# Universidade Federal do Paraná Departamento de Informática

# Disciplina:

# **Técnicas Alternativas de Programação**

Alexandre I. Direne
E-mail: alexd@inf.ufpr.br
Web: http://www.inf.ufpr.br/~alexd

Lógica Bloco 01 Página 1

### **BIBLIOGRAFIA**

- Ulf Nilsson and Jan Maluszynski. Logic, Programming and Prolog (2ed). Previously published by John Wiley & Sons Ltd. Now available free at: http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp/
- William F. Clocksin and C. S. Mellish. Programming in Prolog. Springer-Verlag, 1987.
- Elaine Rich, Kevin Knight. Artificial Intelligence. McGraw Hill, 1993.
- Patrick H. Winston, Artificial Intelligence, Second Edition, Addison-Wesley, 1993.
- Flávio Soares Corrêa da Silva, Marcelo Finger e Ana Cristina Vieira de Melo. Lógica para Computação. 1993. http://www.thomsonlearning.com.br/detalheLivro.do?id=104261

### **SOFTWARE**

Compilador Prolog (Poplog). Endereço para obtenção:

ftp://ftp.cs.bham.ac.uk/pub/dist/poplog/freepoplog.html

http://www.cs.bham.ac.uk/research/poplog/freepoplog.html

Compilador Prolog (Swi-prolog). Endereço para obtenção:

http://www.swi-prolog.org

### Lógica Proposicional ou Cálculo dos Enunciados

Enunciados (ou proposições) são expressões tomadas como verdade lógicas.

#### Enunciados:

• Simples: é todo enunciado que não contém nenhum outro como parte.

Ex.: chove. ("chove" também é dito um ÁTOMO.)

 Compostos: é todo enunciado construídos a partir de enunciados simples utilizando os Conectivos Lógicos:

#### Negação Lógica

*Ex.:* ∼ a

NÃO chove

#### Conjunção Lógica

*Ex.:* a ∧ b

nublado E chove

#### Disjunção Lógica

Ex.:  $a \lor b$ 

nublado OU chove ( onde "OU" é um conectivo lógico)

#### Implicação Lógica

Ex.:  $a \Rightarrow b$ 

SE chove ENTÃO nublado

#### Equivalência Lógica

Ex.:  $a \Leftrightarrow b$ 

eleitor SE SOMENTE SE vota

Observação: É uma linguagem FORMAL ou seja, apenas FORMA (ou SINTAXE) importam.

#### Exemplo:

 $a \Rightarrow a \wedge b$ 

SE chove ENTÃO chove ∧ nublado.

 $b \Longrightarrow a \wedge b$ 

SE nublado ENTÃO chove ∧ nublado (não retrata a realidade).

Logo, a  $\Leftrightarrow$  a  $\land$  b não retrata uma realidade. Porém, se tal enunciado constar em uma Base de Conhecimento, o mesmo será considerado como uma equivalência verdadeira, pois sua "FORMA" (ou sintaxe) está correta.

### Formas Enunciativas

**Tautologia:** Enunciado sempre verdadeiro para qualquer variação de valor-verdade dos enunciados simples que o compõem.

Exemplo: a  $\vee$  ~a (chove OU NÃO chove)

#### Tabela de valores verdade:

а	~a	a ∨ ~a
V	F	V
F	V	V

**Contradição:** Enunciado sempre falso para qualquer variação de valor-verdade dos enunciados simples que o compõem.

Exemplo: a ∧ ~a (chove E NÃO chove)

#### Tabela de valores verdade:

а	~a	a ∧ ~a
V	F	F
F	V	F

**Contingência:** Enunciado cujo valor-verdade só pode ser decidido mediante fatos, ou seja, os valor-verdade dos enunciados simples que o compõem.

*Exemplo:*  $a \Rightarrow b$  (SE chove ENTÃO nublado)

#### Tabela de valores verdade:

а	b	$a \Rightarrow b$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

### Regras de Inferência Dedutiva

#### **Modus Ponens**

 $a \Rightarrow b$  a  $\therefore b$ 

Formas não Válidas como Modus Ponens		
a⇒b	a⇒b	
b	~a	
∴a	∴~b	

Exemplos:

(DADO)  $e \Rightarrow f$  SE chove ENTÃO nublado

(DADO)  $g \wedge e$  feriado E chove

(DEDUÇÃO) f nublado

**Modus Tolens** 

 $a \Rightarrow b$  Exemplo: (DADO) h

~b (DADO)  $j \Rightarrow \sim h$ 

∴~a (DEDUÇÃO) ~j

Silogismo Hipotético

 $a \Rightarrow b$  Exemplo: (DADO)  $\sim h \Rightarrow f$ 

 $b \Rightarrow c$  (DADO)  $f \Rightarrow \sim e$ 

∴  $a \Rightarrow c$  (DEDUÇÃO)  $\sim h \Rightarrow \sim e$ 

Silogismo Disjuntivo

a  $\vee$  b Exemplo: (DADO)  $\sim$ (c  $\Rightarrow$  d)  $\vee$  (h  $\Leftrightarrow$  g)

~a (DADO)  $c \Rightarrow d$ 

∴b (DEDUÇÃO)  $h \Leftrightarrow g$ 

Simplificação (2 formas)

 $a \wedge b$   $a \wedge b$ 

∴ a ∴ b

Exemplo: (DADO)  $(a \land b) \land c$ 

(DEDUÇÃO) c

(DEDUÇÃO) a  $\wedge$  b

(DEDUÇÃO) a

(DEDUÇÃO) b

#### Conjunção

а

b

∴a∧b

Exemplo: (DADO)  $a \wedge b$ 

(DADO) e (DADO) c

(DEDUÇÃO) e∧c

(DEDUÇÃO)  $(a \land b) \land (e \land c)$ 

#### Adição

а

∴a ∨ b

Exemplo: (DADO) ~h

(DEDUÇÃO)  $\sim h \vee \sim (a \Rightarrow n)$ 

### Lógica de Predicados

Termos: Constituem expressões que descrevem ou nomeiam entidades ou objetos.

· Variáveis:

Em "x" é poeta romântico, x é uma VARIÁVEL e pode ser substituída por qualquer constante durante a avaliação de um predicado.

Constantes:

Em "Colombo descobriu a América", "Colombo" é uma CONSTANTE.

Funções:

Em "Idade(x)", "Idade" é uma FUNÇÃO que retorna uma valor inteiro resultante de um calculo especifico.

**Predicados:** Constituem nomes de propriedades e relações. No contexto do Cálculo dos Predicados, a articulação de um predicado com um termo formará a unidade significativa mínima.

Em "z é senador", "senador" é um predicado, o qual avaliado, resulta em um valor-verdade. De outra forma, pode-se escrever:

senador (x)

#### Aridade de Predicados:

\* chove - Aridade 0

- \* senador(x) Aridade 1
- \* pai(x, Alberto) Aridade 2

*Instanciação:* É o processo de avaliação de um predicado que consiste em substituir variáveis por constantes para a obtenção de enunciados singulares.

Por exemplo:

pai(x,y) e x = João e y = José temos a "instanciação" das variáveis x e y do predicado pai, resultando em pai (João, Jose).

**Quantificação:** É a aplicação de "quantificadores" ao processo de geração de enunciados a partir de funções enunciativas. Dois quantificadores são usados como enunciados no Calculo dos Predicados:

- \* Quantificador Universal ( ∀)
- \* Quantificador Existencial (∃)

Em "z é senador", "senador" é um predicado, o qual avaliado, resulta em um valor-verdade. De outra forma, pode-se escrever:

#### **Quantificador Existencial**

Significa dizer:

```
"existe pelo menos um x, tal que ... (..., x, ....) ..."
```

Exemplos:

Existe pelo menos um paulista aqui:

 $\exists$  x (paulista(x))

Um dos números escolhidos é maior que 2:

$$\exists x (x > 2)$$

Algum filosofo é cientista

$$\exists x (filosofo(x) \land cientista(x))$$

Existe pelo menos um indivíduo tal que este é filosofo e não é cientista (negação do enunciado acima):

```
\exists x (filosofo(x) \land \sim cientista(x))
```

O enunciado existencial pode ser interpretado como:

$$\exists x (p(x)) \Leftrightarrow p(a1) \lor p(a2) \lor ... \lor p(an)) \text{ onde } U = \{a1,a2,...,an\}$$

#### **Quantificador Universal**

Significa dizer:

```
"para todo x, ... (..., x, ....) ..."
```

Exemplos:

Tudo é material:

 $\forall$  x (material(x))

Todo humano é criativo:

 $\forall x (humano(x) \Rightarrow criativo(x))$ 

Nenhum humano é criativo (negação do enunciado acima):

$$\forall$$
 x (humano(x)  $\land$  ~criativo(x))

O enunciado universal pode ser interpretado como:

$$\forall$$
 x (r(x))  $\Leftrightarrow$  r(a1)  $\land$  r(a2)  $\land$  ...  $\land$  r(an)) onde U = { a1,a2, ..., an}

**Observação:** o conjunto U das constantes que podem ser usadas na "instanciação" da variável x deve ser finito

#### Alguns Enunciados:

- \* algo é feio
- \* algo não é triste
- \* alguns homens não são sinceros
- \* todo homem é mortal
- \* nada é incolor
- \* alguns escritores são realistas

### Enunciados Contrários, Subcontrários e contraditórios:

#### Exemplos:

1. Toda criança é alegre:  $\forall x (criança(x) \Rightarrow alegre(x))$ 

2. Alguma criança é alegre:  $\exists x (criança(x) \land alegre(x))$ 

3. Nenhuma criança é alegre:  $\forall x (criança(x) \Rightarrow \sim alegre(x))$ 

4. Alguma criança não é alegre:  $\exists x (criança(x) \land \sim alegre(x))$ 

#### onde:

- \* 1 e 3 são contrários
- \* 1 e 4 são contraditórios
- \* 2 e 3 são contraditórios
- \* 2 e 4 são subcontrários

### Problemas com Sentenças e Impactos impactos sobre Inferências na Lógica

Exemplo de aplicação "indevida" de inferência por Silogismo:

Alguns pássaros são animais que voam

$$\exists x (pássaros(x) \Rightarrow voa(x))$$

Alguns animais que voam são mamíferos

$$\exists x (voa(x) \Rightarrow mam(feros(x)))$$

Dedução: Alguns pássaros são mamíferos

$$\exists x (pássaro(x) \Rightarrow mamíferos(x))$$

### Programação em Lógica e Prolog

#### Conceitos inerentes a programação em lógica PROLOG:

- \* Método de busca em PROFUNDIDADE
- \* Combinado com BACKTRACKING (retroação)
- \* Algoritmo de UNIFICAÇÃO de predicados e seus termos (com INSTANCIAÇÃO de variáveis)
- \* Lógica de Predicados + Cálculo semântico (valor-de-verdade):
- \* FATOS (axiomas)
- \* REGRAS (implicação lógica: b ← a)
- \* Forma CLAUSAL (ou de clausula):

$$C1 \lor C2 \lor ... \lor Cn \Leftarrow P1 \land P2 \land ... Pm$$

\* Clausulas de HORN

Para n = 1 e m = 0, resultando em FATOS.

C1

Para n = 1 e  $m \ge 1$ , resultando em REGRAS.

C1  $\leftarrow$  P1  $\wedge$  P2  $\wedge$  ... Pm

Variáveis em Prolog: São lacunas de memória que podem ou não ser instanciadas durante os ciclos do interpretador.

SINTAXE: Qualquer composição que inicie com uma letra maiúscula.

Ex.: Nome, X, Alberto

Constantes em Prolog: São porções fixas de memória que guardam valores.

**SINTAXE:** Qualquer composição que seja numérica, envolvida por aspas simples, ou que inicie com uma letra minúscula.

Ex.: alberto, x, 'Alberto'

**Estruturas em Prolog:** São elementos que, quando processados, devolvem um valor de um dado tipo (e não um valor verdade).

**SINTAXE:** Qualquer composição que inicie por letra maiúscula, minúscula, ou símbolos especiais, seguido de parênteses e seus COMPONENTES.

Ex.: livro('Inteligência Artificial', autor('Elaine', 'Rich'))

**Predicados em Prolog:** Expressam relações entre termos e sempre resultam em um valor verdade (VERDADEIRO ou FALSO).

**SINTAXE:** Qualquer composição que inicie por letra maiúscula, minúscula, ou símbolos especiais, seguido de parênteses e seus TERMOS.

Ex.: corre(X,y)

#### Exemplos de FATOS em Prolog:

Pai(joao, jose). pegou(maria, ligeirinho, centro).

#### Exemplos de REGRAS em Prolog:

tem\_epatite(X) :tem\_febre(X), esta\_amarelo(X).

#### Adicionando e Retirando Fatos

```
homem(jose).
homem(mario).
homem(alberto).
homem(fabricio).
?- asserta(homem(alex)).
?- assertz(homem(rogerio)).
yes
?- listing(homem).
homem(alex).
homem(jose).
homem(mario).
homem(alberto).
homem(fabricio).
homem(rogerio).
yes
?- assert(homem(jonatas)).
yes
?- assert(homem(jonatas)).
yes
?- listing(homem).
homem(alex).
homem(jose).
homem(mario).
homem(alberto).
homem(fabricio).
homem(rogerio).
homem(jonatas).
homem(jonatas).
yes
?- retract(homem(jose)).
yes
```

```
?- listing(homem).
homem(alex).
homem(mario).
homem(alberto).
homem(fabricio).
homem(rogerio).
homem(jonatas).
homem(jonatas).
yes
?- retract(homem(jose)).
?- retractall(homem()).
yes
                                   Compondo Fatos e Regras
homem(joao).
homem(jose).
homem(mario).
homem(alberto).
homem(fabricio).
homem(jonatas).
homem(marcos).
mulher(claudia).
mulher(silvia).
mulher(clara).
mulher(angela).
mulher(maria).
mulher(marcia).
pai(joao, jose).
pai(joao, maria).
mae(silvia, jose).
mae(silvia, maria).
pai(alberto, joao).
pai(fabricio, alberto).
pai(jonatas, fabricio).
irmao(X, Y):-
        homem(X),
        pai(Z, X),
        pai(Z, Y),
        mae(Z1, X),
        mae(Z1, Y).
?- irmao(jose, joao).
** (1) Call: irmao(jose, joao)?
** (2) Call : homem(jose)?
** (2) Exit : homem(jose)?
** (3) Call : pai(_1, jose)?
** (3) Exit : pai(joao, jose)?
** (4) Call : pai(joao, joao)?
** (4) Fail : pai(joao, joao)?
** (3) Redo : pai(joao, jose)?
** (3) Fail : pai(_1, jose)?
```

\*\* (2) Redo : homem(jose)?
\*\* (2) Fail : homem(jose)?

```
** (1) Fail: irmao(jose, joao)?
?- irmao(jose, maria).
** (1) Call: irmao(jose, maria)?
** (2) Call : homem(jose)?
** (2) Exit : homem(jose)?
** (3) Call : pai(_1, jose)?
** (3) Exit : pai(joao, jose)?
** (4) Call : pai(joao, maria)?
** (4) Exit : pai(joao, maria)?
** (5) Call : mae(_2, jose)?
** (5) Exit : mae(silvia, jose)?
** (6) Call : mae(silvia, maria)?
** (6) Exit : mae(silvia, maria)?
** (1) Exit : irmao(jose, maria)?
?- irmao(jose, jose).
** (1) Call: irmao(jose, jose)?
** (2) Call : homem(jose)?
** (2) Exit : homem(jose)?
** (3) Call : pai(_1, jose)?
** (3) Exit : pai(joao, jose)?
** (4) Call : pai(joao, jose)?
** (4) Exit : pai(joao, jose)?
** (5) Call : mae(_2, jose)?
** (5) Exit : mae(silvia, jose)?
** (6) Call : mae(silvia, jose)?
** (6) Exit : mae(silvia, jose)?
** (1) Exit : irmao(jose, jose)?
yes
irmao(X, Y):-
        homem(X),
        pai(Z, X),
        pai(Z, Y),
        mae(Z1, X),
        mae(Z1, Y),
        not(X = Y).
?- irmao(jose, jose).
** (1) Call: irmao(jose, jose)?
** (2) Call : homem(jose)?
** (2) Exit : homem(jose)?
** (3) Call : pai(_1, jose)?
** (3) Exit : pai(joao, jose)?
** (4) Call : pai(joao, jose)?
** (4) Exit : pai(joao, jose)?
** (5) Call : mae(_2, jose)?
** (5) Exit : mae(silvia, jose)?
** (6) Call : mae(silvia, jose)?
** (6) Exit : mae(silvia, jose)?
** (6) Redo : mae(silvia, jose)?
** (6) Fail : mae(silvia, jose)?
** (5) Redo: mae(silvia, jose)?
** (5) Fail : mae(_2, jose)?
** (4) Redo : pai(joao, jose)?
** (4) Fail : pai(joao, jose)?
** (3) Redo: pai(joao, jose)?
** (3) Fail : pai(_1, jose)?
** (2) Redo: homem(jose)?
** (2) Fail : homem(jose)?
```

```
** (1) Fail: irmao(jose, jose)?
irma(X, Y):-
        mulher(X),
        pai(Z, X),
        pai(Z, Y),
        mae(Z1, X),
        mae(Z1, Y),
        not(X = Y).
irmao(X, Y):-
        irmao(Y, X).
irmao(X, Y):-
        irma(Y, X).
irma(X, Y):-
        irmao(Y, X).
irma(X, Y):-
        irma(Y, X).
gerou(X, Y):-
        pai(X, Y).
gerou(X, Y):-
        mae(X, Y).
ancestral(X, Y):-
        gerou(X, Y).
ancestral(X, Y):-
        gerou(Z, Y),
        ancestral(X, Z).
?- ancestral(fabricio, alberto).
** (1) Call: ancestral(fabricio, alberto)?
** (2) Call : gerou(fabricio, alberto)?
** (3) Call : pai(fabricio, alberto)?
** (3) Exit : pai(fabricio, alberto)?
** (2) Exit : gerou(fabricio, alberto)?
** (1) Exit : ancestral(fabricio, alberto)?
yes
?- ancestral(fabricio,joao).
** (1) Call: ancestral(fabricio, joao)?
** (2) Call : gerou(fabricio, joao)?
** (3) Call : pai(fabricio, joao)?
** (3) Fail : pai(fabricio, joao)?
** (4) Call : mae(fabricio, joao)?
** (4) Fail : mae(fabricio, joao)?
** (2) Fail : gerou(fabricio, joao)?
** (5) Call : gerou(_1, joao)?
** (6) Call : pai(_1, joao)?
** (6) Exit : pai(alberto, joao)?
** (5) Exit : gerou(alberto, joao)?
** (7) Call: ancestral(fabricio, alberto)?
** (8) Call : gerou(fabricio, alberto)?
** (9) Call : pai(fabricio, alberto)?
** (9) Exit : pai(fabricio, alberto)?
** (8) Exit : gerou(fabricio, alberto)?
** (7) Exit: ancestral(fabricio, alberto)?
** (1) Exit: ancestral(fabricio, joao)?
yes
```

```
?- ancestral(fabricio, silvia).
** (1) Call: ancestral(fabricio, silvia)?
** (2) Call : gerou(fabricio, silvia)?
** (3) Call : pai(fabricio, silvia)?
** (3) Fail : pai(fabricio, silvia)?
** (4) Call : mae(fabricio, silvia)?
** (4) Fail : mae(fabricio, silvia)?
** (2) Fail : gerou(fabricio, silvia)?
** (5) Call : gerou(_1, silvia)?
** (6) Call : pai(_1, silvia)?
** (6) Fail : pai(_1, silvia)?
** (7) Call : mae(_1, silvia)?
** (7) Fail : mae(_1, silvia)?
** (5) Fail : gerou(_1, silvia)?
** (1) Fail : ancestral(fabricio, silvia)?
?- ancestral(fabricio,maria).
** (1) Call: ancestral(fabricio, maria)?
** (2) Call : gerou(fabricio, maria)?
** (3) Call : pai(fabricio, maria)?
** (3) Fail : pai(fabricio, maria)?
** (4) Call : mae(fabricio, maria)?
** (4) Fail : mae(fabricio, maria)?
** (2) Fail : gerou(fabricio, maria)?
** (14) Call : gerou(fabricio, alberto)?
** (15) Call : pai(fabricio, alberto)?
** (15) Exit : pai(fabricio, alberto)?
** (14) Exit : gerou(fabricio, alberto)?
** (13) Exit : ancestral(fabricio, alberto)?
** (7) Exit : ancestral(fabricio, joao)?
** (1) Exit: ancestral(fabricio, maria)?
yes
Uma definição incompleta de FATORIAL(N):
fatorial(1, 1).
fatorial(X, FatX) :-
         Y is X - 1,
         fatorial(Y, FatY),
         FatX is X * FatY.
?- fatorial(1, Z).
** (1) Call : fatorial(1, _1)?
** (1) Exit : fatorial(1, 1)?
Z = 1?
yes
?- fatorial(2, Z).
** (1) Call : fatorial(2, _1)?
** (2) Call : fatorial(1, _2)?

** (2) Exit : fatorial(1, 1)?
** (1) Exit : fatorial(2, 2)?
Z = 2?
yes
```

```
?- fatorial(3, Z).
** (1) Call : fatorial(3, _1)?
** (2) Call : fatorial(2, _2)?
** (3) Call : fatorial(1, _3)?
** (3) Exit : fatorial(1, 1)?
** (2) Exit : fatorial(2, 2)?
** (1) Exit : fatorial(3, 6)?
Z = 6?
yes
?- fatorial(4, Z).
** (1) Call : fatorial(4, _1)?
** (2) Call : fatorial(3, _2)?

** (3) Call : fatorial(2, _3)?

** (4) Call : fatorial(1, _4)?
** (4) Exit : fatorial(1, 1)?
** (3) Exit : fatorial(2, 2)?
** (2) Exit : fatorial(3, 6)?
** (1) Exit : fatorial(4, 24)?
Z = 24?
yes
?- fatorial(5, Z).
** (1) Call : fatorial(5, _1)?
** (2) Call : fatorial(4, _2)?
** (3) Call : fatorial(3, _3)?
** (4) Call : fatorial(2, _4)?
** (5) Call : fatorial(1, _5)?
** (5) Exit : fatorial(1, 1)?
** (4) Exit : fatorial(2, 2)?
** (3) Exit : fatorial(3, 6)?
** (2) Exit : fatorial(4, 24)?
** (1) Exit : fatorial(5, 120)?
Z = 120 ?
yes
```

#### Listas em Prolog

#### **EXEMPLOS DE LISTAS:**

```
[ banana, laranja, abacaxi ]
[ cavalo, X, carneiro ]
[ data(3,dezembro,1960), data(11,agosto,1958) ]
[ [a, b], [c, d] ]
partes_de(carro, [ lataria, chassi, interior ] ).
partes_de(lataria, [ paralamas, portas, capo, porta_mala ] ).
[ banana, laranja | X ]
[ X | Y ]
[ Cabeca | Cauda ]
[ Primeiro | Resto ]
```

### Manipulação de Listas com Qualquer Número de Elementos

```
?- X is 2 + 5 * 3.0/4.0.

X = 5.75 ?

yes

numero_de_elementos([], 0).
```

```
numero_de_elementos([X | Y], N) :-
        numero de elementos(Y, NY),
        N is 1 + NY.
?- numero de elementos([a,b,c,d], X).
** (1) Call: numero de elementos([a, b, c, d], 1)?
** (2) Call : numero_de_elementos([b, c, d], _2)?
** (3) Call : numero_de_elementos([c, d], _3)?
** (4) Call : numero_de_elementos([d], _4)?
** (5) Call : numero_de_elementos([], _5)?
** (5) Exit : numero_de_elementos([], 0)?
** (4) Exit : numero_de_elementos([d], 1)?
** (3) Exit : numero_de_elementos([c, d], 2)?
** (2) Exit: numero_de_elementos([b, c, d], 3)?
** (1) Exit : numero_de_elementos([a, b, c, d], 4)?
X = 4?
ves
somatoria([], 0).
somatoria([X | Y], S) :-
        somatoria(Y, SY),
        S is X + SY.
?- somatoria([1, 2, 3, 4], X).
** (1) Call: somatoria([1, 2, 3, 4], _1)?
** (2) Call : somatoria([2, 3, 4], _2)?
** (3) Call : somatoria([3, 4], _3)?
** (4) Call : somatoria([4], _4)?
** (5) Call : somatoria([], _5)?
** (5) Exit : somatoria([], 0)?
** (4) Exit : somatoria([4], 4)?
** (3) Exit : somatoria([3, 4], 7)?
** (2) Exit : somatoria([2, 3, 4], 9)?
** (1) Exit: somatoria([1, 2, 3, 4], 10)?
X = 10?
yes
        media(Lista, Media):-
                numero_de_elementos(Lista, Num_elem),
                somatoria(Lista, S),
                Media is S / Num_elem.
?- media([1, 2, 3, 4], X).
* (1) Call : media([1, 2, 3, 4], _1)?
** (2) Call : numero_de_elementos([1, 2, 3, 4], _2)?
** (3) Call : numero_de_elementos([2, 3, 4], _3)?
** (4) Call : numero_de_elementos([3, 4], _4)?
** (5) Call : numero_de_elementos([4], _5)?
** (6) Call : numero_de_elementos([], _6)?
** (6) Exit : numero_de_elementos([], 0)?
** (5) Exit : numero_de_elementos([4], 1)?
** (4) Exit : numero_de_elementos([3, 4], 2)?
** (3) Exit : numero_de_elementos([2, 3, 4], 3)?
** (2) Exit: numero_de_elementos([1, 2, 3, 4], 4)?
** (7) Call : somatoria([1, 2, 3, 4], _7)?
** (8) Call : somatoria([2, 3, 4], _8)?
** (9) Call : somatoria([3, 4], _9)?
** (10) Call : somatoria([4], _10)?
** (11) Call : somatoria([], _11)?
** (11) Exit : somatoria([], 0)?
** (10) Exit : somatoria([4], 4)?
```

```
** (9) Exit: somatoria([3, 4], 7)?

** (8) Exit: somatoria([2, 3, 4], 9)?

** (7) Exit: somatoria([1, 2, 3, 4], 10)?

** (1) Exit: media([1, 2, 3, 4], 2.5)?

X = 2.5?

yes
```

#### Concatenação de 2 Listas com Qualquer Número de Elementos

```
concatenadas([], L, L).
concatenadas([X | Cauda1], L2, [X | Cauda3]) :-
         concatena(Cauda1, L2, Cauda3).
?- concatena([o1, o2, o3], [o4, o5, o6], X).
** (1) Call: concatena([01, 02, 03], [04, 05, 06], _1)?
** (2) Call : concatena([o2, o3], [o4, o5, o6], _2)?
** (3) Call: concatena([o3], [o4, o5, o6], _3)?
** (4) Call : concatena([], [04, 05, 06], _4)?
** (4) Exit : concatena([], [04, 05, 06], [04, 05, 06])?
** (3) Exit: concatena([03], [04, 05, 06], [03, 04, 05, 06])?
** (2) Exit: concatena([02, 03], [04, 05, 06], [02, 03, 04, 05, 06])?
** (1) Exit: concatena([01, 02, 03], [04, 05, 06], [01, 02, 03, 04, 05, 06])?
X = [01, 02, 03, 04, 05, 06]?
yes
?- concatena(X,Y, [a,b,c,d,e]).
X = []
Y = [a, b, c, d, e] ? y
X = [a]
Y = [b, c, d, e] ? y
X = [a, b]
Y = [c, d, e] ? y
X = [a, b, c]
Y = [d, e] ? y
X = [a, b, c, d]
Y = [e] ? y
X = [a, b, c, d, e]
Y = [] ? y
nο
?- concatena(X,X, [a,b,c,d,e]).
?- concatena(X,X, [a,b,c,d,e]).
** (1) Call : concatena(_1, _1, [a, b, c, d, e])?
** (2) Call : concatena(_2, [a | _2], [b, c, d, e])?
** (3) Call : concatena(_3, [a, b | _3], [c, d, e])?
** (4) Call : concatena(_4, [a, b, c | _4], [d, e])?
** (5) Call : concatena(_5, [a, b, c, d | _5], [e])?
** (6) Call : concatena(_6, [a, b, c, d, e | _6], [])?
** (6) Fail : concatena(_6, [a, b, c, d, e | _6], [])?
** (5) Fail : concatena(_5, [a, b, c, d | _5], [e])?
** (4) Fail : concatena(_4, [a, b, c | _4], [d, e])?
```

```
** (3) Fail : concatena(_3, [a, b | _3], [c, d, e])?

** (2) Fail : concatena(_2, [a | _2], [b, c, d, e])?

** (1) Fail : concatena(_1, _1, [a, b, c, d, e])?
```

#### Manipulação de Listas com Qualquer Número de Elementos

```
pertence_a(X, [X | Cauda]).
pertence a(X, [Cabeca | Cauda]) :-
        pertence a(X, Cauda).
?- pertence a(5, [5, 1, 2, 3, 4, 6]).
** (1) Call: pertence a(5, [5, 1, 2, 3, 4, 6])?
** (1) Exit : pertence_a(5, [5, 1, 2, 3, 4, 6])?
yes
?- pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 5, 6]).
** (1) Call: pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 5, 6])?
** (2) Call : pertence_a(5, [2, 3, 4, 5, 6])?
** (3) Call : pertence_a(5, [3, 4, 5, 6])?
** (4) Call : pertence_a(5, [4, 5, 6])?
** (5) Call : pertence_a(5, [5, 6])?
** (5) Exit : pertence_a(5, [5, 6])?
** (4) Exit : pertence_a(5, [4, 5, 6])?
** (3) Exit : pertence_a(5, [3, 4, 5, 6])?
** (2) Exit : pertence_a(5, [2, 3, 4, 5, 6])?
** (1) Exit: pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 5, 6])?
yes
?- pertence a(5, [1, 2, 3, 4, 6, 5]).
** (1) Call : pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 6, 5])?
** (2) Call : pertence_a(5, [2, 3, 4, 6, 5])?
** (3) Call : pertence_a(5, [3, 4, 6, 5])?
** (4) Call : pertence_a(5, [4, 6, 5])?
** (5) Call : pertence_a(5, [6, 5])?
** (6) Call : pertence_a(5, [5])?
** (6) Exit : pertence_a(5, [5])?
** (5) Exit : pertence_a(5, [6, 5])?
** (4) Exit : pertence_a(5, [4, 6, 5])?
** (3) Exit : pertence_a(5, [3, 4, 6, 5])?
** (2) Exit : pertence_a(5, [2, 3, 4, 6, 5])?
** (1) Exit : pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 6, 5])?
?- pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 6]).
** (1) Call : pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 6])?
** (2) Call : pertence_a(5, [2, 3, 4, 6])?
** (3) Call : pertence_a(5, [3, 4, 6])?
** (4) Call : pertence_a(5, [4, 6])?
** (5) Call : pertence_a(5, [6])?
** (6) Call : pertence_a(5, [])?
** (6) Fail : pertence_a(5, [])?
** (5) Fail : pertence_a(5, [6])?
** (4) Fail : pertence_a(5, [4, 6])?
** (3) Fail : pertence_a(5, [3, 4, 6])?
** (2) Fail : pertence_a(5, [2, 3, 4, 6])?
** (1) Fail: pertence_a(5, [1, 2, 3, 4, 6])?
no
?- concatena(X,Y, [a,b,c,d,e]).
** (1) Call : concatena(_1, _2, [a, b, c, d, e])?
** (1) Exit: concatena([], [a, b, c, d, e], [a, b, c, d, e])?
```

```
X = \Pi
Y = [a, b, c, d, e] ? y
** (1) Redo : concatena([], [a, b, c, d, e], [a, b, c, d, e])?
** (2) Call : concatena(_3, _2, [b, c, d, e])?
** (2) Exit : concatena([], [b, c, d, e], [b, c, d, e])?
** (1) Exit: concatena([a], [b, c, d, e], [a, b, c, d, e])?
X = [a]
Y = [b, c, d, e] ? y
** (1) Redo: concatena([a], [b, c, d, e], [a, b, c, d, e])?
** (2) Redo : concatena([], [b, c, d, e], [b, c, d, e])?
** (3) Call : concatena(_4, _2, [c, d, e])?

** (3) Exit : concatena([], [c, d, e], [c, d, e])?
** (2) Exit : concatena([b], [c, d, e], [b, c, d, e])?
** (1) Exit : concatena([a, b], [c, d, e], [a, b, c, d, e])?
X = [a, b]
Y = [c, d, e] ? y
** (1) Redo: concatena([a, b], [c, d, e], [a, b, c, d, e])?
** (2) Redo : concatena([b], [c, d, e], [b, c, d, e])?
** (3) Redo : concatena([], [c, d, e], [c, d, e])?
** (4) Call : concatena(_5, _2, [d, e])?
** (4) Exit : concatena([], [d, e], [d, e])?
** (3) Exit : concatena([c], [d, e], [c, d, e])?
** (2) Exit : concatena([b, c], [d, e], [b, c, d, e])?
** (1) Exit: concatena([a, b, c], [d, e], [a, b, c, d, e])?
X = [a, b, c]
Y = [d, e] ? y
** (1) Redo : concatena([a, b, c], [d, e], [a, b, c, d, e])?
** (2) Redo : concatena([b, c], [d, e], [b, c, d, e])?
** (3) Redo : concatena([c], [d, e], [c, d, e])?
** (4) Redo : concatena([], [d, e], [d, e])?
** (5) Call : concatena(_6, _2, [e])?
** (5) Exit : concatena([], [e], [e])?
** (4) Exit : concatena([d], [e], [d, e])?
** (3) Exit : concatena([c, d], [e], [c, d, e])?
** (2) Exit: concatena([b, c, d], [e], [b, c, d, e])?
** (1) Exit: concatena([a, b, c, d], [e], [a, b, c, d, e])?
X = [a, b, c, d]
Y = [e] ? y
** (1) Redo: concatena([a, b, c, d], [e], [a, b, c, d, e])?
** (2) Redo : concatena([b, c, d], [e], [b, c, d, e])?
** (3) Redo : concatena([c, d], [e], [c, d, e])?
** (4) Redo : concatena([d], [e], [d, e])?
** (5) Redo : concatena([], [e], [e])?
** (6) Call : concatena(_7, _2, [])?
** (6) Exit : concatena([], [], [])?
** (5) Exit : concatena([e], [], [e])?
** (4) Exit : concatena([d, e], [], [d, e])?
** (3) Exit : concatena([c, d, e], [], [c, d, e])?
** (2) Exit : concatena([b, c, d, e], [], [b, c, d, e])?
** (1) Exit: concatena([a, b, c, d, e], [], [a, b, c, d, e])?
X = [a, b, c, d, e]
Y = \prod ? y
?- concatena(X,X, [a,b,c,a,b,c]).
** (1) Call : concatena(_1, _1, [a, b, c, a, b, c])?
** (2) Call : concatena(_2, [a | _2], [b, c, a, b, c])?
```

```
** (3) Call : concatena(_3, [a, b | _3], [c, a, b, c])?
** (4) Call : concatena(_4, [a, b, c | _4], [a, b, c])?
** (4) Exit : concatena([], [a, b, c], [a, b, c])?
** (3) Exit : concatena([c], [a, b, c], [c, a, b, c])?
** (2) Exit : concatena([b, c], [a, b, c], [b, c, a, b, c])?
** (1) Exit: concatena([a, b, c], [a, b, c], [a, b, c, a, b, c])?
X = [a, b, c] ? y
** (1) Redo : concatena([a, b, c], [a, b, c], [a, b, c, a, b, c])?
** (2) Redo: concatena([b, c], [a, b, c], [b, c, a, b, c])?
** (3) Redo : concatena([c], [a, b, c], [c, a, b, c])?
** (4) Redo : concatena([], [a, b, c], [a, b, c])?
** (5) Call : concatena(_5, [a, b, c, a | _5], [b, c])?
** (6) Call : concatena(_6, [a, b, c, a, b | _6], [c])?
** (7) Call : concatena(_7, [a, b, c, a, b, c | _7], [])?
** (7) Fail : concatena(_7, [a, b, c, a, b, c | _7], [])?
** (6) Fail : concatena(_6, [a, b, c, a, b | _6], [c])?
** (5) Fail : concatena(_5, [a, b, c, a | _5], [b, c])?
** (4) Fail : concatena(_4, [a, b, c | _4], [a, b, c])?
** (3) Fail : concatena(_3, [a, b | _3], [c, a, b, c])?
** (2) Fail : concatena(_2, [a | _2], [b, c, a, b, c])?
** (1) Fail : concatena(_1, _1, [a, b, c, a, b, c])?
```

### Exercícios Sobre Manipulção de Lista em PROLOG

1. Construir um predicado em Prolog, denominado "listificada", cujo comportamento é o expresso abaixo:

```
listificada([], []).
listificada([X | L1], [ [X] | L2 ]) :-
         listificada(L1, L2).
?- listificada([], Y).
** (1) Call : listificada([], _1)?
** (1) Exit : listificada([], [])?
Y = []?
yes
?- listificada([a], Y).
** (1) Call : listificada([a], _1)?
** (2) Call : listificada([], _2)?
** (2) Exit : listificada([], [])?
** (1) Exit : listificada([a], [[a]])?
Y = [[a]] ?
yes
?- listificada([a, b, c, d], Y).
** (1) Call : listificada([a, b, c, d], _1)?
** (2) Call : listificada([b, c, d], _2)?
** (3) Call : listificada([c, d], _3)?
** (4) Call : listificada([d], _4)?
** (5) Call : listificada([], _5)?
** (5) Exit : listificada([], [])?
** (4) Exit : listificada([d], [[d]])?
** (3) Exit : listificada([c, d], [[c], [d]])?
```

```
** (2) Exit : listificada([b, c, d], [[b], [c], [d]])?
** (1) Exit : listificada([a, b, c, d], [[a], [b], [c], [d]])?
Y = [[a], [b], [c], [d]]?
yes
2. Construir um predicado em Prolog, denominado "lista_dobro", cujo comportamento é o expresso
   abaixo:
lista_dobro([], []).
lista_dobro([X | L1], [ Y | L2 ]) :-
        Y is 2 * X,
        lista_dobro(L1, L2).
?- lista_dobro([], Z).
** (1) Call : lista_dobro([], _1)?
** (1) Exit : lista_dobro([], [])?
Z = []?
yes
?- lista dobro([7], Z).
** (1) Call : lista_dobro([7], _1)?
** (2) Call : lista_dobro([], _2)?
** (2) Exit : lista_dobro([], [])?
** (1) Exit : lista_dobro([7], [14])?
Z = [14]?
yes
?- lista_dobro([2, 4, 6], Z).
** (1) Call : lista_dobro([2, 4, 6], _1)?
** (2) Call : lista_dobro([4, 6], _2)?
** (3) Call : lista_dobro([6], _3)?
** (4) Call : lista_dobro([], _4)?
** (4) Exit : lista_dobro([], [])?
** (3) Exit : lista_dobro([6], [12])?
** (2) Exit: lista_dobro([4, 6], [8, 12])?
** (1) Exit : lista_dobro([2, 4, 6], [4, 8, 12])?
Z = [4, 8, 12]?
yes
3. Construir um predicado em Prolog, denominado "num_ocorrencias", cujo comportamento é o
   expresso abaixo:
num_ocorrencias(Palavra, [], 0).
num_ocorrencias(Palavra, [Palavra | Cauda], Num_ocorrencias) :-
        num_ocorrencias(Palavra, Cauda, Num_cauda),
        Num_ocorrencias is Num_cauda + 1.
num ocorrencias(Palavra, [Cabeca | Cauda], Num ocorrencias) :-
        num ocorrencias(Palavra, Cauda, Num ocorrencias).
?- num ocorrencias(a, [], N).
** (1) Call : num_ocorrencias(a, [], _1)?
** (1) Exit : num_ocorrencias(a, [], 0)?
N = 0?
yes
?- num ocorrencias(a, [a], N).
```

```
** (1) Call : num_ocorrencias(a, [a], _1)?
** (2) Call : num_ocorrencias(a, [], _2)?
** (2) Exit : num_ocorrencias(a, [], 0)?
** (1) Exit: num_ocorrencias(a, [a], 1)?
N = 1?
yes
?- num_ocorrencias(a, [a, menina], N).
** (1) Call: num_ocorrencias(a, [a, menina], _1)?
** (2) Call : num_ocorrencias(a, [menina], _2)?
** (3) Call : num_ocorrencias(a, [], _2)?
** (3) Exit : num_ocorrencias(a, [], 0)?
** (2) Exit : num_ocorrencias(a, [menina], 0)?
** (1) Exit: num_ocorrencias(a, [a, menina], 1)?
N = 1?
yes
?- num ocorrencias(a, [a, menina, viu, a, uva], N).
** (1) Call: num_ocorrencias(a, [a, menina, viu, a, uva], _1)?
** (2) Call : num_ocorrencias(a, [menina, viu, a, uva], _2)?
** (3) Call : num_ocorrencias(a, [viu, a, uva], _2)?
** (4) Call : num_ocorrencias(a, [a, uva], _2)?
** (5) Call : num_ocorrencias(a, [uva], _3)?
** (6) Call: num_ocorrencias(a, [], _3)?
** (6) Exit : num_ocorrencias(a, [], 0)?
** (5) Exit : num_ocorrencias(a, [uva], 0)?
** (4) Exit: num_ocorrencias(a, [a, uva], 1)?
** (3) Exit: num_ocorrencias(a, [viu, a, uva], 1)?
** (2) Exit: num_ocorrencias(a, [menina, viu, a, uva], 1)?
** (1) Exit: num_ocorrencias(a, [a, menina, viu, a, uva], 2)?
N = 2?
yes
?- num_ocorrencias(menino, [o, menino, espantou, o, gato], N).
** (1) Call : num_ocorrencias(menino, [o, menino, espantou, o, gato], _1)?
** (2) Call : num_ocorrencias(menino, [menino, espantou, o, gato], _1)?
** (3) Call : num ocorrencias(menino, [espantou, o, gato], _2)?
** (4) Call : num_ocorrencias(menino, [o, gato], _2)?
** (5) Call : num_ocorrencias(menino, [gato], _2)?
** (6) Call : num_ocorrencias(menino, [], _2)?
** (6) Exit : num_ocorrencias(menino, [], 0)?
** (5) Exit : num_ocorrencias(menino, [gato], 0)?
** (4) Exit: num_ocorrencias(menino, [o, gato], 0)?
** (3) Exit : num_ocorrencias(menino, [espantou, o, gato], 0)?
** (2) Exit : num_ocorrencias(menino, [menino, espantou, o, gato], 1)?
** (1) Exit: num_ocorrencias(menino, [o, menino, espantou, o, gato], 1)?
N = 1?
yes
4. Construir um predicado em Prolog, denominado "todas" antes", o qual relaciona uma lista de palavras
   com uma sub-lista de todas as palavras da lista que precedem uma dada palavra. Seu
   comportamento é o expresso abaixo:
todas_antes(Palavra, [], []).
todas_antes(Palavra, [ Palavra | _ ], []).
todas_antes(Palavra, [ Cabeca | Cauda ], [Cabeca | Sub_Lista 1]) :-
        todas antes(Palavra, Cauda, Sub Lista 1).
?- todas antes(casaco, [], L).
```

```
** (1) Call: todas_antes(casaco, [], _1)?
** (1) Exit : todas_antes(casaco, [], [])?
L = []?
?- todas antes(casaco, [ casaco ], L).
** (1) Call: todas antes(casaco, [casaco], 1)?
** (1) Exit : todas_antes(casaco, [casaco], [])?
L = []?
yes
?- todas_antes(casaco, [ casaco, de, pele ], L).
** (1) Call: todas_antes(casaco, [casaco, de, pele], _1)?
** (1) Exit : todas_antes(casaco, [casaco, de, pele], [])?
L = []?
yes
?- todas antes(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], L).
** (1) Call: todas_antes(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], _1)?
** (2) Call: todas_antes(abriu, [homem, abriu, a, porta], _2)?
** (3) Call: todas_antes(abriu, [abriu, a, porta], _3)?
** (3) Exit: todas_antes(abriu, [abriu, a, porta], [])?
** (2) Exit: todas_antes(abriu, [homem, abriu, a, porta], [homem])?
** (1) Exit: todas_antes(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], [o, homem])?
L = [o, homem] ?
yes
?- todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], L).
** (1) Call: todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], _1)?
** (2) Call : todas_antes(casaco, [homem, abriu, a, porta], _2)?
** (3) Call: todas_antes(casaco, [abriu, a, porta], _3)?
** (4) Call: todas_antes(casaco, [a, porta], _4)?
** (5) Call: todas_antes(casaco, [porta], _5)?
** (6) Call : todas_antes(casaco, [], _6)?
** (6) Exit : todas_antes(casaco, [], [])?
** (5) Exit: todas_antes(casaco, [porta], [porta])?
** (4) Exit : todas_antes(casaco, [a, porta], [a, porta])?
** (3) Exit: todas_antes(casaco, [abriu, a, porta], [abriu, a, porta])?
** (2) Exit: todas antes(casaco, [homem, abriu, a, porta], [homem, abriu, a, porta])?
** (1) Exit: todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], [o, homem, abriu, a, porta])?
L = [o, homem, abriu, a, porta]?
yes
                         ***** REFORMULANDO A PRIMEIRA CLAUSULA *****
todas antes(Palavra, Lista, []):-
        not(pertence_a(Palavra, Lista)).
todas_antes(Palavra, [ Palavra | _ ], []).
todas_antes(Palavra, [ Cabeca | Cauda ], [Cabeca | Sub_Lista_1]) :-
        todas_antes(Palavra, Cauda, Sub_Lista_1).
?- todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], L).
** (1) Call: todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], _1)?
** (1) Exit: todas_antes(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], [])?
L = []?
yes
```

5. Construir um predicado em Prolog, denominado "todas\_depois", o qual relaciona uma lista de palavras com uma sub-lista de todas as palavras da lista que se sucedem à dada palavra. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
todas depois(Palavra, Lista, []) :-
        not(pertence a(Palavra, Lista)).
todas_depois(Palavra, [ Palavra | Cauda ], Cauda).
todas depois(Palavra, [ Cabeca | Cauda ], Sub Lista 1):-
        todas_depois(Palavra, Cauda, Sub_Lista_1).
?- todas_depois(casaco, [], L).
** (1) Call: todas_depois(casaco, [], _1)?
** (1) Exit : todas_depois(casaco, [], [])?
L = []?
yes
?- todas depois(casaco, [ casaco ], L).
** (1) Call: todas_depois(casaco, [casaco], _1)?
** (1) Exit : todas_depois(casaco, [casaco], [])?
L = []?
yes
?- todas_depois(casaco, [ casaco, de, pele ], L).
** (1) Call: todas_depois(casaco, [casaco, de, pele], _1)?
** (1) Exit: todas_depois(casaco, [casaco, de, pele], [de, pele])?
L = [de, pele]?
yes
?- todas depois(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], L).
** (1) Call: todas_depois(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], _1)?
** (2) Call : todas_depois(abriu, [homem, abriu, a, porta], _1)?
** (3) Call: todas_depois(abriu, [abriu, a, porta], _1)?
** (3) Exit: todas_depois(abriu, [abriu, a, porta], [a, porta])?
** (2) Exit: todas_depois(abriu, [homem, abriu, a, porta], [a, porta])?
** (1) Exit: todas_depois(abriu, [o, homem, abriu, a, porta], [a, porta])?
L = [a, porta]?
yes
?- todas depois(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], L).
** (1) Call: todas_depois(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], _1)?
** (1) Exit: todas depois(casaco, [o, homem, abriu, a, porta], [])?
L = []?
yes
```

#### Lista de Exercícios de PROLOG

**Informações Gerais:** Os exercícios abaixo não valem nota mas devem ser obrigatoriamente resolvidos por completo com o auxílio de qualquer compilador/interpretador PROLOG disponível. As soluções serão extremamente úteis para o T1.

**OBS.:** Vários dos predicados propostos necessitam da definição previa de outros predicados, alguns dos quais já foram resolvidos em outras transparências.

**EXERCÍCIO 1:** Construir um predicado em Prolog, denominado "elem\_repetidos", o qual relaciona uma lista de itens com uma sub-lista (possivelmente vazia) de todos os itens da lista

original que aparecem repetidos em qualquer numero de vezes. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
?- elem_repetidos([a,b], Z).
Z = [] ?
yes
?- elem_repetidos([a,a,b], Z).
Z = [a] ?
yes
?- elem_repetidos([a, b, c, c, d, e, f, f, g, h, c, c, c, e, e, a], Z).
Z = [a, c, e, f] ?
yes
```

**EXERCÍCIO 2:** Construir um predicado em Prolog, denominado "intercalada", o qual relaciona duas listas de itens (L1 e L2 – possivelmente vazias) com uma terceira lista (L3), onde esta última contém a intercalação dos elementos das duas outras listas (L1 e L2). Caso L1 e L2 sejam de tamanhos diferentes, completar L3 com os itens não intercalados da lista de maior número de itens. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
?- intercalada([], [], Z).
Z = []?
yes
?- intercalada([a], [], Z).
Z = [a]?
yes
?- intercalada([], [1,2], Z).
Z = [1, 2]?
yes
?- intercalada([], [1,2,3,4], Z).
Z = [1, 2, 3, 4]?
yes
?- intercalada([a,b], [1,2,3,4], Z).
Z = [a, 1, b, 2, 3, 4]?
yes
?- intercalada([a,b,c,d], [1,2,3,4], Z).
Z = [a, 1, b, 2, c, 3, d, 4]?
yes
```

**EXERCÍCIO 3:** Construir um predicado em Prolog, denominado "insercao\_ord", o qual relaciona um item (I), uma lista ordenada (L1 – possivelmente vazia) de itens da mesma natureza de I, e uma lista ordenada (L2 – não vazia). A lista L2 contem todos os itens de L1 e ainda o item I em uma posição que mantenha L2 de forma ordenada. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
?- insercao_ord( 6, [], Z).

Z = [6] ?

yes

?- insercao_ord( 6, [5], Z).

Z = [5, 6] ?

yes

?- insercao_ord( 6, [3,4,5,8,9,10], Z).

Z = [3,4,5,6,8,9,10] ?

yes
```

**EXERCÍCIO 4:** Construir um predicado em Prolog, denominado "ordenada", o qual relaciona duas listas (L1 e L2 – possivelmente vazias) de itens numéricos, onde L2 tem exatamente os mesmos itens de L1, porém de maneira ordenada. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
?- ordenada([], Z).
Z = [] ?
yes
?- ordenada([11 , 10, 9], Z).
Z = [9, 10, 11] ?
yes
?- ordenada([11 , 10, 9, 5, 7, 2, 4, 8, 9, 1111, 2, 3, 45, 7, 888, 989], Z).
Z = [2, 2, 3, 4, 5, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 45, 888, 989, 1111] ?
yes

*** ATENÇÃO ***
?- ordenada([ 5 ], [ 4 ]).
no
?- ordenada([ 5, 6, 7 ], [ 4, 5, 6 ]).
no
```

**EXERCÍCIO 5:** Suponha que existam 10 (dez) pessoas em uma cidade, e seus nomes são: "a", "b", "c", "d", "e", "f", "g", "h", "i", "j". Também é conhecido o fato de que os seguintes pares de pessoas se comunicam freqüentemente:

```
[[a f] [f e] [g i] [h b] [c h] [j d] [g j] [b h] [d i]]
```

Claramente, "a", "e" e "f" formam uma sub-cultura na qual seus membros se comunicam mutuamente, porém não se comunicam com nenhuma outra sub-cultura da cidade. Quantas sub-culturas existem no conjunto acima (ou em qualquer conjunto semelhante ao conjunto dado)?

Para ajudar a responder à pergunta acima, construir um predicado em Prolog, denominado "subcultura", o qual relaciona duas listas (L1 e L2 – possivelmente vazias), as quais englobam sublistas de apenas 1 (um) nível de profundidade. Cada sub-lista de L1 é composta de um par de itens (nomes de pessoas) ao passo que cada sub-lista de L2 representa um grupo com todas as pessoas de uma sub-cultura. Seu comportamento é o expresso abaixo:

```
?- subcultura([[a, b], [b, c], [d, e], [e, f]], S).
S = [[a, b, c], [d, e, f]] ?
yes
?- subcultura([[a, e], [b, f], [c, g], [d, g]], S).
S = [[a, e], [b, f], [c, g, d]] ?
yes
?- subcultura([[a, f], [f, e], [g, i], [h, b], [c, h], [j, d], [g, j], [b, h], [d, i]], S).
S = [[b, c, h], [d, g, i, j], [a, e, f]] ?
yes
```

Você pode ver algum propósito especifico para um predicado como este? Caso negativo, considere uma lista de pares de cidades ligadas por uma linha telefônica ou de transporte com as quais se pretende fazer estudos de ampliação do sistema de interligação. Ou mesmo, imagine que a lista de pares seja de números com um fator comum.

#### Estruturas de Dados em PROLOG

Estruturas são objetos compostos, utilizados como "termos" para auxiliar a construção de predicados. Tais estruturas possuem dois tipos de componentes:

- 1. O "funtor," que é invariavelmente um átomo o qual identifica a estrutura;
- 2. Os "argumentos" do funtor, que são usados para dar nome às partes do objeto composto. Tais argumentos podem ser constantes, variáveis, ou mesmo outras estruturas.

Em geral, os argumentos são colocados entre parênteses e estão separados uns dos outros por virgulas. Isto gera uma semelhança com a "forma" de se escrever predicados.

Por exemplo, em:

```
livro("Programação Prolog", "J. da Silva")
```

⇒ livro é o funtor da estrutura acima.

Ou ainda, no caso de termos estruturas de estruturas, como em:

```
livro(autor("J. A.", "da Silva"), "Programação Prolog", 287, "A37.64")
```

- ⇒ Tanto livro e autor são os funtores das 2 (duas) estruturas acima;
- ⇒ A sub-estrutura cujo funtor é autor foi usada para compor a estrutura cujo funtor é livro.

A idéia principal por traz da estruturação de dados se refere à possibilidade de se decompor um problema em sub-componentes, de acordo com a solução adotada. Isto pode evitar o colapso indesejável de objetos de tipos distintos.

#### Por exemplo:

\* Fatos:

```
esta_emprestado(alberto, rich, ???, ???, ... ). esta_emprestado(alberto, raquete, ???, ... ). esta_emprestado(alberto, aho, ???, ???, ... ).
```

\* Pergunta:

?- esta emprestado(alberto, Livro, ...).

\* De Forma Estruturada:

```
esta_emprestado(alberto, livro( autor("J. A.", "da Silva"),"Programação Prolog", 287, "A37.64")).
```

A partir daí podemos escrever termos mais complexos para predicados, como no exemplo abaixo:

```
esta_emprestado(alberto, livro( autor("J. A.", "da Silva"), "Programação Prolog", 287, "A37.64")).
```

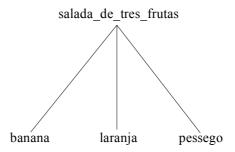
Ou mesmo fazer perguntas mais complexas como:

- \* Quais os sobrenomes e títulos dos livros emprestados a alberto ?
- ?- esta\_emprestado(alberto, livro( autor( \_ , Sobrenome), Titulo, \_ , \_ )).
- \* Há algum livro do autor "Rich" emprestado a alberto ? (R: Sim/Não)
- ?- esta emprestado(alberto, livro( autor( , "Rich"), , , )).

### Árvores com Estruturas de Dados de Prolog:

Árvores são uma forma clara de se "visualizar" uma estrutura complexa. Por exemplo, na estrutura abaixo, o funtor "salada\_de\_tres\_frutas" é o nodo raiz e os argumentos são os ramos da árvore:

salada\_de\_tres\_frutas(banana, laranja, pessego)

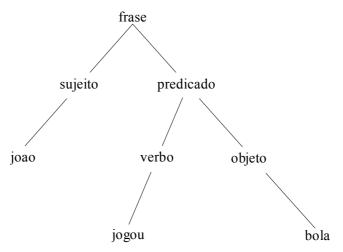


Ou mesmo da expressão já apresentada:

livro(autor("J. A.", "da Silva"), "Programação Prolog", 287, "A37.64")



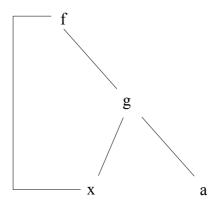
Estruturas podem ser usadas para casamento de padrão complexo. Como exemplo podemos citar a identificação de frases em linguagem natural. Seja a frase "joao jogou bola". Em forma de árvore, sua visualização seria:



A frase acima, em estrutura Prolog é:

frase(sujeito(joao), predicado(verbo(jogou), objeto(bola)))

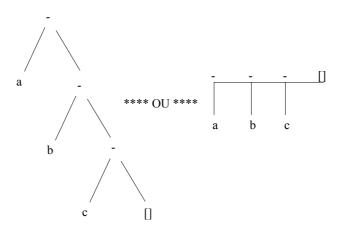
Estruturas menos restritivas do que árvores também podem ser representadas neste sentido. Por exemplo, a expressão f(X, g(X, a)) pode ser visualizada como o seguinte grafo:



Listas podem ser representadas como casos especiais de árvores. Por exemplo, a lista em forma de estrutura que consiste de um elemento (o elemento 'a') poderia ser escrita como (a, []) e visualizada como:



Ou mesmo a estrutura (a, .(b, .(c, []))) seria visualizada como:



Porem, listas dinâmicas em Prolog, por si só, são formas flexíveis de se representar estruturas muito heterogêneas. Implemente muitos programas em Prolog para entender melhor esta afirmativa.

### Um exemplo

Construir uma estrutura de dados, em PROLOG, que seja capaz de armazenar informações de nome, endereço e idade em uma árvore binaria, ordenada, onde os nodos mais a esquerda estão com os nomes em ordem alfabética mais baixa.

/\* INSERE \*/

/\* Insere um nodo em uma árvore VAZIA ou em um nodo FOLHA. \*/ insere(Descritor, vazia, nodo(vazia, Descritor, vazia)).

/\* Caminha na árvore a ESQUERDA se o nome a ser inserido for alfabaticamente ANTERIOR ao do nodo corrente. \*/

insere(descritor(Nome, E, I), nodo(AE, descritor(N1, E1, I1), AD), nodo(AE1, descritor(N1, E1, I1), AD)) :-

Nome < N1, insere(descritor(Nome, E, I), AE, AE1).

/\* Caminha na árvore a DIREITA se o nome a ser inserido for alfabaticamente POSTERIOR ao do nodo corrente. \*/

insere(descritor(Nome, E, I), nodo(AE, descritor(N1, E1, I1), AD), nodo(AE, descritor(N1, E1, I1), AD1)):-

Nome > N1, insere(descritor(Nome, E, I), AD, AD1).

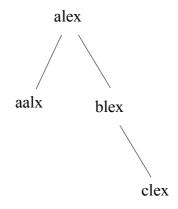
/\* Atualiza o nodo CORRENTE se o nome contido no descritor for igual. \*/
insere(descritor(Nome, E, I), nodo(AE, descritor(N1, \_ , \_ ), AD), nodo(AE, descritor(Nome, E, I), AD)) :Nome = N1.

### Cálculo de um exemplo:

?- insere(descritor(alex, e1, 10), vazia, A1), insere(descritor(blex, e2, 11), A1, A2), insere(descritor(clex, e3, 12), A2, A3), insere(descritor(aalx, e4, 13), A3, A4), write(A4).

nodo(nodo(vazia, descritor(aalx, e4, 13), vazia), descritor(alex, e1, 10), nodo(vazia, descritor(blex, e2, 11), nodo(vazia, descritor(clex, e3, 12), vazia)))

#### /\* VISUALIZAÇÃO GRÁFICA DO EXEMPLO \*/



/\* ELIMINA \*/

/\* Elimina um nodo FOLHA, ou nodo ÚNICO da árvore, cujo nome no descritor coincide com o nome procurado. \*/

elimina(descritor(Nome, \_ , \_ ), nodo(vazia, descritor(N1, \_ , \_ ), vazia), vazia) :- N1 = Nome.

/\* Caminha na árvore a ESQUERDA se o nome a ser inserido for alfabaticamente ANTERIOR ao do nodo corrente. \*/

elimina(descritor(Nome, E, I), nodo(AE, descritor(N1, E1, I1), AD), nodo(AE1, descritor(N1, E1, I1), AD)):-

Nome < N1.

```
elimina(descritor(Nome, E, I), AE, AE1).
```

### O Uso do CUT(!) e do FAIL

#### O uso do "CUT" (!)

Corte de soluções múltiplas – permite informar ao interpretador Prolog quais ponteiros anteriores do processamento devem ser desconsiderados para efeito de controle de "BACKTRACKING" ou "retroação":

```
...
pai(joao, jose).
pai(joao, paulo).
pai(alberto, joao).
pai(fabricio, alberto).
pai(jonatas, fabricio).
?- pai(X, _ ).
X = joao ?;
X = joao ?;
X = alberto ?;
X = fabricio ?;
X = jonatas ?;
filho(X, Y):-
        pai(Y, X).
?- filho(F, P).
F = jose P = joao ?;
F = paulo P = joao ?;
F = joao P = alberto ?;
F = alberto P = fabricio?;
F = fabricio P = jonatas ?;
no
filho(X, Y):-
        pai(Y, X), !.
?- filho(F, P).
```

```
F = jose P = joao ?;
pai(X):-
   pai(X, _ ).
?- pai(X).
X = joao ?;
X = joao ?;
X = alberto ?;
X = fabricio ?;
X = jonatas ?;
no
pai(X):-
       pai(X, _ ),
?- pai(X).
X = joao ?;
no
soma dos int de 1 a(1, 1).
soma dos int de 1 a(N, Soma) :-
       N1 is N - 1,
       soma_dos_int_de_1_a(N1, Tmp_soma),
       Soma is Tmp_soma + N.
?- soma_dos_int_de_1_a(3, X).
** (1) Call : soma_dos_int_de_1_a(3, _1)?
** (2) Call : soma_dos_int_de_1_a(2, _2)?
** (3) Call : soma_dos_int_de_1_a(1, _3)?
** (3) Exit : soma_dos_int_de_1_a(1, 1)?
** (2) Exit : soma_dos_int_de_1_a(2, 3)?
** (1) Exit : soma_dos_int_de_1_a(3, 6)?
X = 6 ?;
** (1) Redo: soma_dos_int_de_1_a(3, 6)?
** (2) Redo: soma_dos_int_de_1_a(2, 3)?
** (3) Redo : soma_dos_int_de_1_a(1, 1)?
** (4) Call : soma_dos_int_de_1_a(0, _4)?
** (5) Call : soma_dos_int_de_1_a(-1, _5)?
** (6) Call : soma_dos_int_de_1_a(-2, _6)?
** (7) Call : soma_dos_int_de_1_a(-3, _7)?
** (8) Call : soma_dos_int_de_1_a(-4, _8)?
** (9) Call : soma_dos_int_de_1_a(-5, _9)?
** (10) Call : soma_dos_int_de_1_a(-6, _10)?
... ... ...
;;; PROLOG ERROR - MEMORY LIMIT (pop prolog lim) EXCEEDED
;;; DOING : soma_dos_int_de_1_a/2
;;; [execution aborted]
soma_dos_int_de_1_a(1, 1) :-
       !.
soma_dos_int_de_1_a(N, Soma):-
       N1 is N - 1,
       soma_dos_int_de_1_a(N1, Tmp_soma),
```

Soma is Tmp soma + N.

```
?- soma_dos_int_de_1_a(3, X).

** (1) Call : soma_dos_int_de_1_a(3, _1)?

** (2) Call : soma_dos_int_de_1_a(2, _2)?

** (3) Call : soma_dos_int_de_1_a(1, _3)?

** (3) Exit : soma_dos_int_de_1_a(1, 1)?

** (2) Exit : soma_dos_int_de_1_a(2, 3)?

** (1) Exit : soma_dos_int_de_1_a(3, 6)?

X = 6 ?;

** (1) Redo : soma_dos_int_de_1_a(3, 6)?

** (2) Redo : soma_dos_int_de_1_a(2, 3)?

** (3) Redo : soma_dos_int_de_1_a(1, 1)?

** (3) Fail : soma_dos_int_de_1_a(1, _3)?

** (2) Fail : soma_dos_int_de_1_a(2, _2)?

** (1) Fail : soma_dos_int_de_1_a(3, _1)?

no
```

#### O uso do "FAIL"

O predicado "FAIL" é aquele que, quando incluído no corpo de uma cláusula qualquer, o valor-verdade da cláusula será "falso" (não necessariamente o do predicado). Isto provoca retroação (backtraching) e, consequentemente, combinações automáticas de valores instanciáveis nas variáveis da cláusula.

```
nomes_de_mulheres:-
mulher(X),
write(X),
nl,
fail.
?-imprime_mulheres.
claudia
silvia
clara
angela
maria
marcia
no
```

#### A combinação "CUT-FAIL":

Quando o FAIL é encontrado depois de um CUT (!), o comportamento esperado do "backtracking" é sempre alterado devido à presença do CUT. Na verdade, a combinação CUT-FAIL se torna útil em diversas condições práticas por razões variadas. Ex:

```
\begin{split} & \mathsf{fatorial}(\mathsf{X}, \ \_) := \mathsf{X} < \mathsf{0}, \ !, \ \mathsf{fail}. \\ & \mathsf{fatorial}(\mathsf{0}, \mathsf{1}) := !. \\ & \mathsf{fatorial}(\mathsf{X}, \ \mathsf{FX}) := \mathsf{Y} \ \mathsf{is} \ \mathsf{X} - \mathsf{1}, \quad \mathsf{fatorial}(\mathsf{Y}, \ \mathsf{FY}), \quad \mathsf{FX} \ \mathsf{is} \ \mathsf{X} \ ^* \ \mathsf{FY}. \end{split}
```