

Cognoms

Nom

DNI

Competència Transversal EDA

-
- Aquest exercici s'ha de lliurar el dia 07/06/2021 al **principi** de l'examen final.
 - Poseu el vostre nom complet i número de DNI.
 - Contesteu a totes les qüestions en el propi full de l'enunciat.
 - Quan doneu una referència a una font (llibre, revista, web, etc.), seguiu la norma "ISO-690 (author-date, English)". Podeu generar les referències en aquest format a:
www.citethisforme.com/guides/iso690-author-date-en
 - Quan doneu una URL, si us plau escriviu **clarament** i useu Tiny URL:
<https://tinyurl.com>
-

Donat un graf no dirigit $G = (V, E)$, un *aparellament* és un subconjunt de les arestes $M \subseteq E$ tal que per a tot vèrtex $v \in V$, com a molt una aresta de M incideix en v . Un vèrtex $v \in V$ és *cobert* per un aparellament M si hi ha alguna aresta en M incident en v ; si no, v és *lliure*. Un *aparellament màxim* és un aparellament de mida màxima: un aparellament M tal que per qualsevol aparellament M' , tenim $|M| \geq |M'|$.

En aquest exercici, restringirem la nostra atenció als aparellaments màxims en grafs bipartits. Un *graf bipartit* és un graf en el qual el conjunt de vèrtexs es pot partir en $V = L \cup R$, on L i R són disjunts i totes les arestes de E van entre L i R . El problema de l'*aparellament bipartit màxim* consisteix en, donat un graf bipartit, trobar un aparellament màxim del graf.

Nota: a continuació s'assumeix que cada vèrtex en V té almenys una aresta incident.

- (a) Doneu la definició de *camí augmentatiu* respecte a un aparellament donat M .

- (b) Donats dos conjunts A i B , definiu la diferència simètrica $A \oplus B$ de A i B .

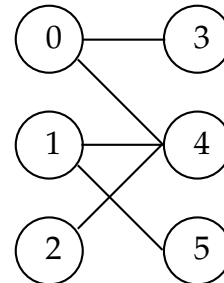
Cognoms**Nom****DNI**

- (c) El pseudo-codi a la part inferior esquerra descriu un algorisme per a trobar l'aparellament màxim d'un graf bipartit:

```

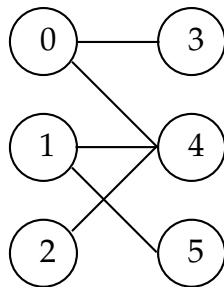
matching Max_Bipartite_Matching(graph G) {
  matching M =  $\emptyset$ ;
  path P = Augmenting_Path(G, M);
  while (P  $\neq$  NULL) {
    M = M  $\oplus$  P;
    P = Augmenting_Path(G, M);
  }
  return M;
}

```

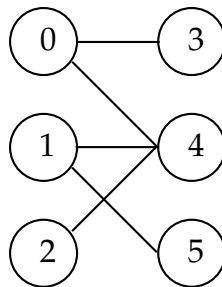


Considereu ara el graf bipartit a la dreta. En aquest cas, es pot veure que l'algorisme triga 3 iteracions per trobar l'aparellament màxim. Executeu l'algorisme en aquest graf i marqueu a sota les arestes de l'aparellament M al final de cada una de les iteracions (per exemple, subratllant amb un retolador).

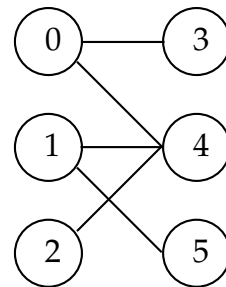
Iteració # 1



Iteració # 2



Iteració # 3



- (d) L'algorisme de l'apartat (c) té cost en temps $\Theta(|V| \cdot |E|)$ en el cas pitjor. Un algorisme més eficient és el que es mostra continuació:

```

matching Max_Bipartite_Matching_Efficient (graph G) {
  matching M =  $\emptyset$ ;
  set S = Maximal_Set_Vertex_Disjoint_Shortest_Augmenting_Paths(G, M);
  while (S  $\neq$   $\emptyset$ ) {
    M = M  $\oplus$   $\bigcup \{ P \mid P \in S \}$ ;
    S = Maximal_Set_Vertex_Disjoint_Shortest_Augmenting_Paths(G, M);
  }
  return M;
}

```

Cognoms

Nom

DNI

--	--	--

Sota quin nom es coneix aquest algorisme en la literatura informàtica?

Quin és el seu cost en temps en el cas pitjor en termes de $|V|$ i $|E|$?

(e) Doneu la referència d'una font que heu usat per contestar les qüestions prèvies.

(f) A la següent llista, marqueu amb una creu (×) aquelles frases que justifiquin la vostra elecció de la referència donada a l'apartat (e). N'heu de marcar almenys una, o omplir la caixa buida al final de l'apartat.

- ☐ L'autor és un expert ben conegut a l'àrea d'algorísmia.
- ☐ Vaig poder entendre fàcilment el contingut del document.
- ☐ És un document obert en el que tothom pot contribuir.
- ☐ Era el primer de la llista quan vaig fer la cerca amb `google.es/google.com`.
- ☐ La vaig trobar amb un motor de cerca acadèmic (com Google Scholar).
- ☐ El document està allotjat o publicat per una institució acadèmica.
- ☐ Un company de classe me l'ha recomanat.

Si teniu alguna altra raó per a la vostra elecció, la podeu explicar aquí: