

Home Work #2: Probability Theory

Tugas dikerjakan sendiri dengan tulisan tangan dan dibuat softcopy pdf-nya yang masih mudah terbaca, tidak buram karena kurang cahaya atau terlihat kabur tulisannya. Pengumpulan dilakukan secara online di situs kuliah.itb.ac.id paling lambat hari Kamis, 17 September pukul 23.55 .

1. Tunjukkan bahwa $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$
2. Berikan rumus untuk $P(A|\neg B)$ dengan hanya menggunakan terms $P(A)$, $P(B)$ dan $P(A \wedge B)$. Disini A dan B adalan variabel random boolean.
3. Jika A dan B adalah event yang independent, buktikan bahwa
 - a. A dan $\neg B$ independent
 - b. $\neg A$ dan $\neg B$ independent
4. X adalah variabel random dengan dua nilai $\{\alpha, \beta\}$. Y adalah variable random dengan dua nilai $\{\delta, \eta\}$. Ada 140 pasangan (X_i, Y_i) dengan jumlah tiap pasangan seperti terliihat pada tabel contingency berikut. Sebagai contoh ada 20 kasus dimana $(X, Y) = (\beta, \delta)$

	$X = \alpha$	$X = \beta$
$Y = \delta$	15	20
$Y = \eta$	75	30

Hitung nilai peluang berikut:

- a. $P(X = \alpha)$
 - b. $P(X \neq \beta)$
 - c. $P(X = \beta \text{ dan } Y = \delta)$
 - d. $P(X = \alpha \text{ atau } Y = \eta)$
 - e. $P(X = \beta \mid Y = \eta)$
5. Peluang orang terkena penyakit kanker adalah 0.01. Test lab yang memberikan hasil positif adanya penyakit ini memiliki keakuratan 98% untuk semua kasus yang memang mengidap kanker. Sementara itu, keakuratan hasil test yang negatif adalah 97% untuk semua kasus yang tidak mengandung kanker. Jika hasil test lab seorang pasien adalah positif, tentukan peluang yang paling mungkin apakah pasien tersebut terkena kanker atau tidak! Gunakan variabel random K utuk menyatakan orang yang terkena penyakit kanker, dan P untuk menyatakan hasil test positif
 6. Misal kemunculan sederetan masukan (x_1, \dots, x_n) mengikuti distribusi normal $N(\mu, \sigma^2)$ sehingga $P(x_1, \dots, x_n | \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$

Apabila distribusi *prior* mengikuti distribusi normal $N(\mu_p, \sigma_p^2)$, tentukan μ_{MAP} dengan menggunakan maximum a posteriori (MAP) estimator.