

## МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ НЕСТРУКТУРИЗОВАННЫХ ЗАДАЧ

### 2.1. Классификация и общая характеристика методов экспертных оценок

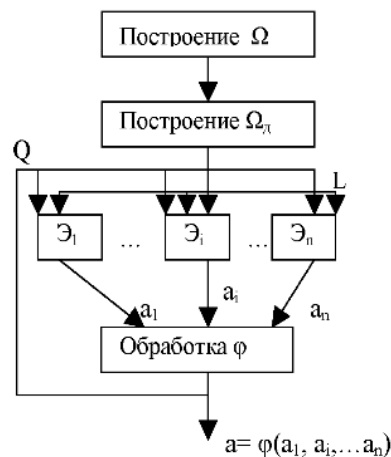
*Индивидуальные МЭО. Один эксперт. Он используется для:*

1. Интервью.
2. Сбор исходных данных.
3. Для консультации ЛПР и системных аналитиков.

*Коллективные МЭО используются:*

1. Сбора исходных данных.
2. Проведения деловых игр.
3. Формирования дерева целей.
4. Разработки сценария достижения цели.

Схема экспертизы:



$L$  – связь между экспертами. Алгоритм взаимодействия экспертов во время экспертизы.

$Q$  – обратная связь.

$\Omega$  – исходное множество оценок или альтернатив.

$\Omega_d$  – подмножество допустимых оценок или альтернатив.

$a_i = c_i(\Omega_d)$  – оценка  $i$ -го эксперта.

$a$  – результирующая оценка экспертизы.

$\varphi$  – алгоритм обработки экспертных оценок.

$\Omega, \Omega_d, L, Q, \varphi$  – схема экспертизы. Каждый метод имеет свои  $L, Q, \varphi$  (различные методы различаются по этим параметрам).

*Работа схемы:*

1. Заказчик определяет  $\Omega$  (оценить проекты по 100 бальной системе).
2. Системный аналитик выбирает  $\Omega_d$  (уточненная оценка проектов).
3. Формируется  $\mathcal{E}_1.. \mathcal{E}_n$  и выдается  $\Omega_d$ .
4. В процессе экспертизы эксперты выдают векторы оценок  $a_1...a_i...a_n$ .

При этом они взаимодействуют в соответствии с алгоритмом  $L$ .

5. Системные аналитики в соответствии с  $\varphi$  формируют  $a$ . При этом, в случае необходимости, корректируют экспертизу с помощью  $a$ .

*Подмножество  $\Omega$ :*

1. Задается или 0 или 1 (0,1).
2.  $\{a_1 \dots a_n\}$  – совокупность оценок.
3. Упорядоченная последовательность  $(b_1 \dots b_n)$ .

*Проведение экспертизы (получение  $a_i$ ):*

1. Опрос типа интервью.
2. Анкета.
3. Деловая записка (эксперт в вольном стиле описывает проблему и способы ее решения).

*Алгоритм L:*

1. Взаимодействие нерегламентировано.
2. Взаимодействие регламентировано. Пример: «мозговой штурм», он же «метод круглого стола». Суть: Каждый отвечает по своему. Следующий отвечает как угодно, но только не так, как ответил предыдущий.
3. Эксперты изолированы (здесь можно применять статистику для обработки результата).

*Обратная связь Q:*

**Метод Дельфи** – берется диапазон ответов. Люди отвечают. Затем выбирается наиболее плотно заполненный диапазон, люди отвечают в его пределах и т.д.

*Подбор экспертов*

Два этапа:

1. Определение количественного состава. От 10 до 20.
2. Определение персонального состава (метод дерева).

*Требования к экспертам:*

- Креативность. Способность решать задачи, метод решения которых полностью или частично неизвестен.
- Эвристичность. Способность выявлять неочевидные решения.
- Интуиция. Способность угадывать решение без объяснения.
- Предикатность. Способность предчувствовать будущее решение.
- Независимость (от заказчика, системного аналитика...).
- Всесторонность (он должен быть всесторонне развит).

**Принципы формализации эвристической информации**

*Для формализации используются следующие шкалы:*

1. *Шкала наименований*: объекту приписываются числа или символы с целью отличия одного от другого.

2. *Шкала порядка*: позволяет расположить объекты в каком либо порядке. Например шкала Бофорта: 0 – штиль. 4 – умеренный ветер. 10 – шторм. 12 – ураган.

Тут не означает, что умеренный ветер в 3 раза слабее урагана.

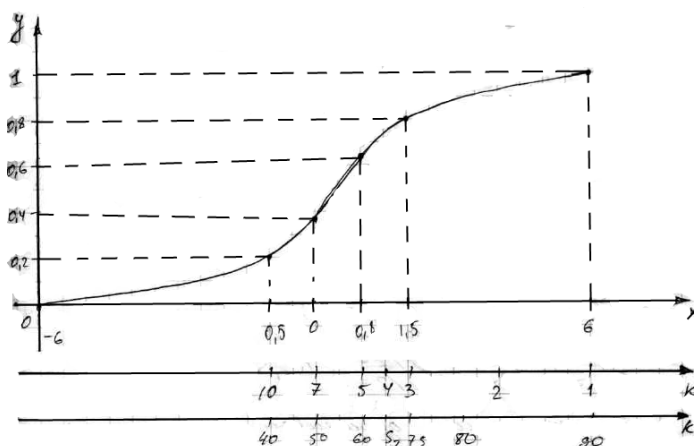
3. *Шкала отношений*. Когда объект сравнивают с эталоном (метрическая система).

4. *Шкала Харрингтона*. Вводится функция полезности:  $y = \exp(-\exp(-X))$ ,  $y(0,1)$ ,  $x[-6,6]$ .

Шкала описывается следующей таблицей:

Лингвистическая оценка	Бальная оценка	Шкала Харрингтона
Отлично	5	0,8-1
Хорошо	4	0,63-0,8
Удовлетворительно	3	0,37-0,63
Плохо	2	0,2-0,37
Очень плохо	1	0-0,2

*Пример:* рассматриваем две вычислительные системы  $S_1$  и  $S_2$ .  $k_1$  – время реакции в секундах.  $k_2$  – коэффициент загрузки процессора в процентах.



	S1	S2
$k_1$	4	2
$k_2$	80	65

$$Q = \sum_{i=1}^n \alpha_i k_i$$

Пусть:

$k$  – показатель.

$\alpha$  – коэффициент важности.

- Избавиться от размерности.
- Просуммировать оценку.

Просим экспертов, исходя из их опыта, оценить систему по времени реакции:

Без загрузки процессора		С загрузкой процессора	
Оценка	Время, с	Оценка	Время, с
Отлично	1..3	Отлично	75..90
Хорошо	3..5	Хорошо	60..75
Удовлетворительно	5..7	Удовлетворительно	50..60
Плохо	7..10	Плохо	40..50
$k_1^2=0,9$	$k_2^1=0,9$	$k_2^2=0,68$	

Пусть,  $k_1^1=0,71$

Тогда:

$$Q_1 = (0,71+0,9) \cdot 0,5 = 0,355$$

$$Q_2 = (0,9+0,68) \cdot 0,5 = 0,34$$

$Q_1 > Q_2 \Rightarrow$  первая лучше, чем вторая.

## 2.2 Методология решения нетруктурированных задач

1. *Метод парных сравнений.* Есть совокупность объектов  $\{z_i\}$ . Есть совокупность экспертов  $\{\Theta_j\}$ . Затем матрица  $(a_{ik}^j) \rightarrow \{V_i^j\} \rightarrow \{w_i\}$

Матрица  $a_{ik}$  – это матрица парных сравнений объектов между собой.

$V_i^j$  – совокупность цен – цена  $i$ -го объекта  $j$ -ым экспертом.

$W_i$  – вес  $i$ -го объекта. Объект с большим весом предпочтительнее.

Используем одного эксперта:

$$a_{ik} = \begin{cases} 1, \text{если } Z_i > Z_k \text{ (предпочтение)} \\ 0,5, \text{если } Z_i \propto Z_k \text{ (соизмерим)} \\ 0, \text{если } Z_i < Z_k \end{cases}$$

$V_i$  – сумма элементов  $a_{ik}$  (строки)

$$\sum \omega_j = 1$$

$\omega_j = \frac{\sum Z_i}{\sum V_i}$ , числитель – сумма строки, а знаменатель – сумма всей матрицы

*Пример:* рассмотрим четыре варианта решения транспортной проблемы:

$Z_1$  – метро;  $Z_2$  – двухэтажный автобус.

$k \backslash i$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$V_i$
$Z_1$		1	1	1	3
$Z_2$	0		0	0	0
$Z_3$	0	1		1	2
$Z_4$	0	1	0		1

Эксперт формирует матрицу:

$$w_1 = 3/6 = 0.5, w_2 = 2/6 = 0.33, w_3 = 0, w_4 = 1/6 = 0.17$$

Достоинство: простота. Минус: нулевые веса.

2. *Метод последовательных сравнений.* Используется один эксперт. Является развитием метода парных сравнений.

**Алгоритм:**

1. Объекты располагаются в порядке, полученным методом парных сравнений.

2. Первому объекту приписывается скорректированный вес, равный 100. Второму объекту и последующим, в долях от 100 в пропорциях весов.

3. Каждый левый объект сравнивается с сочетанием пар объектов, находящихся правее. В случае необходимости  $\rho$  корректируется.

4. Формируются итоговые скорректированные веса объектов.

1.  $Z_1, Z_3, Z_4, Z_2$

2.  $\rho_1=100; \rho_3=60; \rho_4=40; \rho_2=0$

3.  $\Leftrightarrow$  – сравниваем

$Z_1 \Leftrightarrow (Z_3 \& Z_4) \rho_1=125$

$Z_1 \Leftrightarrow (Z_3 \& Z_2) \rho_1=125$

$Z_1 \Leftrightarrow (Z_4 \& Z_2) \rho_1=125$

$Z_3 \Leftrightarrow (Z_4 \& Z_2) \rho_3=75$

*Пример:*

$$w_1 = \frac{\rho_1}{\sum \rho_i} = \frac{125}{125 + 75 + 40 + 0} = 0.52$$

$$w_3 = \frac{\rho_3}{\sum \rho_i} = 0.28; w_4 = 0.2; w_2 = 0$$

Достоинства: позволяет сгладить отличия между отличиями.  
Недостаток: может получиться нулевой вес.

3. *Метод взвешивания экспертных оценок.*

1. Привлекаются  $m$  экспертов  $\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_j, \dots, \mathcal{E}_m$  с оценками компетентности  $R_1, \dots, R_j, \dots, R_m$ .

2. Каждый эксперт независимо от других проводит оценку объектов по назначенной шкале (например от 0 до 100.). В результате формируется матрица:

$\mathcal{E}_i \backslash Z_i$	$Z_1$	...	$Z_m$
$\mathcal{E}_1$			
...			
$\mathcal{E}_m$			

3. Веса объектов определяются по формуле:

$$w_i = \sum_{j=1}^m V_{ji} r_j, i = \overline{1, n}$$

$$r_j = \frac{R_j}{\sum_{j=1}^m R_j}, j = \overline{1, m}$$

- относительная оценка компетентности j-го эксперта

Компетентность включает в себя факторы:

- Должность.
- Ученая степень.
- Ученое звание.
- Опыт работы.
- Число публикаций.

Должность	Rj			
	Без степени	Кандидат	Доктор	Академик
Ведущий инженер	1	–	–	–
Младший научный сотрудник	1	1.5	–	–
Научный сотрудник				
Старший научный сотрудник				
Ведущий Н.С.	–	2,25	3	–
Главный Н.С.				
Заведующий лабораторией	2	3	4	6
Заведующий отделом	2,5	3,75	5	7,5
Руководитель отделения	3	4,5	6	9
Директор (заместитель) предприятия	4	6	8	12

- Знания отечественных и зарубежных достижений.

**Первая методика.** Возьмем должность и степень:

**Вторая методика.**

$$R_j = \frac{0.1 \cdot K_u \cdot K_a}{2}$$

$K_u$  – коэффициент информированности. По 10 бальной шкале от 0 до 10. Путем самооценки эксперта.

0 – эксперт совсем не знает проблемы.

1–3 – поверхностно знаком, но она входит в круг его интересов.

4–6 – знаком с проблемой, но не принимает непосредственного участия в ее решении.

7–8 – знаком и непосредственно принимает участие в ее решении.

9–10 – эксперт отлично знает проблему.

$K_a$  – коэффициент аргументированности эксперта по проблеме (смотри таблицу).

Источник аргументации	Степень владения источником		
	Высокая	Средняя	Низкая
Авторский теоретический анализ	0,3	0,2	0,1
Производственный опыт	0,5	0,4	0,2
Обобщение отечественных работ	0,05	0,05	0,05
Обобщение зарубежных работ	0,05	0,05	0,05
Личное знакомство с состоянием дел за рубежом	0,05	0,05	0,05
Интуиция	0,05	0,05	0,05

*Пример:* 2 эксперта описывают 4 объекта.  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ .

Эксперт 1 – руководитель отделения, кандидат.

Эксперт 2 – директор, кандидат.

Проводится экспертиза. Объект оценивается в долях единицы. Получена матрица.

$\mathcal{E}_i \backslash Z_j$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$
$\mathcal{E}_1$	0,4	0,2	0,2	0,2
$\mathcal{E}_2$	0,3	0,3	0,1	0,3

а)  $K_j, \mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, R_1=4,5, R_2=6$ .

$$r_1 = \frac{4,5}{10,5} = 0,43; r_2 = \frac{4}{10,5} = 0,57$$

$$w_1=0,4 \cdot 0,43 + 0,3 \cdot 0,57 = 0,343; w_2 = 0,237; w_3 = 0,143; w_4 = 0,257$$

б)  $\mathcal{E}_1$  – знаком, непосредственно участвует  $K_{\text{и}}=8$   $\mathcal{E}_2$  – знаком, не участвует  $K_{\text{и}}=6$

в)  $\mathcal{E}_1 - K_a=0,5$   $\mathcal{E}_2 - K_a=0,05$

$$R_1 = \frac{0,1 \cdot 8 + 0,5}{2} = 0,65; R_2 = \frac{0,1 \cdot 6 + 0,05}{2} = 0,325$$

$$r_1 = \frac{0,65}{0,975} = 0,67; r_2 = 0,33$$

$$w_1 = 0,367; w_2 = 0,233; w_3 = 0,167; w_4 = 0,233$$

$$Z_1, (Z_2, Z_4), Z_3$$

#### 4. Метод предпочтения.

Привлекаются  $m$  экспертов для оценки  $n$  объектов. Важность объектов определяется числами натурального ряда. Менее важный объект – больший порядок числа (1– самый важный).

1) Составляется матрица предпочтения объектов:

$\mathcal{E}_i \backslash Z_j$	$Z_1$	...	$Z_n$
$\mathcal{E}_1$	$1 \leq V_{ji} \leq n$		
$\mathcal{E}_m$			

2) Составляется модифицированная матрица с оценками (матрица нормируется относительно n).

$$V_{ji}' = n - V_{ji}, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$$

Находятся суммарные оценки предпочтения по каждому объекту.

$$V_i = \sum_{j=1}^m V_{ji}; \quad i = \overline{1, n}$$

Определяются веса объектов.

$$w_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

– сумма строки делится на сумму всей матрицы.  
Модифицируем:

$\Theta_i \backslash Z_i$	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6
$\Theta_1$	1	3	2	6	5	4
$\Theta_2$	2	1	4	5	6	3

*Пример:* 2 эксперта оценивают 6 объектов.

Модифицируем:

$\Theta_i \backslash Z_i$	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6
$\Theta_1$	5	3	4	0	1	2
$\Theta_2$	4	5	2	1	0	3

$$V_1=9; V_2=8; V_3=6; V_4=1; V_5=1; V_6=5$$

$$w_1=9/30=0,3; w_2=0,27; w_3=0,2; w_4=0,033; w_5=0,033; w_6=0,17$$

$$Z_1, Z_2, Z_3, Z_6, (Z_4, Z_5)$$

**5. Метод Ранга.**

Привлекаются m экспертов для оценки n объектов. Каждый эксперт оценивает объекты по 10 бальной шкале (лучшему объекту – больше баллов).

**Алгоритм:**

1) Составляется матрица оценок объектов.

$\Theta_i \backslash Z_i$	Z1	...	Zn
$\Theta_1$	$1 \leq V_{ji} \leq n$		
$\Theta_m$			

2) Составляется матрица нормированных оценок.



$$V_{ji}^i = \frac{V_{ji}}{\sum_{i=1}^n V_{ji}}; j = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}$$

3) Вычисляются веса объектов.

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^m V_{ji}^i}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n V_{ji}^i}$$

4)

Пример:

$$w_1 = \frac{10/38 + 18/37}{2} = 0,239; w_2 = 0,173; w_3 = 0,254; w_4 = 0,093; w_5 = 0,079; w_6 = 0,16$$

$\Theta_i \backslash Z_i$	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6
$\Theta_1$	10	7	9	3	4	5
$\Theta_2$	8	6	10	4	2	7

Решение:  $Z_1 Z_3 Z_2 Z_6 Z_4 Z_5$

6. Метод полного по парного сопоставления. m экспертов и n объектов.

**Алгоритм:**

1) Каждый эксперт проводит по парное сравнение объектов, формирует матрицу частот превосходства. Общее число сопоставлений по формуле  $N=n(n-1)$  Сколько экспертов, столько матриц.

$$f^1(z_1) = 145/30; f^1(z_2) = 88/30; \dots \text{по строкам} \dots f^1(z_6) = 64/30$$

$$f^2(z_1) = 114/30; f^2(z_2) = 61/30; \dots f^2(z_6) = 94/30$$

$$V_{11} = 145/900 \dots V_{16} = 64/900$$

$$V_{21} = 114/900 \dots V_{26} = 94/900$$

$\Theta_i$	$Z_1$	$Z_2$	...	$Z_n$
$Z_1$		$f(z_1/z_2)$		$f(z_1/z_n)$
$Z_2$				
...				
$Z_n$	$f(z_n/z_1)$	$f(z_n/z_2)$		

Определяем нормализованные оценки (снижается влияние ошибки):

После заполнения наддиагональной части она закрывает для заполнения поддиагональной.

2) Определяются оценки предпочтений.

$$f^j(z_i) = \sum_{k=1, k \neq i}^n f^j(z_i / z_k), i = \overline{1, n}$$

3) Определяются нормированные оценки.

$$V_{ji} = f^j(z_i) / N_T, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}$$

4) Выделяются веса.

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^m V_{ji}}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n V_{ji}}$$

Пример:

$$N = 6(6-1) = 30, \Theta = 2, z = 6$$

Две матрицы 6х6

$\Theta_1$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$Z_6$
$Z_1$		29/30	27/30	1	1	29/30
$Z_2$	1/30		1/30	1	29/30	27/30
$Z_3$	3/30	28/30		1	29/30	29/30
$Z_4$	0	1/30	1/30		1/30	0
$Z_5$	1/30	0	1/30	29/30		1/30
$Z_6$	1/30	4/30	1/30	1	28/30	

$\Theta_2$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$Z_6$
$Z_1$		28/30	1/30	29/30	1	26/30
$Z_2$	1/30		0	29/30	29/30	2/30
$Z_3$	1	1		1	1	29/30
$Z_4$	1/30	0	0		27/30	1/30
$Z_5$	0	1/30	1/30	2/30		0
$Z_6$	5/30	29/30	1/30	2/30	1	

$$w_1 = \frac{6,2}{6,2 + 7,4 + 5,8 + 4,6} = 0,26$$

Решение:  $Z_3, Z_1, Z_6, Z_2, Z_5, Z_4$

7. Ранжирование проектов по их важности методом экспертных оценок.

Пример: 4 эксперта 4 проекта

$$w_1 = \frac{(145/900 + 114/900)}{(145/900 + 114/900 + \dots + 64/900 + 94/900)} = 0.287$$

$$w_2 = 0.165, w_3 = 0.293, w_4 = 0.036, w_5 = 0.04, w_6 = 0.175$$

1) Эксперты попарно сравнивают проекты, оценивая их важность в долях единицы.

Э	Проекты											
	П <sub>1</sub> ↔П <sub>2</sub>		П <sub>1</sub> ↔П <sub>3</sub>		П <sub>1</sub> ↔П <sub>4</sub>		П <sub>2</sub> ↔П <sub>3</sub>		П <sub>2</sub> ↔П <sub>4</sub>		П <sub>3</sub> ↔П <sub>4</sub>	
Э <sub>1</sub>	0,4	0,6	0,65	0,35	0,5	0,5	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4
Э <sub>2</sub>	0,3	0,7	0,55	0,45	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4
Э <sub>3</sub>	0,4	0,6	0,5	0,5	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4	0,5	0,5
Э <sub>4</sub>	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,5	0,7	0,3	0,7	0,3
Σ	1,6	2,4	2,2	1,8	2,4	1,6	2,4	1,6	2,6	1,4	2,4	1,6

2) Находятся оценки предпочтений каждого проекта над остальными.

$$F(n_1) = 1.6 + 2.2 + 2.4 = 6.2$$

$$F(n_2) = 2.4 + 2.4 + 2.6 = 7.4$$

$$F(n_3) = 1.8 + 1.6 + 2.4 = 5.8$$

$$F(n_4) = 1.6 + 1.4 + 1.6 = 4.6$$

3) Ищем веса

$$w_2 = 0,31; w_3 = 0,24; w_4 = 0,19$$

Решение: П<sub>2</sub>, П<sub>1</sub>, П<sub>3</sub>, П<sub>4</sub>

8. Ранжирование критериев по их важности методом экспертных оценок

Пример: 10 экспертов 4 критерия

1) Эксперты оценивают критерии числами натурального ряда (1 – самый важный).

2) Находятся частоты  $f_{ik}$ , характеризующие предпочтения критериев при парном сравнении.

$$f_{ik} = \frac{V(ik)}{m}; i, k \in [1, 4]$$

$f_{12}=4/10$  – т.е. первый превосходит второй четыре раза. Это определяется по предыдущей таблице.

Э	{k}			
	k1	k2	k3	k4
Э <sub>1</sub>	3	2	1	4
Э <sub>2</sub>	1	2	3	4
Э <sub>3</sub>	3	1	2	4
Э <sub>4</sub>	1	2	3	4
Э <sub>5</sub>	3	1	2	4
Э <sub>6</sub>	3	1	2	4
Э <sub>7</sub>	3	2	4	1
Э <sub>8</sub>	3	4	1	2
Э <sub>9</sub>	2	4	1	3
Э <sub>10</sub>	2	1	3	4

f <sub>ik</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
k <sub>1</sub>		0,4	0,4	0,8
k <sub>2</sub>	0,6		0,7	0,7
k <sub>3</sub>	0,6	0,3		0,9
k <sub>4</sub>	0,2	0,3	0,1	

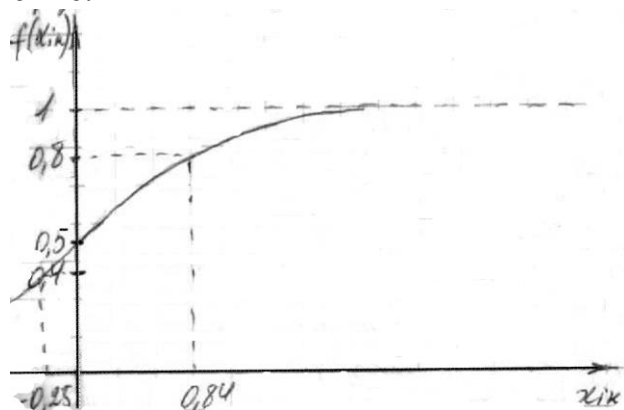
Здесь уже видно: k<sub>2</sub>, k<sub>3</sub>, k<sub>1</sub>, k<sub>4</sub>.

3) Переход от частот к шкальным оценкам x<sub>ik</sub> на основе уравнения интегральной функции Лапласа-Гаусса:

$$f_{ik} \rightarrow x_{ik}$$

$$f(x_{ik}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{x_{ik}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}$$

В основе метода лежит утверждение Терстоуна: в парных сравнениях шкальные оценки x<sub>ik</sub> соответствующие частотам f<sub>ik</sub> имеют асимптотически Гауссовское распределение.



$f(x_{ik})$  – функция распределения вероятности того, что значение случайной величины  $x_{ik}$  не превзойдут заданного  $X_{ik}$ .

От значения ординаты переходим к абсциссам (исходя из графика):

$X_{ik}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$k_1$		-0,25	-0,25	0,84
$k_2$	0,25		0,52	0,52
$k_3$	0,25	-0,52		1,28
$k_4$	-0,84	-0,52	-1,28	

4) Вычисляются веса критериев:

$k_i$	$\overline{x_{ik}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}$	$\Phi(\overline{x_i})$	$w_i$
K1	0,08	0,53	0,26
K2	0,32	0,63	0,31
K3	0,25	0,6	0,3
K4	-0,66	0,25	0,13

$$\Phi(\overline{x_i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\overline{x_i}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$w_i = \frac{\Phi(\overline{x_i})}{\sum_{i=1}^n \Phi(\overline{x_i})}$$

а) Определяется среднее значение шкальных оценок.

б) Определяется значение функции Лапласа по каждому критерию (справочник).

в) Определяются веса критериев.

Решение:  $k_2, k_3, k_1, k_4$

Если бы число экспертов было на порядок выше (~200), то к пункту 3 можно было бы и не переходить, т.к. число выборок (200) было бы достаточно для надежного результата.

Учет суждения Терстоуна и переход к шкальным оценкам позволяет при малых частотах увеличить вероятность правильного вывода.

*9. Поиск результирующего ранжирования на основе алгоритма Кемени-Снелла*

а) Исходя из частных ранжирований (таблица вверху) определяются матрицы бинарных предпочтений с оценками:

$j$  – индекс эксперта

Э	{k}			
	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
Э <sub>1</sub>	3	2	1	4
Э <sub>2</sub>	1	2	3	4
Э <sub>3</sub>	...	...	...	...

$$\rho_{ik} = \begin{cases} 1, \text{если } c_i > k_k \\ -1, \text{если } c_i < k_k \\ 0, \text{если } c_i \approx k_k \text{ (сопоставимы или несравнимы)} \end{cases}$$

10 таблиц:

Э <sub>1</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
k <sub>1</sub>		-1	-1	1
k <sub>2</sub>	1		-1	1
k <sub>3</sub>	1	1		1
k <sub>4</sub>	-1	-1	-1	

Э <sub>2</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
k <sub>1</sub>		1	1	1
k <sub>2</sub>	-1		1	1
k <sub>3</sub>	-1	-1		1
k <sub>4</sub>	-1	-1	-1	

.....

Э <sub>10</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
k <sub>1</sub>		-1	1	1
k <sub>2</sub>	1		1	1
k <sub>3</sub>	-1	-1		1
k <sub>4</sub>	-1	-1	-1	

Предполагается, что работает большая группа экспертов.

r <sub>ik</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
k <sub>1</sub>		12	12	4
k <sub>2</sub>	8		6	6
k <sub>3</sub>	8	14		2
k <sub>4</sub>	16	14	18	

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^{10} |\rho_{ik}^j - 1|$$

б) Определяется матрица потерь с оценками:

$$r_{12} = |-1-1| + |1-1| + \dots + |-1-1| = 12$$

в) Выполняется обработка матрицы потерь (в несколько циклов). В каждом цикле для каждого показателя определяется сумма по строке. Показатель с меньшей суммой ставится на первое место, относящиеся к нему строка и столбец вычеркивается. Процедура продолжается для усеченной матрицы.

$$k1=28; k2=20; k3=24; k4=48; k1=16; k3=10; k4=34; k1=4; k4=16.$$