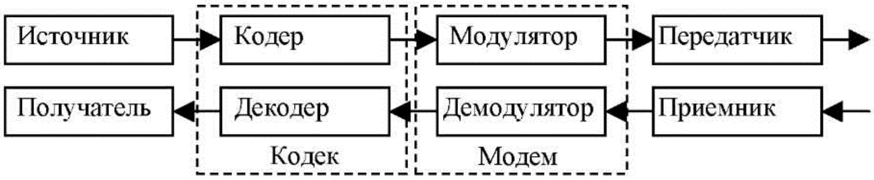
Минус классического подхода: отсутствует системный подход.

Достоинство системного подхода: Реализуется системный подход

Минус системного подхода:

– при большом числе альтернатив: «проклятие размерности»

– проблема оценки M_n по вектору {k} Пример: проектируется система телекодовой радиосвязи:



Кодеки			Модемы			Передатчики		
Тип	Избыточность (R)	Стоимость	Тип	Пропускная способность (бит в секунду)	Стоимость	Тип	Мощность (P)	Стоимость
K_0	0	0	M_1	600	$C(M_1)$	$П_1$	5	$C(П_1)$
K_1	½	$C(K_1)$	M_2	1200	$C(M_2)$	$П_2$	15	$C(П_2)$
K_2	¾	$C(K_2)$	M_3\`	1200	$C(M_3)$	$П_3$	25	$C(П_3)$
			M_3\`\`	2400				
			M_4\`	1200	$C(M_4)$	$П_4$	60	$C(П_4)$
			M_4\`\`	2400				
			M_4\`\`\`	4800				

$C(K_1) < C(K_2)$

$C(M_1) < C(M_2) < C(M_3) < C(M_4)$

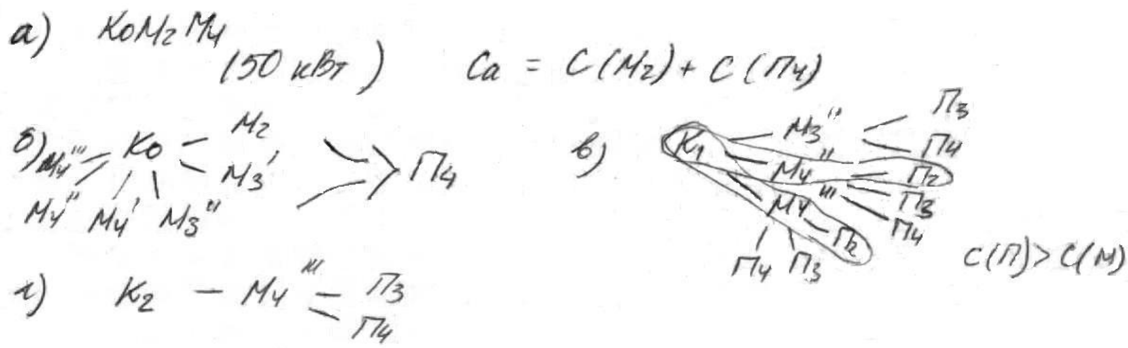
$C(П_1) < C(П_2) < C(П_3) < C(П_4)$

Необходимо найти вариант минимальной стоимости, который обеспечивал бы скорость 1200 б/с с вероятностью 10^{-3}.

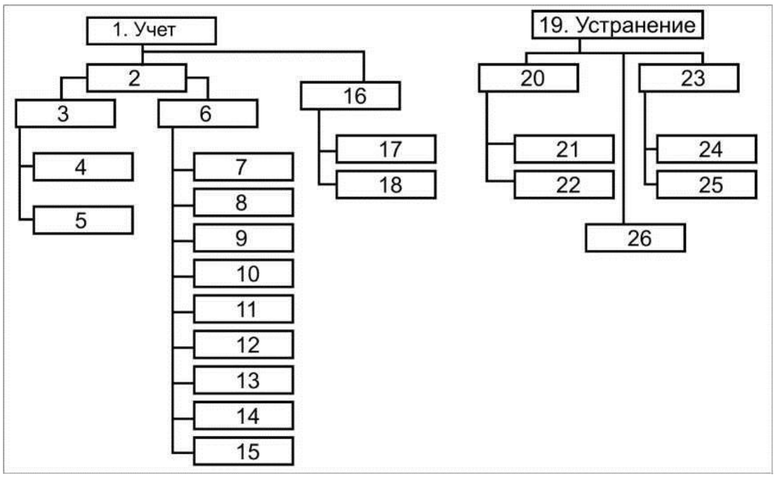
Есть $V_{пер} = (1-R)^J$

$P_{ошибки} = f(R,P)$

Системный подход: перебрать все варианты удовлетворяющие условию и выбрать самую дешевую. С учетом соотношения стоимостей, при условии C(П)>C(М)>C(К):



3.8.5 Учет и устранение неопределенности в процессе проектирования систем



Учет и устранение неопределенности в процессе проектирования систем

Неопределенные факторы. Левая ветка – учет неопределенностей. Правая ветка – устранение

1. Учет.
2. Методика приема
3. При формировании исходных данных.
4. Равнозначимый анализ. Все НФ разбиваются на группы по степени влияния на эффективность системы. Рассматриваются группы, имеющие наибольшее влияние.
5. Ограничение числа стратегий. Все стратегии поведения системы группируются по степени влияния на эффективность. Стратегии с малым влиянием не рассматриваются.
6. При разработке математических моделей.
7. Выделение уровней моделей. Уровень модели определяется степенью изучения ее параметров.
8. Приемы доминирования. Рассматриваются варианты системы, имеющие различную эффективность. Оставляем те варианты, которые реализуемые.
9. Выделение этапов операций. Этапы трудноформализуемые заменяют передаточной функцией (коэффициентом).
10. Районирование множества векторов. Пространство состояний системы разбивается на классы по степени влияния на эффективность системы. Классы с малым влиянием не рассматриваются. Классы с одинаковым влиянием объединяются. Например работают 2 блока. Варианты их состояний: 1ый работает, второй отказал; 2ой работает 1ый отказал; 1ый работает и второй работает; 2ой работает и 1ый работает. Объединяем 3 и 4ое состояния.
11. Построение функциональных критериев. Неопределенные факторы заменяются коэффициентом, который определяется методом экспертных оценок (критерий Гурвица).
12. Анализ чувствительности. Переход к работе в условиях риска. Т.е. пытаемся набросить закон распределения на неопределенные факторы.

13.Усилительный анализ. Предполагаются наихудшие условия и выбирается вариант с лучшей эффективностью в этих условиях.

14.Уравнительный анализ. Рассматриваются варианты, имеющие одинаковую эффективность в разных условиях. Анализируются правдоподобность условий и выбирается лучший вариант.

15.Построение обобщенных показателей. При векторном анализе вариантов строят обобщенный показатель. Например, суммируются коэффициенты показателей и сравниваются эти суммы.

16.Задание ограничений.

17.По условиям применения.

18.По системе.

19.Устранение.

20.Разработка вариантов.

21.Параллельная разработка вариантов. При малой стоимости вариантов в одной организации.

22.При большой стоимости в разных организациях.

23.Уточнение исходных данных.

24.Прогноз.

25.Методы экспертных оценок.

26.Реализация компенсационных возможностей. Путем настройки параметров системы она адаптируется к внешней среде.

3.9 Основы принятия решений при многих критериях

3.9.1 Постановка задачи векторной оптимизации и классификация многокритериальных методов

1. n-конкурирующих решений $\{S\}=\{S_1,S_2,\wedge,S_i,\wedge,S_n\}$, каждое из которых оцениваются совокупностью показателей $\{k\}=\{k1,k2,.,k,,.,km\}$.

2. Для оценки совокупности $\{k\}$ используются любые методы.

3. Множество конкурирующих решений отображаются в матрицу векторных оценок.

$$|k_{ji}| = \begin{array}{c|ccccc} & S_1 & \dots & S_i & \dots & S_n \\ \hline k_1 & k_{11} & & & & K_{1n} \\ \dots & & & & & \\ k_j & & & k_{ji} & & \\ \dots & & & & & \\ k_m & k_{m1} & & & & k_{mn} \end{array}$$

4. Исходя из матрицы k_{ji} и системы предпочтений ЛПР выбирается рациональное решение.

$$E = \underset{S_i}{opt}\left(\left|k_{ji}\right|, СП\_ЛПР\right) \rightarrow S_{rat}$$

E – критерий оптимизации.

Все методы можно разбить на 5 классов:

Классы методов	Технология оптимизации и примеры
1. Методы основанные на формализации в виде задач математического программирования	1.1. Выделение главного показателя и перевод остальных в ограничения (методы линейного программирования, нелинейного программирования…). 1.2. Выделение набора показателей для формализации нескольких целей (многоцелевые методы математического программирования).
2. Методы основанные на ранжировании показателей и их последовательном применении.	2.1. Поиск решения по схеме последовательных уступок (метод Вентцель Е.С.). 2.2. Поиск решений по схеме частных ранжирований (методы Кемени-Снелла).
3. Методы использующие обобщенный показатель для сравнительной оценки альтернатив.	3.1. «Свертка» частных показателей с использование аддитивных и мультипликативных преобразований. 3.2. Построение функций полезности (метод Кини, Райфа). 3.3. Построение функционала эффективности (метод ФСА (функциональный стоимостной анализ)).
4. Методы не использующие обобщенный показатель для сравнительной оценки альтернатив.	4.1. Анализ вариантов решений на основе СП ЛПР (методы целостного выбора). 4.2. Критериально-экспертный анализ вариантов решения (метод Соболя, Статникова) 4.3. Анализ бинарных отношений между вариантами решений (метод ELECTRE. Руа. ЗАПРОС Ларичев).
5. Методы реализующие процессы структуризации и адаптации при выборе рациональных решений.	5.1. Структуризация проблемы и система предпочтений ЛПР (метод МКОС (комплексной оценки структур)). 5.2. Адаптация алгоритмов поиска решения к информации ЛПР.

Методы расположены в порядке возрастания эффективности.

3.9.2 Методы векторной оптимизации первого класса

$\{S_i\},\{k_j\}$

$E = k_l \to extr, l \in m$

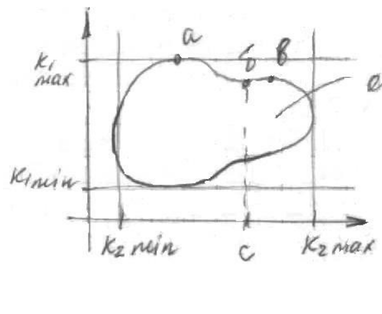
$k_j \le \overline{k_j}, j \in k\_\min imization$

$k_j \ge \underline{k_j}, j \in k\_\max imization$

1. Выбирает главный показатель kj. Формируется критерий, как экстремум kj.
2. Остальные показатели переводятся в ограничения.
3. Решения, у которых k, не удовлетворяет ограничениям, не рассматриваются.
4. Выбирается решение, имеющее ki ближе к экстремуму.

Выбор решения существенно зависит от ограничения.

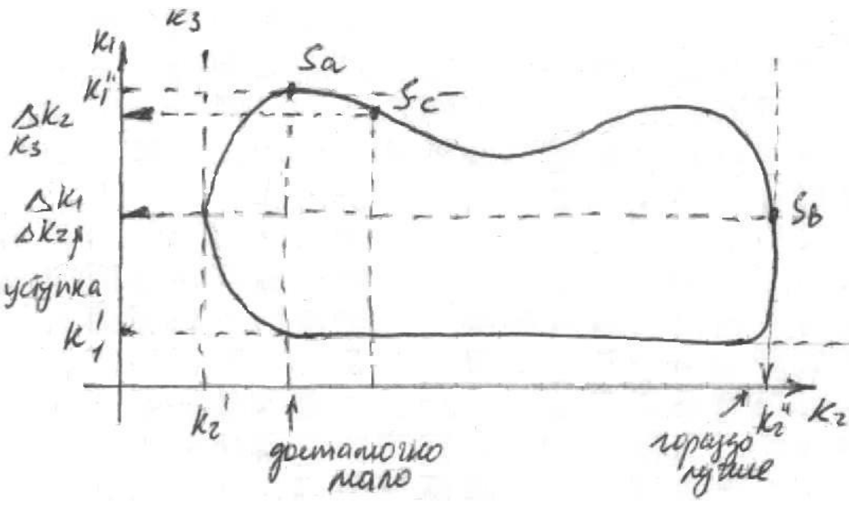
Пример:



На рисунке отмечена область существования решений. Пусть $k_1 \to max$

Ограничение решений:

Ограничение	$k_2<C$	$k_2=C$	$k_2>C$
Точка	а	б	в



2. Метод математического программирования с несколькими целевыми функциями.

3.9.3 Методы векторной оптимизации второго класса. Метод уступок (метод Венцель)

1. Показатели ранжируются по важности {k,}={k_1_k_m}.
2. Определяется лучший вариант по k_1. Или находится решение $S_a(k_1)$. Анализируется для S_a значения остальных показателей. Если они приемлемы – процесс заканчивается, если нет – переход к пункту 3.

3. Вводится уступка по k1 в пользу следующего показателя k2 и находится решение $\underset{k2}{S_b(k_1,\Delta k_1)}$. Если значения остальных показателей устраивает, то процесс завершается, иначе – переход к пункту 4.

Вводится уступка k2 в пользу k3. Находится решение... И т.д.

Область допустимых решений:

Т. о. выбор уступки довольно проблематичен. Достоинства:

Находится приемлемый вариант по всем показателям. Недостатки:

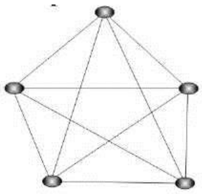
Проблема выбора уступки:

– С учетом большого вектора показателей.
– Проблема ввода уступок по всех предшествующим показателям в пользу анализируемого.

3.9.4 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла

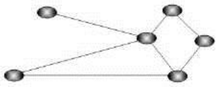
Рассмотрим на примере ранжирования вариантов архитектур вычислительных систем. Есть множество альтернатив локальных сетей. Нужно выбрать лучшую с точки зрения определенных показателей.

Рассматриваем 13 вариантов вычислительных сетей:

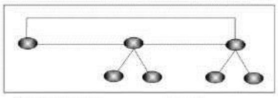


A_1 – полно связная сеть.

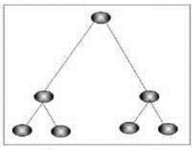
A_2 – сеть с коммутацией пакетов (Канадский вариант сети).



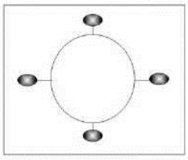
A_3 – регулярная сеть.



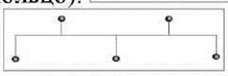
A_4 – нерегулярная сеть.



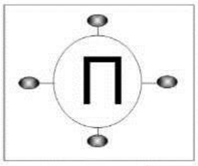
A_5 – иерархическая сеть.



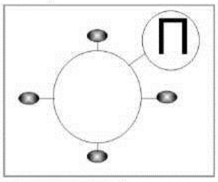
A_6 – петлевая сеть (Кольцо).



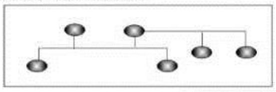
A_7 – с общей шиной.



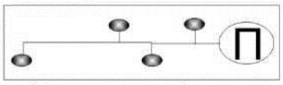
A_8 – звездообразная сеть.



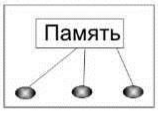
A_9 – петлевая сеть с переключателем.



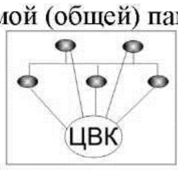
A_{10} – сеть с окном шины.



A_{11} – с общей шиной и переключателем.



A_{12} – сеть с разделяемой (общей) памятью.



A_{13} – гибридная сеть.

П – переключатель.

ЦВК – мощный вычислительный комплекс на базе большой машины.

Все варианты оценивались по четырем показателям:

k1 – надежность.

k2 – производительность.

k3 – гибкость и возможность развития.

k4 – простота реализации.

Отличия от классического метода:

1. Привлекается 1 эксперт.
2. Учитывается система предпочтений ЛПР, т. е. учитываются веса показателей.

Обратились к экспертам для ранжирования показателей:

w_1=0,375

w_2=0,33

w_3=0,25

w_4=0,042

Возьмем 7 архитектур. Этапы метода:

1. _Проводится независимое ранжирование альтернатив по показателям. Все альтернативы сначала ранжируем по 1ому, затем по второму

A_i / k_j	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
$k_1(w_1)$	1	2	4	6	5	7	3
$k_2(w_2)$	1	1	3	5	4	6	2
$k_3(w_3)$	6	6	4	2	1	3	5
$k_4(w_4)$	6	6	4	2	3	1	5

2. На основе частных ранжирований определяются матрицы бинарных предпочтений с оценками.

$$\rho_{i,k}^{j} = \begin{cases} 1, \text{если } A_i > A_k \\ 0, \text{если } A_i \infty A_k \\ -1, \text{если } A_i < A_k \end{cases}$$

4 матрицы 7x7.

1-ая матрица заполняется, работая только с первой строкой:

k

	ρ^1_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
	A_1		1	1	1	1	1	1
	A_3	-1		1	1	1	1	1
	A_5	-1	-1		1	1	1	-1
i	A_6	-1	-1	-1		-1	1	-1
	A_7	-1	-1	-1	1		1	-1
	A_{11}	-1	-1	-1	-1	-1		-1
	A_{13}	-1	-1	1	1	1	1	

Вторая, работая только со второй строкой и т.д.

ρ^1_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
A_1		0	1				
A_3	0		1				
A_5	-1	-1					
A_6							
A_7							
A_{11}							
A_{13}							

ρ^1_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
A_1		0	-1				
A_3	0		-1				
A_5	-1	1					
A_6							
A_7							
A_{11}							
A_{13}							

ρ^1_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
A_1		0	-1				
A_3	0		-1				
A_5	-1	1					
A_6							
A_7							
A_{11}							
A_{13}							

3. Определяется матрица потерь с оценками

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^{4} w_j \left|\rho_{ik}^j - \mathbf{1}\right|$$

r_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
A_1		0,625	0,584	0,584	0,584	0,584	0,584
A_3	1,375		0,584	0,584	0,584	0,584	0,584
A_5	1,416	1,416		0,584	0,584	0,584	1,416
A_6	1,416	1,416	1,416		1,916	0,084	1,416
A_7	1,416	1,416	1,416	0,084		0,084	1,416
A_{11}	1,416	1,416	1,416	1,916	1,916		1,416
A_{13}	1,416	1,416	0,584	0,584	0,584	0,584	

r_{13}=0,375|1-1|+0,33|0-1|+0,25|0-1|+0,042|0-1|=0,625

4._Матрица потерь обрабатывается в несколько циклов. В каждом из них суммируются оценки по строкам, находится вариант с минимальной суммой, ставится на 1-ое место, из матрицы потерь вычеркивается соответствующие ему строка и столбец. Цикл повторяется

Σ(номера циклов)	1	2	3	4	5	6	7
A_1	3,545						
A_3	4,295	2,92					
A_5	6	4,58	3,168	1,75	1,168		
A_6	7,66	6,25	4,83	3,42	1,5	0,084	
A_7	9,83	4,416	3	1,584			
A_{11}	9,5	7,08	6,66	5,25	3,33	1,916	1,916
A_{13}	5,168	3,75	2,33				

$A_1 A_3, A_{13}, A_7, A_5, A_6, A_{11}$

5. Начиная с конца рассматриваются пары альтернатив. Если $r_{611} <= r_{116}$ то альтернативы остаются на местах, в противном случае меняются местами. $R_{6,11} \le r_{11,6}$ (0,084<1,916 – данные из таблицы выше)

$r_{5,8} \le r_{8,5}$ (0,584<1,916)

$r_{7,5} > r_{5,7}$

$r_{13,5} \le r_{5,13}$

$r_{3,13} \le r_{13,3}$

$r_{1,3} \le r_{3,1}$

$A_1' A_3' A_{13}' A_5' A_7' A_6' A_{11}$

3.9.5 Методы векторной оптимизации третьего класса

Свертка частных показателей.

Все методы можно разбить на 2 группы:

1. «Свертка» частных показателей с использование аддитивного преобразования.

$$E = \frac{\sum_{j \in k\uparrow} k_j \cdot \sigma_j \cdot \alpha_j}{\sum_{j \in k\downarrow} \frac{k_j \cdot \sigma_j}{\alpha_j}}$$

$$E = \sum_{j=1}^{m} k_j \cdot \alpha_j$$

α_j – вес j-ого показателя. Вес определяется с учетом СП ЛПР. При определении этого веса может быть учтен разброс показателя по альтернативам. Есть масса формул: σ_j – коэффициент приведения j-ого показателя к безразмерному виду (например, величина обратная эталону,или величина обратная стандарту, величина обратная единице измерения). При работе с формулой необходимо:

- Определить α_j
- Показатели kj привести к безразмерному виду.

2. Методы использующие мультипликативное преобразование.

$$E = \prod_{j=1}^{m} k_j^{\alpha_j}$$

$$E = \frac{\prod_{j \in k\uparrow} k_j \cdot \sigma_j \cdot \alpha_j}{\prod_{j \in k\downarrow} \frac{k_j \cdot \sigma_j}{\alpha_j}}$$

Для работы необходимо сделать то же, что и в предыдущем случае.

Достоинства: простота, учет СП (система предпочтений) ЛПР.

Недостатки: эвристичность а (один человек даст одни веса, другой другие), компенсационные возможности (оценка показателя может существенно повлиять на результат).

Построение функции полезности.

Рассмотрим 2 альтернативы деятельности, связанных со сбытом продукции:

A_1 – рынок завоеван на 10%, прибыль 50 единиц.

A_2 – рынок завоеван на 15%, прибыль 40 единиц.

k_1 k_2

Если занимаемся сбытом старой продукции – то выгоднее 1ый вариант, если новой – второй. Строится функция полезности (она учитывает частные показатели и место показателя в формуле функции зависит от его полезности). Пусть $\% - k_1 : \$ - k_2$

В первом случае: $\left\lfloor c^{k_1} + ak_2 \right\rfloor$

Во втором: $\left\lfloor c^{k_2} + ak_1 \right\rfloor$

Т. е. строится формула, поясняющая оценку той или иной альтернативы.

Пример функции радиолокационной системы (разработали Голубев и Конторов-Новожилов):

$$E = k_1 \cdot k_2 \cdot \exp(-\frac{k_3^2}{(k_3^0)^2}) - k`_4 (k_1 \cdot k_2 + k_5)$$

1– полнота отображения (необходимо наблюдать за 30 объектами – видим только 25).

2– число воздушных объектов в зоне.

3– среднее квадратичное отклонение ошибки определения координат.

4– коэффициент системы высшего порядка.

5– число ложных тревог.

Функция полезности – есть формула обобщенного показателя, в которой **место** показателя определяется его полезностью для пользователя (т.е. роль весов играет место в функции).

Построение функционала эффективности (метод ФСА).

Метод включает 5 этапов.

1. Построение модели эффективности (эффективность – свойство целенаправленной деятельности (насколько система выполняет те функции, для которой она предназначена). (Э)
2. Построение модели стоимости. (С)
3. Формирование вариантов системы. {i}
4. Вычисление обобщенного показателя.
5. Выбор рационального варианта.

Обобщенный показатель – функция от эффективности и стоимости: Е=Б(Э,С) 5 видов функции

1. Максимум эффективности при фиксированной стоимости.

$$E = \max_i Э \text{ при } C = const$$

2. Минимум стоимости при фиксированной эффективности.

$$E = \min_i C \text{ при } Э = const$$

3. Максимум модульной эффективности

$$E = \max \frac{Э}{C}$$

4. Максимум удельной стоимости

$$E = \max \frac{\mathbf{C}}{Э}$$

5. Максимум взвешенной суммы эффективности и стоимости минусом.

$$E = \max_i (\alpha_1 Э + \alpha_2 \mathbf{C})$$

3.9.6 Методы векторной оптимизации четвертого класса

Анализ вариантов решений на основе СП ЛПР (методы целостного выбора).

Суть методов: подсознательный выбор лучшей альтернативы эвристическим путем. Т. е. альтернативы оцениваются целиком. Например, выбираем телевизор в магазине.

Критериально-экспертный анализ вариантов решения (метод Соболя, Статникова)

Методам Монте-Карло разыгрываются параметры альтернативы. Далее идет целостный выбор. Например, возьмем стол. Его параметры: высота, ширина, цвет, ..

$П_1 \ldots П_5$

Датчиком случайных чисел разыгрываем эти сочетания параметров и далее идет подсознательный выбор.

Анализ бинарных отношений между вариантами решений (метод ELECTRE. Руа., ЗАПРОС Ларичев).

1. Применим на задаче из метода Кемени-Снелла. Применим его для вариантов:

A_1, A_2,A_3, A_5, A_6, A_7, A_8

Будем оценивать следующими показателями: K_1 – производительность. K_2 – живучесть. K_3 – модульность. K_4 – реализуемость.

2. Определим СП ЛПР на этом множестве показателей:

w_1=0,25; w_2=0,33; w_3=0,29; w_4=0,13

3. Формируется матрица альтернатив в виде лингвистических переменных:

$\{k_i\}$	A_1	A_2	A_3	A_5	A_6	A_7	A_8
k_1	Отл.	Хор.	Удовл.	плохо	плохо	Удовл.	Оч.плохо.
K_2	Отл.	Хор.	Удовл.	плохо	плохо	Удовл.	Оч.плохо.
K_3	Оч.плохо	плохо	Оч.плохо	Хор.	Отл.	Отл.	Плохо
K_1	Оч.плохо	плохо	Оч.плохо	Удовл.	Отл	отл	Удовл.

4. От матрицы лингвистических оценок переходим к матрице числовых с помощью шкалы Харрингтона.

0,8÷1 – отл.

0,63 ÷ 0,8 – хор.
0,37÷0,63 – удовл.
0,2 ÷ 0,37 – плохо
0÷0,2 – очень плохо

ρ_{ji}	A_1	A_2	A_3	A_5	A_6	A_7	A_8
k_1	0,9	0,72	0,5	0,29	0,29	0,5	0,1
K_2	0,9	0,72	0,5	0,29	0,29	0,5	0,1
K_3	0,1	0,29	0,1	0,72	0,9	0,9	0,29
K_4	0,1	0,29	0,1	0,5	0,9	0,9	0,5

5. Каждой паре альтернатив **$A_и A_к$** ставится в соответствие индекс согласия **C_{ik}** и индекс несогласия **d_{ik}. C_{ik} –** степень согласия в отношении превосходства альтернативы **A^$A_к$. d_{ik} –** степень несогласия.

$$C_{ik} = \sum_{j \in k^+} w_j ; C_{ik} \in [0,1]$$

k^+ - подмножество частных показателей, по которым A_i превосходит или не уступает k-ой

C_{ik}	A_1	A_2	A_3	A_5	A_6	A_7	A_8
A_1		0,58	1	0,58	0,58	0,58	0,58
A_2	0,42		1	0,58	0,58	0,58	0,87
A_3	0,42	0		0,58	0,58	0,58	0,58
A_5	0,42	0,42	0,42		0,58	0	1
A_6	0,42	0,42	0,42	1		0,42	1
A_7	0,42	0,42	1	1	1		1
A_8	0,42	0,42	0,42	0,13	0	0	

$$C_{12} = \sum_{j=1,2} w_j = 0{,}25 + 0{,}33 = 0{,}58$$

$$C_{13} = \sum_{j=1,2,3,4} w_j = 1$$

Чем ближе C к 1, тем жестче требования по согласию.

$$d_{ik} = \max_{j \in k^-} \{ | \rho_{ji} - \rho_{jk} | \} ; d_i \in [0,1]$$

k^- - подмножество частных показателей, по которым альтернатива A_i не превосходит A_k.

d_{ik}	A_1	A_2	A_3	A_5	A_6	A_7	A_8
A_1		0,19	0	0,62	0,8	0,8	0,4
A_2	0,18		0	0,43	0,61	0,61	0,21
A_3	0,4	0,22		0,62	0,8	0,8	0,4
A_5	0,61	0,43	0,21		0,4	0,4	0
A_6	0,61	0,43	0,21	0		0,21	0
A_7	0,4	0,22	0	0	0		0
A_8	0,8	0,62	0,4	0,43	0,61	0,61	

d_{12} = max{| 0,1 – 0,291, | 0,1 - 0,291} = 0,19 d_{13} = max{|0,1 -0,11,| 0,1 -0,11} = 0
d_{15} = max{|0,1 - 0,721,| 0,1 - 0,5 |} = 0,62
Чем ближе d к 0, тем жестче требования по несогласию.

6. Определяется подмножество рациональных решений в результате проверки $C_{ik}>C_0$, $d_{ik}<d_0$. C_0,d_0 – пороговые значения. Выбираются те альтернативы, для которых одновременно выполняются оба условия. Если несколько альтернатив удовлетворяют, то условие ужесточают: C0 – ближе к 1, d0 – ближе к 0.

Берем: $C_0=0,4$; d0=0,8.

C: A_1, A_2, A_6, A_7

d: A_2,A_6,A_7

Ужесточаем условия: $C_0=0,4$; $d_0=0,6$.

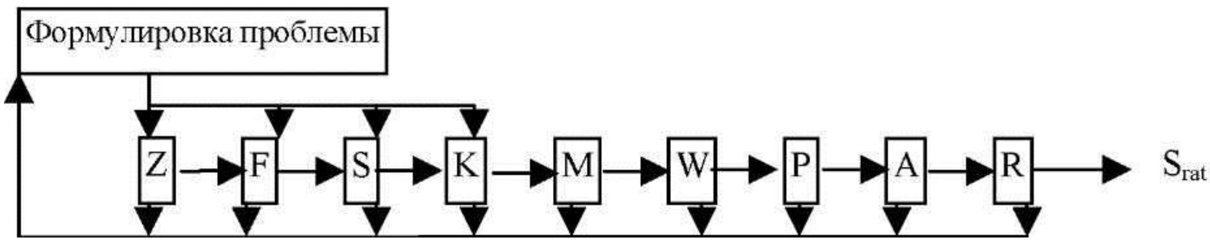
C:A_2,A_6,A_7

d: A_7

A_7

3.9.7 Методы векторной оптимизации пятого класса МКОС

Схема метода:



Z – цель.

F – функции системы.

S – структуры системы.

K – критерии оценки структур.

M – модели критериев.

W – матрица альтернативы–критерии.

P – процедура свертки вектора критериев.

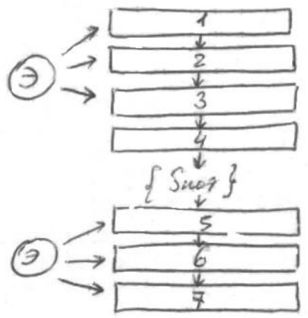
A – анализ альтернатив на основании скалярной оценки.

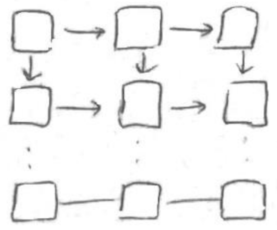
R – выбор решающего правила выбора рациональной структуры.

Методика многокритериального выбора рациональной структуры.

Операторы метода	Z,F,S	K	M,W	P	A	R
N этапов	1	2	3	4-10	11	12

1. $\{Si\}=\{S_1,S_2,\ldots S_n\}$





1) Формируется целевое назначение системы.
2) Выявляются основные функции.
3) По каждой функции находятся альтернативные технические средства.
4) Составляется морфологическая матрица. На выходе имеем потенциально возможную структуру.
5) Вводятся ограничения: экономические, технические.
6) Выбирается главный элемент.
7) Выполняется проверка структур на допустимость.

2. Определяется совокупность частных показателей.

Существуют следующие пути:

– Используются традиционные показатели.
– Предлагаются новые показатели, определяются требования:
  а) Полнота – набор должен отражать все аспекты структуры.
  б) Операциональность – каждый показатель должен отражать локальное число свойств системы.
  в) Измеримость – можно было бы измерить эти показатели.
  г) Минимальность.

3. Привлекаем модели и формируем матрицу «показатели-структуры».

$\nu = \overline{1, N}$ – варианты внешних условий. На каждый вариант формируется матрица:

Показатели	S				
	S_1	…	S_i	…	S_n
k_1 … k_j … k_m	K_{11} K_{m1}		 … 		K_{1n} k_{mn}

4. Составляется матрица бинарных предпочтений ЛПР

k	K_1	…	k_k	…	k_m
k_1					
…					

k_j			w_{ji}		
…					
k_m					

$$\begin{aligned}&1, \text{если } k_j > k_k\\ &0{,}5, \text{если } k_j \infty k_k\\ &0, \text{если } k_k > k_j\end{aligned}$$

5. Находятся веса частных показателей исходя из СП ЛПР:

$$V_{1j} = \frac{\sum_{k=1}^{m} w_{jk}}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} w_{jk}},$$

где числитель – строка, а знаменатель – вся матрица.

6. Находятся веса частных показателей исходя из разброса векторных составляющих.

$$V_{2j}^{(\nu)} = \frac{r_j^{\nu}}{\sum_{j=1}^{m} r_j^{\nu}}$$

$$r_j^{\nu} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} | k_{ji}^{\nu} - \overline{k}_j^{\nu} |}{\overline{k}_j^{\nu}}$$

$$\overline{k}_j^{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_{ji}}{n}$$

7. Находятся усредненные веса частных показателей.

$$\omega_j^{(\nu)} = aV_{1j} + bV_{2j}^{(\nu)}$$

a+b=1 - коэффициенты доверия.

1. Оценки матрицы показатели структуры приводятся к безразмерному виду:

Существует 2 способа:

$\rho_{ji}^{\nu} = \dfrac{k_{ji}^{\nu}}{\Delta k_j}$, где Δk_j - квантиль j-го показателя (сумма измерения).

$$\rho_{ji}^{\nu} = \frac{k_{ji}^{\nu}}{\max k_{ji}^{\nu}}, k_j \in k\uparrow \qquad \rho_{ji}^{\nu} = \frac{\min k_{ji}^{\nu}}{k_{ji}^{\nu}}, k_j \in k\downarrow$$

Все оценки нормированы относительно интервала [0,1].

2. Формируется матрица мер эффективности.

$$e_{ji}^{\nu} = \omega_j^{\nu} \cdot \rho_{ji}^{\nu}, j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$$

3. Вычисляются обобщенные скалярные оценки.

$$q_i^{\nu} = \sum_{j \in k\uparrow} e_{ji}^{\boldsymbol{\nu}} - \sum_{j \in k\downarrow} e_{ji}^{\boldsymbol{\nu}}$$

4. Для оценки структур в диапазоне условий этапы 3-10 повторяются N раз Структуры условия:

$\{S_i\}$	ν				
	ν_1	…	ν_j	…	ν_N
S_1	q^1_1		q^j_1		q^N_1
…					
S_i	q^1_i		q^j_i		q^N_i
…					
S_n	q^1_n		q^j_n		q^N_n

5. Выбор решающего правила:

– Оценка (анализ) в условиях неопределенности.

$$P_j \Rightarrow E = \max \sum_{\nu=1}^{N} q_i^{\nu} P^{\nu}$$

– В условиях риска

Пример структурной оптимизации ЛВС

1. Три альтернативных варианта ЛВС:
   $\{Si\}=\{S_1,S_2,S_3\}$
   - S_1 – с одним процессором.
   - S_2 – с двумя процессорами.
   - S_3 – с тремя процессорами.

2. Возьмем 5 показателей $\{k_j\}=\{k_1,s,k_5\}$.
   - k_1 – время реакции системы.
   - k_2 – коэффициент загрузки процессора.
   - k_3 – пропускная способность.
   - k_4 – вероятность правильного ответа.
   - k_5 – стоимость процессорных устройств.

3. Строим матрицу показатели-структуры, в качестве условий среды принимаем число подключаемых абонентов.

$\{k_j\}$	Направление Экстремума	N=10			N=20			N=30			N=50		
		S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3	S_1	S_2	S_3
K_1,c	↓	2,89	2,08	2,05	5,7	2,89	2,71	11,5	4,38	3,96	25,8	9,64	8,99
K_2,%	↑	55	30	20	91	55	37	99,8	75	51	100	91	63
K_3,б/с	↑	0,78	0,83	0,83	1,27	1,55	1,57	1,4	2,09	2,15	1,4	2,55	2,63
K_4	↑	0,85	0,95	0,99	0,85	0,95	0,99	0,85	0,95	0,99	0,85	0,95	0,99
K_5,$	↓	340	490	640	340	490	640	340	490	640	340	490	640

4. Строим матрицу бинарных предпочтений.

	k_1	k_2	k_3	k_4	K_5	Σ
k_1		1	0,5	0	0,5	2
k_2	0		0,5	0	0	0,5
k_3	0,5	0,5		0	0	1
k_4	1	1	1		0,5	3,5
k_5	0,5	1	1	0,5		3

Общая сумма равна 10.

5. V_{11}=2/10=0,2; V_{12}=0,05; V_{13}=0,1; V_{14}=0,35; V_{15}=0,3

6. Определяем веса частных показателей исходя из разброса векторных оценок. Для N=20

$\{k_j\}$	$\overline{k}$	r_j	V_{2j}
k_1	3,77	0,34	0,33
k_2	61	0,33	0,32
k_3	1,46	0,09	0,09
k_4	0,93	0,06	0,06
k_5	490	0,2	0,2

7. Находим усредненные веса частных показателей.

b=a=0,5

w_1=(0,2+0,33)/2=0,27

w_2=0,18; w_3=0,09;w_4=0,21; w_5=0,25

8. Матрицу показателей структур приводим к безразмерному виду. Для N=20.

w_j	$\{k_j\}$	Направление экстремума	$\{S_i\}$		
			S_1	S_2	S_3
0,27	k_1	↓	3,08*	1,57	1,46
0,18	k_2	↑	3,28	1,98	1,33
0,09	k_3	↑	0,46	0,56	0,57
0,21	K_4	↑	1,78	1,99	2,08
0,25	k_5	↓	0,85	1,22	1,6

$\{k_j\}$	Δk_j	S_i		
		S_1	S_2	S_3
k_1	0,5с	11,4	5,78	5,42
k_2	5%	18,2	11	7,4
k_3	0,25 б/с	5,08	6,2	6,28
k_4	0,1	8,5	9,5	9,9
k_5	100 $	3,4	4,9	6,4

9. Формируется матрица взвешенных оценок. Для N=20.

10. Формируются обобщенные скалярные оценки.

q_1^{20} = (3,28 + 0,46 +1,78) - (3,08 + 0,85) = 1,59

q_2^{20}= 1,74

q_3^{20} = 0,92

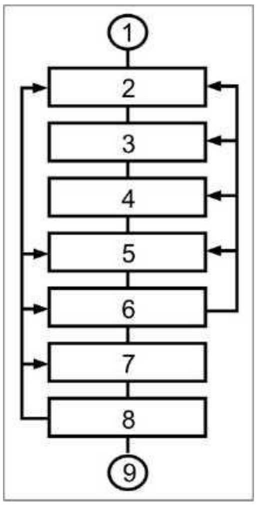
11.Повторяются этапы 3-10 для N=10,20,30,50. Получаем матрицу:

$\{S_j\}$	N			
	N=10	N=20	N=30	N=50
S_1	2,75	1,59	-3,27	-12,27
S_2	1,63	1,74	0,81	-1,9
S_3	0,8	0,92	0,24	-2,29

12.

$\{S_i\}$	N				E
	P_{10}=0,1	P_{20}=0,5	P_{30}=0,3	P_{50}=0,1	
S_1	0,27	0,79	-0,98	-1,23	-1,15
S_2	0,16	0,87	0,24	-0,19	1,08
S_3	0,08	0,46	0,07	-0,23	0,38

Общетехнологическая схема принятия решений при многих критериях



1. Появление проблемы.
2. Сбор исходных данных и структуризация проблемы. Структуризация:
   - Ограничение сложности.
   - Отображение ситуации.
   - Определение цели.
   - Оценка ресурсов.
   - Выявление взаимосвязей.
3. Определение и систематизация потенциально возможных решений.
4. Просеивание решений и выделение множества конкурирующих.
5. Обоснование частных показателей для оценки конкурирующих решений.
6. Построение логико-математической модели и ее верификация.
7. Детальная проработка конкурирующих решений в заданных условиях.

8. Выбор рационального решения. Требования к решению:
   – Единственность.
   – Реализуемость.
   – Устойчивость.
9. Рациональные решения.

Циклы проектирования и уровни оптимизации сложных систем

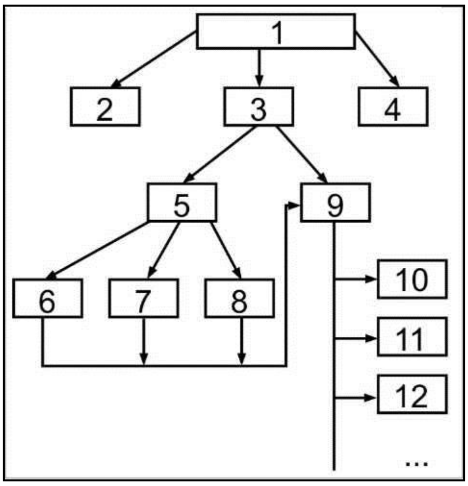
С точки зрения содержания вопросов выделяют 3 аспекта проектирования:

– *Общесистемное.*
   1. Оценка целесообразности разработки системы.
   2. Выбор структуры системы.
   3. Разработка моделей для оценки структур.
   4. Разработка принципов построения математического обеспечения (выбирают какой математический аппарат будет использоваться).
   5. Разработка принципов аппаратного проектирования.
– *Проектирование математического обеспечения.*
   1. Определение перечня решаемых функциональных задач.
   2. Разработка системного программного обеспечения.
   3. Разработка моделей решения функциональных задач.
   5. Отладка программного обеспечения.
– *Аппаратурное проектирование.*
   1. Выбор технического обеспечения.
   2. Формирование технического обеспечения.
   3. Комплексирование технического обеспечения.
   4. Отладка технического обеспечения.

На эффективность влияют:
– Общесистемное - 70%. Это глобальная оптимизация.
– Математическое и аппаратурное – 30%.

Структурная оптимизация систем

Структура разрабатывается на ранней стадии разработки системы.
Алгоритм структурной оптимизации:



1. Уровни оптимизации сложных систем.
2. Глобальная оптимизация: поиск новой идеи построения системы.
3. Структурная оптимизация: выбор рациональной структуры.
4. Параметрическая оптимизация: выбор оптимальной элементной базы, техническое наполнение структуры.
5. Описание проектируемой системы.
6. Функциональное описание: построение модели эффективности системы, определение структур.
7. Морфологическое описание: исследуются связи между частями системы.
8. Информационное описание, исследуется информационные потоки.
9. Аппарат векторной оптимизации.
10. Методы экспертных оценок.
11. Метод ФСА.
12. Метод Electa.
13. Методы компромиссов.

Методы компромиссов (схемы компромиссов)

X – вектор решений.

Каждое решение оценивается совокупностью частных показателей

$\{f_j\} = \{f_1, \ldots, f_j, \ldots, f_m\}$

$\{\lambda_j\} = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_j, \ldots, \lambda_m\}$ – веса частных показателей.

Рассматриваются решения из области Парето (невозможно сказать какое из группы решений лучше). Группы решений:

1. Принцип равномерности (3 метода).

Принцип равенства.

$F = F\{f_r = f_2 = \ldots = f_j = \ldots = f_m\}$

Предпочтительней тот X, у которого частные показатели равны между собой. Показатели должны быть одной размерности или приведены к безразмерному виду.

$$f_j' = \frac{f_j}{\max\limits_x f_j}, f_j \in \uparrow$$

$$f_j' = \frac{f_j}{\max\limits_x f_j}, f_j \in \downarrow$$

Принцип квазиравенства.

$F = F\{f_r + -\Delta, f_2 + -\Delta, \ldots f_m + -\Delta\}$

Та альтернатива лучше, у которого показатели с точностью А равны между собой. Показатели должны быть одной размерности или приведены к безразмерному виду.

Принцип Максимина.

$F = F(\max\limits_x \min\limits_j f_j)$ – лучше тот X, у которого минимальное значение показателя большее. Показатели должны быть одной размерности или приведены к безразмерному виду.

2. *Принцип справедливой уступки.*

Анализируется приращение показателей.

Принцип абсолютной уступки.

$$F = F\left(\sum_{j \in J^+} \Delta f_j \geq \sum_{j \in J^-} \Delta f_j\right)$$

J^+ – Подмножество мажорируемых показателей, т.е. тех, у которых значения возросли.

J^- – Подмножество минорируемых показателей, т. е. тех, у которых значения уменьшились.

Лучшее решение, у которого сумма уменьшаемых показателей не превосходит сумму увеличиваемых показателей. Работает с учетом парных сравнений альтернатив. Также этот принцип трактуется записью: $F = F\left(\max\limits_x \sum\limits_{j=1}^{m} f_j\right)$. Лучшая альтернатива та, у которой сумма показателей максимальна.

Принцип относительной уступки.

$$F = F\left(\sum_{j \in J^+} \xi_j \geq \sum_{j \in J^-} \xi_j\right)$$

$$\xi_j = \frac{\Delta f_j}{f_{j\max}}, j \in J \uparrow$$

$$\xi_j = \frac{f_{\min}}{\Delta f_j}, j \in J \downarrow$$

Или, лучше то решение, у которого произведение частных показателей максимально:

$$F = F\left(\max_x \prod_{j=1}^{m} f_j\right)$$

3. ***Принцип выделение одного оптимизируемого показателя.***

$$F = F\left(\max_x f_j^0, \underline{f_j} \le f_j \le \overline{f_j}, j \in J\right)$$

f_j^0 – главный показатель. Лучше тот вариант, у которого главный показатель максимальный при выполнении ограничений по остальным показателям.

4. ***Принцип последовательной уступки (метод Венцель).***

Коррекция интегрального показателя

$$F = \frac{\prod_{j \in J\uparrow} f_j}{\prod_{j \in J\downarrow} f_j} \to \max$$

Достоинства: единый экстремум (максимум).

Недостатки: неограниченные компенсационные возможности (например, показатель **0**). Также имеется запись:

$$F = \left(\sum_{j \in J\uparrow} f_j + \frac{1}{\sum_{j \in J\downarrow} f_j}\right) \to \max$$

Способы задания приоритета показателей

Вес показателей заменяется 3мя векторами:

1. Ряд приоритетов $\overline{R}$. $\overline{R} = (1, 2, \ldots, k)$. В этом ряду каждый левый индекс значимей правого. Т.е. самый правый индекс имеет минимум приоритета. Если показатели имеют одинаковый приоритет, то индексы берутся в скобки: $\overline{R} = (5, (7, 14) 8, \ldots, 100)$.
2. Вектор приоритетов $\overline{A}$. $\overline{A} = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k\}$. λ_j - величина, определяющая отношение превосходства j-го показателя над правым показателем.
3. Весовой вектор $\overline{a}$. $\overline{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_k)$.

$$0 \le a_j \le 1$$

$$\sum_{j=1}^{k} a_j = 1$$

$$a_j = \frac{\sum_{i=j}^{k} \lambda_i}{\sum_{j=1}^{k} \prod_{i=j}^{k} \lambda_i}$$

Например: $\overline{R} = (5,1,3,(7,10),21,6)$

$\overline{A} = (75,61,37,(5,5),4,1)$

Из этого следует:

$$f_5 > f_1 \to 75/61$$
$$f_5 > f_3 \to 75/37$$
$$f_5 > f_{7,10} \to 75/5$$
$$f_5 > f_6 \to 75/1$$

Пример: $\overline{R} = (f_1, f_2, f_3)$

$\overline{A} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3}$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_2\alpha_3}{\dots}; \alpha_3 = \frac{\alpha_3}{\dots}$$

Обобщенная оценка альтернатив по разбросу относительно идеальной оценки

Вводится идеальная альтернатива $S_0(k_1^0,\dots,k_i^0\dots,k_n^0)$

1. Сумма абсолютных отклонений:

$$E = \sum_{i \in x\uparrow}(k_i^0 - k_i) + \sum_{i \in x\downarrow}(k_i - k_i^0) \to \min$$

Все показатели необходимо привести к безразмерному виду.

2. Сумма относительных отклонений:

$$E = \sum_{i \in x\uparrow}\frac{k_i^0 - k_i}{k_i^0 - k_i^{\min}} + \sum_{i \in x\uparrow}\frac{k_i - k_i^0}{k_i^{\max} - k_i^0} \to \min$$

$k_i^{\min}$ - минимальная оценка среди альтернатив.

$k_i^{\max}$ - максимальная.

Нет необходимости приводить к безразмерному виду.

3. Минимум наибольшего абсолютного отклонения:

$$E = \max_i\left|k_i^0 - k_i\right| \to \min$$

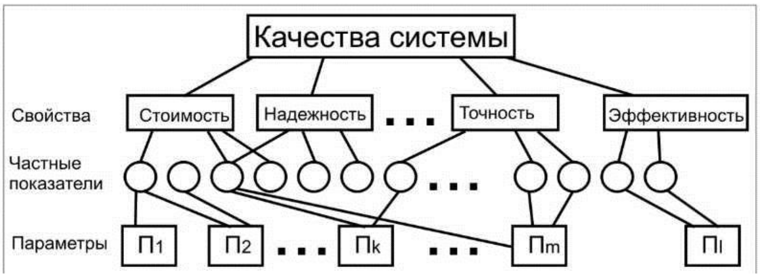
4. Минимум наибольшего относительного отклонения:

$$E = \max\left(\frac{k_i^0 - k_i}{k_i^0 - k_i^{\min}}; \frac{k_i - k_i^0}{k_i^{\max} - k_i^0}\right) \to \min$$

Варианты 3 и 4 могут дать ошибочный результат. Лучший вариант 2.

Оценка эффективности проектных вариантов систем

Эффективность проектируемых систем



Качество системы – совокупность свойств, определяющих индивидуальность системы и возможность ее использования по назначению. Любой объект характеризуется свойствами, которые вкупе определяют полезность системы и ее качество.

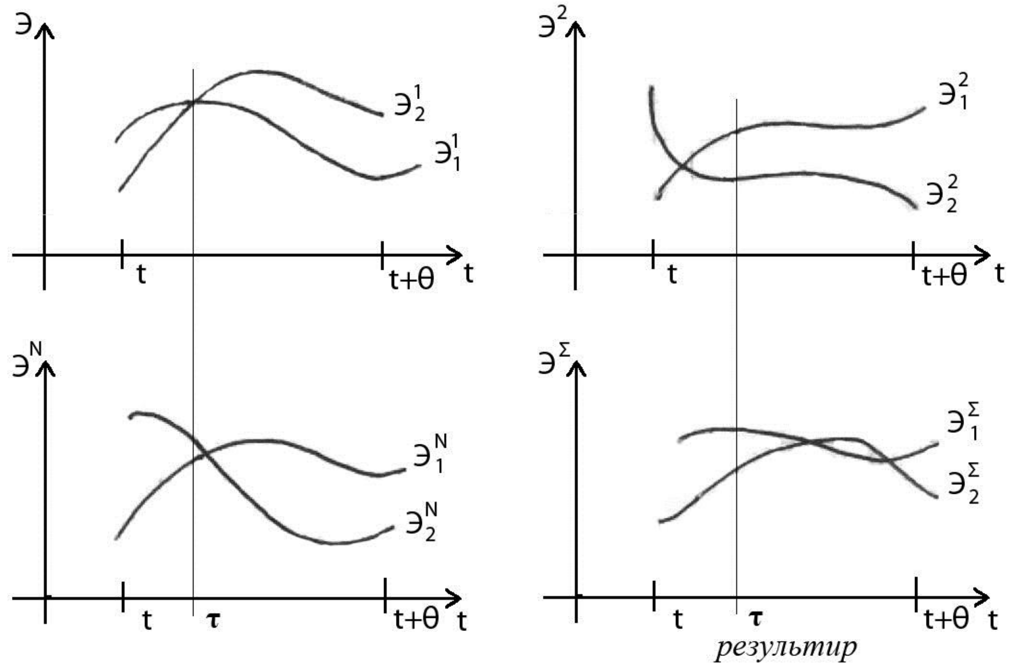
Эффективность – это свойство целенаправленной деятельности. Эффективность – положительная характеристика действия системы на интервале **[0,T].** Эффект – результат, следствие действия системы. Для оценки эффективности вводят показатель эффективности. Выбор показателя эффективности – вопрос проблематичный, осуществляется на ранних стадиях. От выбора показателя зависит результат.

Пример:

Вариант системы	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)
A	0,1	0,2	0,3	0,4
B	0,05	0,15	0,6	0,2

P – вероятность обслуживания указанного числа объектов.

Показатели	A	B	Лучший
1. Вероятность обслуживания хотя бы 1 объекта	0,6	0,8	B
2. Вероятность обслуживания всех объектов.	0,1	0,05	A
3. Математическое ожидание числа обслуживаемых объектов	1	1,05	B



$$P_з = \sum i \cdot P(i)$$

С точки зрения оценки эффективности все объекты делятся на 2 класса:

– Системы длительного действия. Для получения эффекта требуется время, т.е. система функционирует на интервале $(t, t+\Theta)$.

– Системы мгновенного действия. Эффект практически мгновенный. Их практически не существует.

Траектория эффективности: это оценка Э на интервале Э$(t, t+\Theta)$ условия D.

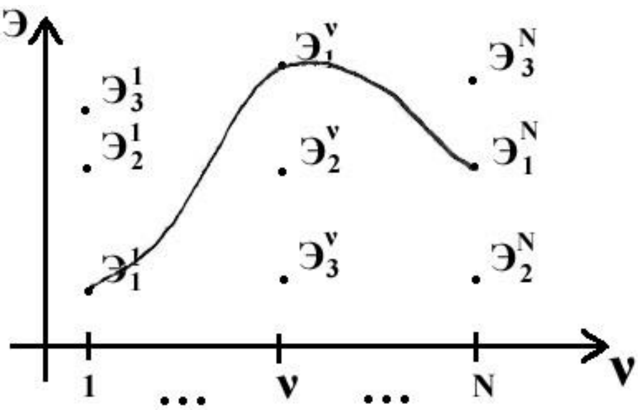
Построение результирующей для систем длительного действия:

1. Условия риска. Известен перечень условий и вероятности наличия этих условий, тогда:

$$Э_i^{\Sigma}(\boldsymbol{\tau}) = \sum_{\nu=1}^{N} Э_i^{\nu}(\boldsymbol{\tau}) \cdot P_{\nu}, \boldsymbol{\tau} \in [t, t+\boldsymbol{\Theta}]$$

2. В условиях неопределенности:

$$Э_i^{\Sigma}(\boldsymbol{\tau}) = k(Э_i^{1}(\boldsymbol{\tau}), Э_i^{N}(\boldsymbol{\tau}))$$



Построение результирующей для систем мгновенного действия:

1. Условия риска. Известен перечень условий и вероятности наличия этих условий, тогда:

$$Э_i^{\Sigma} = \sum_{v=1}^{N} Э_i^{v} \cdot P_v$$

2. В условиях неопределенности:

$$Э_i^{\Sigma} = K\left(Э_i^1,\ldots,Э_i^N\right)$$

Классификация показателей эффективности

Делят на 3 класса:

1. В качестве Э выступает обобщенная техническая характеристика, как функция параметров.

$$Э = f(k_1,\ldots,k_n)$$, где

$k_1,\ldots,k_n$ – параметры системы. Обычно подходит для технических систем. Пример (радиолокационные станции).

$$Э = Д_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_{рлс} \cdot \tau_и \cdot G_{пер} \cdot S_{пр} \cdot \bar{\delta}}{16 \cdot \pi^2 \cdot K_ш \cdot K \cdot T_0 \cdot K_р}}$$

$P_{рлс}$ - мощность передатчика.

$\tau_и$ - длительность импульса.

$G_{пер}$ - коэффициент усиления антенны передатчика.

$S_{пр}$ - эффективная площадь антенны приемника.

$\bar{\delta}$ - эффективная отражающая поверхность цели.

$K_ш$ - коэффициент шума приемника.

K - постоянная Больцмана.

T_0 - абсолютная температура приемника.

$K_р$ - коэффициент различимости приемника.

Пример (радиосвязь): $Э_1 = \dfrac{R}{C}$

$$Э_2 = \frac{R}{F}$$

R – скорость передачи информации;

C – пропускная способность канала;

F – ширина спектра сигнала.

Достоинства: естественность формул.

Недостатки: проблематичность для организационных (основные элементы – люди) и организационно–технических (люди и техника) систем.

2. Показатель эффективности определяется величиной полезного эффекта, обеспечиваемого системой:

$$Э = P / Z$$

P - вероятность достижения цели;

Z - затраты на достижения цели.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} Э_i \cdot H_i$$

i – индекс состояния системы;

n – число состояний системы;

$Э_i$ – эффективность системы в i –ом состоянии;

H_i – вероятность нахождения системы в i -ом состоянии.

Достоинства: математическая строгость.

Недостатки: проблематичность расчета P, $Э_i$ при большом n – проклятие размерности.

3. Средневзвешенным показателем с учетом важности параметров.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} k_i \cdot q_i ,$$

где

i - индекс параметров;

k - величина i -го параметра;

q - вес i -го параметра.

$Э = \prod_{i=1}^{n} k_i^{q_i}$ - мультипликативный аналог.

$Э = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\alpha}_i (\boldsymbol{\beta}_i - 1)$ - мера проявления потенциальных возможностей элементов,

n - количество элементов;

α_i - важность элемента;

β_i - производительность.

$$\boldsymbol{\beta}_i = \frac{P_i}{T_i}$$

P_i - потенциальная возможность i -го элемента;

T_i - время жизни i -го элемента.

$$Э = \prod_{i=1}^{n} K_i$$

$K_i = f\left(\alpha_{0i}, \alpha_i\right)$ - мера выполнения задачи.

$$K_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_{0i}}$$

α_i - заданный допуск i -го параметра (α_i изменяется с некоторым интервалом);

α_{0i} - реализуемая величина i -го параметра.

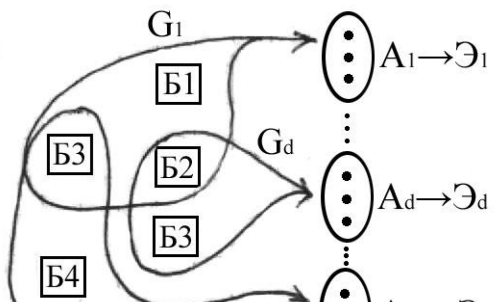
Для ОТС и ОС (организационных систем) наиболее универсальная вторая группа.

Достоинство: понятие «состояние» можно связать с целевой направленностью системы.

Оценка показателей эффективности второй группы

$$A = A_1 \bigcup A_2 \ldots \bigcup A_d \ldots \bigcup A_D$$
$$d = \overline{1, d}$$

$$Э = \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} Э_{dv} \cdot H_{dv}$$



$$Э_1 + \ldots + Э_d + \ldots Э_D = Э$$

$$G_d \ll G$$

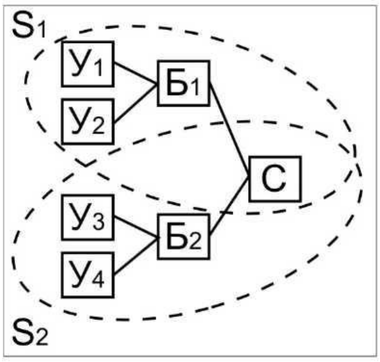
Пример:

Рассматривается система:

У – устройство приемное.

Б – блок обработки.

С – суммирующее устройство.



Требуется определить математическое ожидание объема информации принятого, обработанного на интервале [0,t], и вероятность безотказной работы каждого элемента на этом интервале 0,9.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} Э_i H_i$$

Свяжем состояние системы с вероятностью ее функционирования.

$У_1$ –$У_2$ – 40% получаемой информации.

$У_3$-$У_4$ – 60% получаемой информации.

Каждый блок или работает или не работает. Общее число состояний $2^7 = 128$

Можем уменьшить число состояний. За 40% ответственны блоки $У_1$,$У_2$,$Б_1$,С – это 1ая группа. За 60% ответственны блоки $У_3$,$У_4$,$Б_2$,С – это 2ая группа.

X = работает; !X – не работает.

$S_{11}(У_1,!У_2,Б_1,C)$ - 1ый работает, далее комбинации.

$S_{11}(У_1,!У_2,!Б_1,C)$

$S_{11}(У_1,!У_2,!Б_1,!C)$

$S_{11}(У_1,!У_2,Б_1,!C)$

$S_{112}(У_1,У_2,!Б_1,C)$ - 1ый работает, далее комбинации.

$S_{112}(У_1,У_2,!Б_1,!C)$

$S_{112}(У_1,У_2,Б_1,!C)$

$S_{112}(У_1,У_2,Б_1,C)$

$S_{12}(!У_1,У_2,Б_1,C)$

$S_{12}(!У_1,У_2,!Б_1,C)$

$S_{12}(!У_1,У_2,!Б_1,!C)$

$S_{12}(!У_1,У_2,Б_1,!C)$

$S_{10}(!У_1,!У_2,Б_1,C)$ - 1ый и 2ой не работают.

$S_{10}(!У_1,!У_2,!Б_1,C)$

$S_{10}(!У_1,!У_2,!Б_1,!C)$

$S_{10}(!У_1,!У_2,Б_1,!C)$

Красным помечены состояния, у которых эффективность 0. Их мы убираем.

$$H_{11} = P_1(1-P_2)P_{Б1}P_c = \mathbf{0{,}073}$$

$$H_{12} = P_2(1-P_1)P_{Б1}P_c = \mathbf{0{,}073}$$

$$H_{112} = P_1P_2P_{Б1}P_c = \mathbf{0{,}657}$$

Блоки $У_1$ $У_2$ одинаковой мощности, обеспечивают равные доли эффекта.

$$Э_{11} = \mathbf{0{,}2} \cdot I$$

$$Э_{12} = \mathbf{0{,}2} \cdot I \cdot Э_{112} = \mathbf{0{,}4} \cdot I$$

I – information

$$S_{23}(У_3,!У_4,Б_2,C)$$

$$S_{24}(!У_3,У_4,Б_2,C)$$

$$S_{224}(У_3,У_4,Б_2,C)$$

$$H_{23} = 0{,}073$$

$$H_{24} = 0{,}073$$

$$H_{224} = 0{,}657$$

$$Э_{23} = 0{,}3I$$

$$Э_{24} = 0{,}3I$$

$$Э_{224} = 0{,}6I$$

$$Э = \sum_{d}^{2} \sum_{\substack{\nu=1,12,2 (при\ d=1) \\ \nu=3,34,4 (при\ d=2)}} Э_{d\nu} H_{d\nu}$$

$$Э = 0{,}2I \cdot 0{,}073 + 0{,}4I \cdot 0{,}657 + 0{,}2I \cdot 0{,}073 + 0{,}3I \cdot 0{,}073 + 0{,}6I \cdot 0{,}657 + 0{,}3I \cdot 0{,}073 = 0{,}365I$$

При разбиении G на d групп при двоичных состояниях (работает/не работает) число состояний уменьшается в d^2 раз.

Пример оценки показателя эффективности второй группы для систем длительного действия

Рассматриваются варианты информационной подсистемы АСУБД (автоматические системы управления безопасности движения). Варианты систем отличаются месторасположением и числом радиолокационных станций. Рассмотрим 2 варианта:

Зона ответственности (прямоугольник), зона обнаружения и наблюдения за воздушным объектом с заданным качеством (окружность):

Внутри круга обнаружение $P_0 \geq P_0^{порог}$, среднеквадратичное отклонение: $\sigma_{x,y,h} \leq \sigma^{порог}$.

Красная пунктирная линия – траектория полета. Точки – точки, в которых определяется положение системы. Эти точки спроецированы на прямую времени. Качество информации, которую мы получаем оценивается в каждой точке $(k_1..k_7)$. Свяжем состояния системы с обнаружением воздушного объекта.

Система 1:

H_0 – ни один не видит объект.

H_1 – первый видит, второй не видит.

H_2 – второй видит, первый не видит.

H_{12} – оба видят.

Система 2:

H_0 – ни один не видит объект.

H_1 – первый видит, остальные не видят.

H_2 – второй видит, остальные не видят.

H_3 – третий видит, остальные не видят.

H_{12} – 1,2 видят, остальные не видят.

H_{13} – 1,3 видят, остальные не видят.

H_{23} – 2,3 видят, остальные не видят.

$$H_1^0 = (1 - P_1(1))$$
$$H_1^1 = P_1(1)$$
$$H_3^0 = (1 - P_1(3))(1 - P_2(3))$$
$$H_3^3 = P_3(3)(1 - P_1(3))(1 - P_2(3))$$
$$H_3^1 = P_1(3)(1 - P_2(3))$$
$$H_3^2 = P_2(3)(1 - P_1(3))$$
$$H_3^{12} = P_2(3)P_1(3)$$

Классификация практических показателей эффективности сложных систем

N показателя	Оценка эффективности
1	Путем сравнения данной системы с оптимальной и оптимально функционирующей. Суть – вводится понятие «идеальной системы» и с ней сравниваются другие.
2	Экстремум функционала, называемого показателем цели управления. Цель управления, например,
	обеспечить на данный момент на такой-то момент времени.
3	Выполнение системой функциональных обязанностей: ✓ Надежность. ✓ Степень простоты обслуживания. ✓ Величина ущерба при отказе. ✓ Наличие резервов.
4	Вероятность выполнения системой своих задач.
5	Функция ошибок. Он развернут во времени, т.е. отслеживается динамика изменения ошибок.
6	Вероятность выполнения задачи на требуемом уровне за определенное время.
7	Вероятность того, что система будет удовлетворять заданным техническим условиям, в заданных условиях эксплуатации в течение требуемого периода времени.
8	Степень приближения конструкции к эталонной конструкции, апробированной на практике.
9	Максимум вероятности того, что система удовлетворяет всем заданным техническим требованиям.
10	Эффективность системы определяется показателем практической оптимальности.
11	Эффективность определяется по одному из частных показателей: быстродействие, СКО ошибки, надежность.
12	Эффективность оценивается векторным показателем. В качестве такого показателя рассматривается совокупность показателей качества.

Эти показатели можно свести в следующие группы:

Номера показателей	Оценка эффективности
1.8	По эффективности системы эталона
2.5	По экстремуму целевой функции
4.6	По вероятности выполнения задачи без учета экономических факторов
3	По вероятности выполнения задачи с учетом экономических факторов
7.9	По максимуму вероятности того, что система удовлетворяет всем заданным техническим требованиям
11	По частным показателям
10.12	По совокупности конструктивных, эксплуатационных и экономических факторов

Показатели 2, 3, 10 – не имеют физического смысла, но позволяют сравнивать системы по эффективности.

Показатели 3,4,6,7,9,10 – рассчитываются по статистическим данным.

Показатели 3,5-7,10,12 – оперируют вероятностью выполнения задачи. Наиболее правильный подход.

Показатель практической оптимальности системы (10)

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_i y_i}{c}$$

b_i – весовые коэффициенты;

y_i – частные показатели;

с – стоимость.