



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Metodi di ottimizzazione per problemi di registrazione di point cloud

Optimization methods for point cloud registration problems

Candidato: Athos Innocenti

Relatore: Prof. Fabio Tardella
Correlatore: Prof. Marco Sciandrone

A.A. 2020/2021

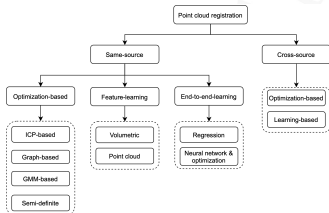


- 1 Introduzione
Il problema della registrazione
- 2 L'algoritmo ICP
- 3 Analisi delle prestazioni
- 4 Conclusioni
Prospettive future

Introduzione

Registrazione: determinare la trasformazione spaziale che meglio allinea due immagini

Eterogeneità delle sorgenti
come possibile classificazione
degli algoritmi di registrazione



Point cloud: formato di riferimento per rappresentare il mondo tridimensionale

Problematiche di cui tener conto durante la registrazione:

- ① Limitazioni intrinseche dei sensori
- ② Rumore e outliers
- ③ Sovrapposizione parziale
- ④ Differenza di densità
- ⑤ Variazione di scala

Il problema della registrazione

- 1 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^3, i = 1, \dots, M\}$
- 2 $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_j \in \mathbb{R}^3, j = 1, \dots, N\}$
- 3 $\phi(., \omega) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ funzione di trasformazione dipendente da un vettore di parametri $\omega \in \mathbb{R}^m$
 - Trasformazione rigida:

$$\phi(\mathbf{x}, \omega) = \phi(\mathbf{x}, R, \mathbf{T}) = R\mathbf{x} + \mathbf{T}$$

con $R \in \text{SO}(3)$ e $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^3$

- Trasformazione non rigida: $\phi(., \omega)$ funzione non lineare
- 4 Variabili binarie

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \rightarrow j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Il problema della registrazione

OBIETTIVO: trovare $\omega \in \mathbb{R}^m$ che meglio sovrappone le due point clouds

FORMULAZIONE: problema di *programmazione mista*

$$\min_{\delta, \omega} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \delta_{ij} \|\phi(\mathbf{x}_i, \omega) - \mathbf{y}_j\|^2$$

$$\sum_{j=1}^N \delta_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, M$$

$$\delta_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N$$

Il problema della registrazione

Nel caso di trasformazione rigida

$$\min_{\delta, R, \mathbf{T}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \delta_{ij} \| R\mathbf{x}_i + \mathbf{T} - \mathbf{y}_j \|^2$$

Possibili schemi risolutivi

- 1 PCA
- 2 SVD
- 3 ICP

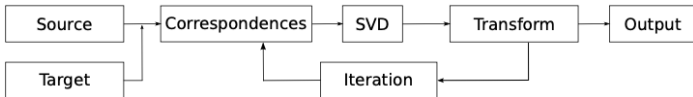
L'algoritmo ICP

INPUT Point clouds da sovrapporre

- ① Source (mobile - minor numero di punti)
- ② Target (fissa - maggior numero di punti)

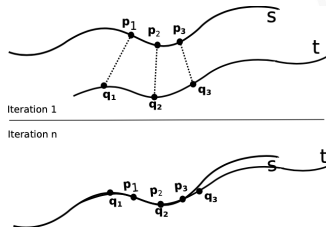
SCHEMA Tre fasi ripetute iterativamente

- ① Definizione delle corrispondenze tramite approccio *nearest neighbor*
- ② Stima della matrice di trasformazione affine tramite SVD
- ③ Applicazione della trasformazione



L'algoritmo ICP

Point to point



- Distanza euclidea per stimare le corrispondenze di punti

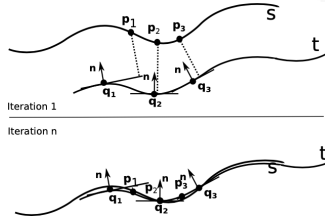
$$\hat{j} = \arg \min_j \| \mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j \|^2$$

- $R \in \text{SO}(3)$ e $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^3$ stimati minimizzando il quadrato delle distanze tra le N corrispondenze

$$\hat{R}, \hat{\mathbf{T}} = \arg \min_{R, \mathbf{T}} \sum_{k=1}^N \| (R\mathbf{p}_k + \mathbf{T}) - \mathbf{q}_k \|^2$$

L'algoritmo ICP

Point to plane



- Insieme di punti localmente più vicini al punto candidato
- Vettore normale \mathbf{n} come il più piccolo autovettore della matrice di covarianza
- Si minimizza la proiezione scalare delle distanze euclidee sul piano definito da \mathbf{n}

$$\hat{R}, \hat{\mathbf{T}} = \arg \min_{R, \mathbf{T}} \sum_{k=1}^N \| [(R\mathbf{p}_k + \mathbf{T}) - \mathbf{q}_k] \mathbf{n}_k \|^2$$

L'algoritmo ICP

Non linear ICP

- *Huber loss function* come compromesso tra ottimizzazione L1 e L2

$$e(n) = \begin{cases} \frac{n^2}{2} & \text{se } |n| \leq k \\ k|n| - \frac{k^2}{2} & \text{se } |n| > k \end{cases}$$

k soglia definita empiricamente, n la misura della distanza

- Formulazione del problema:

$$\hat{R}, \hat{T} = \arg \min_{R, T} \sum_{k=1}^N e^2(n_k) = \arg \min_{R, T} \sum_{k=1}^N e^2(\| (R\mathbf{p}_k + \mathbf{T}) - \mathbf{q}_k \|)$$

- Per ottenere \hat{R}, \hat{T} si implementa l'algoritmo *Levenberg - Marquardt*

Analisi delle prestazioni

Metrica: point to point

Tolleranze: [0.001, 0.001]

MaxIters: [50, 100, 200, 400]

Output: rmse, registrazione

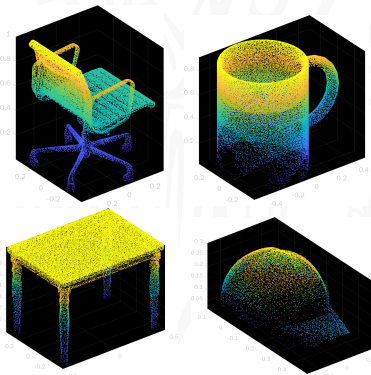
Prove: 100 prove per modello
con condizioni iniziali casuali:

- ① Matrice di rotazione 3D
- ② Vettore di traslazione

Rotazione Max: 2π

Traslazione Max: 1.0

Modelli:



Analisi delle prestazioni

Caso ideale e Sovrapposizione dei baricentri

Immagini non deformate e prive di alcun tipo di rumore

		Iterazioni massime			
		50	100	200	400
Modello	Sedia	6	6	6	7
	Tavolo	16	25	29	29
	Tazza	3	5	7	9
	Cappello	0	2	7	27

Rmse diminuisce di un ordine di grandezza dopo aver eseguito ICP e di un ulteriore ordine in corrispondenza dell'*ottimo globale*

Vettore di traslazione definito come la differenza tra i baricentri delle due nuvole così da sovrapporli

		Iterazioni massime			
		50	100	200	400
Modello	Sedia	13	15	16	17
	Tavolo	24	25	24	24
	Tazza	4	5	10	10
	Cappello	19	27	40	44

Considerevole incremento del numero di sovrapposizioni corrette

Analisi delle prestazioni

Deformazione

Deformazione della moving point cloud seguita da roto - traslazione iniziale

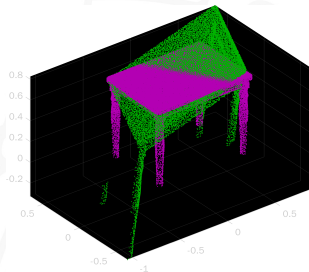
Trasformazioni applicate:

1 *Scaling*

$$SC = \begin{pmatrix} SC_X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & SC_Y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & SC_Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2 *Shearing*

$$SH = \begin{pmatrix} 1 & SH_{Y_x} & SH_{Z_x} & 0 \\ SH_{X_y} & 1 & SH_{Z_y} & 0 \\ SH_{X_z} & SH_{Y_z} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



		Iterazioni massime			
		50	100	200	400
Modello	Sedia	5	6	7	7
	Tavolo	16	23	26	26
	Tazza	3	3	3	4
	Cappello	7	11	11	11

Analisi delle prestazioni

Rumore

Algoritmo di rimozione del rumore:

- 1 Calcola i k -NN
- 2 μ e σ delle distanze tra ciascun punto ed i suoi k vicini
- 3 Rimuove i punti con media esterna all'intervallo $\mu \pm \alpha\sigma$

Aggiunti 2000 nuovi punti alla moving point cloud prima della roto - traslazione iniziale e l'esecuzione di ICP

		Iterazioni massime			
		50	100	200	400
Modello	Sedia	9	10	11	11
	Tavolo	13	19	20	23
	Tazza	5	6	10	14
	Cappello	7	33	35	36

		Iterazioni massime			
		50	100	200	400
Modello	Sedia	6	6	7	7
	Tavolo	21	25	26	26
	Tazza	3	6	9	13
	Cappello	4	29	41	42

Conclusioni

- 1 Soddisfacente percentuale di successi nello stimare una trasformazione rigida corretta
- 2 La preventiva sovrapposizione dei baricentri aumenta sensibilmente il numero di successi
- 3 L'algoritmo di rimozione del rumore non ha apportato variazioni degne di nota
- 4 Riesce ad allineare le point clouds anche se deformate

Prospettive future

Ottimo globale raggiunto in tutti i casi esaminati, ad eccezione di quello in cui è stata introdotta una *deformazione*

Prospettive future

Ottimo globale raggiunto in tutti i casi esaminati, ad eccezione di quello in cui è stata introdotta una *deformazione*



- Trasformazione *non rigida* per sopperire ad eventuali deformazioni delle point clouds e limitazioni di ICP
- Algoritmo di *segmentazione* per ottimizzare la ricerca delle corrispondenze e la stima della trasformazione



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Grazie per l'attenzione!