REPARTO EN NÍGER

Taller de Economatemática

UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
GRADO EN INGENIERÍA MATEMÁTICA
Curso 2021-2022

Daniel Campos Sánchez
Javier Nicolás García
Antonio Sevilla Sastre
Ángela Álvaro Álvaro

Índice general

Capítulo 1

Descripición del problema

En esta segunda parte del problema tratará sobre la organización del transporte.
El mapa logístico de la zona contiene 8 ciudades, las mencionadas anteriormente, y 14 vías que comunican las ciudades entre sí. A continuación se detallan las características de los nexos de comunicación.

Ruta	Distancia(Km.)
Niamey-Dosso	138
Niamey-Gaya	286
Niamey-Tahoua	564
Gaya-Dosso	151
Gaya-Maradi	626
Dosso-Maradi	523
Dosso-Tahoua	413
Tahoua-Maradi	347
Tahoua-Tanout	486
Tahoua-Agadez	406
Maradi-Tanout	313
Maradi-Zinder	235
Aganez-Tanout	300
Zinder-Tanout	145

Cuadro 1.1: Tabla de distancias de las rutas.

La ayuda se reparte desde la capital, Niamey, y desde la ciudad fronteriza de Gaya. Estas dos ciudades cuentan con un fondo de ayuda de 800 y 500 toneladas, respectivamente en la actualidad. Hay que enviar las toneladas requeridas a los centros que hayamos decidido abrir.

En nuestro caso, se decidieron abrir los centros de abastecimiento de Maradi, Agadez y Zinder con demandas de 146.9439, 163.501 y 520 toneladas respectivamente.

La organización encargada del reparto de ayuda humanitaria a la zona, puede enviar hoy 450 toneladas de suministros con un presupuesto máximo de 80.000 €.

Los vehículos con los que cuenta el gobierno y las organizaciones de Níger son de dos tipos, con capacidades de 1.5 y 3 toneladas, y costes fijos de mover camiones en vacío de 10 y 15€

por cada 100 Km, respectivamente. El coste variable de transporte por tonelada asciende a 2.5€ por cada 100km. La cantidad disponible de vehículos cada tipo se muestra en la siguiente tabla:

Ciudad	Tipo 1	Tipo 2
Niamey	60	20
Gaya	55	40
Dosso	10	20
Tahoua	8	30
Maradi	5	5
Tanout	0	0
Agadez	0	0
Zinder	0	0

Cuadro 1.2: Tabla de disponibilidad de vehículos.

La carga puede cambiar de vehículo en los distintos nodos, y cada vehículo que se utilice debe regresar al lugar del que salió por el mismo camino que transitó con la carga.

Se trata ahora de decidir cómo enviar las toneladas de ayuda (por dónde y en qué vehículos) a los centros minimizando el coste.

Capítulo 2

Modelo

Se presenta un problema de programación matemática en el que se debe indicar las toneladas transportadas de una ciudad a otra y el número de camiones de ambos tipos usados en cada transporte para poder hacer llegar las 450 toneladas a los centros de abastecimiento abiertos en Maradi, Zinder y Agadez, cuyas demandas son de 146.9439, 520 y 163.501 toneladas respectivamente.

2.1. Modelización

2.1.1. Índices

i, j, m = Ciudades {Niamey, Gaya, Dosso, Tahoua, Maradi, Tanout, Agadez, Zinder}
k = Tipo de camiones {Tipo 1, Tipo 2}

2.1.2. Varibles

$\boldsymbol{T_{i,j}}$ = Toneladas que se transportan de la ciudad i a la ciudad j.

$\boldsymbol{C_{i,j,k}}$ = Número camiones de tipo j que viajan de la ciudad i a la ciudad j.

2.1.3. Datos

$\boldsymbol{av_i}$ = Toneladas disponibles para empezar a transportar desde la ciudad i $\forall i \in \{1, 2\}$.

$\boldsymbol{dem_i}$ = Toneladas demandadas en la ciudad i.

$\boldsymbol{cap_k}$ = Capacidad del camion de tipo k.

$\boldsymbol{vav_{k,i}}$ = Número de camiones de tipo k disponibles en la ciudad i.

$\boldsymbol{dist_{i,j}}$ = Distancia del camino de la ciudad i a la ciudad j. Si no existe camino, la distancia es 0.

$$\boldsymbol{rutai, j} : \begin{cases} 1 \; si \; dist_{ij} \; > \; 0 \\ 0 \; en \; otro \; caso \end{cases}$$

$\boldsymbol{cv_{i,j}}$ = Coste variable de transporte por tonelada y kilómetro de la ciudad i a la ciudad j.

$\boldsymbol{cf_{i,j,k}}$ = Coste fijo de utilizar camión de tipo k de la ciudad i a la ciudad j.

2.1.4. Función objetivo

Minimiza el coste total:

$z = \sum_{i,j=1}^{8} dist_{i,j} \cdot (cv_{i,j} \cdot T_{i,j} + \sum_{k=1}^{2} 2 \cdot cf_{i,j,k} \cdot C_{i,j,k})$

2.1.5. Restricciones

El coste total no puede superar el presupuesto inicial:

$$\sum_{i,j=1}^{8} dist_{i,j} \cdot (cv_{i,j} \cdot T_{i,j} + \sum_{k=1}^{2} 2 \cdot cf_{i,j,k} \cdot C_{i,j,k}) \leq 80000 \tag{2.1}$$

El número de vehículos de tipo k que salen de la ciudad i no puede superar el número de vehículos de tipo k disponibles:

$$\sum_{j=1}^{8} C_{i,j,k} \leq (\sum_{j=1}^{8} C_{j,i,k} + vav_{k,i}) \cdot ruta_{i,j} \;\; \forall i, k \tag{2.2}$$

Restricción de flujo para las ciudades que no tienen demanda ni toneladas disponibles al comenzar:

$$\sum_{j=1}^{8} T_{i,j} - \sum_{j=1}^{8} T_{j,i} = 0 \;\; \forall i \in \{3, 4, 6\} \tag{2.3}$$

La cantidad de toneladas transportadas de la ciudad i a la ciudad j no pueden superar a la suma de capacidades de los camiones que viajan de la ciudad i a la ciudad j:

$$T_{i,j} \leq \sum_{k=1}^{2} C_{i,j,k} \cdot cap_k \;\; \forall i, j \tag{2.4}$$

El número de vehículos de tipo k que salen de la ciudad i a la ciudad j no puede superar el número de vehículos de tipo k disponibles en i:

$$C_{i,j,k} \leq (\sum_{j=1}^{8} C_{j,i,k} + vav_{k,i}) \cdot ruta_{i,j} \;\; \forall i, k \tag{2.5}$$

Las toneladas que salen de las ciudades de origen menos las que llegan a esas ciudades deben ser el total del flujo:

$$\sum_{j=1}^{8} T_{1,j} + T_{2,j} - T_{j,1} + T_{j,2} = 450 \tag{2.6}$$

Las toneladas que salen de los centros menos las que llegan a esos centros deben ser el total del flujo:

$$\sum_{j=1}^{8} T_{j,5} + T_{j,7} + T_{j,8} - T_{5,j} - T_{7,j} - T_{8,j} = 450 \tag{2.7}$$

Las toneladas que se quedan en los centros de abastecimiento no deben superar la demanda en ellos:

$$\sum_{j=1}^{8} T_{j,i} - T_{i,j} \leq dem_i \ \ \forall i \in \{5, 7, 8\} \tag{2.8}$$

Las toneladas, almacenadas inicialmente, que se envían desde las ciudades Niamey y Gaya no deben superar la capacidad de los fondos de ayuda de cada ciudad. En nuestro caso, como ninguna de los dos fondos de ayuda es menor al total de toneladas a enviar, esta restricción no va a afectar. Sin embargo, una variación de las toneladas totales si afectaría:

$$\sum_{j=1}^{8} T_{i,j} - T_{j,i} \leq av_i \ \ \forall i \in \{1, 2\} \tag{2.9}$$

2.2. Solución

Tras la ejecución del modelo en GAMS obtenemos que el mínimo coste al cumplir nuestras restricciones es de 51324.19€, es decir, un 64.15 % de nuestro presupuesto inicial de 80000€.

La planificación de los transportes de las toneladas a los centros de abastecimiento, viene representada gráficamente en la figura 1.

Como se puede observar, inicialmente parten de Niamey y Gaya (naranja) 148.5, 301.5 toneladas respectivamente, sumando las 450 toneladas a repartir. El abastecimiento de 24 toneladas en Agadez se produce a través de Tahoua que a su vez es suministrado por Dosso. Por otro lado, Maradi recibe dos grandes abastecimientos de Gaya y Dosso. En ese momento, se satisface la demanda en Maradi y el resto de las toneladas de ayuda son enviadas al último centro de abastecimiento abierto, Zinder.

En total, como se muestra en el grafo, se envían 24 toneladas a Agadez, satisfaciendo solamente el 15.7 % de la demanda en ese centro. Esto ocurre porque el envío de provisiones a

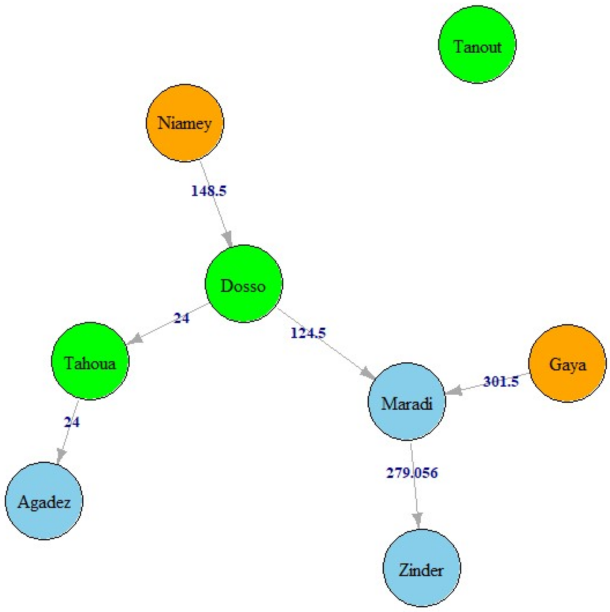

Figura 2.1: Planificaciones para el envío de toneladas

Agadez supone un mayor que coste que a los demás centros y como nuestra función objetivo solo prioriza minimizar el coste pues así se contempla en el modelo.

Además, se envían 425.9 toneladas a Maradi. En este centro se satisface el 100 % de la demanda (146.9439 ton.) y el resto (426 - 146.9439 = 279.0561) son enviadas a Zinder, satisfaciendo el 53.66 % de la demanda (520 ton.).

Por último, cabe destacar que Tanout no entra en ningún momento a participar en el envío de toneladas.

En las figuras 2 y 3, se indica la planificación de los camiones de tipo 1 y 2 gráficamente.

Para los camiones de tipo 1 cabe destacar que no se envían ninguno a Agadez y solo se envía uno al centro de abastecimiento situado en Zinder. Tiene sentido ya que, aunque tengan un coste menor su capacidad es la mita que la de los camiones de tipo 2. Por tanto, el uso de los camiones de tipo 1 será utilizado para cuando no haya disponibilidad de camiones de tipo 2 o cuando las toneladas a transportar no superen las 1.5 toneladas.

Para el gráfico de los camiones de tipo 2, destaca el envío de camiones vacíos desde Dosso hasta Gaya. De esta forma, se hace posible el aumento de la cantidad de ayuda enviada a mejor coste desde Gaya al aumentar la flota de camiones de tipo 2 disponibles. Por otro lado, se puede observar que se envían 8 camiones con ayuda a Agadez, por tanto Agadez solo es suministrado por camiones de tipo 2. Por último, se aprecia que el número de camiones de tipo 2 que viajan a Zinder (93) es muy superior al de camiones de tipo 1 (1).

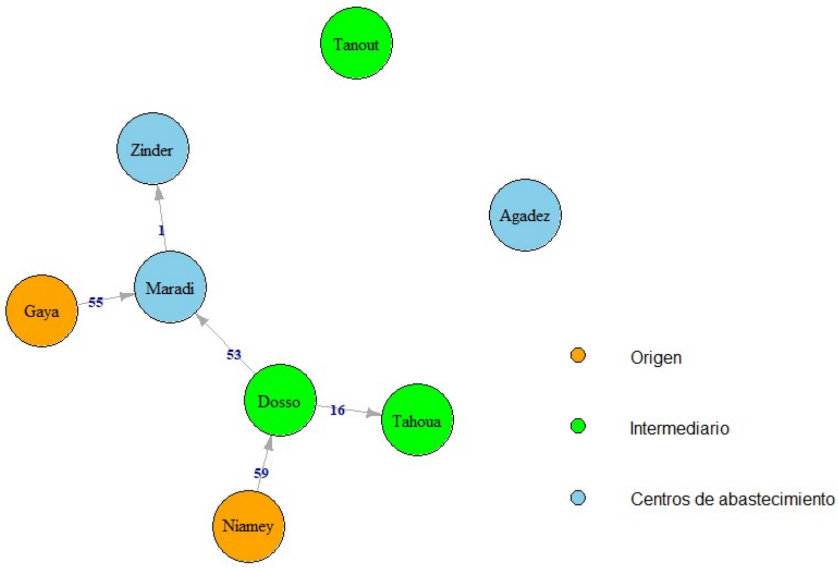

Figura 2.2: Planificaciones para los camiones de tipo 1

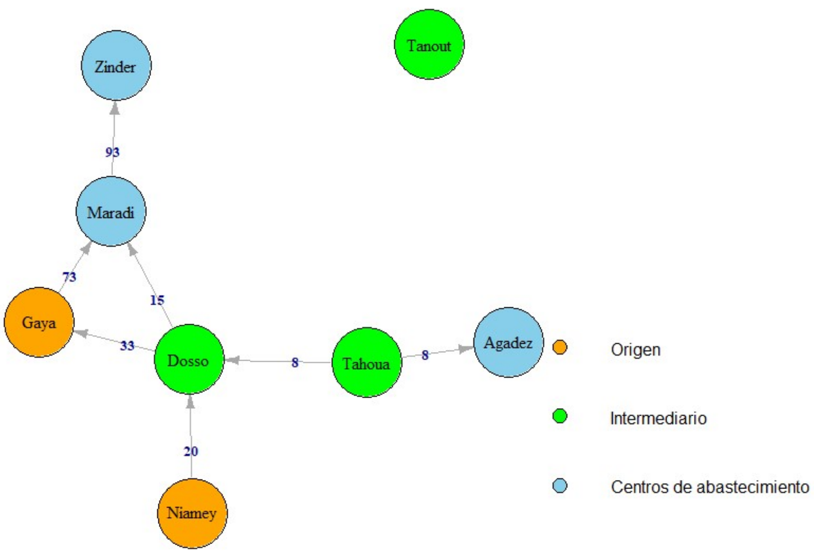

Figura 2.3: Planificaciones para los camiones de tipo 2

Capítulo 3

Conclusión

Se ha obtenido un modelo de programación matemática bastante efectivo ya que se ha cumplido el objetivo de minimizar el coste, repartiendo toda la ayuda disponible utilizando solamente el 64.15 % de nuestro presupuesto.

Sin embargo, en un problema de logística humanitaria, minimizar el coste no debería ser un objetivo, o por lo menos, no el principal. En este caso, no se dan pautas de como repartir esa ayuda y eso implica que, por ejemplo, en Maradi se satisface un 100 % de la demanda y en Agadez solamente el 15.7 %.

En nuestra opinión, un modelo más apropiado para un problema como este sería el de obtener la mayor equidad posible manteniendo la restricción de que se envíen todas las toneladas disponibles. O, en el caso de que la minimización del coste sea importante, realizar programación multiobjetivo en el que predomine la importancia de la equidad.