

Organização de Computadores I

Complemento de 2 e Ponto Flutuante

Revisão

- Binário n bits $\rightarrow 2^n$
- Complemento de 2
 - Único Zero
 - Bit de Sinal (0 positivo 1 negativo)
 - Aritmética direta somar
 - Simetria em relação ao zero
 - $\text{Compl2}(x) = -x$
 - Inverter sinal
 - $\text{Compl2}(\text{compl2}(x)) = x$
 - $\text{Compl2}(x)$: inverter x e somar 1

Positivos

Representação 4 bits

-8 ao +7

Sinal	Num	Decimal
0	000	0
0	001	1
0	010	2
....		
0	111	7

Positivos e negativos

Representação 4 bits

-8 ao +7

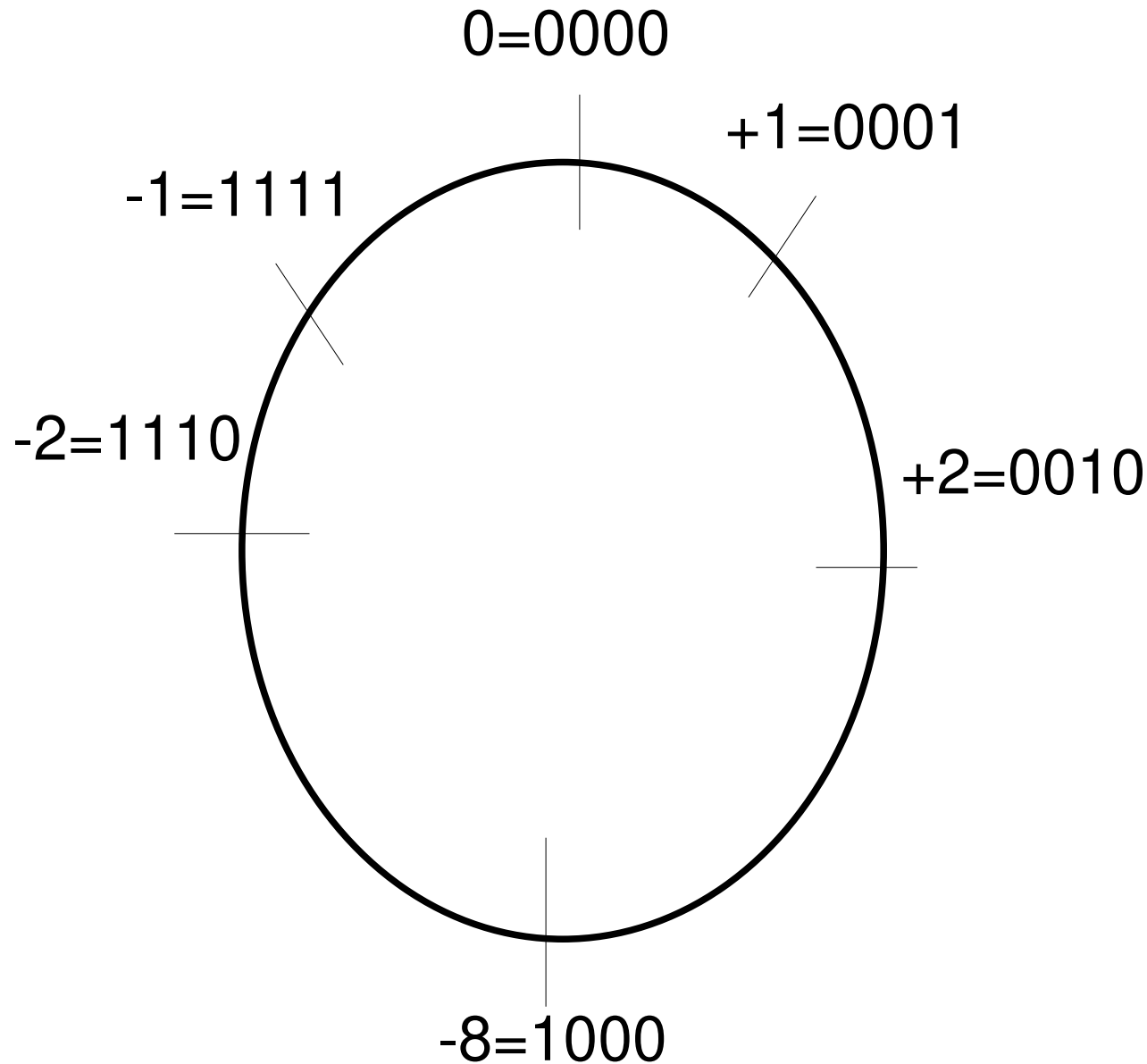
Sinal	Num	Decimal
0	000	0
0	001	1
0	010	2
....		
0	111	7
1	000	-8
1	001	-7
....		
1	111	-1

Positivos e negativos

Representação 4 bits

-8 ao +7

Sinal	Num	Decimal
0	000	0
0	001	1
0	010	2
....		
0	111	7
1	000	-8
1	001	-7
....		
1	111	-1



Exemplo $5 + (-3)$

$$5 = 0101$$

$$3 = 0011$$

Exemplo $5 + (-3)$

$$5 = 0\ 101$$

$$3 = 0\ 011 \rightarrow 1\ 100 \text{ (inverter)}$$

1 (somar 1)

$$1\ 101 = -3$$

Exemplo $5 + (-3)$

$$5 = 0\ 101$$

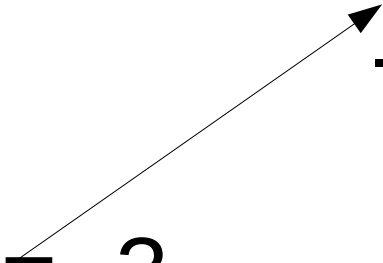
$$3 = 0\ 011 \rightarrow 1\ 100$$

1

$$1\ 101 = -3$$

$$0\ 101\ 5$$

$$1\ 101\ -3$$



Exemplo $5 + (-3)$

$$5 = 0\ 101$$

$$3 = 0\ 011 \rightarrow 1\ 100$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1\ 101 = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 101\ 5 \\ 1\ 101\ -3 \\ \hline 0\ 010\ 2 \end{array}$$

Exemplo $-5 + (-2)$

$$\begin{array}{rcl} 5 = 0101 & \rightarrow & 1010 \\ 2 = 0010 & & 1 \\ & & \hline & & 1011 = -5 \end{array}$$

Exemplo $-5 + (-2)$

$$5 = 0\ 101$$

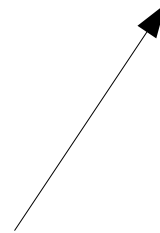
$$3 = 0\ 011$$

$$\rightarrow 1\ 010$$

1

$$1\ 011 = -5$$

$$1\ 011 = -5$$



Exemplo $-5 + (-2)$

$$5 = 0\ 101$$

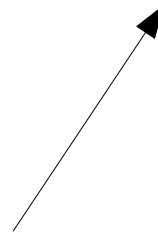
$$2 = 0\ 010 \rightarrow 1\ 101$$

1

$$1\ 110 = -2$$

$$1\ 011 = -5$$

$$1\ 110 = -2$$



Exemplo $-5 + (-2)$

$$\begin{aligned} 5 &= 0\ 101 \\ 2 &= 0\ 010 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 011 = -5 \\ 1\ 110 = -2 \\ \hline 1\ 001 = ? \end{array}$$

Exemplo $-5 + (-2)$

$$\begin{aligned} 5 &= 0101 \\ 2 &= 0010 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1011 = -5 \\ 1110 = -2 \\ \hline 1001 \rightarrow 0110 \\ 1 \\ \hline 7 = 0111 \end{array}$$

Exemplo $-5 + (-2)$

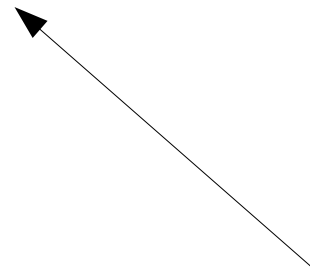
$$\begin{aligned} 5 &= 0101 \\ 2 &= 0010 \end{aligned}$$

$$1011 = -5$$

$$1110 = -2$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ -7 = 1001 \rightarrow 0110 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{-----} \\ 7 = 0111 \end{array}$$



Exemplo 5+4

$$\begin{array}{l} 5 = 0101 \\ 4 = 0100 \end{array}$$

Exemplo 5+4

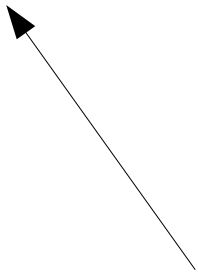
$$\begin{array}{r} 5 = 0101 \\ 4 = 0100 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Exemplo 5+4

$$\begin{array}{r} 5 = 0 \ 101 \\ 4 = 0 \ 100 \\ \hline 1 \ 001 \end{array}$$

Overflow pois com 4 bits temos de -8 a +7

Bit de sinal Negativo !!



Exemplo 5+4

$$\begin{array}{r} 5 = 0 \ 101 \\ 4 = 0 \ 100 \\ \hline 1 \ 001 \end{array}$$

Como verificar que não é $-7 = 1001 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 0110 \\ 1 \\ \hline 0111 \end{array}$$

Exemplo 5+4

$$\begin{array}{r} 5 = 0 \ 101 \\ 4 = 0 \ 100 \\ \hline 1 \ 001 \end{array}$$

Se somamos dois números positivos
O resultado deve ser positivo
Caso contrário ERRO de overflow

Outros casos de Overflow

- Pos + Pos = Pos senão overflow
- Pos + Neg = Pos ou Neg
 - Pode gerar erro ?

Outros casos de Overflow

- Pos + Pos = Pos senão overflow
- Pos + Neg = Pos ou Neg
 - Pode gerar erro ?
 - Maior +7, menor -8
 - $S = 7 + (-8) = -1$
 - $S = 0 + (-8) = -8$
 - $S = 7 + (-1) = 6$

Outros casos de Overflow

- Pos + Pos = Pos senão overflow
- Pos + Neg = Pos ou Neg – OK
- Neg + Neg = Neg senão underflow
- Como detectar
 - Olhar bit de sinal dos operandos e resultado

Casos como tabela

Op 1	Op 2	res	erro
0			
0			
0			
0			
1			
1			
1			
1			

Casos como tabela

Op 1	Op 2	res	erro
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Casos como tabela

Op 1	Op 2	res	erro
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Casos como tabela

Op 1	Op 2	res	erro
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Usando 5 bits ? $5+4= \dots$

5 = 0 0101

4 = 0 0100

0 1001 = 9

Como 5 bits temos -16 a +15

Considerações Finais

- Representação finita – overflow ou underflow
- Somar n bits pode gera $n+1$ bits
- Simetria do Complemento de dois
- Padrão usado nos computadores
- $1111111111..1111 = -1$
- $00000000...0001 = +1$

Multiplicação

$$1 * 0 = 0$$

$$0 * 0 = 0$$

$$X * 0 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

$$0 * 1 = 0$$

$$X * 1 = X$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{rcl} 5 & = & 0\ 1\ 0\ 1 \\ 4 & = & 0\ 1\ 0\ 0 \\ & & \hline \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{r} 0101 \\ 0100 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 0101 \\ 0000 \\ \hline \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gera números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \end{array} = 16+4 = 20$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 1 \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

Multiplicação

- Somas parciais
- Número de n bits pode gerar números de $2n$ bits

Exemplo

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array} = 32+16+1 = 49$$

Números reais ou Flutuante ?

1,0110101 em binário

Como converter ?

Como representar ?

Como somar ?