

## ОЦЕНКА РЕСУРСА СОТЫ СЕТИ LTE ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ ЭЛАСТИЧНОГО ТРАФИКА

*Асирян Валерий Мишевич*  
студент группы БЗС1401, МТУСИ  
*dmc5mod@yandex.ru*

*Шишкин Максим Олегович*  
студент группы БЗС1401, МТУСИ  
*mackschischkin1@yandex.ru*

*Степанов Михаил Сергеевич*  
к.т.н., доцент кафедры ССuСК, МТУСИ  
*mihstep@yandex.ru*

**Ключевые слова:** *LTE, эластичный трафик, сотовая связь, качество услуг связи, распределение канального ресурса.*

**В работе рассматриваются две математические модели обслуживания заявок при передаче эластичного трафика данных: с ограничением скорости доступа и без ограничений. Приводятся алгоритмы распределения канального ресурса для модели соты сети LTE, а также устанавливаются основные соотношения между характеристиками обслуживания. Полученные модели передачи эластичного трафика и алгоритмы распределения ресурса используются для оценки требуемой скорости линии связи.**

Как известно, с развитием технологий как фиксированной, так и мобильной связи, усиливается конкуренция среди компаний-производителей телекоммуникационного оборудования и операторов связи. Объясняется это тем, что в нынешних реалиях важно не только привлекать новых абонентов, но и сохранять существующих. Немаловажную роль в этом вопросе играет качество передачи данных, поскольку объем используемого трафика постоянно растет. Обмен данными, обладающими свойством эластичности, имеет некоторые особенности, которые необходимо учитывать при проектировании сотовых сетей, настройке механизма получения заявок, а так же, что является наиболее важным, распределении ресурса передачи данных. Главной особенностью LTE, как и других перспективных стандартов сотовой подвижной связи, является возможность динамического перераспределения ресурса передачи информации между абонентами, находящимися на обслуживании. Это позволяет существенно ускорить передачу эластичного трафика в ситуации, когда в сети появляется свободный ресурс. В сетях сотовой подвижной связи эту функцию реализует диспетчер пакетов, анализ работы которого имеет большое практическое значение. Таким образом, актуальность темы проведенного исследования определяется необходимостью более эффективного использования ресурса систем сотовой подвижной связи с целью повышения качества обслуживания абонентов.

В данной статье объектом исследования является сота сети мобильной связи стандарта LTE, представленная на рисунке 1. Поступление заявок на передачу данных подчиняется пуассоновскому закону с интенсивностью  $\lambda$ , а объем передаваемого цифрового файла имеет экспоненциальное распределение со средним значением  $F$ , выраженным в битах. Следовательно, мы получаем так называемую модель разделения процессора [1]. В статье рассматривается два варианта данной модели:  $M/M/1 - PS$  (без ограничений) и  $M/M/v - PS$  (с ограничением скорости доступа). Их математическое описание приводится с следующих разделах статьи.

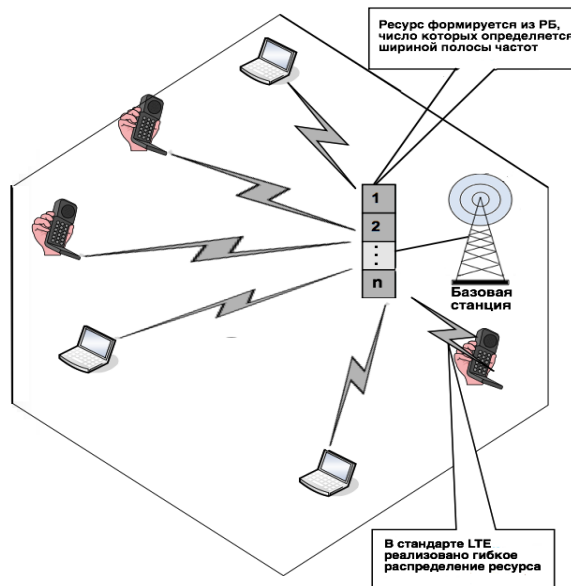


Рис 1. Сота LTE

### 1. Математическое описание модели $M/M/1 - PS$

При использовании дисциплины  $PS$  скорость линии  $C$  делится поровну между всеми  $i$  заявками, находящимися в системе [2]. Следовательно, каждая из  $i$  заявок получает ресурс в размере  $C/i$  бит/с для продолжения или начала передачи своего файла. В соответствии с основным свойством экспоненциального распределения можно полагать, что функция распределения остаточного времени обслуживания каждой из  $i$  рассматриваемых заявок также имеет экспоненциальное распределение со средним значением:

$$F : \frac{C}{i} = \frac{F}{C} \cdot i, \quad (1)$$

увеличенным в  $i$  раз по сравнению со средним временем обслуживания одной заявки.

Изменение модели  $M/M/1 - PS$  на бесконечном пространстве состояний  $S = \{(i), i = 0, 1, \dots\}$ , задаётся случайным процессом  $r(t) = i(t)$ , где  $i(t)$  – число заявок, находящихся на обслуживании в момент времени  $t$ . Процесс  $r(t)$  – марковский, а время пребывания  $r(t)$  в состоянии  $(i)$  имеет экспоненциальное распределение с параметром:

$$\lambda + i \cdot \frac{\mu}{i} = \lambda + \mu. \quad (2)$$

Диаграмма переходов  $r(t)$  показана на рисунке 2:

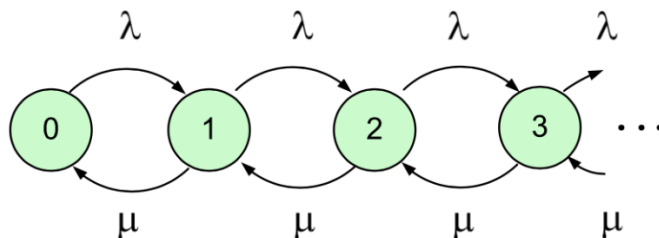


Рис 2. Диаграмма переходов для случайного процесса  $r(t)$ , описывающего динамику изменения состояний модели  $M/M/1 - PS$

Из диаграммы переходов, показанной на рисунке 2 получаем рекурсивные формулы, связывающие значения  $p(i)$ :

$$p(i)\lambda = p(i+1)\mu, i = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Как известно, в моделях с дисциплиной *PS* каждая поступившая заявка попадает на обслуживание, длительность которого зависит от загрузки системы, поэтому безразмерный параметр  $\rho$  определяет коэффициент потенциальной загрузки линии:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\beta}{C}, \quad (4)$$

где  $\beta = \lambda F$  интенсивность предложенного трафика, выраженную в битах в секунду.

Для модели *M/M/1 – PS* значение  $\rho$  совпадает с долей времени занятости линии на обслуживание поступивших заявок. Для доказательства этого утверждения достаточно суммировать (3) по  $i$  в пределах, определённых равенствами (3). После несложных преобразований получаем искомое соотношение:

$$\rho = p(1) + p(2) + \dots \quad (5)$$

Следует отметить, что для существования стационарного режима необходимо выполнение неравенства  $\rho < 1$ . Воспользовавшись формулой (3) и условием нормировки, найдем выражение для оценки  $p(i)$  в виде следующей формулы:

$$p(i) = (1 - \rho) \rho^i, \quad i = 0, 1, \dots \quad (6)$$

Для обозначения основных показателей качества обслуживания заявок в режиме *PS* пользуются обозначениями, введенными для аналогичных характеристик моделей с ожиданием. Обозначим через  $W$  среднее время обслуживания заявки, а через  $L$  – среднее число заявок, находящихся в системе. В режиме *PS* все заявки сразу попадают на обслуживание, тогда расчётное выражение для определения  $L$  записывается как:

$$L = \sum_{i=1}^{\infty} p(i) i = \rho (1 - \rho) \sum_{i=1}^{\infty} \rho^{i-1} i = \frac{\rho}{1 - \rho}. \quad (7)$$

Наконец, используя формулу Литтла:

$$L = \lambda W, \quad (8)$$

а также соотношение (7), найдем выражение для оценки  $W$ :

$$W = \frac{1}{\lambda} \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{F}{C(1 - \rho)}. \quad (9)$$

## 2. Математическое описание модели *M/M/v – PS*

Как известно, значение ресурса, используемого для обслуживания одной заявки, может быть ограничено некоторым заранее известным пороговым значением  $r$ , причем выполняется неравенство  $r \leq C$ . Время обслуживания заявки с предоставлением фиксированной скорости  $r$  бит/с имеет экспоненциальное распределение со средним значением:

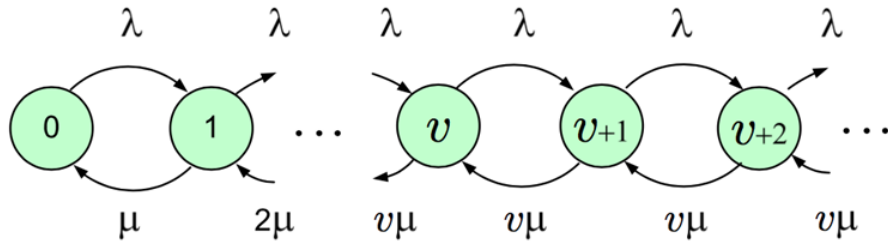
$$\frac{1}{\mu} = \frac{F}{r}. \quad (10)$$

Обозначим через  $v = \frac{C}{r}$  максимально возможное число заявок, которые могут одновременно обслуживаться с предоставлением фиксированной скорости  $r$  бит/с, а через  $i$  обозначим число заявок, которые находятся в системе в момент поступления заявки. Причем  $v$  – целое число.

Согласно дисциплине *PS* скорость передачи информации делится поровну между  $(i+1)$  заявками, находящимися в системе. В рассматриваемых обстоятельствах каждая заявка получает скорость  $\frac{C}{i+1}$  бит/с, а время её обслуживания имеет экспоненциальное распределение со средним значением:

$$(i+1) \cdot \frac{F}{C} = (i+1) \cdot \frac{1}{v\mu} \quad (11)$$

Интенсивности и направления переходов процесса  $r(t)$  изображены на рисунке 3:



**Рис 3.** Диаграмма переходов случайного процесса  $r(t)$ , описывающего динамику изменения состояний модели  $M/M/v - PS$

Обозначим через  $a$  интенсивность предложенного трафика, представленную через величину среднего числа потенциально занятых виртуальных каналов со скоростью  $r$  бит/с. По определению предложенного трафика  $a = \frac{\beta}{r}$ , а для существования стационарного режима требуется выполнение неравенства  $a < v$ . При этом каждой заявке дается фиксированная скорость передачи, равная  $r$  бит/с, если  $ir \leq C$ , и  $\frac{C}{i}$  бит/с, если выполняется противоположное неравенство  $ir > C$ .

Получим рекурсивные выражения для оценки ненормированных вероятностей  $P(i)$ :

$$\begin{aligned} P(i) &= P(i-1) \frac{a}{i}, & i=1, 2, \dots, v; \\ P(i) &= P(i-1) \rho, & i=v+1, v+2, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Используя полученные равенства и условие нормировки, определим явную формулу для вычисления  $p(i)$ :

$$p(i) = \begin{cases} p(0) \frac{a^i}{i!}, & i=0, 1, \dots, v; \\ p(0) \frac{a^v}{v!} \rho^{i-v}, & i=v+1, v+2, \dots, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{где } p(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{v-1} \frac{a^i}{i!} + \frac{a^v}{v!} \frac{1}{1-\rho}}.$$

Обозначим через  $\pi$  долю времени нахождения линии в состоянии так называемого насыщения, когда ресурс передачи информации, выделяемый для обслуживания одной заявки, меньше, чем  $r$  бит/с. По определению:

$$\pi = \sum_{i=v+1}^{\infty} p(i) = p(0) \frac{a^v}{v!} \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{a^v}{v!} \frac{\rho}{1-\rho}}{\sum_{i=0}^{v-1} \frac{a^i}{i!} + \frac{a^v}{v!} \frac{1}{1-\rho}} = \rho D(v, a), \quad (14)$$

где  $D(v, a)$  – вторая формула Эрланга, значение которой может быть найдено с помощью следующего соотношения:

$$D(v, a) = \frac{v E(v, a)}{v - a(1 - E(v, a))}, \quad (15)$$

где  $E(v, a)$  – первая формула Эрланга:

$$E(v, a) = \frac{\frac{a^v}{v!}}{1 + a + \frac{a^2}{2!} + \dots + \frac{a^v}{v!}}. \quad (16)$$

Воспользовавшись определением для среднего числа заявок  $L$  и соотношением (12), нетрудно установить справедливость выражения:

$$\begin{aligned}
L &= \sum_{i=1}^{\infty} p(i)i = a + \sum_{i=v+1}^{\infty} p(i)(i-v) = a + p(0) \frac{a^v}{v!} \sum_{i=1}^{\infty} \rho^i i = \\
&= a + p(0) \frac{a^v}{v!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} = a \left( 1 + D(v, a) \frac{1}{v(1-\rho)} \right).
\end{aligned} \tag{17}$$

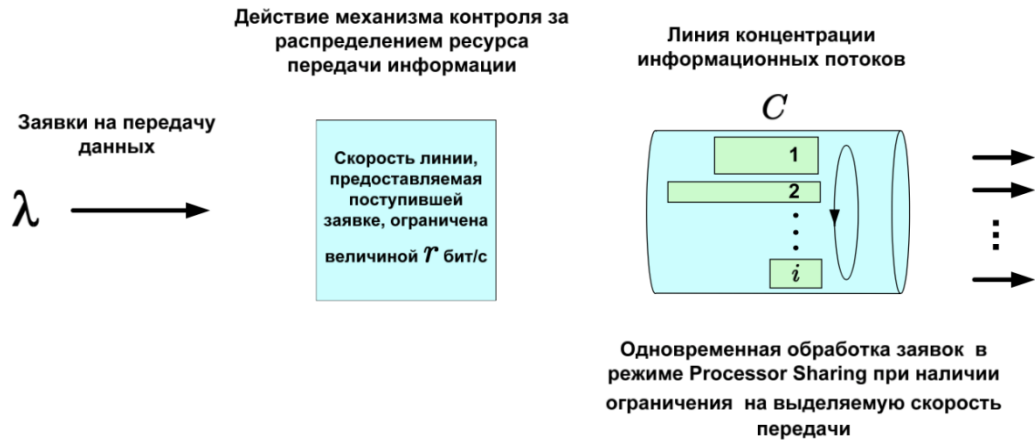
Тогда, используя формулу Литтла (8) и выражение (17) получим соотношение для оценки  $W$ :

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \left( 1 + D(v, a) \frac{1}{v(1-\rho)} \right) = \frac{F}{r} + D(v, a) \frac{F}{C(1-\rho)}. \tag{18}$$

### 3. Постановка задачи и метод ее решения

Построенные аналитические модели в разделах 1-2 дают возможность решить важную задачу оценки требуемой скорости линии передачи эластичного трафика данных для двух рассматриваемых моделей разделения процессора:  $M/M/1 - PS$  (без ограничений <sup>1</sup>) и  $M/M/v - PS$  (с ограничением скорости доступа <sup>2</sup>). Ресурс передачи распределен между абонентами в равной степени, при этом необходимо найти минимальное значение скорости линии  $C_{\min}$ , для которой среднее время передачи эластичного трафика  $W$  (файлов с заданными величинами среднего объема данных  $F$  и интенсивности поступления заявок  $\lambda$ ) не будет больше заданного значения  $W_{\text{ном}}$ .

Функциональная модель системы с динамическим распределением ресурса передачи и ограничением скорости доступа показана на рисунке ниже:



**Рис 4.** Распределение скорости линии, работающей в режиме  $PS$  при ограничении на величину используемого ресурса передачи

Для решения поставленной задачи относительно двух рассматриваемых моделей воспользуемся полученными формулами (9, 18) для оценки  $W$  и запишем их в следующем виде:

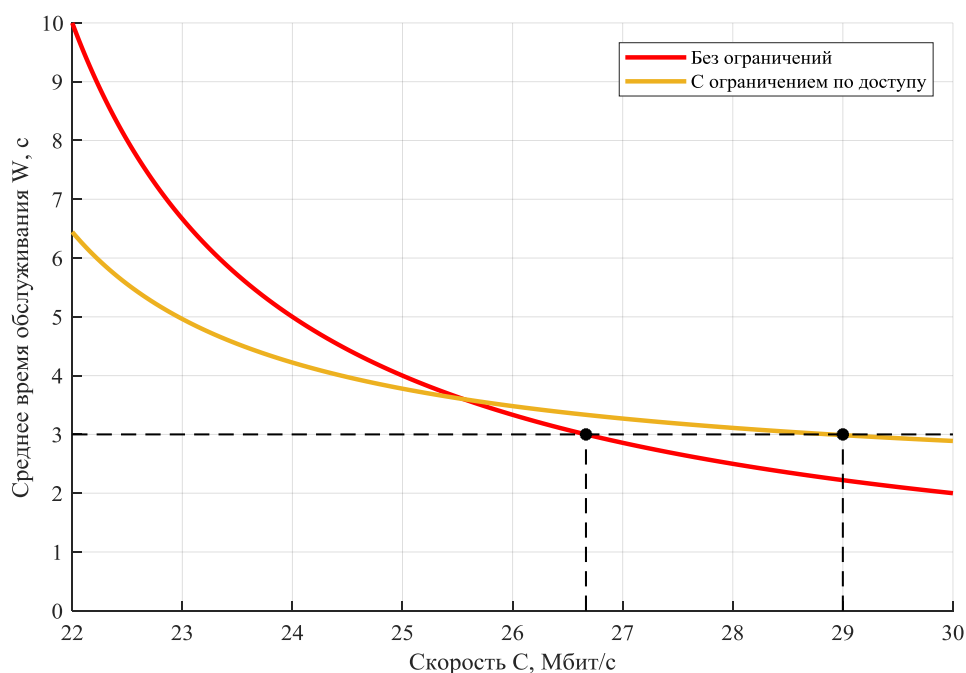
$$W^{(1)} = \frac{F}{C - \lambda F}, \tag{19}$$

$$W^{(2)} = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \left( 1 + D(v, a) \frac{1}{v(1-\rho)} \right) = \frac{F}{r} + D(v, a) \frac{F}{C - \lambda F}. \tag{20}$$

В свою очередь значение  $C_{\min}$  соответствует следующему соотношению:

$$C_{\min} = \min \{ C : W < W_{\text{ном}} \}. \tag{21}$$

Рассмотрим решение поставленной задачи на примере следующих значений входных параметров [3]:  $F = 20$  Мбит (например, фотоснимок),  $r = 10$  Мбит/с,  $\lambda = 1$  файл/с,  $W_{\text{ном}} = 3$  с.



**Рис 5.** Зависимость среднего времени передачи файла  $W$  от скорости линии  $C$

Используя полученные зависимости (рис. 5), определим минимальные значения скорости линии для двух моделей:  $C_{\min}^{(1)} = 26.7$  Мбит/с,  $C_{\min}^{(2)} = 29$  Мбит/с.

### Заключение

Таким образом, в работе проанализированы процессы передачи эластичного трафика в современных сетях мобильной связи, приведено описание математической модели соты сети LTE и произведен расчет оптимальной пропускной способности для двух вариантов использования данной модели – общего случая и при наличии ограничения по доступу.

### Литература

1. Степанов С.Н., Степанов М.С. Планирование ресурса передачи при совместном обслуживании мультисервисного трафика реального времени и эластичного трафика данных // Автоматика и Телемеханика. – 2017. – №11. – С. 79–93.;
2. Степанов С.Н. Теория телетрафика: концепции, модели, приложения // Серия "Теория и практика инфокоммуникаций". - М.: Горячая линия - Телеком, - 868 с, 2015;
3. Рекомендация МСЭ-Т E.800. Качество услуг электросвязи: концепции, модели, цели и планирование надежности работы – Термины и определения, связанные с качеством услуг электросвязи. – 09.2008.

# ASSESSMENT OF THE RESOURCE CELL OF THE LTE NETWORK DURING THE MAINTENANCE OF THE ELASTIC TRAFFIC

**Valery M. Asiryan**

*Student of group BZS1401, MTUCI*

*dmc5mod@yandex.ru*

**Maksim O. Shishkin**

*Student of group BZS1401, MTUCI*

*mackschischkin1@yandex.ru*

**Mikhail S. Stepanov**

*Ph.D., associate professor, NaCS department, MTUCI*

*mihstep@yandex.ru*

**Keywords:** *LTE, elastic traffic, cellular network, quality of communication services, distribution of channel resource.*

Here are presented two mathematical models of maintenance of the requests in the transmission of the elastic data traffic: limited access speed and unlimited. An algorithm of channel resource for the model cell of the LTE network is given. Also, the basic relationships between the characteristics of service are established. The obtained models of elastic traffic transmission and resource allocation algorithms are used to estimate the required speed of the communication line.