Inf250 - Aula de Ponto Flutuante

Depto de Informática - UFV

Ricardo Ferreira ricardo@ufv.br

2024



- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adicão
 - Multiplicação
 - Verilog

- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adição
 - Multiplicação
 - Verilog

- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adição
 - Multiplicação
 - Verilog

- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adição
 - Multiplicação
 - Verilog

- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adição
 - Multiplicação
 - Verilog

- Float de "7 bits"didático...
 - Conversão
 - Adição
 - Multiplicação
 - Verilog

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

```
00000000 000000000 00000000 000001013
```

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois).

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits).

```
0 1000000 1 0100000 00000000 0000000002
```

Hexadecimal

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 000000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois)

$111111111 111111111 111111111 11111011_2$

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits)
 - Hexadecimal:

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 000000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::

Binário (32 bits - complemento de dois)

$111111111 111111111 111111111 11111011_2$

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits)
 - 0 1000000 1 0100000 00000000 00000000
 - Hexadecimal:

 $0 \times 40 \, A00000$

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 00000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

 $111111111 111111111 111111111 11111011_2$

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits)

• Hexadecimal:

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 000000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

11111111 11111111 11111111 11111011₂

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits)

Hexadecimal

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 00000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0::
 - Representação IEEE 754 (32 bits)

Hexadecimal

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 000000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

11111111 11111111 11111111 11111011₂

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0;:
 - Representação IEEE 754 (32 bits):

Hexadecimal:

0×40A00000

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 00000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

11111111 11111111 11111111 11111011₂

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0;:
 - Representação IEEE 754 (32 bits):

 $0 \overline{1000000\ 1}\ 0100000\ 00000000\ 00000000_2$

Hexadecimal:

- unsigned int x = 5;:
 - Binário (32 bits):

00000000 00000000 00000000 000001012

- Hexadecimal: 0x00000005
- int x = -5::
 - Binário (32 bits complemento de dois):

11111111 11111111 11111111 11111011₂

- Hexadecimal: 0xFFFFFFB
- float x=5.0;:
 - Representação IEEE 754 (32 bits):

 $0 \overline{1000000\ 1}\ 0100000\ 00000000\ 00000000_2$

Hexadecimal:

Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^S \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S. Bit de sinal (O para positivo 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M. Mantissa (fração normalizada
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):



Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^S \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S: Bit de sinal (0 para positivo, 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M: Mantissa (fração normalizada)
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):



Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^{S} \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S: Bit de sinal (0 para positivo, 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M: Mantissa (fração normalizada)
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):



Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^S \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S: Bit de sinal (0 para positivo, 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M: Mantissa (fração normalizada)
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):



Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^S \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S: Bit de sinal (0 para positivo, 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M: Mantissa (fração normalizada)
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):

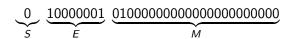


Representação de um número em ponto flutuante:

- Estrutura: SSinal Expoente (8 bits) $M_{22}M_{21}...M_{0}$ Mantissa (23 bits)
- Fórmula para codificação:

$$(-1)^S \times 2^{(E-127)} \times (1+M)$$

- S: Bit de sinal (0 para positivo, 1 para negativo)
- E: Valor do expoente com viés (bias) de 127
- M: Mantissa (fração normalizada)
- Exemplo Número 5.0 em IEEE 754 (32 bits):



Exceções Especiais:

- NaN (Not a Number): S = 0 E = 11111111 $M \neq 0$ Indica um valor indefinido ou inválido, como o resultado de 0/0 ou $\sqrt{-1}$.
- Infinito (∞): S=0 E=11111111 M=0 Representa um valor muito grande, como o resultado de 1/0 (infinito positivo) ou -1/0 (infinito negativo).
- **Zero** (0): S = 0 E = 00000000 M = 0 Valor zero, pode ser tanto +0 (positivo) quanto -0 (negativo), dependendo do bit de sinal.
- Zero Subnormal:

$$S = 0$$
 $E = 00000000$ $M \neq 0$

Exceções Especiais:

- NaN (Not a Number): S = 0 E = 11111111 $M \neq 0$ Indica um valor indefinido ou inválido, como o resultado de 0/0 ou $\sqrt{-1}$.
- Infinito (∞): S = 0 E = 11111111 M = 0 Representa um valor muito grande, como o resultado de 1/0 (infinito positivo) ou -1/0 (infinito negativo).
- **Zero** (0): S = 0 E = 00000000 M = 0 Valor zero, pode ser tanto +0 (positivo) quanto -0 (negativo), dependendo do bit de sinal.
- Zero Subnormal:

$$S = 0$$
 $E = 00000000$ $M \neq 0$

Exceções Especiais:

- NaN (Not a Number): S = 0 E = 11111111 $M \neq 0$ Indica um valor indefinido ou inválido, como o resultado de 0/0 ou $\sqrt{-1}$.
- Infinito (∞): S = 0 E = 11111111 M = 0 Representa um valor muito grande, como o resultado de 1/0 (infinito positivo) ou -1/0 (infinito negativo).
- **Zero** (0): S = 0 E = 00000000 M = 0 Valor zero, pode ser tanto +0 (positivo) quanto -0 (negativo), dependendo do bit de sinal.
- Zero Subnormal:

$$S = 0$$
 $E = 00000000$ $M \neq 0$

Exceções Especiais:

- NaN (Not a Number): S = 0 E = 11111111 $M \neq 0$ Indica um valor indefinido ou inválido, como o resultado de 0/0 ou $\sqrt{-1}$.
- Infinito (∞): S = 0 E = 11111111 M = 0 Representa um valor muito grande, como o resultado de 1/0 (infinito positivo) ou -1/0 (infinito negativo).
- **Zero** (0): S = 0 E = 00000000 M = 0 Valor zero, pode ser tanto +0 (positivo) quanto -0 (negativo), dependendo do bit de sinal.
- Zero Subnormal:

$$S = 0$$
 $E = 00000000$ $M \neq 0$

Formato Simplificado:

- Considere uma representação com 3 bits de expoente e 4 bits de mantissa.
- A fórmula geral para representar o número *n* é:

$$n = \begin{bmatrix} e_2 & e_1 & e_0 \end{bmatrix} M_3 M_2 M_1 M_0$$

$$n = 2^{e-3} \times (1+M)$$

- e_2 , e_1 , e_0 representam o expoente (e) com um **bias** de 3.
- M_3 , M_2 , M_1 , M_0 representam a mantissa $M = \frac{1}{2}M_3 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{8}M_1 + \frac{1}{16}M_0$.

Formato Simplificado:

- Considere uma representação com 3 bits de expoente e 4 bits de mantissa.
- A fórmula geral para representar o número n é:

$$n = \boxed{e_2 \mid e_1 \mid e_0} \boxed{M_3 \mid M_2 \mid M_1 \mid M_0}$$

$$n = 2^{e-3} \times (1+M)$$

- e_2 , e_1 , e_0 representam o expoente (e) com um **bias** de 3.
- M_3 , M_2 , M_1 , M_0 representam a mantissa $M = \frac{1}{2}M_3 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{8}M_1 + \frac{1}{16}M_0$.

Formato Simplificado:

- Considere uma representação com 3 bits de expoente e 4 bits de mantissa.
- A fórmula geral para representar o número n é:

$$n = \boxed{e_2 \mid e_1 \mid e_0} \boxed{M_3 \mid M_2 \mid M_1 \mid M_0}$$

$$n=2^{e-3}\times(1+M)$$

- e_2 , e_1 , e_0 representam o expoente (e) com um **bias** de 3.
- M_3 , M_2 , M_1 , M_0 representam a mantissa $M = \frac{1}{2}M_3 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{8}M_1 + \frac{1}{16}M_0$.

Formato Simplificado:

- Considere uma representação com 3 bits de expoente e 4 bits de mantissa.
- A fórmula geral para representar o número n é:

$$n = \boxed{e_2 \mid e_1 \mid e_0} \boxed{M_3 \mid M_2 \mid M_1 \mid M_0}$$

$$n=2^{e-3}\times(1+M)$$

- e_2 , e_1 , e_0 representam o expoente (e) com um **bias** de 3.
- M_3 , M_2 , M_1 , M_0 representam a mantissa $M = \frac{1}{2}M_3 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{8}M_1 + \frac{1}{16}M_0$.

Formato Simplificado:

- Considere uma representação com 3 bits de expoente e 4 bits de mantissa.
- A fórmula geral para representar o número n é:

$$n = \boxed{e_2 \mid e_1 \mid e_0} \boxed{M_3 \mid M_2 \mid M_1 \mid M_0}$$

$$n = 2^{e-3} \times (1 + M)$$

- e_2 , e_1 , e_0 representam o expoente (e) com um **bias** de 3.
- M_3 , M_2 , M_1 , M_0 representam a mantissa $M = \frac{1}{2}M_3 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{8}M_1 + \frac{1}{16}M_0$.

Representação do número 1.6 (aproximado para 1.625):

- O número 1.6 está entre 1 e 2, então o expoente e=0, portanto $2^0=2^{3-3}$
- Para a mantissa, utilizamos a fração binária 1/2 e 1/8, aproximando para 1.625: $1.6\approx 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=1.625$
- A mantissa *M* é representada como:

$$M_3 M_2 M_1 M_0 = 1010$$

(onde
$$M_3 = 1/2$$
 e $M_1 = 1/8$)

• O número 1.6 em nossa representação simplificada:

$$n = \boxed{011 \mid 1010}$$

$$n = 2^{3-3} \times (1 + 0.625) = 1.625$$

Representação do número 1.6 (aproximado para 1.625):

- O número 1.6 está entre 1 e 2, então o expoente e=0, portanto $2^0=2^{3-3}$
- Para a mantissa, utilizamos a fração binária 1/2 e 1/8, aproximando para 1.625: $1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$
- A mantissa *M* é representada como:

$$M_3 M_2 M_1 M_0 = 1010$$

(onde
$$M_3 = 1/2$$
 e $M_1 = 1/8$)

O número 1.6 em nossa representação simplificada:

$$n = \boxed{011 \mid 1010}$$

$$n = 2^{3-3} \times (1 + 0.625) = 1.625$$

Representação do número 1.6 (aproximado para 1.625):

- O número 1.6 está entre 1 e 2, então o expoente e=0, portanto $2^0=2^{3-3}$
- Para a mantissa, utilizamos a fração binária 1/2 e 1/8, aproximando para 1.625: $1.6\approx 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=1.625$
- A mantissa *M* é representada como:

$$M_3 M_2 M_1 M_0 = 1010$$

(onde
$$M_3 = 1/2$$
 e $M_1 = 1/8$)

• O número 1.6 em nossa representação simplificada:

$$n = \boxed{011 \mid 1010}$$

$$n = 2^{3-3} \times (1 + 0.625) = 1.625$$

Representação do número 1.6 (aproximado para 1.625):

- O número 1.6 está entre 1 e 2, então o expoente e=0, portanto $2^0=2^{3-3}$
- Para a mantissa, utilizamos a fração binária 1/2 e 1/8, aproximando para 1.625: $1.6\approx 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=1.625$
- A mantissa *M* é representada como:

$$M_3 M_2 M_1 M_0 = 1010$$

(onde
$$M_3 = 1/2$$
 e $M_1 = 1/8$)

• O número 1.6 em nossa representação simplificada:

$$n = \boxed{011 \ | 1010}$$

$$n = 2^{3-3} \times (1 + 0.625) = 1.625$$

Representação do número 5:

$$2^0 \times 5 = 2^1 \times 2.5 = 2^2 \times 1.25$$

- Logo, o expoente é 2, ou $2^{5-3} = 2^2$.
- Para a mantissa, representamos 1.25 como:

$$1.25 = 1 + \frac{1}{4} = 1 + 0.25$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=0100$ (onde $M_2=1/4$)
- O número 5 em nossa representação simplificada:

$$n = \lfloor 101 \, \lfloor 0100 \, \rfloor$$

$$n = 2^{5-3} \times (1+0.25) = 4 \times (1+\frac{1}{4}) = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

Representação do número 5:

$$2^0 \times 5 = 2^1 \times 2.5 = 2^2 \times 1.25$$

- Logo, o expoente é 2, ou $2^{5-3} = 2^2$.
- Para a mantissa, representamos 1.25 como:

$$1.25 = 1 + \frac{1}{4} = 1 + 0.25$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=0100$ (onde $M_2=1/4$)
- O número 5 em nossa representação simplificada:

$$n = \lfloor 101 \rfloor 0100 \rfloor$$

$$n = 2^{5-3} \times (1 + 0.25) = 4 \times (1 + \frac{1}{4}) = 4 \times \frac{5}{4} = 1$$

Representação do número 5:

$$2^0 \times 5 = 2^1 \times 2.5 = 2^2 \times 1.25$$

- Logo, o expoente é 2, ou $2^{5-3} = 2^2$.
- Para a mantissa, representamos 1.25 como:

$$1.25 = 1 + \frac{1}{4} = 1 + 0.25$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=0100$ (onde $M_2=1/4$)
- O número 5 em nossa representação simplificada:

$$n = \boxed{101 \mid 0100}$$

$$n = 2^{5-3} \times (1+0.25) = 4 \times (1+\frac{1}{4}) = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

Representação do número 5:

$$2^0 \times 5 = 2^1 \times 2.5 = 2^2 \times 1.25$$

- Logo, o expoente é 2, ou $2^{5-3} = 2^2$.
- Para a mantissa, representamos 1.25 como:

$$1.25 = 1 + \frac{1}{4} = 1 + 0.25$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=0100$ (onde $M_2=1/4$)
- O número 5 em nossa representação simplificada:

$$n = \lfloor 101 \mid 0100 \rfloor$$

$$n = 2^{5-3} \times (1 + 0.25) = 4 \times (1 + \frac{1}{4}) = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

Representação do número 5:

$$2^0 \times 5 = 2^1 \times 2.5 = 2^2 \times 1.25$$

- Logo, o expoente é 2, ou $2^{5-3} = 2^2$.
- Para a mantissa, representamos 1.25 como:

$$1.25 = 1 + \frac{1}{4} = 1 + 0.25$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=0100$ (onde $M_2=1/4$)
- O número 5 em nossa representação simplificada:

$$n = \lfloor 101 \rfloor 0100 \rfloor$$

$$n = 2^{5-3} \times (1 + 0.25) = 4 \times (1 + \frac{1}{4}) = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

Representação do número 0.4:

$$2^0 \times 0.4 = 2^{-1} \times 0.8 = 2^{-2} \times 1.6$$

- Logo, o expoente é -2, ou $2^{1-3} = 2^{-2}$.
- Para a mantissa, representamos 1.6 como:

$$1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=1010$ (onde $M_3=1/2$ e $M_1=1/8$).
- O número 0.4 em nossa representação simplificada (aproximado para 0.40625):

$$n = \boxed{001 \ | \ 1010}$$

$$n \approx 2^{1-3} \times (1+0.625) = \frac{1}{4} \times \frac{8+4+1}{8} = \frac{13}{32} = 0.40625$$

Representação do número 0.4:

$$2^{0} \times 0.4 = 2^{-1} \times 0.8 = 2^{-2} \times 1.6$$

- Logo, o expoente é -2, ou $2^{1-3} = 2^{-2}$.
- Para a mantissa, representamos 1.6 como:

$$1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=1010$ (onde $M_3=1/2$ e $M_1=1/8$).
- O número 0.4 em nossa representação simplificada (aproximado para 0.40625):

$$n = \boxed{001 \ | \ 1010}$$

$$n \approx 2^{1-3} \times (1+0.625) = \frac{1}{4} \times \frac{8+4+1}{8} = \frac{13}{32} = 0.40625$$

Representação do número 0.4:

$$2^0 \times 0.4 = 2^{-1} \times 0.8 = 2^{-2} \times 1.6$$

- Logo, o expoente é -2, ou $2^{1-3} = 2^{-2}$.
- Para a mantissa, representamos 1.6 como:

$$1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=1010$ (onde $M_3=1/2$ e $M_1=1/8$).
- O número 0.4 em nossa representação simplificada (aproximado para 0.40625):

$$n = \boxed{001 \ | \ 1010}$$

$$n \approx 2^{1-3} \times (1+0.625) = \frac{1}{4} \times \frac{8+4+1}{8} = \frac{13}{32} = 0.40625$$

Representação do número 0.4:

$$2^0 \times 0.4 = 2^{-1} \times 0.8 = 2^{-2} \times 1.6$$

- Logo, o expoente é -2, ou $2^{1-3} = 2^{-2}$.
- Para a mantissa, representamos 1.6 como:

$$1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=1010$ (onde $M_3=1/2$ e $M_1=1/8$).
- O número 0.4 em nossa representação simplificada (aproximado para 0.40625):

$$n = \boxed{001 \ | \ 1010}$$

$$n \approx 2^{1-3} \times (1+0.625) = \frac{1}{4} \times \frac{8+4+1}{8} = \frac{13}{32} = 0.40625$$

Representação do número 0.4:

$$2^{0} \times 0.4 = 2^{-1} \times 0.8 = 2^{-2} \times 1.6$$

- Logo, o expoente é -2, ou $2^{1-3} = 2^{-2}$.
- Para a mantissa, representamos 1.6 como:

$$1.6 \approx 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 1.625$$

- A mantissa M é representada como: $M_3M_2M_1M_0=1010$ (onde $M_3=1/2$ e $M_1=1/8$).
- O número 0.4 em nossa representação simplificada (aproximado para 0.40625):

$$n = \boxed{001 \boxed{1010}}$$

$$n \approx 2^{1-3} \times (1 + 0.625) = \frac{1}{4} \times \frac{8+4+1}{8} = \frac{13}{32} = 0.40625$$