

Departamento de Informática - UFPR

Primeira prova

Algoritmos e Teoria dos Grafos - CI065 - 2009/2

Prof. André Luiz Pires Guedes

16 de outubro de 2009

PROVA SEM CONSULTA

A prova tem duração de 1:30 horas.

A interpretação faz parte da prova. Pode fazer a lápis (contanto que seja possível ler). Pode ficar com a folha de questões.

Matriz M_1

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Matriz M_2

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

(15pts) **1.** Seja G um grafo. Se $X \subseteq V(G)$, $E(X, \overline{X})$ é o corte que separa X de \overline{X} em G . Prove que se G é conexo, então $E(X, \overline{X}) \neq \emptyset$ para todo $X \subset V(G)$, não vazio.

(30pts) **2.** Considerando as matrizes de adjacência M_1 e M_2 acima e seus respectivos grafos G_1 e G_2 :

a) (15pts) G_1 , G_2 , $\overline{G_1}$ e $\overline{G_2}$ são bipartidos? Justifique.

b) (10pts) Quais os graus dos vértices destes quatro grafos?

c) (15pts) Existe algum, par dentre estes quatro grafos, formado por grafos isomorfos? Justifique.

- (20pts) **3.** Faça uma busca em profundidade no grafo da matriz M_1 , iniciando no vértice 1, e diga o tipo de cada aresta (de árvore ou de retorno), e para cada vértice, os valores de *entra*, *sai* e *pai*.
- (10pts) **4.** Dado um grafo G com $n > 0$ vértices, prove que o número de vértices de grau ímpar é par.
- (10pts) **5.** Dado um grafo G com $n > 1$ vértices, prove que existem pelo menos dois vértices com o mesmo grau.

(15pts) **6.** Seja G conexo e $e \in E(G)$. Dizemos que e é uma ponte (ou aresta de corte) em G se $G - e$ é desconexo. Prove que se G é euleriano então G não contém uma ponte.